Демонстрационный вариант экзаменационных тестовых заданий по математике за 2 семестр для студентов направления
140100.62 - «Теплоэнергетика и теплотехника» (*группа БТЭ-11)*

Тема 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Задание 1. Основные понятия теории функции двух переменных

Линиями уровня функции $z=\left(x^2-2y\right)^3$ являются …

- гиперболы
- прямые
- эллипсы
- параболы

Задание 2. Частные производные

Частная производная второго порядка $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z=\ln(2x+3y)$ равна …

- $-\frac{9}{(2x+3y)^2}$
- $-\frac{4}{(2x+3y)^2}$
- $-\frac{1}{(2x+3y)^2}$
- $-\frac{6}{(2x+3y)^2}$

Задание 3. Дифференцирование неявных функций

Для функции $x^2z^3-3xy+e^{yz}+y^4-5=0$ справедливы соотношения …

- $z'_x=2xz^3-3y$
- $z'_x=-\frac{2xz^3-3y}{3x^2z^2+ye^{yz}}$
- $z'_y=-3x+ze^{yz}+4y^3$
- $z'_y=\frac{3x-ze^{yz}-4y^3}{3x^2z^2+ye^{yz}}$
- $dz=\left(2xz^3-3y\right)dx+\left(-3x+ze^{yz}+4y^3\right)dy$

Задание 4. Экстремумы (безусловные)

Для функции $z = 3x^2 - 2xy + 2y - 6x$, имеющей одну стационарную точку $M(1;0)$, справедливы соотношения …

- точка $M(1;0)$ – не является точкой экстремума
- точка $M(1;0)$ – точка максимума
- точка $M(1;0)$ – точка минимума
- ее минимум равен -4

Задание 5. Градиент

Градиент функции $u = z^2 + xy + zy$ в точке $R(0;1;1)$ имеет вид…

- $\overline{i} + \overline{j} + 3\overline{k}$
- $\overline{i} + \overline{j} + \overline{k}$
- $\overline{i} - \overline{j} + \overline{k}$
- $\overline{i} - \overline{j} + 3\overline{k}$

Задание 6. Производная по направлению

Производной функции $z = x^2y^2 + 6x + y^2$ в точке $M(0,2)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(1,1)$, является

- вектор $(1;-1)$
- вектор $(3\sqrt{2};-2\sqrt{2})$
- число $\sqrt{2}$
- число 0

Задание 7. Касательная плоскость и нормаль к поверхности

Уравнение касательной плоскости к поверхности $z = 3x^2 + 2y^2$ в точке $M(1;1;5)$ имеет вид …

- $6x - 4y - z + 3 = 0$
- $6x + 4y - z - 5 = 0$
- $4x + 6y - z - 5 = 0$
- $6x + 4y - z + 5 = 0$

Тема 2. Интегральное исчисление функций одной переменной

Задание 8. Непосредственное интегрирование

Установите соответствие между интегралом и его значением:

1. $\int (2x-1)^3 dx$ 2. $\int \sqrt{x}dx$ 3. $\int e^{3x}dx$ 4. $\int \cos 5x dx$

Варианты ответов

- $\dfrac{(2x-1)^4}{8}$
- $\dfrac{2\sqrt{x^3}}{3}$
- $\dfrac{\sin 5x}{5}$
- $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
- $\dfrac{e^{3x}}{3}$

Задание 9. Понятие неопределённого интеграла

Множество всех первообразных функции $y = \dfrac{1}{2x+1}$ имеет вид …

- $2\ln|2x+1| + C$
- $\dfrac{1}{2}\ln|2x+1| + C$
- $2\ln\left|\dfrac{1}{2x+1}\right| + C$
- $-\dfrac{2}{(2x+1)^2} + C$

Задание 10. Свойства неопределенного интеграла

Укажите все верные утверждения (С – произвольная постоянная)

- $\int x \cdot arctgx dx = \int x dx \cdot \int arctgx dx$
- $\int 3 \cdot 2^x dx = 3\int 2^x dx$
- $\left(\int \ln(2-x)dx\right)' = \ln(2-x)$
- $\int d\left(\sin^2 x\right) = \left(\sin^2 x\right)' + C$

Задание 11. Замена переменных в неопределенном интеграле

В неопределенном интеграле $\int \dfrac{xdx}{\sqrt{2x+5}}$ введена новая переменная $t = \sqrt{2x+5}$. Тогда интеграл примет вид:

- $\int \dfrac{t^2-5}{t} dt + C$
- $\int \dfrac{t^2-5}{2t} dt + C$
- $\dfrac{1}{2}\int \left(t^2-5\right) dt + C$
- $\int \dfrac{2t+5}{t} dt + C$

Задание 12. Интегрирование рациональных дробей

Установите соответствие между неопределенными интегралами и разложением подынтегральных функций на элементарные (простейшие) дроби:

1) $\int \dfrac{9x-7}{(x-1)^3(x-6)}dx$ 2) $\int \dfrac{5x-3}{(x-1)(x^2+49)}dx$ 3) $\int \dfrac{4x+1}{x(x-10)}dx$ 4) $\int \dfrac{1}{(x-1)^2(x^2+64)}dx$

Варианты ответов

- $\dfrac{A}{(x-1)^2} + \dfrac{B}{x-1} + \dfrac{Cx+D}{x^2+64}$
- $\dfrac{A}{x-1} + \dfrac{B}{x^2+49}$
- $\dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x-10}$
- $\dfrac{A}{(x-1)^3} + \dfrac{B}{(x-1)^2} + \dfrac{C}{x-1} + \dfrac{D}{x-6}$
- $\dfrac{A}{x-1} + \dfrac{Bx+C}{x^2+49}$

Задание 13. Интегрирование тригонометрических функций

Множество всех первообразных функции $f(x)=\sin^3 x\cos^4 x$ имеет вид …

- $\frac{\cos^5 x}{5}-\frac{\cos^7 x}{7}+C$
- $-\frac{\cos^5 x}{5}+\frac{\cos^7 x}{7}+C$
- $3\cos^3 x-5\cos^5 x+C$
- $-3\cos^3 x+5\cos^5 x+C$

Задание 14. Свойства определенного интеграла

Функция $y=f(x)$ задана и непрерывна на всей числовой прямой, a и b – действительные числа. Тогда верно утверждение …

- $\int\limits_{4a}^{4b} f(x)dx=4\int\limits_{a}^{b} f(x)dx$
- $\int\limits_{a}^{b} f(x)dx=\int\limits_{a}^{4} f(x)dx-\int\limits_{b}^{4} f(x)dx$
- $\int\limits_{a}^{b} f(x)dx=\int\limits_{a}^{4} f(x)dx+\int\limits_{b}^{4} f(x)dx$
- $\int\limits_{a}^{b} f(x)dx=\int\limits_{a+4}^{b+4} f(x)dx$

Задание 15. Интегрирование по частям в определенном интеграле

Определенный интеграл $\int\limits_0^2 \ln(x+2)dx$ равен …

- $10\ln 2-2$
- $6\ln 2+2$
- $6\ln 2-2$
- $-2(1+\ln 2)$

Задание 16. Вычисление определённого интеграла

Если $\int\limits_0^1 f(x)dx=\sqrt{3}$; $\int\limits_0^1 g(x)dx=\sqrt{3}-1$, то интеграл $\int\limits_0^1((\sqrt{3}+2)f(x)+(\sqrt{3}-1)g(x))dx$ равен …

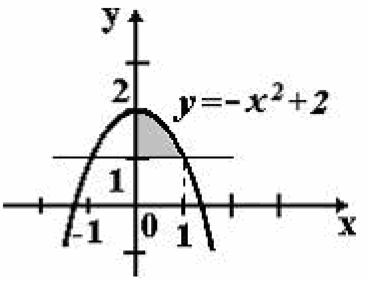
(введите ответ) ______

Определенный интеграл $\int_0^1 x^3 \sqrt{4+5x^4}\, dx$ равен …

- $\frac{19}{60}$
- $\frac{19}{6}$
- $\frac{35}{30}$
- $\frac{19}{30}$

Задание 17. Выражение площади фигуры через определённый интеграл

Площадь фигуры, изображенной на рисунке,

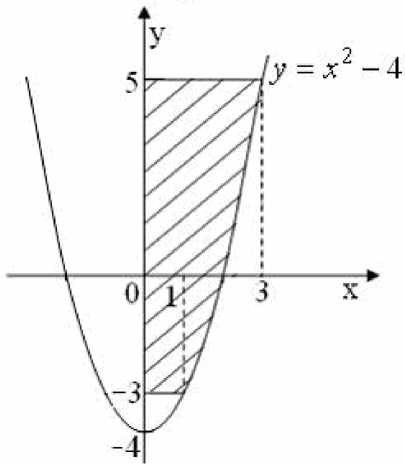


определяется интегралом…

- $\int_0^1 \left(1-x^2\right)dx$
- $\int_0^1 \left(x^2-1\right)dx$
- $\int_0^1 \left(-x^2+2\right)dx$
- $\int_0^2 \left(2-x^2\right)dx$

Задание 18. Нахождение площади фигуры

Площадь фигуры, изображенной на рисунке



равна …

- $\frac{56}{3}$
- 18
- $\frac{52}{3}$
- $\frac{38}{3}$

Задание 19. Сходимость несобственных интегралов

Сходящимися являются несобственные интегралы …

- [ ] $\int\limits_{1}^{+\infty} x^{-\frac{7}{10}}dx$
- [ ] $\int\limits_{1}^{+\infty} x^{-\frac{10}{7}}dx$
- [ ] $\int\limits_{1}^{+\infty} x^{-\frac{8}{9}}dx$
- [ ] $\int\limits_{1}^{+\infty} x^{-\frac{9}{8}}dx$

Задание 20. Вычисление несобственных интегралов

Несобственный интеграл $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{dx}{(4x+1)^2}$ равен …

- ○ 8
- ○ $-0{,}25$
- ○ $0{,}25$
- ○ $-\infty$

Тема 3. Интегральное исчисление функций нескольких переменных

Задание 21. Двойные интегралы (вычисление площади)

Интеграл $\iint\limits_{D} dxdy$, где D: $x+y \le 6$; $x \ge 0$; $y \ge 0$, равен …

(введите ответ) ______

Задание 22. Двойные интегралы (расстановка пределов интегрирования)

S: Двойной интеграл $\iint\limits_{D} f(x,y)dxdy$ где D область ограниченная линиями $x=0$, $y=3$, $y=\sqrt[3]{x}$ равен

- ○ $\int\limits_{0}^{27} dx \int\limits_{0}^{\sqrt[3]{x}} f(x,y)dy$
- ○ $\int\limits_{0}^{27} dx \int\limits_{0}^{3} f(x,y)dy$
- ○ $\int\limits_{0}^{3} dy \int\limits_{0}^{y^3} f(x,y)dx$
- ○ $\int\limits_{0}^{27} dy \int\limits_{0}^{\sqrt[3]{x}} f(x,y)dx$

Задание 23. Криволинейные интегралы по длине дуги (вычисление длин)

Интеграл $\int\limits_{L} dl$, где L – дуга линии $x^2+y^2=\frac{36}{\pi^2}$, $y \le 0$ равен …

(введите ответ) ______

Задание 24. Криволинейные интегралы по координатам

Криволинейный интеграл по координатам $\frac{1}{2}\oint\limits_{L} x\,dy - y\,dx$ где L – контур треугольника с вершинами $A(-1;2)$, $B(-1;9)$ и $C(3;0)$ равен …

(введите ответ) ______

Задание 25. Криволинейные интегралы по координатам (по замкнутому контуру)

По любому замкнутому контуру равен нулю криволинейный интеграл по координатам …

- $\oint(x^3+2y)dx+(x+3y)dy$
- $\oint(x+y^2)dx+(2xy+3y^2)dy$
- $\oint\sin(x+1)dx+x^3dy$
- $\oint(x+3xy)dx+(x^3+y)dy$

Тема 4. Последовательности и ряды

Задание 26. Необходимый признак сходимости ряда

Укажите те ряды, для которых выполняется необходимое условие сходимости ряда

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n^2+2}$
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{n^2+3}$
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\ln\left(\frac{1}{n^2+1}+3\right)$
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2n^2+4}{n^2+7}$

Задание 27. Сумма числового ряда (преобразование коэффициентов ряда)

Сумма числового ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+2)(n+3)}$ равна …

- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{6}$
- 0
- ∞

Задание 28. Признак сравнения (исследование на сходимость)

С помощью признаков сравнения укажите, какие из рядов сходятся

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n^5-4n}}$
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[9]{n+5}}$
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3+6n}$
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[8]{n^3+5n^2+6}}$

Задание 29. Признак Даламбера

Используя признак Даламбера, установите соответствие между рядами и следующими утверждениями

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n-1}}{(n+5)!}$ 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2+n}$ 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n+6}$

Варианты ответов

- расходится
- сходится
- с помощью признака Даламбера установить нельзя

Задание 30. Ряды с положительными членами (разное)

Укажите правильное утверждение относительно сходимости числовых рядов

А) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{5}{\sqrt[5]{n}}$ и В) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{10^n}$

- А – сходится, В – расходится
- А и В сходятся
- А – расходится, В – сходится
- А и В расходятся

Задание 31. Знакопеременные ряды (виды сходимости)

Установите соответствие между видами сходимости и знакопеременными рядами

1) Абсолютно сходится
2) Условно сходится
3) Расходится

Варианты ответов

☐ $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5n-2}$ ☐ $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{6^n}$ ☐ $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n (n+4)$

Задание 32. Степенные ряды (нахождение области сходимости)

Область сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n}$ равна …

- $[-1;1)$
- $[1;3)$
- $(-1;1)$
- $(1;3)$

Задание 33. Ряд Маклорена

Дана функция $f(x) = \ln(2-2x)$, тогда первые четыре, отличные от нуля, члены разложения этой функции в ряд Маклорена имеет вид …

- $-2x - \frac{4x^2}{2} - \frac{8x^3}{3} - \frac{16x^4}{4} - \ldots$
- $\ln 2 - x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \ldots$
- $\ln 2 + x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ldots$
- $\ln 2x - \ln 2\frac{x^2}{2} + \ln 2\frac{x^3}{3} - \ln 2\frac{x^4}{4} + \ldots$