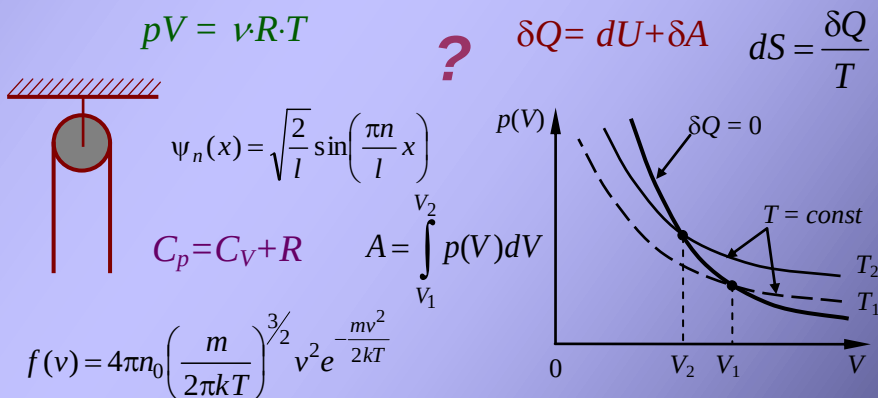


О. С. ДМИТРИЕВ, О. В. ИСАЕВА,
И. А. ОСИПОВА, В. Н. ХОЛОДИЛИН

ФИЗИКА

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА МУЛЬТИМЕДИА



Тамбов
Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ»
2024

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Тамбовский государственный технический университет»

О. С. ДМИТРИЕВ., О. В. ИСАЕВА,
И. А. ОСИПОВА, В. Н. ХОЛОДИЛИН

ФИЗИКА

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА МУЛЬТИМЕДИА

Утверждено Ученым советом университета
в качестве учебного пособия для студентов 1 курса
инженерного профиля всех форм обучения

Учебное электронное мультимедийное издание



Тамбов
Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ»
2024

УДК 53.02+536
ББК 22.365.5
Ф50

Р е ц е н з е н т ы :

Доктор физико-математических наук, профессор, Заслуженный деятель науки Российской Федерации, профессор кафедры теоретической и экспериментальной физики ФГБОУ ВО «ТГУ им. Г. Р. Державина»

В. А. Федоров

Доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Энергообеспечение предприятий и теплотехника» ФГБОУ ВО «ТГТУ»

А. Н. Грибков

Ф50 Физика. Молекулярная физика и термодинамика мультимедиа [Электронный ресурс, мультимедиа] : учебное пособие / О. С. Дмитриев, О. В. Исаева, И. А. Осипова, В. Н. Холодилин. – Тамбов : Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2024. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Системные требования : ПК не ниже класса Pentium II ; CD-ROM-дисковод ; 320,0 Mb ; RAM ; Windows 95/98/XP ; мышь. – Загл. с экрана.

ISBN 978-5-8265-2766-5

Представлены описание и методические указания к циклу лабораторных и практических работ, тематика которых охватывает важный раздел курса физики – молекулярная физика и термодинамика. Приведена краткая теория изучаемых вопросов, порядок выполнения, методика обработки результатов измерений, контрольные вопросы. Представлена мультимедийная визуализация выполнения лабораторных работ с их подробным объяснением и примерами получения реальных данных. Даны развернутые ответы на контрольные вопросы к лабораторным работам, необходимые для их защиты, и решения задач с подробным разбором вариантов решения.

Предназначено для студентов 1 курса инженерного профиля всех форм обучения.

УДК 53.02+536
ББК 22.365.5

*Все права на размножение и распространение в любой форме остаются за разработчиком.
Нелегальное копирование и использование данного продукта запрещено.*

ISBN 978-5-8265-2766-5 © Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тамбовский государственный технический университет» (ФГБОУ ВО «ТГТУ»), 2024

ВВЕДЕНИЕ

В классической молекулярной физике и термодинамике основное внимание уделяется понятиям устойчивости, изотропности, равновесному состоянию и порядку. В основном изучаются замкнутые системы и линейные соотношения. Современная реальность – это ускоренные изменения в окружающем мире, а следовательно, отсутствие устойчивости, линейности, разупорядоченность, разнообразие, неравновесность. Для описания процессов в природе используются два подхода: статический подход классической динамики и эволюционный взгляд, основанный на использовании понятия энтропии. Классическая или квантовая физика описывает мир как обратимый, статичный. Биологическая или социальная эволюция показывает, что сложное возникает из простого. Необратимость лежит в большинстве процессов самоорганизации. На возникающие вопросы ответ дают законы термодинамики, способствуя развитию физического мышления студентов, познанию ими современной физической картины мира, формируя научное мировоззрение и закладывая фундамент для освоения специальных дисциплин. Глубокое изучение молекулярной физики и термодинамики играет важную роль в становлении современного инженера.

Учебное пособие предназначено для студентов первых курсов дневного и заочного обучения инженерно-технических специальностей. Предлагаемое издание состоит из двух разделов: «Решение задач» и «Самостоятельные лабораторные работы». Первый раздел содержит подробный анализ и решение типовых задач и ответов на теоретические вопросы по различным темам раздела физики «Молекулярная физика и термодинамика». Второй раздел включает четыре лабораторные работы, которые имеют теоретическое описание и визуализацию выполнения лабораторных работ с их подробным объяснением и примером получения реальных данных. В каждой работе выделены наиболее важные теоретические и практические вопросы, отражающие последовательность изложения материала. Особое внимание уделено ответам на контрольные вопросы, необходимые при защитах лабораторных работ.

В методических указаниях к работам используются не только теоретические выкладки, но и достаточно большой иллюстративный материал, включающий рисунки, схемы, фотографии, выполненные на очень высоком уровне. Подобная визуализация позволит более осмысленно усваивать изучаемые разделы курса физики. Таблицы и графики – обязательная часть работы студента. В каждой работе (решении задач или выполнении лабораторной работы) необходимо стремиться к ясному пониманию того, с какой точностью получена та или иная физическая величина.

Анализ решений, ответы на задачи и теоретические вопросы приводятся непосредственно вслед за условием каждой задачи, что облегчает восприятие материала. Авторы пособия стремились использовать наиболее современные и рациональные методы решения, которые, конечно, не являются единственно возможными. Некоторые задания направлены на расширение эрудиции студентов в области физики.

При выполнении лабораторных работ студентам необходимо ясно понимать, что превышение допустимой погрешности является грубой ошибкой. В равной мере это относится как к анализу, исследованию данного явления, так и к производимым вычислениям и расчётам.

Терминология в настоящем издании выдержана в основном в рамках СИ с учетом сложившейся литературной и научной традиции.

При подготовке данного пособия авторы использовали опыт преподавания курса физики в Тамбовском государственном техническом университете.

Учебное электронное мультимедийное издание соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту по курсу общей физики для технических направлений подготовки бакалавров всех форм обучения.

При подготовке учебного электронного мультимедийного пособия к изданию были учтены замечания и рекомендации рецензентов: профессора кафедры теоретической и экспериментальной физики ФГБОУ ВО «ТГУ им. Г. Р. Державина», доктора физико-математических наук, Заслуженного деятеля науки РФ В. А. Федорова и заведующего кафедрой «Энергообеспечение предприятий и теплотехника» ФГБОУ ВО «ТГТУ», доктора технических наук, доцента А. Н. Грибкова.

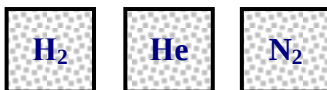
1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

1.1. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

1.1.1. БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

Задача 1

В трех одинаковых сосудах при равных условиях находится одинаковое количество водорода, гелия и азота.



Определить, какая линия на графике рис. 1.1. описывает распределение проекций скоростей молекул гелия на произвольное направление x .

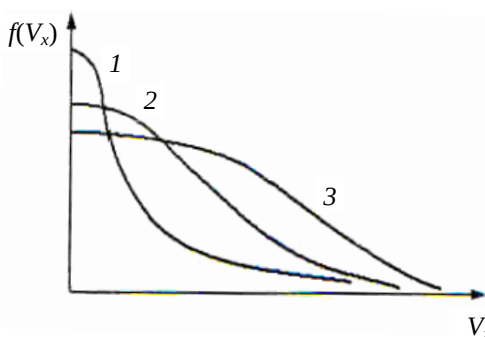


Рис. 1.1

Решение

Наиболее вероятная скорость V_v , отвечающая максимальному значению функции распределения проекций скоростей молекул на произвольное направление x , определяется соотношением

$$V_v = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}},$$

где μ – молярная масса газа.

Из соотношения видно, что наиболее вероятная скорость обратно пропорциональна квадратному корню из молярной массы газа.

Молярная масса водорода $\mu_{\text{H}_2} = 2$ г/моль, гелия $\mu_{\text{He}} = 4$ г/моль, азота $\mu_{\text{N}_2} = 14$ г/моль. Тогда распределение проекции скоростей молекул гелия на произвольное направление x будет описывать линия 2, максимум которой лежит между максимумами, соответствующими линиям 1 и 3.

Ответ: линия 2.

Задача 2

При постоянной температуре объём данной массы идеального газа возрос в 9 раз. Во сколько раз при этом изменится давление?

Решение

В изотермическом процессе при постоянной температуре объём газа обратно пропорционален давлению, тогда при увеличении объёма пара в 9 раз давление увеличится в 9 раз.

Ответ: в 9 раз.

Задача 3

От чего зависит температура кипения воды: от мощности нагревателя; от вещества сосуда, в котором нагревается вода; от атмосферного давления; от начальной температуры воды?

Решение

Температура кипения воды не может зависеть ни от мощности нагревателя, ни от вещества сосуда, в котором нагревается вода, ни от начальной температуры воды. Она зависит только от атмосферного давления.

Ответ: Температура кипения зависит от атмосферного давления.

Задача 4

На рисунке 1.2 показаны графики четырех процессов изменения состояния идеального газа. Какой из графиков является процессом изотермического сжатия?

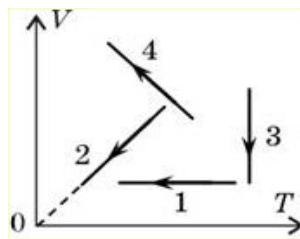


Рис. 1.2

Решение

Изотермический процесс – это процесс при постоянной температуре, следовательно, среди графиков изотермическому сжатию соответствует прямая 3, так как при уменьшении объёма температура остается неизменной.

Ответ: прямая 3.

Задача 5

Идеальный газ сначала нагревался при постоянном давлении, потом его давление увеличилось при постоянном объёме, затем при постоянной температуре давление газа уменьшилось до первоначального значения. Какой из графиков рис. 1.3 в координатных осях p - T соответствует этим изменениям состояния газа?

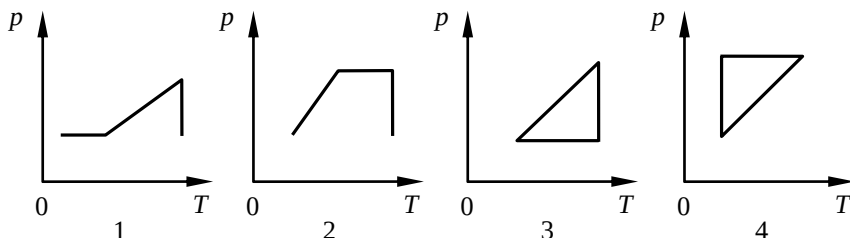


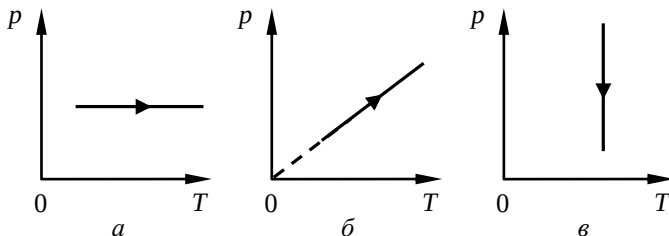
Рис. 1.3

Решение

Изобарное нагревание в осях p - T , соответствующее нагреванию идеального газа при постоянном давлении, показано на рисунке *а*.

Изохорное нагревание в осях p - T , соответствующее увеличению давления при постоянном объёме, показано на рисунке *б*.

Изотермическое сжатие в осях p - T , соответствующее уменьшению давления при постоянной температуре, показано на рисунке *в*.



Таким образом, график 1, показанный на рис. 1.3, соответствует изменениям состояния газа, описанным в задании.

Задача 6

На рисунке 1.4 показан цикл, осуществляемый с идеальным газом. Какой участок этого цикла соответствует изобарическому нагреванию?

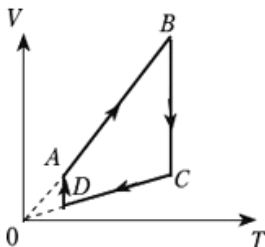
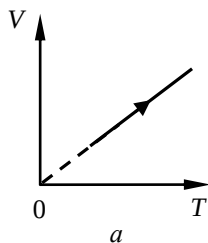


Рис. 1.4

Решение

Изобарное нагревание в осях P - V соответствует линии, показанной на поясняющем рисунке *a*.

Таким образом, правильный ответ – это участок AB .



Задача 7

Одним из подтверждений положения молекулярно-кинетической теории строения вещества о том, что частицы вещества хаотично движутся, может служить следующее утверждение: А – возможность испарения жидкости при любой температуре; Б – зависимость давления столба жидкости от глубины; В – выталкивание из жидкости погруженных в неё тел. Какое из утверждений является правильным?

Решение

Одним из подтверждений молекулярно-кинетической теории строения вещества о том, что частицы хаотично движутся, может служить утверждение, что испарение жидкости может происходить при любой температуре. Поэтому верным является утверждение А.

Ответ: утверждение А.

Задача 8

Парциальное давление водяного пара в воздухе при 20 °С равно 0,466 кПа, давление насыщенного водяного пара при этой температуре 2,33 кПа. Определить относительную влажность воздуха.

Решение

Относительная влажность воздуха – это отношение данной абсолютной влажности к максимальной абсолютной влажности при данной температуре. Определяется как отношение парциального давления водяного пара в газе к равновесному давлению насыщенного пара:

$$\varphi = \frac{p}{p_n} 100 \%$$

где p – парциальное давление водяного пара при некоторой температуре;
 p_n – давление насыщенного водяного пара при этой же температуре.

Подставив численные значения, получим:

$$\varphi = \frac{0,466}{2,33} 100 \% = 20\%.$$

Ответ: 20%.

Задача 9

На рисунке 1.5 показан график зависимости температуры T вещества от времени t . В начальный момент времени вещество находилось в кристаллическом состоянии. Какая из точек соответствует началу процесса плавления вещества?

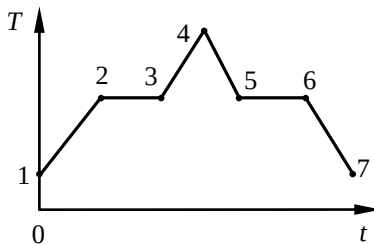


Рис. 1.5

Согласно рис. 1.5 участок 1–2 соответствует нагреванию вещества в кристаллическом состоянии от начальной температуры T_1 до температуры

плавления T_2 . Участок 2–3 соответствует плавлению вещества при постоянной температуре T_3 . На участке 3–4 вещество в жидком состоянии нагревают. Таким образом, начало процесса плавления вещества соответствует точке 2 при температуре T_2 .

Ответ: точка 2.

Задача 10

При нагревании идеального газа его абсолютная температура увеличилась в 2 раза. Как при этом изменится средняя кинетическая энергия теплового движения молекул газа?

Решение

Средняя кинетическая энергия идеального газа определяется соотношением

$$\langle E \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где i – число степеней свободы; k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура.

Средняя кинетическая энергия прямо пропорциональна температуре, поэтому при увеличении температуры в 2 раза энергия теплового движения молекул тоже увеличивается в 2 раза.

Ответ: в 2 раза.

Задача 11

В сосуде неизменного объёма находится идеальный газ в количестве 2 моль. Как надо изменить абсолютную температуру сосуда с газом, чтобы при добавлении в сосуд ещё 1 моль газа давление газа на стенки сосуда уменьшилось в 2 раза?

Решение

Согласно уравнению Менделеева–Клапейрона

$$pV = \nu RT,$$

где p – давление; V – объём; ν – количество вещества; R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура.

Выразив температуру, получим $T = \frac{pV}{\nu R}$.

Из условия следует, что количество вещества ν увеличилось в 1,5 раза, давление уменьшилось в 2 раза. Следовательно, абсолютную температуру T следует уменьшить в 3 раза.

Ответ: в 3 раза.

Задача 12

В сосуде, закрытом поршнем, находится идеальный газ. График зависимости давления газа от температуры при изменениях его состояния представлен на рис. 1.6.

Какому состоянию газа соответствует наименьшее значение объёма?

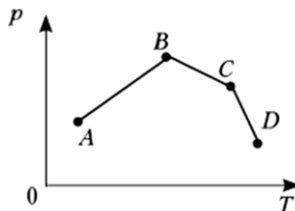
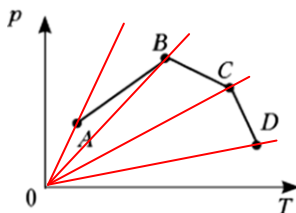


Рис. 1.6

Решение

Для того, чтобы определить, какому соотношению газа соответствует наименьшее значение объёма, проведем через точки A , B , C и D изохоры



Запишем уравнение Менделеева–Клапейрона:

$$pV = \nu RT.$$

Выразим давление $p = \frac{\nu R}{V} T$, здесь $\frac{\nu R}{V}$ является константой.

Графиком зависимости p от T при постоянном объёме является прямая, угловой коэффициент которой $\frac{\nu R}{V}$. Тогда чем больше объём V , тем меньше угловой коэффициент. Следовательно, наибольшему объёму соответствует точка D .

Ответ: точка D .

Задача 13

В сосуде, закрытом поршнем, находится идеальный газ. Процесс изменения состояния газа показан на pT -диаграмме (см. рис. 1.7).

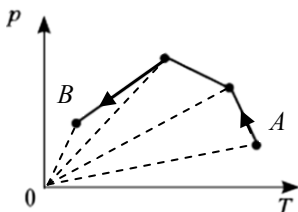


Рис. 1.7

Как изменялся объём газа при его переходе из состояния A в состояние B ?

Решение

Из соображений, приведенных в задаче 12, видно, что, чем круче идет изохора в осях p - V , тем объём ниже. Следовательно, при переходе из состояния A в состояние B объём все время уменьшается.

Ответ: уменьшается.

Задача 14

Газ объёмом 83,1 л находится в баллоне при температуре 27 °C и давлении 100 кПа. Каково количество вещества газа (в кмоль)?

$$R = 8,31 \text{ Дж/(моль К)}.$$

Решение

Согласно уравнению Менделеева–Клапейрона давление

$$pV = \nu RT,$$

где p – давление; V – объём; ν – количество вещества; R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура.

Выразим количество вещества

$$\nu = \frac{pV}{TR}.$$

Температуру выразим в градусах Кельвина $T = 27 + 273 = 300 \text{ К}$.

Подставим численные значения:

$$\nu = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 83,1}{8,31 \cdot 300} = 3,3 \text{ кмоль.}$$

Ответ: 3,3 кмоль.

Задача 15

При постоянном давлении гелий нагрели, в результате чего он совершил работу 5 кДж. Масса гелия 0,04 кг, молярная масса 4 г/моль. На какую величину увеличилась температура газа?

Решение

Работа газа A при изобарном процессе равна $A = p\Delta V$,
где p – давление; ΔV – изменение объёма.

Согласно уравнению Менделеева–Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT,$$

где m – масса; μ – молярная масса; T – температура; R – газовая постоянная; $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

Для изобарного процесса уравнение Менделеева–Клапейрона учитывает изменение объёма ΔV и при температуре ΔT примет вид

$$p\Delta V = \frac{m}{\mu} R\Delta T.$$

Тогда работа при изобарном процессе может быть найдена так:

$$A = p\Delta V = \frac{m}{\mu} R\Delta T.$$

Отсюда выразим изменение температуры

$$\Delta T = \frac{A\mu}{mR}.$$

Подставим числовые значения и получим величину изменения температуры газа.

$$\Delta T = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{0,04 \cdot 8,31} = 60 \text{ К.}$$

Ответ: на 60 К.

1.1.2. ПРОДВИНУТЫЙ УРОВЕНЬ

Задача 1

На сколько изменится температура кипения воды на высоте Эвереста? Давление у подножия горы 755 мм рт. ст., на вершине 265 мм рт. ст.

Решение

Согласно уравнению Клапейрона–Клаузиуса

$$\frac{dp}{dT} = \frac{q}{T(V_{\text{п}} - V_{\text{ж}})},$$

где q – удельная теплота парообразования воды;

$V_{\text{п}}$ – удельный объём пара;

$V_{\text{ж}}$ – удельный объём жидкости.

Удельным объёмом жидкости, по сравнению с удельным объёмом пара, можно пренебречь. Тогда

$$\frac{dp}{dT} = \frac{q}{TV_{\text{п}}}. \quad (*)$$

Пар можно считать идеальным газом. Согласно уравнению Менделеева–Клапейрона для 1 кг пара

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \quad pV = \frac{RT}{\mu p},$$

Подставив уравнение Менделеева–Клапейрона в уравнение (*), имеем

$$\frac{dp}{dT} = \frac{q}{TV_{\text{п}}} = \frac{q}{T} \frac{\mu p}{RT} \quad \text{или} \quad \frac{dp}{p} = \frac{q\mu}{RT^2} dT.$$

Запишем интеграл и проинтегрируем полученное выражение:

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = \frac{q\mu}{R} \int_{T_0}^T \frac{dT}{T^2}, \quad \ln p \Big|_{p_0}^p = \frac{q\mu}{R} \frac{1}{T} \Big|_{T_0}^T, \quad \ln \frac{p}{p_0} = \frac{q\mu}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right).$$

Окончательно имеем $p = p_0 \exp \left(\frac{q\mu}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right)$.

Отсюда $\frac{p}{p_0} = \exp \left(\frac{q\mu}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right)$.

Прологарифмируем полученное выражение

$$\ln \frac{p}{p_0} = \frac{q\mu}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)$$

и выразим относительно T

$$\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} = \frac{\ln p/p_0}{\frac{q\mu}{R}}, \quad \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} = \frac{R \ln p/p_0}{q\mu}, \quad \frac{1}{T_0} - \frac{R \ln p/p_0}{q\mu} = \frac{1}{T},$$

$$T = \frac{T_0 q\mu}{q\mu - R T_0 \ln p/p_0}, \quad T = \frac{T_0}{1 - \frac{R T_0}{q\mu} \ln p/p_0}.$$

Подставим числовые значения и рассчитаем температуру кипения

$$T = \frac{373}{1 - \frac{8,31 \cdot 373}{2,3 \cdot 10^6 \cdot 18 \cdot 10^{-3}} \ln 0,35} = 346 \text{ K} = 73^\circ \text{C}.$$

Изменение температуры кипения воды на высоте Эвереста равно:

$$\Delta T = 100 - 73 = 27^\circ \text{C}.$$

Ответ: уменьшится на 27°C .

Задача 2

Определить наиболее вероятную скорость поступательного движения молекул $v_{\text{вер}}$ одноатомного идеального газа, подчиняющегося равновесному распределению Максвелла.

Решение

Распределение Максвелла (по скоростям) для равновесного состояния идеального газа имеет вид

$$dn(v) = 4\pi n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv,$$

где $dn(v)$ – число молекул идеального газа, модули скоростей которых лежат в интервале от v до $v+dv$; n_0 – концентрация молекул; T – абсолютная температура газа; m – масса молекулы; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Величину $f(v) = \frac{dn(v)}{dv}$ называют функцией равновесного распре-

ления частиц по скоростям и тогда $f(v) = 4\pi n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$.

Максимум данной функции будет определять максимальное количество молекул, движущихся с данной скоростью, т.е. наиболее вероятную по модулю скорость молекул $v_{\text{вер}}$.

Поскольку функция $f(v)$ неотрицательна, то для нахождения её экстремума (максимума) достаточно выполнить условие $\frac{df(v)}{dv} = 0$ или

$$\frac{d\varphi(v)}{dv} = 0, \text{ где } \varphi(v) = v^2 e^{-\alpha v^2} \text{ и } \alpha = \frac{m}{2kT}.$$

$$\text{Найдем производную } \frac{d\varphi(v)}{dv} = \frac{d}{dv} \left(v^2 e^{-\alpha v^2} \right) = \frac{d}{dv} (v^2) e^{-\alpha v^2} + v^2 \frac{d}{dv} e^{-\alpha v^2}.$$

$$\frac{d\varphi(v)}{dv} = 2ve^{-\alpha v^2} + v^2 e^{-\alpha v^2} \frac{d}{dv} (-\alpha v^2) = 2ve^{-\alpha v^2} - v^2 e^{-\alpha v^2} 2\alpha v = 2ve^{-\alpha v^2} (1 - \alpha v^2).$$

Для того, чтобы $\frac{d\varphi(v)}{dv} = 0$, достаточно, чтобы $(1 - \alpha v^2) = 0$ или

$$1 = \alpha v^2, \quad v = \sqrt{\frac{1}{\alpha}}, \text{ где } v = v_{\text{вер}}.$$

Тогда наиболее вероятная скорость определяется как $v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$.

$$\text{Ответ: } v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

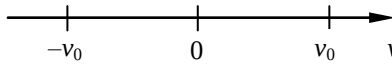
Задача 3

Частицы с одинаковыми массами и равной вероятностью имеют любую скорость в интервале от v_0 до $-v_0$.

Равновероятны ли их энергии? Запишите закон распределения по скоростям, по энергиям и найдите среднюю скорость, модуль средней скорости и средний квадрат скорости.

Решение

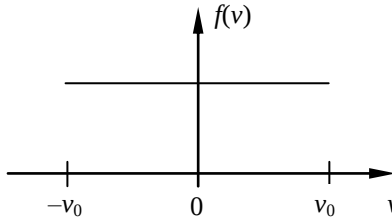
Величина скорости v может изменяться в диапазоне от $-v_0$ до $+v_0$,



причем в этом диапазоне она изменяется равновероятно. Отложим по вертикальной оси функцию распределения $f(v)$

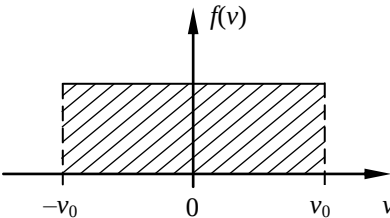
$$dW = f(v)dv.$$

Если известно, что функция распределения – это некоторая константа, то получим следующий вид:



Запишем функцию распределения скорости $f(v)$, учитывая условия нормировки.

Если мы просуммируем по всем возможным состояниям, то есть найдем площадь под графиком $f(v)$, то должна получиться единица.



$$\int_{-v_0}^{v_0} f(v)dv = 1.$$

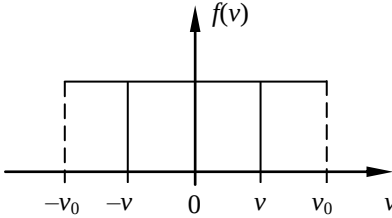
Тогда закон распределения по скоростям примет вид

$$f(v) = \frac{1}{2v_0}.$$

Теперь найдем функцию распределения по энергиям. Энергия E частицы массой m , движущейся со скоростью v , равна:

$$E = \frac{mv^2}{2}.$$

Вероятность иметь энергию $dW(E)$, будет реализовано для двух скоростей v и $-v$.



$$dW(E) = 2dW(v),$$

$$dW(E) = f(E)dE,$$

$$dW(E) = 2dW(v) = 2 \frac{1}{2v_0} dv.$$

Свяжем переменные dv и dE , используя соотношения для энергии $E = \frac{mv^2}{2}$, получим $dv = \frac{dE}{\sqrt{2mE}}$.

Окончательно получим закон распределения по энергиям:

$$f(E) = \frac{1}{v_0 \sqrt{2mE}}$$

Среднюю скорость находим интегрированием закона распределения по скоростям в пределах от $-v_0$ до $+v_0$:

$$\langle v \rangle = \int_{-v_0}^{v_0} v \frac{1}{2v_0} dv = \frac{1}{2v_0} \left. \frac{v^2}{2} \right|_{-v_0}^{v_0} = \frac{1}{2v_0} \left(\frac{v_0^2}{2} + \frac{v_0^2}{2} \right) = \frac{1}{2v_0} \frac{2v_0^2}{2} = \frac{v_0}{2}.$$

Модуль средней скорости находим аналогично:

$$\langle |v| \rangle = \int_{-v_0}^{v_0} |v| \frac{1}{2v_0} dv = 2 \int_0^{v_0} \frac{v}{2v_0} dv = \frac{v_0}{2}.$$

Средний квадрат скорости находим интегрированием квадрата скорости и закона распределения по скоростям:

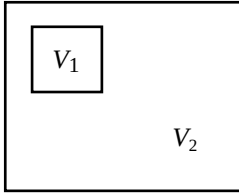
$$\langle v^2 \rangle = \int_{-v_0}^{v_0} v^2 \frac{1}{2v_0} dv = 2 \int_0^{v_0} \frac{v^2}{2v_0} dv = \frac{2}{2v_0} \left. \frac{v^3}{3} \right|_0^{v_0} = \frac{v_0^2}{3}.$$

Задача 4

В воздухе при нормальных условиях выделен объём $V = 7 \cdot 10^{-20} \text{ см}^3$. Какова доля времени, в течение которого в этом объёме находится более двух молекул.

Решение

Пусть объём воздуха в комнате V_2 , а в выделенном объёме – V_1 .



Внутри объёма V_1 находится N_1 молекул, а внутри объёма $V_2 - N_2$ молекул. Найдём вероятность такого распределения молекул, если всего молекул N .

Одна молекула может находиться либо в объёме V_1 , либо в объёме V_2 .

Вероятность p попадания в объём V_1 равна $p = \frac{V_1}{V_1 + V_2}$.

Тогда вероятность нахождения молекулы в объёме V_2 равна

$$1 - p = \frac{V_2}{V_1 + V_2}.$$

Вероятность того, что N молекул будут распределены так, что в объёме V_1 находится N_1 молекул, а в объёме $V_2 - N_2$ молекул, равна

$$W = \frac{N!}{N_1! \cdot N_2!} p^{N_1} (1 - p)^{N_2},$$

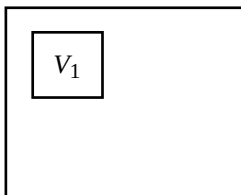
где $N!$ – всего возможных перестановок; $N_1!$ – число возможных перестановок внутри V_1 ; $N_2!$ – число возможных перестановок внутри V_2 .

Молекулы, находящиеся внутри объёма V , могут меняться местами, если молекулы меняются внутри объёма V_1 или V_2 , то состояние не меняется, но если меняются молекулы из V_1 и V_2 , то состояние может измениться.

Перепишем в следующем виде:

$$W = \frac{N!}{N_1! (N - N_1)!} p^{N_1} (1 - p)^{N - N_1}.$$

Теперь у нас осталось общее число молекул N и количество молекул N_1 внутри объёма V_1 .



Пусть объём V_1 маленький, а объём V очень большой:

$$V_1 = \text{const}, V \rightarrow \infty.$$

Если $V \rightarrow \infty$ при неизменном числе частиц, в объём V_1 может не попасть ни одна частица, так как газ слишком разреженный, чтобы этого избежать, число частиц N тоже устремим к бесконечности $N \rightarrow \infty$.

Тогда вероятность $p \rightarrow 0$, а концентрация частиц равна $Np = \text{const}$, то есть будет постоянной величиной: $Np = \text{const} = \langle N_{V_1} \rangle$.

Перейдя к пределу для функции вероятности W , получим

$$W(N_{V_1}, \langle N_{V_1} \rangle) = e^{-\langle N_{V_1} \rangle} \frac{\langle N_{V_1} \rangle^{N_{V_1}}}{N_{V_1}!},$$

где N_{V_1} – число частиц внутри объёма V_1 (текущее число); $\langle N_{V_1} \rangle$ – среднее число частиц внутри объёма V_1 .

Таким образом, было получено распределение Пуассона.

Применим полученный результат к нашей задаче.

Пусть есть большой объём. Концентрация $n = \frac{p}{kT}$, $n = \frac{\langle N_{V_1} \rangle}{V_1}$.

Для ответа на вопрос задачи посчитаем концентрацию при условиях:

$$N_{V_1} = 0,$$

$$N_{V_1} = 1,$$

$$N_{V_1} = 2.$$

Тогда отнимая из единицы вероятность нахождения, $N_{V_1} = 0$, $N_{V_1} = 1$, $N_{V_1} = 2$, получим вероятность нахождения больше двух частиц.

W^* – вероятность того, что в объёме больше двух частиц.

$$W^* = 1 - W(0, \langle N_{V_1} \rangle) - W(1, \langle N_{V_1} \rangle) - W(2, \langle N_{V_1} \rangle).$$

Посчитав соответствующие вероятности, получим

$$W(0, \langle N_{V_1} \rangle) = 0,139, \quad W(1, \langle N_{V_1} \rangle) = 0,273, \quad W(2, \langle N_{V_1} \rangle) = 0,269,$$

$$W^* = 1 - 0,139 - 0,273 - 0,269 = 0,319 .$$

Ответ: 0,319.

Задача 5

В сосуде находится по 1 моль гелия и азота. При какой температуре число молекул со скоростями от 999 до 1001 м/с одинаково для обоих газов?

Решение

$$\text{Для молекул гелия } \frac{dN}{N} = dW = 4\pi v^2 \left(\frac{m_1}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_1 v^2}{2kT}} dv .$$

$$\text{Для молекул азота } \frac{dN}{N} = dW = 4\pi v^2 \left(\frac{m_2}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_2 v^2}{2kT}} dv .$$

$$dv = 2 \text{ м/с}, \quad v = 1000 \text{ м/с}.$$

Поделив одно выражение на другое, получим

$$\left(\frac{m_1}{m_2} \right)^{3/2} = e^{\frac{v^2(m_1 - m_2)}{2kT}}, \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{\mu_1 N_A}{N_A \mu_2} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{7} .$$

$$\left(\frac{1}{7} \right)^{3/2} = e^{\frac{1000^2 \left(\frac{4 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{23}} - \frac{28 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{23}} \right)}{2kT}}, \quad \ln \left(\frac{1}{7} \right)^{3/2} = \frac{10^6 \left(\frac{2}{3 \cdot 10^{26}} - \frac{14}{3 \cdot 10^{26}} \right)}{2kT},$$

$$-2,92 = \frac{-4 \cdot 10^{-20}}{2kT} \Rightarrow kT = \frac{2 \cdot 10^{-20}}{2,92} = 6,85 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

$$\text{Температура } T = \frac{6,85 \cdot 10^{-21}}{1,38 \cdot 10^{-23}} = 497 \text{ К}.$$

Ответ: 497 К.

Задача 6

Внутри сферы радиусом R рождаются частицы, скорости которых подчиняются распределению Максвелла.

Чему равна плотность потока молекул вблизи поверхности сферы? Найдите момент времени t_0 , когда поток становится максимальным.

Решение

Вероятность иметь скорость $W(v) = \frac{dN}{N}$, где $\frac{dN}{N}$ — доля молекул из всех, имеющих определенную скорость, задается функцией распределения Максвелла $W(v) = \frac{dN}{N} = f(v)dv$,

$$dN = N 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv.$$

Считаем, что молекула движется равномерно от центра к поверхности сферы.

Время t движения молекул $t = \frac{R}{v}$

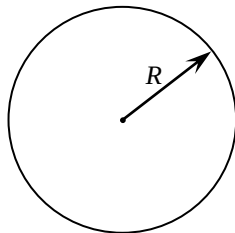
$$dt = -\frac{R}{v^2} dv.$$

Подставим в соотношение для dN и получим для потока j

$$j = \frac{dN}{Sdt} = \frac{dN}{4\pi R^2 dt} = NR \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mR^2}{2kTt^2}} \frac{1}{t^4}.$$

Для нахождения момента времени, когда поток становится максимальным, продифференцируем по времени и приравняем к нулю:

$$-\frac{4}{t} + \frac{mR^2}{kTt^3} = 0, \text{ отсюда получаем } t_0 = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{m}{kT}}.$$



1.2. ТЕРМОДИНАМИКА

1.2.1. БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

Задача 1

На pV -диаграмме изображены два циклических процесса.

Определить отношение работ A_1/A_2 , совершенных в каждом цикле.

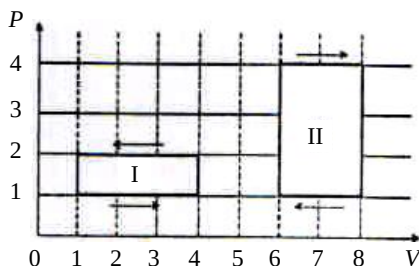


Рис. 1.8

Решение

Работа в термодинамике находится как площадь фигуры под графиком в осях p - V , а работа за циклом – это площадь замкнутой фигуры в тех же осях.

$$\text{Тогда } \frac{A_1}{A_2} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}.$$

Работа A_1 отрицательна, так как работа над газом больше работы газа, а работа A_2 положительна, так как газ совершает большую работу, чем работа над газом.

$$\text{Ответ: } -\frac{1}{2}$$

Задача 2

Как называется процесс, изображенный на рис. 1.9 в координатах T - S , где S – энтропия?

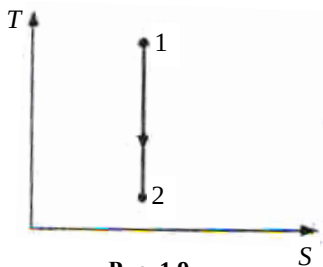


Рис. 1.9

Решение

Изоэнтروпийным называется процесс, протекающий при постоянной энтропии. В адиабатном процессе $dQ = TdS = 0$, так как $dS = 0$, значит энтропия $S = \text{const}$, поэтому процесс, изображенный на рисунке, является изоэнтропийным и будет соответствовать адиабатическому расширению.

Ответ: адиабатическое расширение.

Задача 3

Каким уравнением описывается изобарический процесс?

Решение

При изобарическом процессе давление идеального газа является константой, $p = \text{const}$ по определению. Тогда из уравнения состояния идеального газа $\frac{pV}{T} = \text{const}$ при постоянной массе данного газа следует уравнение $\frac{V}{T} = \text{const}$ или $V_1T_2 = V_2T_1$.

Ответ: $V_1T_2 = V_2T_1$.

Задача 4

Число степеней свободы молекулы определяется выражением

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{колеб}},$$

где $i_{\text{пост}}$, $i_{\text{вращ}}$ и $i_{\text{колеб}}$ – число степеней свободы поступательного, вращательного и колебательного движений молекулы соответственно.

Определить число степеней свободы i для молекулы водяного пара (H_2O) при обычных температурах.

Решение

Число степеней свободы для молекулы водяного пара (H_2O) складывается из трех степеней свободы поступательного движения и трех степеней свободы вращательного движения.

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} = 3 + 3 = 6.$$

Поэтому при обычных температурах число степеней свободы 6.

Ответ: 6.

Задача 5

При каком процессе теплоёмкость газа равна бесконечности?

Решение

Теплоёмкостью газа $C = \frac{dQ}{dT}$ называется отношение сообщенного количества теплоты dQ к изменению температуры dT . При изотермическом процессе температура постоянна, следовательно, $dT = 0$, согласно первому началу термодинамики количество теплоты dQ равно работе δA , т.е.

$$dQ = \delta A.$$

Поэтому теплоёмкость при изотермическом процессе бесконечно велика.

Ответ: при изотермическом процессе.

Задача 6

Температура медного образца массой 100 г повысилась с 20 до 60 °С. Определить, какое количество теплоты получил образец (в Дж)? (удельная теплоёмкость меди $c = 0,39 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К)).

Решение

Количество теплоты Q , требуемое для нагревания медного образца, рассчитывается по формуле

$$Q = cm(t_2 - t_1),$$

где c – удельная теплоёмкость; m – масса; t_1 , t_2 – начальная и конечная температура соответственно.

Подставим численные значения

$$Q = 0,39 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot (60 - 20) = 1560 \text{ Дж.}$$

Ответ: 1560 Дж.

Задача 7

Одноатомный идеальный газ поглощает количество теплоты 2 кДж. При этом температура газа повышается на 20 К. Работа, совершаемая газом в этом процессе, равна 1 кДж. Определить количество вещества газа (в молях).

Решение

Согласно первому началу термодинамики сообщенное количество теплоты Q равно сумме изменения внутренней энергии ΔU и работы газа A .

$$Q = \Delta U + A.$$

Тогда $\Delta U = Q - A = 2 - 1 = 1$ кДж.

Изменение внутренней энергии для одноатомного идеального газа

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T,$$

где ν – количество вещества; R – универсальная газовая постоянная; ΔT – изменение температуры.

Отсюда количество вещества ν будет равно $\nu = \frac{2}{3} \frac{\Delta U}{R \Delta T}.$

Подставив численные значения, получим $\nu = \frac{2}{3} \frac{10^3}{8,31 \cdot 20} = 4$ моль.

Ответ: 4 моль.

Задача 8

Тепловая машина за цикл работы получает от нагревателя количество теплоты 100 Дж и отдает холодильнику 40 Дж. Чему равен КПД тепловой машины?

Решение

КПД тепловой машины равен $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} 100\%.$

где Q_1 – количество теплоты, полученное от нагревателя; Q_2 – количество теплоты, отданное холодильнику.

Подставив численные значения, получим $\eta = \frac{100 - 40}{100} 100\% = 60\%.$

Ответ: 60%.

Задача 9

Кусок льда, имеющий температуру 0°C , помещен в калориметр с электронагревателем. Чтобы растопить лёд и нагреть получившуюся воду

до температуры 10°C , требуется количество теплоты 200 кДж . Какая температура установится внутри калориметра, если лёд получит от нагревателя количество теплоты 220 кДж ? Теплоёмкостью калориметра и теплообменом с внешней средой пренебречь. Удельная теплоёмкость воды $4,2\cdot 10^3\text{ Дж/}(\text{кг}\cdot\text{K})$, удельная теплота плавления льда $3,3\cdot 10^5\text{ Дж/кг}$.

Решение

Количество теплоты Q , получаемое от нагревателя, идет на плавление льда и нагревание полученной воды:

$$Q = \lambda m + cm(t - t_0),$$

где λ – удельная теплота плавления льда; m – масса льда; t – конечная температура; t_0 – начальная температура.

Тогда, если сообщить количество теплоты Q_1 , то вода нагреется до температуры t_1 , а если сообщить количество теплоты Q_2 , то до температуры t_2 .

$$Q_1 = \lambda m + cm(t_1 - t_0), \quad (1)$$

$$Q_2 = \lambda m + cm(t_2 - t_0). \quad (2)$$

Вынесем массу m за скобки и поделим уравнение (1) на уравнение (2):

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\lambda + c(t_1 - t_0)}{\lambda + c(t_2 - t_0)}.$$

Перенесём числитель и знаменатель в левую и правую часть:

$$\frac{Q_2}{Q_1} (\lambda + c(t_1 - t_0)) = \lambda + c(t_2 - t_0),$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} (\lambda + c(t_1 - t_0)) - \lambda = c(t_2 - t_0).$$

Выразим относительно температуры t_2 :

$$t_2 - t_0 = \frac{\frac{Q_2}{Q_1} (\lambda + c(t_1 - t_0)) - \lambda}{c},$$

$$t_2 = t_0 + \frac{\frac{Q_2}{Q_1} (\lambda + c(t_1 - t_0)) - \lambda}{c}.$$

Подставим численные значения величин и вычислим

$$t_2 = 0 + \frac{\frac{220 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^3} (3,3 \cdot 10^5 + 4200 (10 - 0)) - 3,3 \cdot 10^5}{4200} = 19 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Ответ: $19 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Задача 10

Идеальный газ получил количество теплоты 100 Дж и совершил работу 300 Дж. Насколько раз при этом, изменилась внутренняя энергия газа?

Решение

Согласно первому началу термодинамики сообщенное количество теплоты Q идет на изменение внутренней энергии ΔU и совершение работы A :

$$Q = \Delta U + A.$$

Тогда $\Delta U = Q - A$.

Подставим численные значения: $\Delta U = 100 - 300 = -200$ Дж.

Ответ: внутренняя энергия уменьшилась на 200 Дж.

Задача 11

Тепловая машина с КПД 75% за цикл работы отдает холодильнику количество теплоты 100 Дж. Какое количество теплоты за цикл машина получает от нагревателя (в Дж) ?

Решение

КПД η тепловой машины можно найти по формуле

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 – количество теплоты, получаемое от нагревателя; Q_2 – количество теплоты, отдаваемое холодильнику.

Выразим Q_1 :

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}, \quad \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \eta, \quad Q_1 = \frac{Q_2}{1 - \eta}.$$

Подставим численные значения:

$$Q_1 = \frac{100}{1 - 0,75} = \frac{100}{0,25} = 400 \text{ Дж.}$$

Ответ: 400 Дж.

Задача 12

Определить максимальный КПД (в %) тепловой машины с температурой нагревателя 327°C и температурой холодильника 27°C .

Решение

КПД η идеальной тепловой машины можно найти по формуле

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя; T_2 – температура холодильника.

Подставим численные значения, выразив температуру в градусах Кельвина:

$$\eta = \frac{(327 + 273) - (27 + 273)}{(327 + 273)} = \frac{600 - 300}{600} = 0,5.$$

Ответ: 50 %.

Задача 13

Температура нагревателя идеального теплового двигателя Карно 227°C , а температура холодильника 27°C . Рабочее тело двигателя совершает за цикл работу, равную 10 кДж. Какое количество теплоты (в Дж) получает рабочее тело от нагревателя за один цикл?

Решение

КПД η идеальной тепловой машины можно найти по формуле

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя; T_2 – температура холодильника.

КПД любой тепловой машины равно отношению работы A к собственному количеству теплоты Q_1 :

$$\eta = \frac{A}{Q_1}, \quad \frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad Q_1 = \frac{AT_1}{T_1 - T_2}.$$

Подставим численные значения, выразив температуру в градусах Кельвина:

$$T_1 = 227 + 273 = 500 \text{ K}, \quad T_2 = 27 + 273 = 300 \text{ K},$$

$$Q_1 = \frac{10 \cdot 500}{500 - 300} = 25 \text{ кДж}.$$

Соответственно, за два цикла рабочее тело получит от нагревателя:

$$Q = 2 \cdot Q_1 = 25 \cdot 2 = 50 \text{ кДж}.$$

Ответ: 50 кДж.

Задача 14

Идеальный газ переходит изотермически из одного состояния в другое. Что происходит с газом при увеличении его объёма?

Решение

При изотермическом процессе давление и объём обратно пропорциональны. Это следует из уравнения изотермического процесса:

$$pV = \text{const}.$$

Следовательно, при увеличении объёма давление уменьшается, газ расширяется, совершая при этом положительную работу за счет сообщенного газу количества теплоты.

Ответ: газу сообщают некоторое количество теплоты.

Задача 15

Что происходит с внутренней энергией газа при понижении его температуры?

Решение

Внутренняя энергия U является функцией температуры T и определяется по формуле

$$U = \frac{i}{2} \nu RT ,$$

где i – число степеней свободы; R – газовая постоянная; ν – количество вещества.

Отсюда видно, что при понижении температуры внутренняя энергия уменьшается.

Ответ: уменьшается.

1.2.2. ПРОДВИНУТЫЙ УРОВЕНЬ

Задача 1

Найдите теплоёмкость процесса, показанного на рисунке.

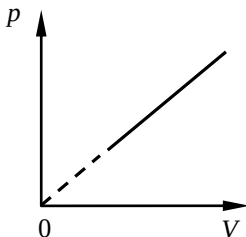


Рис. 1.10

Решение

Из рисунка видно, что процесс подчиняется уравнению $p = \alpha V$.

Запишем первое начало термодинамики $\delta Q = dU + \delta A$.

Учитывая, что $\delta A = p dV$, $\delta Q = C dT$, получим $C dT = dU + p dV$,

откуда $\left(\frac{dU}{dT}\right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = C_V$ – теплоёмкость при постоянном объёме.

Согласно уравнению Менделеева–Клапейрона

$$pV = \nu RT \text{ при } \nu = 1 \text{ моль.}$$

Продифференцируем левую и правую части $p dV + V dp = R dT$

$$dT = \frac{p dV + V dp}{R},$$

$$C = C_V + pR \frac{dV}{p dV + V dp} = C_V + \alpha V R \frac{dV}{\alpha V dV + V \alpha dV}.$$

Сократив αV и dV , получим $C = C_V + \frac{R}{2}$.

Задача 2

В вакууме находится капля масла, внутри которой идеальный газ. Капелька может обмениваться энергией с окружающей средой. Найдите теплоёмкость газа.

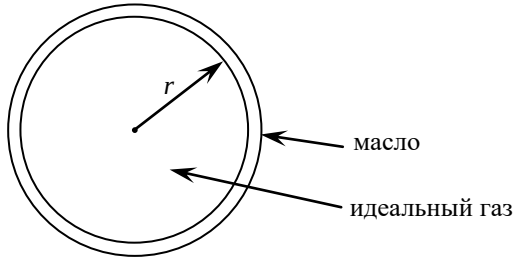


Рис. 1.11

Решение

По формуле Лапласа давление p внутри капли

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны.

Учитывая, что стенки тонкие и поверхностей две, приходим к виду

$$p = \frac{4\sigma}{r},$$

где r – радиус капли; σ – коэффициент поверхностного натяжения.

Теплоёмкость при изотермическом сжатии единицы поверхности

$$C = C_V + p \frac{dV}{dT}, \quad dT = \frac{pdV + Vdp}{R}, \quad C = C_V + pR \frac{dV}{pdV + Vdp}.$$

Найдём дифференциалы dV и dp .

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3, \quad dV = 4\pi r^2 dr, \quad p = \frac{4\sigma}{r}, \quad dp = -\frac{4\sigma}{r^2} dr.$$

В результате получим

$$C = C_V + \frac{4\sigma}{r} R \frac{4\pi r^2 dr}{\frac{4\sigma}{r} 4\pi r^2 dr - \frac{4}{3}\pi r^3 \frac{4\sigma}{r^2} dr}.$$

Сократив 4σ и dr , получим $C = C_V + R \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = C_V + \frac{3}{2}R$.

Задача 3

В теплоизолированном сосуде под поршнем находится 1 моль идеального одноатомного газа. В некоторый момент времени давление на поршень резко возрастает в 2 раза, а после установления теплового равновесия также резко падает в 2 раза. Определите изменение энтропии газа в этом процессе.

Решение

Энтропия газа $dS = \frac{\delta Q}{T}$.

Согласно первому началу термодинамики $\delta Q = dU + \delta A$.

Изменение внутренней энергии $dU = \nu C_V dT$.

Работа $\delta A = p dV$.

Тогда энтропия dS будет равна

$$dS = \frac{\nu C_V dT + p dV}{T} \quad \text{или} \quad dS = \nu C_V \frac{dT}{T} + \nu R \frac{dV}{V}.$$

Проинтегрировав обе части, получим изменение энтропии

$$\Delta S = \int dS = \nu C_V \ln \frac{T_k}{T_n} + \nu R \ln \frac{V_k}{V_n},$$

где T_n и T_k , V_n и V_k , – начальные и конечные значения температуры T и объёма V соответственно.

Для нахождения начальной температуры T_n и конечной температуры T_k проведём следующие размышления.

Пусть давление на поршень оказывает стоящая на нём гиря массой m . Тогда давление p_1 будет равно $p_1 = \frac{mg}{S_{\perp}}$, где $S_{\perp}$ – площадь поверхности поршня.

Две одинаковые гири оказывают давление $p_2 = \frac{2mg}{S_{\perp}} = 2p_1$.

Из рисунка 1.12 видно, что объём $V_1 = h_1 S_{\perp}$, $V_2 = h_2 S_{\perp}$, $V_3 = h_3 S_{\perp}$.

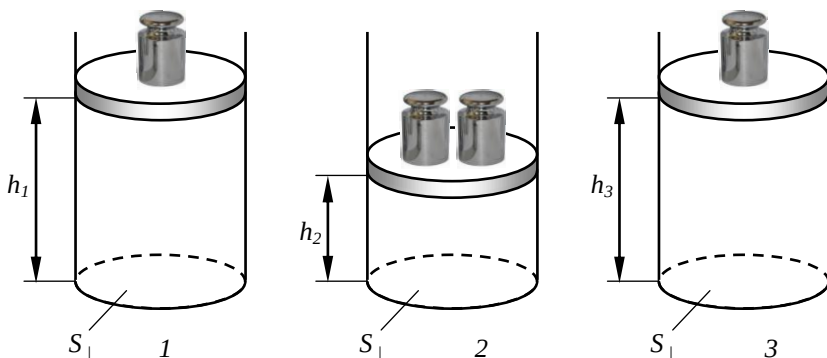


Рис. 1.12

Найдём работу A_{12} при переходе газа из положения 1 в положение 2.

Работа газа A_{12} равна работе над газом, совершенной поршнем A_{mg12} под действием силы тяжести, взятой с противоположным знаком:

$$A_{12} = -A_{mg12} = -2mg(h_1 - h_2) = -\left(\frac{2mg}{S_{\perp}}(h_1 - h_2)\right)S_{\perp}.$$

Далее преобразовываем и получаем

$$A_{12} = -(2p_1V_1 - 2p_1V_2) = -(2p_1V_1 - p_2V_2) = p_2V_2 - 2p_1V_1.$$

Применяя уравнение Менделеева–Клапейрона, получим для 1 моль газа $A_{12} = RT_2 - 2RT_1 = R(T_2 - 2T_1)$.

Применим первое начало термодинамики $Q = \Delta U + A$, т.е. сосуд теплоизолированный $Q = 0$, тогда $\Delta U_{12} = -A_{12}$.

Изменение внутренней энергии равно $\Delta U_{12} = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1)$.

$$\frac{3}{2}R(T_2 - T_1) = R(T_2 - 2T_1) \Rightarrow T_2 = \frac{7}{5}T_1.$$

Аналогично для работы A_{23} :

$$A_{23} = -mg(h_2 - h_3) = mg(h_3 - h_2) = \left(\frac{mg}{S_{\perp}}(h_3 - h_2)\right)S_{\perp}.$$

Далее преобразовываем и получаем

$$A_{23} = p_1 V_3 - p_1 V_2 = p_3 V_3 - \frac{1}{2} p_2 V_2 = R \left(T_3 - \frac{1}{2} T_2 \right).$$

Отсюда $\Delta U_{23} = \frac{3}{2} R (T_3 - T_2).$

Первое начало термодинамики для этого случая $Q = \Delta U_{23} + A_{23}.$

С учетом того, что сосуд теплоизолированный и $Q = 0,$

$$0 = \frac{3}{2} R (T_3 - T_2) + R \left(T_3 - \frac{1}{2} T_2 \right).$$

Отсюда $\frac{3}{2} T_3 - \frac{21}{10} T_1 + T_3 - \frac{7}{10} T_1 = 0 \Rightarrow \frac{5}{2} T_3 = \frac{28}{10} T_1 \Rightarrow T_3 = \frac{28}{25} T_1.$

Итак, получаем окончательно $T_{\text{н}} = T_1, \quad T_{\text{к}} = T_3 = \frac{28}{25} T_1.$

Состояние 1 и 2 равновесные, для них можно написать уравнение

Менделеева–Клапейрона $p_3 V_3 = R T_3, \quad p V_1 = R T_1, \quad \frac{V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_1}.$

Тогда изменение энтропии газа в этом процессе равно

$$\Delta S = S_3 - S_1 = \frac{3}{2} R \ln \frac{T_3}{T_1} + R \ln \frac{T_3}{T_1} = \frac{5}{2} R \ln \frac{28}{25} = \frac{5}{2} 8,31 \cdot \ln 1,12 = 2,354.$$

Ответ: 2,354.

2. САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

**ИЗМЕРЕНИЕ РАБОТЫ РАСШИРЕНИЯ ГАЗА
ПРИ ИЗОБАРНОМ ПРОЦЕССЕ,
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГАЗОВОЙ ПОСТОЯННОЙ R
И ПРОВЕРКА ПЕРВОГО НАЧАЛА ТЕРМОДИНАМИКИ**

Цель работы: определить работу расширения газа при изобарном процессе, определить газовую постоянную R , сделать проверку первого начала термодинамики.

Оборудование: термостат с контактным термометром, колба, заполненная воздухом и совмещенная с водяным манометром для определения изменения объёма.

Описание установки и методические указания

Внешний вид установки показан на рис. 1, принципиальная схема – на рис. 2. Работу расширения в данной установке совершает воздух, заключённый в сосуде В, который соединён с U-образной трубкой.

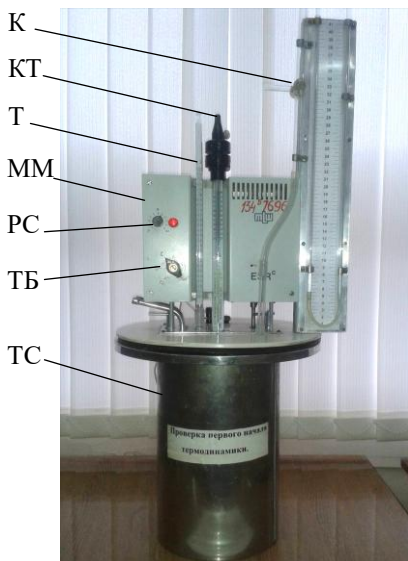


Рис. 1

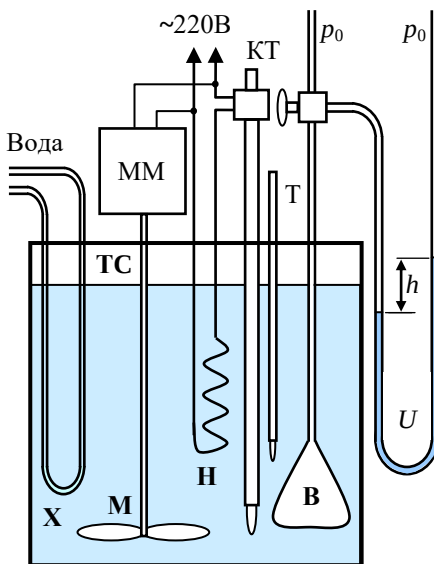


Рис. 2

В этой трубке находится вода, играющая роль поршня. Сосуд помещён в термостат ТС с водой. При нагревании воды воздух в колбе расширяется.

ряется. Уровень воды в U-образной трубке перемещается. При этом совершается работа против внешнего давления. Это давление складывается из атмосферного давления p_0 и давления Δp , возникающего вследствие разности уровней воды h в коленях U-образной трубки. Однако, если разность уровней не превосходит 20 см, то Δp составляет не более 2% от p_0 . Поэтому можно считать, что во время опыта давление остаётся почти постоянным, и использовать для расчёта величину атмосферного давления. В верхней части стеклянной трубки имеется кран К, соединяющий рабочий объём с атмосферой p_0 . Он позволяет фиксировать начальное положение мениска в U-образной трубке независимо от начальной температуры и атмосферного давления. Объём сосуда В значительно больше объёма стеклянной трубки, соединяющей её с краном К и U-образной трубкой, находящейся вне термостата. Поэтому можно считать, что практически весь газ находится при температуре термостата.

Термостат ТС имеет нагреватель Н, включаемый тумблером ТБ, и регулятор скорости РС нагрева, находящиеся на моторе мешалки ММ, а также холодильник Х, охлаждаемый проточной водой для быстрого охлаждения воды в термостате ТС после выполнения работы и подготовки его к следующей лабораторной работе. Кроме того, в термостате имеется мешалка М для перемешивания воды и специальная система, позволяющая с помощью контактного термометра КТ автоматически поддерживать температуру воды в термостате ТС на уровне заданной величины. Температура измеряется стеклянным термометром Т с погрешностью 0,5 °С.

Контактный термометр КТ управляет работой электромагнитного реле, замыкающего и размыкающего цепь питания электронагревателя Н при достижении заданной температуры. Вращая головку регулировочного магнита контактного термометра КТ, изменяют положение проволоочки, опущенной в капилляр. Пользуясь шкалой, устанавливают острие проволоочки против соответствующего деления. При включении нагревателя загорается сигнальная лампочка. По мере нагревания воды ртуть в капилляре поднимается и, достигнув заданной температуры, соприкасается с проволоочкой. При этом замыкается цепь электромагнитного реле, которое, срабатывая, размыкает цепь, питающую электронагреватель Н. Электронагреватель автоматически отключается, сигнальная лампочка гаснет, показывая, что заданная температура достигнута. При этом мешалка продолжает работать, выравнивая температуру воды в термостате.

Задание 1. Определение работы расширения газа при изобарном процессе

Расширяясь, газ совершает работу по перемещению поршня δA , равную $p dV$. Во время изобарного процесса работа газа при увеличении объёма от V_1 до V_2 равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1). \quad (1)$$

В данной работе нужно экспериментально определить работу A расширения воздуха при изобарном нагревании:

$$A = p \Delta V, \quad (2)$$

где p – атмосферное давление; $\Delta V = S \Delta h$ – приращение объёма газа;

$S = \frac{\pi D^2}{4}$ – площадь сечения манометрической трубки, диаметр D которой равен 4 мм; Δh – повышение уровня мениска по сравнению с начальным в правом колене манометрической трубки, соответствующее изменению температуры ΔT при нагревании газа в колбе.

Задание 2. Определение газовой постоянной R

Запишем уравнение Менделеева–Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (3)$$

где R – газовая постоянная; V – объём газа; m – масса газа; M – молярная масса газа; T – термодинамическая температура газа.

Пусть V_0 – объём воздуха в колбе вместе с подводными трубками при комнатной температуре. Тогда V_0 легко вычислить, если рассмотреть уравнение Менделеева–Клапейрона для двух различных состояний газа:

1) при комнатной температуре T_0

$$pV_0 = \frac{m}{M} RT_0; \quad (4)$$

2) при температуре $T_0 + \Delta T$

$$p(V_0 + \Delta V) = \frac{m}{M} R(T_0 + \Delta T). \quad (5)$$

Поделив уравнение (5) на уравнение (4), получим

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\Delta T}{T_0},$$

откуда объём газа равен

$$V_0 = \frac{T_0 \Delta V}{\Delta T}. \quad (6)$$

Учитывая, что масса газа может быть найдена как произведение плотности воздуха ρ на объём V_0 , окончательно получим

$$m = \rho V = \rho \frac{T_0 \Delta V}{\Delta T} = \rho \frac{T_0 S \Delta h}{\Delta T}, \quad (7)$$

где $\rho = 1,20 \text{ кг/м}^3$; ΔT – приращение температуры, выбранное экспериментатором.

Так как нагрев воздуха происходит при постоянном давлении, то, продифференцировав уравнение Менделеева–Клапейрона по объёму, получим

$$pdV = \frac{m}{M} R dT. \quad (8)$$

Газовая постоянная R численно равна работе одного моля газа при изобарном нагревании его на один градус. Переходя в уравнении (8) к конечным приращениям ΔT и ΔV , получим

$$\Delta V = \frac{mR}{Mp} \Delta T. \quad (9)$$

Выразим из уравнения (9) газовую постоянную R :

$$R = \frac{p \Delta V}{\frac{m}{M} \Delta T}. \quad (10)$$

Из выражения (9) следует, что при небольших ΔT зависимость приращения объёма от температуры должна быть линейной. Таким образом, зная экспериментальные значения приращения объёма ΔV и соответствующие им значения приращения температуры ΔT , можно из уравнения (10) оценить значение газовой постоянной R .

Задание 3. Проверка первого начала термодинамики

Согласно первому началу термодинамики при изобарном нагревании газ поглощает некоторое количество тепла ΔQ , равное

$$\Delta Q = \Delta U + A, \quad (11)$$

где ΔU – изменение внутренней энергии газа, равное

$$\Delta U = \frac{im}{2M} R \Delta T, \quad (12)$$

здесь i – число степеней свободы молекул газа; ΔT – изменение температуры газа; $A = p\Delta V$ – работа расширения газа.

При постоянном давлении

$$\Delta Q = \frac{i+2}{2} \frac{m}{M} R \Delta T. \quad (13)$$

В данной работе по результатам измерений можно рассчитать величины работы A , изменения внутренней энергии ΔU , количества теплоты ΔQ и, подставив в выражение (11), сравнить левую и правую части.

Замечание: для вычисления ΔQ можно воспользоваться процентным соотношением между работой и количеством теплоты при изобарном процессе:

$$\Delta Q = \frac{A \cdot 100\%}{28,5\%}. \quad (14)$$

Выражение (14) легко получить, применив первое начало термодинамики к изобарному процессу для двухатомного газа.

Сравните полученное значение количества теплоты ΔQ с расчётным по формуле (1).

Порядок выполнения работы

Работа может быть выполнена в двух вариантах, виртуальном и реальном. Виртуальный выполняется в случае невозможного выполнения реального варианта.

1. Вариант – виртуальный

Т.Г.Т.У

$A = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$

$dS = \frac{\delta Q}{T}$

Лабораторная работа № 1

$pV = \nu R \cdot T$

$pV^\gamma = \text{const}$

Измерение работы расширения газа при изобарном процессе, определение газовой постоянной R и проверка первого начала термодинамики

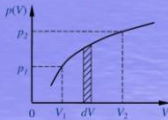
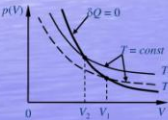
$\gamma = \frac{i+2}{i}$

$\delta Q = dU + \delta A$

$f(v) = 4\pi n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$

$C_p = C_v + R$

Кафедра «Физика» ТГТУ



Загрузите из яндекс-диска файл, ссылка

https://disk.yandex.ru/i/8bn9_DkAnoGMyg

Просмотрите выполнение лабораторной работы, запишите полученные в эксперименте данные и далее выполните задания как в реальном варианте.

2. Вариант – реальный

1. Перед началом опыта приведите установку в исходное состояние, т.е. температура воды в термостате должна быть комнатной (порядка 19...25 °С). Запишите данную начальную температуру газа T_0 в табл. 1.

2. Открыв кран К, уравняйте давление воздуха в сосуде В с атмосферным, при этом положение менисков в левом и правом коленах U-образной трубки должно быть на одном уровне. Закройте кран К. Зафиксируйте начальное положение менисков воды в U-образной трубке по шкале.

3. Контактным термометром установите новую температуру на $\Delta t = 3...5$ °С выше предыдущей и включите тумблер «нагрев». Значение новой температуры запишите в таблицу. По окончании нагрева произведите измерение повышения уровня мениска Δh_i в правом колене U-образной трубки по сравнению с начальным и запишите в таблицу.

4. Повторите измерения в соответствии с пунктом 3, изменяя температуру с выбранным интервалом ΔT_i , до достижения температуры 50...60 °С; результаты занесите в таблицу.

5. После окончания работы выключите нагреватель.

Таблица 1

№ опыта	T , К	ΔT_i , К	Δh_i , м	ΔV_i , м ³
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Обработка результатов измерений

1. Вычислите массу газа по формуле (7) и приращение объёма газа по формуле $\Delta V = S\Delta h$.

2. Постройте график зависимости приращения объёма ΔV от температуры T . Используя полученное в эксперименте максимальное значение ΔV и соответствующее ему приращение температуры ΔT по сравнению с начальной, по формуле (10) рассчитайте значение газовой постоянной R . Сравните получившееся значение с табличным.

3. Используя максимальное значение ΔV , полученное в эксперименте, по формуле (2) рассчитайте значение работы A .

4. Вычислите сообщённое воздуху количество теплоты ΔQ , соответствующее изменению температуры ΔT за всё время эксперимента, используя выражения (13) и (14).

5. Вычислите изменение внутренней энергии ΔU , соответствующее изменению температуры ΔT за всё время эксперимента, используя выражение (12).

6. Проверьте выполнение равенства (11). Сделайте вывод.

Необходимые постоянные:

$$\rho = 1,20 \text{ кг/м}^3; S = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2; M = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}; R = 8,32 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}; p_0 = 10^5 \text{ Па}.$$

Технические характеристики

1. Максимальная мощность электрического нагревателя до 1700 Вт.
2. Мощность мотора мешалки 40 Вт.
3. Внутренний диаметр D манометрической трубки 4 мм.
4. Погрешность измерения температуры по шкале термометра 0,5 °С.
5. Электропитание от сети переменного тока напряжением 220 В.

Контрольные вопросы

1. Поясните понятия: термодинамика, термодинамические системы, термодинамический метод.
2. Термодинамические параметры: давление, объём (удельный, молярный), температура, моль, молярная масса.
3. Поясните понятия: параметры системы, равновесное состояние, уравнение состояния, термодинамические процесс, изопроцессы, идеальный газ, уравнение состояния идеального газа (Менделеева–Клапейрона).
4. Что представляет собой внутренняя энергия, теплота, теплообмен, работа.
5. Сформулируйте и запишите первое начало термодинамики. Обоснуйте невозможность создания вечного двигателя.
6. Сформулируйте и запишите первое начало термодинамики для изохорического процесса. Изохорная теплоёмкость C_V .
7. Первое начало термодинамики для изобарического процесса. Изобарная теплоёмкость C_p . Работа при изобарном процессе.
8. Первое начало термодинамики для изотермического процесса. Работа при изотермическом процессе.
9. Первое начало термодинамики для адиабатического процесса. Работа при адиабатическом процессе.
10. Выведите уравнения Майера и объясните физический смысл универсальной газовой постоянной.
11. Степени свободы молекулы. Получите связь со степенями свободы теплоёмкостей C_p и C_V .
12. Работа при адиабатическом процессе.
13. Работа при адиабатическом процессе через параметры состояния p_1, V_1, T_1, T_2 .
14. Работа при адиабатическом процессе через параметры состояния p_1, V_1, V_2, γ .
15. Работа при адиабатическом процессе через параметры состояния p_1, V_1, p_2, γ .
16. Экспериментальное определение работы. Назначение графика $\Delta V = f(\Delta T)$.
17. Определение газовой постоянной из графика $\Delta V = f(\Delta T)$.
18. Экспериментальное определение ΔU и ΔQ .
19. Что является критерием справедливости утверждения первого начала термодинамики?
20. Назовите и поясните источники погрешностей в данной работе.

Вариант ответов на контрольные вопросы

1. *Термодинамикой* называют раздел физики, в котором рассматриваются и изучаются общие свойства макроскопических тел и их совокупностей на предмет обмена энергией, как между собой, так и с внешней средой, то есть с телами и полями внешними по отношению к ним.

Такие макроскопические объекты, тела и поля различной, вообще говоря, природы, обменивающиеся энергией между собой, называются *термодинамическими системами*.

В основе исследования подобных термодинамических систем лежит так называемый *термодинамический метод*, суть которого состоит в изучении различных превращений энергии и её форм, происходящих в данной термодинамической системе.

Условия данных превращений и соотношения между различными видами энергии дают возможность выявить те или иные физические свойства тел, систем, объектов в разнообразных процессах, в которых эти тела и объекты участвуют.

Термодинамический метод не задается вопросом о внутреннем строении веществ данных тел системы и характере движения и взаимодействия отдельных частиц, составляющих данные макротела системы.

Раздел физики, использующий термодинамический метод исследования, называют также *феноменологической термодинамикой*. В её основе лежат два установленных опытным путем закона (начала) термодинамики, а также тепловая теорема Нернста (третье начало термодинамики).

2. Для описания термодинамической системы вводятся физические величины, называемые *параметрами состояния или термодинамическими параметрами*.

Обычно термодинамическими параметрами являются давление, температура, объём (как правило, удельный или молярный). Определенный набор термодинамических параметров однозначно задает состояние системы.

Давлением p называется скалярная физическая величина, численно равная силе dF_n , действующей на «единичную площадку» dS площади по направлению нормали $\vec{n}$ (перпендикуляр к поверхности «площадки») к этой поверхности.

$$p = \frac{dF_n}{dS},$$

где dF_n – численное значение перпендикулярной составляющей к площадке силы dF ; dS – площадь участка поверхности, на которую действует сила.

Единица измерения (СИ) $1 \text{ Па} = \frac{1 \text{ Н}}{1 \text{ м}^2}$.

Удельным объёмом ν называется объём единицы массы вещества данного тела $\nu = \frac{dV}{dm}$ или $\nu = \frac{1}{\rho}$,

где $\rho = \frac{dm}{dV}$ – плотность тела.

Единица измерения (СИ) $\frac{\text{м}^3}{\text{кг}} = \frac{1}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}$.

Молярным объёмом V_μ называется объём одного моля вещества данного тела $V_\mu = \frac{V}{\nu}$,

где V – объём тела (газа); ν – число молей вещества (газа) в данной массе.

Единица измерения (СИ) $\frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$.

Молем ν вещества является такое количество вещества, в котором содержится $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ молей⁻¹ структурных элементов (атомов, молекул) данного вещества. Для количества молей вещества ν имеем

$$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{N \cdot m_0}{N_A \cdot m_0} = \frac{m}{\mu},$$

где m_0 – масса «молекулы» данного вещества; $\mu = m_0 N_A$ – молярная масса (масса $\nu = 1$ моль).

Тогда связь молярного V_μ и удельного ν имеет вид $V_\mu = \mu \cdot \nu$.

Единица измерения (СИ) $\frac{\text{м}^3}{\text{моль}} = \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$.

Температура равновесной системы является мерой интенсивности теплового движения её структурных элементов (атомов, молекул). Температуру измеряют косвенным образом, методы измерения которой основаны на зависимости от неё многих физических свойств веществ, тел, таких как длина, электропроводность, упругость, фазовые превращения и т.д. Выбирается термометрическое тело и по определенному закону строится эмпирическая шкала.

Международная *стоградусная шкала* предполагает единицу измерения температуры в $\Delta t = 1^\circ \text{C}$ (Цельсия).

Считается, что при давлении (норма) $p_0 = 1,01325 \cdot 10^5$ Па температура плавления льда $t_0 = 0$ °С и кипения воды $t_{\text{кип}} = 100$ °С.

Термодинамическую температуру измеряю по термодинамической шкале: $T = t$ °С + 273,15 °С.

Единица измерения T К. $\Delta T = \Delta t$, 1 К = 1 °С.

3. *Равновесным состоянием* термодинамической системы называется состояние системы, параметры состояния которой не меняются с течением времени (стационарное состояние) сколь угодно долго при неизменных внешних условиях. Понятие температуры имеет смысл для равновесных систем.

Внешними параметрами системы являются физические величины, зависящие от свойств тел, являющихся внешними по отношению к данной системе. Например, объём сосуда, в котором находится газ, жидкость или атмосферное давление и т.д.

Внутренние параметры системы зависят как от внешних по отношению к ней факторов, так и от кинетических и прочих характеристик частиц, составляющих систему. Например, внутренняя энергия, давление зависят от скорости, плотности частиц.

Простые системы – химические однородные вещества и их смеси, часто в отсутствии внешних полей и т.д.

Для простых систем данного химического состава (μ – молярная масса, определяемая часто химическим составом) и данной массы m равновесное состояние задается двумя параметрами состояния – объёмом V и температурой T .

Функциональная зависимость типа $p = f(V, T)$ называется *уравнением состояния*. Определяется в термодинамике опытным путем.

Изменение величины внешних (или одного из них) параметров приводит к изменению состояния данной системы.

Подобное изменение состояния называется *термодинамическим процессом*.

Реальные процессы неравновесны, так как смена состояний происходит за конечный, порой очень малый, промежуток времени. Мы будем рассматривать квазистатический, равновесный процесс, который предполагает достаточно медленный переход из одного равновесного состояния в другое непрерывно.

Изопроцессом называется термодинамический процесс в системе данной массы при каком-либо одном постоянном параметре состояния.

Изотермический – $T = \text{const}$;

Изохорический – $V = \text{const}$;

Изобарический – $p = \text{const}$;

Адиабатический – $Q = \text{const}$, (без теплообмена с внешней средой).

Функция состояния – физическая величина, однозначно определяющая состояние термодинамической системы. Изменения функции состояния не зависят от вида термодинамического процесса.

Примеры: внутренняя энергия U , энтропия системы S .

Идеальным газом называется газ, молекулы которого взаимодействуют абсолютно упруго и имеют исчезающе малые размеры, но имеют форму.

Уравнения состояния идеального газа (μ, m):

Клапейрона $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \dots = C$, 1, 2 – номера состояний;

Менделеева $C = \frac{m}{\mu}$, $pV = \frac{m}{\mu} RT$, $R = kN_A = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$;

Больцмана $p = nkT$, $n = \frac{N}{V}$ – концентрация, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К}$.

4. *Внутренней энергией* термодинамической системы (тела) называется энергия, зависящая только от термодинамического состояния системы (тела). Внутренняя энергия системы (тела) включает в себя энергию всех внутренних движений и энергию взаимодействия всех частиц, входящих в систему. К ним относятся:

- кинетическая энергия теплового поступательного и вращательного движения всех молекул;
- кинетическая энергия и потенциальная энергия колебаний атомов в молекулах;
- потенциальная энергия взаимодействия молекул, атомов;
- энергия электронных оболочек молекул, атомов, ионов;
- энергия нуклонов в ядре.

Для термодинамического процесса в идеальном газе при невысоких температурах, вклады, кроме первых двух, несущественны.

Для описания термодинамических процессов само абсолютное значение внутренней энергии не столь важно.

Существенно определить её изменения $\Delta U = U_2 - U_1$ (приращения), где U_1, U_2 – внутренние энергии состояний 1 и 2.

Поскольку внутренняя энергия является функцией состояния, то есть не зависит от типа процесса перехода из состояния 1 в состояние 2, то для кругового процесса полное изменение её в целом равно 0, т.е. $\oint dU = 0$.

Для простой системы данных (μ, m) имеем *калорическое уравнение состояния* $U = \varphi(V, T)$.

В частности, для идеального газа
$$U = \int_0^T C_V dT + U_0,$$

где U_0 – внутренняя энергия системы при $T = 0$.

Для области обычных нормальных температур можно положить $U_0 = 0$, тогда $U = C_V T$, где $C_V = \frac{i}{2} \nu R T$ и $\nu = \frac{m}{\mu}$, $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$, $i = 3, 4, 5$ – число степеней свободы молекулы, соответствующей модели идеального газа.

Термическое уравнение в состоянии термодинамической системы имеет вид $f(p, V, T) = 0$. Переход системы в другое состояние означает изменение параметров состояния p, V, T . Это осуществляется подведением (отведением) к системе каким-либо образом энергии извне.

Будем различать два процесса обмена энергией между термодинамической системой и внешними телами: совершение работы и теплообмен.

Количество энергии, переданное внешними телами при силовом взаимодействии их с термодинамической системой, будем называть *работой* A .

Количество энергии, переданное термодинамической системе внешними телами путем теплообмена, будем называть *теплотой* (количеством теплоты) Q .

Различают три вида теплообмена: конвективный, лучистый, теплопередача.

Передача тепла (количества теплоты) от областей объёма вещества (газ, жидкость), имеющих различные температуры, друг другу называется конвективным теплообменом.

Передача тепла (энергии) посредством электромагнитного излучения называется лучистым теплообменом. Заключается в испускании и поглощении энергии веществом квантов электромагнитного излучения без непосредственного контакта взаимодействующих тел.

Теплопередача состоит в передаче энергии теплового движения непосредственно контактирующих областей вещества, имеющих различные температуры.

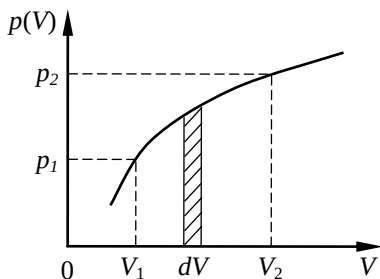
Важно отметить, что теплота (количество теплоты) является процессом, осуществляющим передачу (трансляцию) энергии от внешних тел к данной термодинамической системе, и принципиально отличается от понятия теплорода – особой тонкой субстанции (флюида), который якобы (впитывался) в той или иной мере, телами в зависимости от температурных условий. Теория теплорода господствовала в естествознании до середины XIX века.

Обмен энергией термодинамической системы с внешними телами путем совершения работы (механической работы) связан с изменением объёма и формы.

Работой (работой расширения) называется работа, которую совершает термодинамическая система против внешнего давления. Элементарная работа $\delta A = p_{\text{внеш}} dV$, где $p_{\text{внеш}}$ – внешнее давление; dV – элементарное приращение объёма V . Для равновесного процесса $p_{\text{внеш}} = p$, где p – давление в системе. Тогда при изменении объёма от V_1 до V_2 при равновесном процессе работа расширения A равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV,$$

где $p = p(V)$ – давление в термодинамической системе при данном V .



Так как $p > 0$, то если $dV > 0$, имеем $\delta A > 0$ – работа положительная: если $dV < 0$, то $\delta A < 0$ – работа, совершаемая термодинамической системой отрицательная. То есть положительная работа $\delta A > 0$ совершается силами внешнего давления (над системой). Совершение работы над системой может менять энергию системы в любых видах.

Подведение теплоты меняет только внутреннюю энергию системы. В этом отличие данных процессов обмена энергии между термодинамической системой и внешними телами.

5. Первое начало (первый закон) термодинамики – это приращение внутренней энергии термодинамической системы ΔU_{12} при равновесном переходе из состояния 1 в состояние 2 равно сумме количества теплоты Q_{12} , подведённое к данной термодинамической системе, и работы A_{12} , совершённой внешними телами над данной системой:

$$\Delta U_{12} = Q_{12} + A'_{12}.$$

Если $A_{12} = -A'_{12}$ – работа, совершаемая термодинамической системой над внешними силами в процессе равновесного перехода из состояния 1 в 2, то можно представить данный закон как

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}.$$

В дифференциальном виде первое начало термодинамики можно записать

$$\delta Q = dU + \delta A,$$

где δQ , δA , dU – элементарные приращения теплоты, работы и внутренней энергии бесконечно близких равновесных состояний соответственно.

Причём у внутренней энергии системы стоит символ “ d ”, имеющий смысл полного дифференциала функции $U = U(T)$, являющейся функцией состояния термодинамической системы.

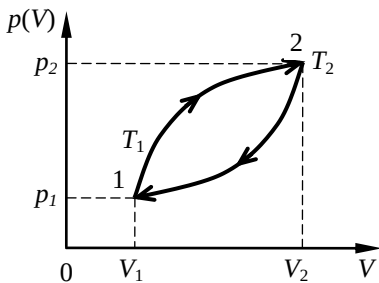
Если $\delta A > 0$ – система совершает положительную работу над внешними силами (расширение), $\delta A < 0$ – работа совершается внешними силами над системой (сжатие).

Полное количество теплоты Q_{12} в процессе перехода из 1 в 2 определяется как алгебраическая сумма элементарных теплот δQ ($\delta Q > 0$ – подводится к термодинамической системе, $\delta Q < 0$ – отводится от термодинамической системы):

$$Q_{12} = \int_1^2 \delta Q.$$

Полная работа за переход из состояния 1 в 2 определяется как алгебраическая сумма элементарных работ на каждом из участков процесса из 1 в 2:

$$A_{12} = \int_1^2 \delta A.$$



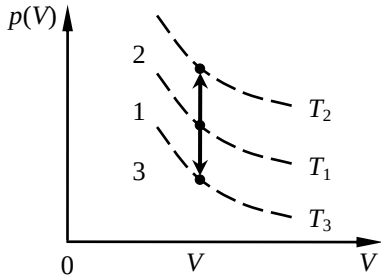
Рассмотрим в координатах $p = p(V)$ замкнутый круговой процесс 1–2–1. Для него имеем $\Delta U = U_1 - U_1 = 0$, тогда $A_{11} = Q_{11}$. Отсюда вывод – нельзя построить периодически действующий двигатель, работа A_{11} которого будет больше энергии, подводимой извне Q_{11} , т.е. вечный двигатель 1-го рода невозможен.

6. Рассмотрим первое начало термодинамики для изохорического процесса $V = \text{const}$. Тогда $dV = 0$, т.е. $\delta A = p(V)dV = 0$ – работа не совершается, и теплота, подведённая к термодинамической системе, идёт на приращение внутренней энергии данной системы $\delta Q = dU$.

Теплоёмкостью при постоянном объёме ($V = \text{const}$) будем называть отношение $C_V = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_V$, и учитывая её связь с молярной теплоёмкостью

$C_{\mu V} = \frac{C_V}{\nu}$, где $\nu = \frac{m}{\mu}$ – число молей вещества в системе, для приращения

внутренней энергии можно записать выражение $dU = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} dT$.



Изобразим графически изохорические процессы нагревания $\delta Q_{1,2} > 0$, $T_2 > T_1$ и охлаждения $\delta Q_{1,3} < 0$, $T_3 < T_1$ на pV -диаграмме. Здесь 1, 2, 3 – номера состояния, T_1 , T_2 , T_3 – их температуры, где $T_2 > T_1 > T_3$.

Для нормали интервала ΔT «нормальных» – обычных температур теплоёмкость $C_{\mu V}$ можно считать величиной постоянной $C_{\mu V} = \text{const}$.

Тогда, например, для интервала $\Delta T = T_2 - T_1$ при изохорном нагревании $\Delta Q_{12} > 0$ приращение внутренней энергии равновесного перехода $1 \rightarrow 2$ будет иметь вид

$$\Delta U_{12} = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} (T_2 - T_1), \quad \Delta U_{12} > 0.$$

$$\text{Для процесса } 1 \rightarrow 3 \quad \Delta U_{13} = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} (T_3 - T_1), \quad \Delta U_{13} < 0.$$

7. Для данной массы m идеального газа μ при произвольном равновесном процессе первое начало термодинамики можно представить как

$$\frac{m}{\mu} C_{\mu} dT = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} dT + p(V) dV,$$

где C_{μ} – молярная теплоёмкость данного процесса.

Рассмотрим изобарный процесс $p = \text{const}$. Введем понятие изобарной теплоёмкости $C_p = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_p$. Единица измерения $\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

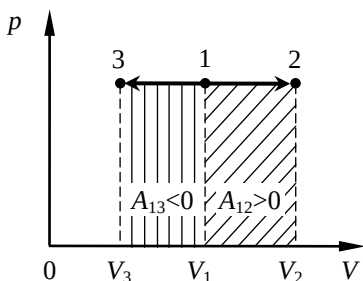
Индекс « p » у скобок говорит о том, что теплота δQ подводится к термодинамической системе при постоянном давлении $p = \text{const}$. Связь C_p с молярной теплоёмкостью $C_{\mu p}$ имеет вид:

$$C_{\mu p} = \frac{C_p}{\nu},$$

где $\nu = \frac{m}{\mu}$ – число молей вещества.

Первое начало термодинамики для изобарного процесса $p = \text{const}$ примет вид:

$$\frac{m}{\mu} C_{\mu p} dT = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} dT + p dV.$$



На диаграмме в координатах p - V изобарный процесс представляет собой отрезок прямой, параллельный оси OV и соединяющий точки определённых состояний термодинамической системы.

Работа A_{12} , совершаемая термодинамической системой при переходе из состояния 1 в состояния 2, является положительной, так как $V_2 > V_1$:

$$A_{12} = \int_1^2 p dV = p \int_1^2 dV = p(V_2 - V_1), \quad A_{12} > 0.$$

Величина работы $A_{1,2}$ графически находится как площадь прямоугольника со сторонами p и $\Delta V = V_2 - V_1$.

Для процесса перехода из 1 в 3 работа идеального газа (сжатие) равна

$$A_{13} = \int_1^3 p dV = p \int_1^3 dV = p(V_3 - V_1), \quad A_{13} < 0.$$

Величина работы A_{13} также определяется как площадь прямоугольника, но имеет отрицательное значение.

8. Изотермическим (изотермным) процессом называется процесс подведения (отведения) теплоты при постоянной температуре в термоди-

наимической системе $T = \text{const}$. Точнее при неизменной разности температур между системой и внешней средой. При этом считается, что теплоёмкость внешней среды практически равна бесконечности.

Поскольку при данном процессе приращение температуры в термодинамической системе $dT = 0$, то её внутренняя энергия не изменяется, то есть $dU = 0$.

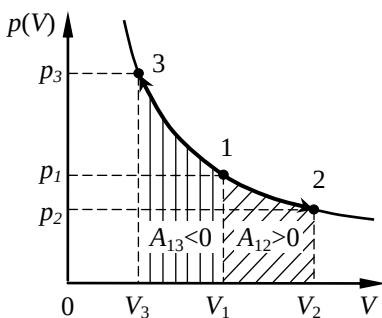
Тогда первое начало будет иметь вид $\delta Q = dA$.

При изотермическом процессе перехода из состояния 1 в 2, количество теплоты Q_{12} расходуется на совершение работы системой над внешними телами:

$$Q_{12} = A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV.$$

С учетом уравнения состояния идеального газа $p(V) = \frac{m}{\mu} R \frac{T}{V}$ имеем

$$Q_{12} = A_{12} = \frac{m}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}.$$



Работа при изотермическом процессе $T = \text{const}$ в координатах p - V представляет собой площадь криволинейной трапеции, расположенной под кривой изотермы $p(V) = \frac{\text{const}}{V}$ и ограниченной отрезками $p_1 = p(V_1)$ и $p_2 = p(V_2)$.

В изотермическом процессе 1–2 работа $A_{12} > 0$, для перехода 1–3 работа $A_{13} < 0$.

Для изотермического процесса имеем: $p_1 V_1 = p_2 V_2$. Отсюда $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$

и работа может быть представлена как

$$A_{12} = \frac{m}{\mu} RT \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

9. Адиабатическим (адиабатным) процессом называется процесс, протекающий без теплообмена данной термодинамической системы с внешней средой $\delta Q = 0$.

Условие $Q_{12} = 0$ не удовлетворяет условию адиабатности, так как это условие может быть достигнуто как алгебраическая сумма количества теплоты на различных участках процесса 1–2.

Поскольку $\delta Q = 0$, то $\delta A = -dU$.

Элементарная работа δA при адиабатном процессе осуществляется за счёт убыли внутренней энергии термодинамической системы dU

$$\delta A = -\frac{m}{\mu} C_{\mu V} dT.$$

Работа адиабатного процесса при переходе из состояния 1 в состояние 2 определяется как

$$A_{12} = -\frac{m}{\mu} C_{\mu V} \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} (T_1 - T_2).$$

10. Уравнение состояния идеального газа $pV = \frac{m}{\mu} RT$.

Продифференцируем его $p dV = \frac{m}{\mu} R dT$ и подставим в уравнение первого закона термодинамики:

$$\frac{m}{\mu} C_{\mu p} dT = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} dT + \frac{m}{\mu} R dV.$$

Поделив обе части уравнения на $\frac{m}{\mu} RT$, получим $C_{\mu p} = C_{\mu V} + R$ – уравнение Майера, связывающее молярные теплоёмкости $C_{\mu p}$ и $C_{\mu V}$, где $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – универсальная газовая постоянная, имеющая смысл работы, совершаемой одним молем идеального газа при изобарном нагревании на 1 К.

Для удельных теплоёмкостей уравнение Майера имеет вид

$$C_p - C_V = \frac{R}{\mu}, \quad \text{здесь } \mu - \text{молярная масса.}$$

11. Степенями свободы некоторые системы называют число независимых физических величин, дающих однозначное описание состояния (движения) данной системы. Например, положение абсолютно твердого тела в пространстве для данной системы координат может быть однозначно задано положением его центра масс (x_C, y_C, z_C – пространство трехмерно), а также расположением главных осей инерции относительно осей данной системы координат, (φ, ψ, θ – три оси).

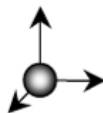
Итого имеем $i = 3 + 3 = 6$ степеней свободы. Состояние движения, вообще говоря, задается также 6-ю компонентами проекции соответствующих скоростей – 3 линейных и 3 угловых.

При «нормальных» температурах и давлениях, газы (смеси газов) ведут себя близко к модели идеального газа.

В модели идеального газа рассматривается абсолютно упругое взаимодействие совокупности хаотически движущихся молекул, средние расстояния между которыми много больше их эффективных размеров.

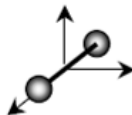
В данной модели молекулы представляют собой либо один атом (одноатомная молекула), либо два «жестко» связанных атома (двухатомная молекула), либо три и более жестко связанных атомов (трех- и многоатомная молекула).

Для однозначного задания состояния движения в пространстве одноатомной молекулы достаточно задать три компоненты скорости (V_x, V_y, V_z) или три компоненты импульса (p_x, p_y, p_z). Говорят о степенях свободы $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} = 3 + 0 = 3$.

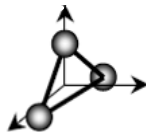


Для жестко связанной двухатомной молекулы необходимо задать (знать) три компоненты движения её центра масс (V_x, V_y, V_z) и две компоненты угловых скоростей (ω_x, ω_y), соответствующих поворотам относительно осей Ox, Oy, Oz . Ось Oz проходит через «центры» атомов.

Атомы в данной модели – материальные точки, поэтому их «поворот» относительно Oz не имеет смысла. Тогда $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} = 3 + 2 = 5$.



Для трех- и более атомной молекулы необходимо учесть вращение и относительно Oz . Тогда $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} = 3 + 3 = 6$.



Поскольку данные степени свободы равноценные, то согласно закону о равнораспределении энергии по степеням свободы на каждую степень

$$\text{свободы приходится } \langle E_k \rangle = \frac{\langle E_0 \rangle}{3} = \frac{3/2}{3} kT = \frac{1}{2} kT,$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура.

Тогда для различных молекул имеем:

$$\text{одноатомная } (i = 3), E = \frac{i}{2}kT = \frac{3}{2}kT,$$

$$\text{двухатомная } (i = 3 + 2 = 5), E = \frac{i}{2}kT = \frac{5}{2}kT,$$

$$\text{трех и более атомная } (i = 3 + 3 = 6), E = \frac{i}{2}kT = \frac{6}{2}kT.$$

Мы учли согласно модели кинетическую энергию поступательного и вращательного движения жестких молекул. Вопрос о колебательных степенях свободы требует отдельного рассмотрения.

Для одной молекулы идеального газа с i степенями свободы имеем полную кинетическую энергию $E = \frac{i}{2}kT$.

Для $\nu = 1$ моль, в котором $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ молекул, внутренней энергия одного моля равна $U_\mu = N_A E = N_A \frac{i}{2}kT = \frac{i}{2}RT$ при $N_A k = R$.

$$\text{Тогда } C_{\mu V} = \frac{dU_\mu}{dT} = \frac{i}{2}R - \text{малярная теплоёмкость.}$$

Для $C_{\mu p}$ из формулы Майера $C_{\mu p} = C_{\mu V} + R$ получим

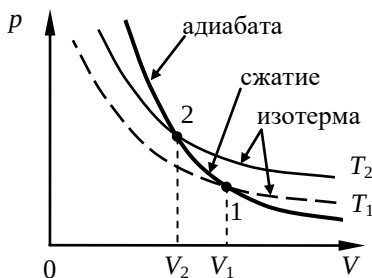
$$C_{\mu p} = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R.$$

$$\text{Итак, получили } C_{\mu V} = \frac{i}{2}R, \quad C_{\mu p} = \frac{i+2}{2}R.$$

12. Адиабатический процесс протекает при условии $\delta Q = 0$, и соответственно $\delta A = -dU$, $dU = C_{\mu V}dT$, $dU = \frac{m}{\mu}C_{\mu V}dT$.

Тогда при равновесном переходе из состояния 1 в термодинамическое состояние 2 в области (нормальных) неэкстремальных температур от T_1 до $T_2 > T_1$

$$A = -\frac{m}{\mu}C_{\mu V} \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{\mu}C_{\mu V}(T_1 - T_2).$$



Работа системы в равновесном адиабатическом процессе совершается за счет убыли внутренней энергии системы при условии бесконечно большой теплоёмкости внешних по отношению к данной системе тел.

13. Для определения работы при адиабатическом процессе через параметры состояния p_1 , V_1 , T_1 , T_2 запишем работу, полученную для этого процесса из первого начала термодинамики: $A_{12} = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} (T_1 - T_2)$.

Уравнение равновесного состояния идеального газа: $pV = \frac{m}{\mu} RT$.

Для состояния 1 $p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1$. Преобразуем работу для равновесного процесса 1-2: $A_{12} = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} \frac{T_1}{T_1} (T_1 - T_2) = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$.

Из уравнения Майера $C_{\mu p} = C_{\mu V} + R$ с учетом показателя адиабаты $\gamma = \frac{C_{\mu p}}{C_{\mu V}}$ имеем $\frac{C_{\mu p}}{C_{\mu V}} - 1 = \frac{R}{C_{\mu V}} \Rightarrow \gamma - 1 = \frac{R}{C_{\mu V}} \Rightarrow C_{\mu V} = \frac{R}{\gamma - 1}$.

Тогда $A_{12} = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$ или с учетом $p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1$ окончательно имеем $A_{12} = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$.

14. Для определения работы через параметры состояния p_1 , V_1 , V_2 , γ запишем уравнение Пуассона равновесного адиабатического процесса

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}_2, \text{ откуда имеем } T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \text{ или } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}.$$

Тогда, подставив полученное выражение в уравнение работы как функции p_1 , V_1 , T_1 , T_2 , получим

$$A_{12} = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right).$$

15. Для определения работы через параметры состояния p_1 , V_1 , p_2 , V_2 запишем уравнение Пуассона вида $T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const}$ равновесного адиабатического процесса перехода из состояния 1 в 2, откуда имеем

$$T_1^\gamma p_1^{1-\gamma} = T_2^\gamma p_2^{1-\gamma}, \text{ тогда } \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^\gamma = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1-\gamma} \text{ или } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}.$$

Подставив полученное выражение в уравнение работы как функции p_1 , V_1 , T_1 , T_2 , получим

$$A_{12} = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right).$$

16. Поскольку процесс, в котором определяется экспериментально величина работы A , является изобарическим, то имеем $A = p \Delta V$, где p – давление в рабочем объёме (сосуде).

Давление в сосуде с достаточным основанием можно считать равным атмосферному $p_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Па, так как дополнительное давление Δp , обусловленное гидростатическим давлением столбика жидкости (воды) в манометре мало в сравнении с атмосферным. Оценим его вклад. Пусть высота столбика воды $\rho = 1,0 \cdot 10^3$ кг/м³ равна $\Delta h = 150$ мм = 0,150 м. Тогда $\Delta p = \rho g \Delta h = 1,0 \cdot 10^3$ кг/м³ $\cdot 9,81$ м/с² $\cdot 0,150$ м $\approx 1,4 \cdot 10^3$ Па $\approx 0,014 \cdot 10^5$ Па.

Это составляет величину порядка 1% от атмосферного.

Построим совокупность точек $h_i = f(T_i)$ в координатах h_i , T_i , где $i = 1, 2, \dots, n$ – номер измерения.

Линеаризуя её, получим зависимость $h = f(T)$. Далее, выбрав некоторый интервал приращения температуры ΔT , поставим ему в соответствии с $h = f(T)$ интервал прироста столбика воды Δh , который будет соответствовать приращению объёма воздуха в нашей термодинамической системе, $\Delta V = S \cdot \Delta h$, где S – площадь поперечного сечения трубки манометра.

Тогда $A = p \cdot S \cdot \Delta h$ – работа расширения воздуха при изобарном процессе $p = p_0$ для данного интервала температуры ΔT .

Зависимость $\Delta V = f(\Delta T)$ получаем из связи $\Delta V = S \cdot \Delta h$. Данная зависимость позволяет определять приращение объёма ΔV для данного интервала температуры ΔT .

17. Уравнение состояния идеального газа (Менделеева–Клапейрона) имеет вид $pV = \frac{m}{\mu} RT$.

Для изобарного процесса $p = \text{const}$ приращение температуры ΔT приводит к приращению объёма ΔV для данной массы воздуха m .

$$\text{Имеем } p\Delta V = \frac{m}{\mu} R\Delta T. \text{ Отсюда } R = \frac{p \cdot \mu}{m} \frac{\Delta V}{\Delta T}.$$

Чтобы определить величину газовой постоянной R , необходимо знать величину $\frac{\Delta V}{\Delta T}$. Её находим из линеаризованной зависимости $\Delta V = f(\Delta T)$ как тангенс угла наклона прямой $\Delta V = k \cdot \Delta T$.

Давление $p = p_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Па – атмосферное давление, $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярная масса воздуха, а масса воздуха $m = \rho \cdot V_0$, где при малом увеличении объёма $\Delta V \ll V_0$ плотность воздуха $\rho = 1,29$ кг/м³, а V_0 – начальный объём воздуха в системе.

При постоянном давлении $p = p_0 = \text{const}$ имеем $p_0 V_0 = \frac{m}{\mu} RT_0$ и соответственно $p_0 \Delta V = \frac{m}{\mu} R\Delta T$.

$$\text{Поделим почленно данные уравнения, имеем } V_0 = \frac{\Delta V}{\Delta T} T_0.$$

Зная отношение $\frac{\Delta V}{\Delta T}$ (из графика) и T_0 , находим значение V_0 .

$$\text{Для } R \text{ окончательно имеем } R = \frac{p_0 \mu}{\rho V_0} \frac{\Delta V}{\Delta T}.$$

18. Определение величин ΔU и ΔQ заключается в подстановке в соответствующие формулы значений массы m воздуха и интервала температур ΔT (полного), соответствующего полному приращению объёма ΔV , а также значения R из опыта.

$$\text{Тогда получим величины } \Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R\Delta T, \quad \Delta Q = \frac{i+2}{2} \frac{m}{\mu} R\Delta T.$$

19. Справедливость утверждения первого начала термодинамики является выполнение неравенства $|\Delta Q - (\Delta U + A)| \leq \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$,

где ΔQ , ΔU , A – числовые значения теплоты, приращения внутренней энергии газа (воздуха) и работы расширения газа (воздуха) при изобарном процессе, Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 – абсолютные погрешности соответствующих значений.

Их величины можно (следует) оценить по следующим формулам:

$$\Delta_1 = \Delta Q_{\text{ср}} \left\{ \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta \mu}{\mu} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta(\Delta T)}{\Delta T} \right\} \approx \Delta Q_{\text{ср}} \frac{\Delta(\Delta T)}{\Delta T},$$

$$\Delta_2 = \Delta U_{\text{ср}} \left\{ \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta \mu}{\mu} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta(\Delta T)}{\Delta T} \right\} \approx \Delta U_{\text{ср}} \frac{\Delta(\Delta T)}{\Delta T},$$

$$\Delta_3 = A_{\text{ср}} \left\{ \frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta(\Delta h)}{\Delta h} \right\} \approx A_{\text{ср}} \left\{ \frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta(\Delta T)}{\Delta T} \right\}.$$

Здесь ΔT – значение температурного интервала, примерно $\Delta T_i = 3$ К,

$\Delta T = \sum_{i=1}^5 \Delta T_i = 15$ К; $\Delta(\Delta h)$ – половина цены деления шкалы, примерно

0,5 мм; $\Delta h = \sum \Delta h_i$ – высота столбика воды в манометре, то есть высота вытесненного объёма.

20. Источниками ошибок в данной работе является множество факторов. Основными из них являются:

1) Неравенство давления в системе p атмосферному p_0 . Несущественно.

2) Линеаризация зависимости $\Delta V = f(\Delta T)$. Чем меньше интервал ΔT , тем ближе данная зависимость к линейной. С ростом интервала ΔT появляется нелинейная зависимость, и графическая линеаризация может привести к существенной погрешности нахождения ΔV от ΔT . Построение субъективно.

3) Увеличение объёма ΔV приводит к изменению плотности воздуха в нашей системе, при этом $\frac{\Delta V}{V_0} \approx \frac{\Delta \rho}{\rho_0}$, где ρ_0 – плотность при V_0 .

4) Определение температуры “на глаз” – половина цены деления шкалы термометра $\Delta(\Delta T) \approx 0,5$ К.

5) Определение изменения водяного столбика на шкале манометра – половина цены деления шкалы $\Delta(\Delta h) \approx 0,5$ мм.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ C_p/C_v
(ДЛЯ ВОЗДУХА МЕТОДОМ КЛЕМАНА – ДЕЗОРМА)**

Цель работы: определить отношение C_p/C_v для воздуха методом Клемана–Дезорма.

Оборудование: заводская лабораторная установка УКЛО-2В-2.

Описание установки и методические указания

Внешний вид лабораторной установки УКЛО-2В-2 показан на рис. 1, а принципиальная схема – на рис. 2. Основой установки является стеклянный баллон 1, наполняемый воздухом. Баллон 1 соединён с водяным U-образным манометром 2 и компрессором с помощью гибкого пневмопровода (рис. 2). Быстрое изменение давления в баллоне происходит практически без теплообмена с окружающей средой.

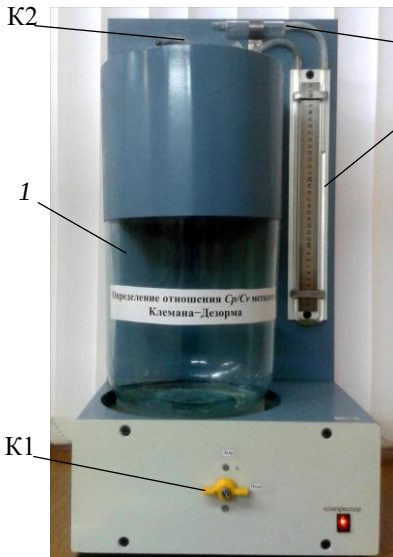


Рис. 1

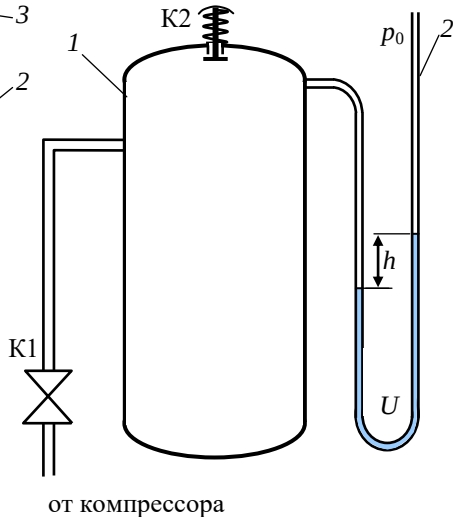


Рис. 2

На передней панели (рис. 1) расположены: водяной U-образный манометр 2 с измерительной линейкой, кран K1 напуска воздуха, клапан K2

сброса давления, соединительные гибкие трубки и тумблер включения микрокомпрессора «КОМПРЕССОР» с индикацией включения. U-образный манометр имеет переливной бачок 3. Сбоку сзади находится клемма заземления установки.

Процесс, происходящий при открывании клапана К2, с достаточной точностью можно считать адиабатическим. С помощью компрессора в баллон накачивают воздух, затем закрывают кран К1. Через несколько минут температура воздуха в баллоне станет равной температуре в лаборатории. Для получения наиболее точного экспериментального значения необходимо закрыть клапан точно в момент окончания адиабатического процесса. Так как время протекания адиабатного процесса неизвестно, значение разности уровней U-образного манометра определяется косвенным графическим методом по графику.

В настоящей работе определение отношения C_p/C_v производится одним из классических методов – методом Клемана–Дезорма.

В предстоящем опыте полная масса газа в сосуде будет изменяться, поэтому будем оперировать удельным объёмом (объёмом единичной массы газа)

$$\nu = \frac{V}{m},$$

где m – масса газа; V – объём.

Рассмотрим последовательно процессы, происходящие с этой массой газа (рис. 3).

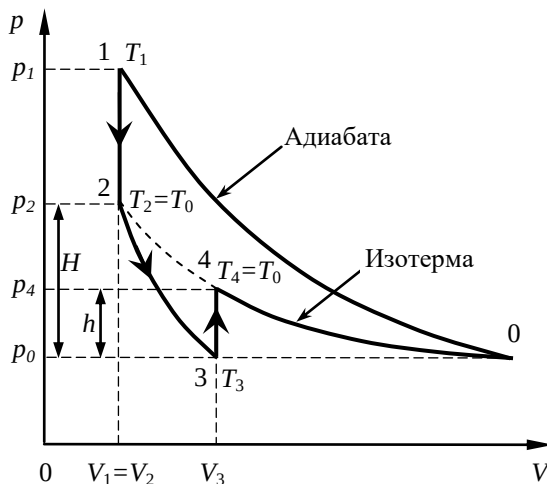


Рис. 3

Накачаем компрессором в сосуд воздух до тех пор, пока манометр не покажет разность давлений 200....250 мм вод. ст. и перекроем краном К1 трубку, соединяющую баллон с компрессором.

Внимание! Кран К1 открывать очень медленно при работающем компрессоре и по достижении нужной разности уровней в манометре выключить компрессор. Процесс соответствует адиабате 0–1. Через 2...3 мин давление снизится от p_1 до p_2 , а температура снизится от T_1 до $T_2 = T_0$, т.е. комнатной. Воздух изохорически перейдет из состояния (P_1, T_1, V_1) в состояние $(P_2, T_0, V_2 = V_1)$ – процесс 1–2.

Если соединить сосуд с атмосферой на 5 с, открыв кран К2, то воздух в сосуде будет расширяться адиабатически до тех пор, пока его давление не установится равным атмосферному p_0 , при этом температура понизится до $T_3 < T_0$ – процесс 2–3. Для него имеем

$$\frac{P_2^{\gamma-1}}{T_0^\gamma} = \frac{P_0^{\gamma-1}}{T_3^\gamma}. \quad (1)$$

После закрытия крана К1 температура воздуха в баллоне через некоторое время (2...3 мин), определяемое теплопроводностью стенок сосуда, сравняется с $T_0 = T_4$. Процесс 3–4 изохорический. Для него имеем

$$\frac{P_0}{T_3} = \frac{P_4}{T_4} = \frac{P_4}{T_0}. \quad (2)$$

Решая совместно выражения (1) и (2), имеем

$$\left(\frac{P_4}{P_0}\right)^\gamma = \left(\frac{P_2}{P_0}\right)^{\gamma-1}. \quad (3)$$

Логарифмируя выражение (3), получим

$$\gamma = \frac{\ln \frac{P_2}{P_0}}{\ln \frac{P_2}{P_4}} = \frac{\ln \frac{P_0 + H}{P_0}}{\ln \frac{P_0 + H}{P_0 + h}} = \frac{\ln \left(1 + \frac{H}{P_0}\right)}{\ln \left(1 + \frac{H - h}{P_0 + h}\right)}. \quad (4)$$

Имея в виду то, что $H, h \ll p_0$, можно воспользоваться разложением функции $\ln(1+x)$ в ряд, т.е. $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$, если $x \ll 1$ и, ограничившись первым членом разложения, получим

$$\gamma \approx \frac{H}{P_0} : \frac{H-h}{P_0} = \frac{H}{H-h}. \quad (5)$$

Следует заметить, что величина h существенно зависит от времени перекрывания крана К2. Если перекрывать раньше, то получим завышенное значение h . Если перекрывать кран К2 позже момента выравнивания давления в сосуде, то получим заниженное значение h .

Поскольку момент окончания адиабатического процесса 2–3 не определён, найдём значения h_i в различные промежутки времени t_i между открыванием крана К2 и его закрытием.

Опыт показывает, что для h_i , h , и τ_i выполняется соотношение

$$\ln h_i = \ln h - A\tau, \quad (6)$$

где A – константа, зависящая от многих факторов (параметров установки, условий проведения опыта).

Если построить график зависимости $\ln h_i = f(\tau)$, то путём экстраполяции можно найти $\ln h$ и, следовательно, h (рис. 4).

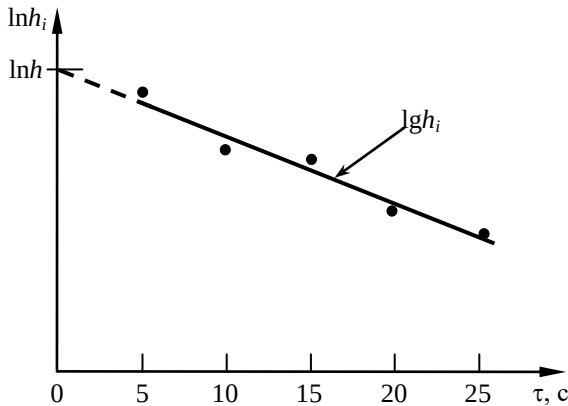


Рис. 4

Порядок выполнения работы и обработка результатов эксперимента

Работа может быть выполнена в двух вариантах, виртуальном и реальном. Виртуальный выполняется в случае невозможного выполнения реального варианта.

1. Вариант – виртуальный

Т.Г.Т.У.

$dS = \frac{\delta Q}{T}$

Лабораторная работа № 2

$A = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$

$pV = \nu R \cdot T$

$pV^\gamma = \text{const}$

**Определение отношения C_p/C_v
(для воздуха методом Клемана–Дезорма)**

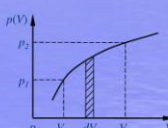
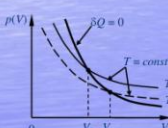
$\gamma = \frac{i+2}{i}$

$\delta Q = dU + \delta A$

$E = \frac{i}{2} kT$

$f(v) = 4\pi n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$

$C_p = C_v + R$



Кафедра «Физика» ТГТУ

Загрузите из яндекс-диска файл, ссылка

<https://disk.yandex.ru/i/Dt3Ddst8-bXca0Q>

Просмотрите выполнение лабораторной работы, запишите полученные в эксперименте данные и далее выполните задания как в реальном варианте.

2. Вариант – реальный

1. Включите электропитание компрессора.

2. Откройте кран К1 и накачайте в баллон воздух так, чтобы разность уровней жидкости в манометре стала около 200...250 мм.

3. Закройте кран К1, выждите 2...3 мин до тех пор, пока температура воздуха в баллоне не станет равной температуре окружающей среды. Произведите дополнительную регулировку разностей уровней, медленно подкачивая компрессором (в дальнейших опытах начальную разность уровней нужно поддерживать постоянной). Запишите значения начальной разности уровней жидкости H в таблицу.

Таблица

t_i	$t_1 = 5 \text{ с}$	$t_2 = 10 \text{ с}$	$t_3 = 15 \text{ с}$	$t_4 = 20 \text{ с}$	$t_5 = 25 \text{ с}$
H					
h_i					
$\lg h_i$					

4. Резко нажмите на клапан К2, соединив баллон с атмосферой. Одновременно включите секундомер. Выдержите клапан К2 открытым в течение заданного времени $t_1 = 5 \text{ с}$; после этого отпустите клапан. Через 3...4 мин, после того, как уровни жидкости в манометре стабилизируются, запишите значения разности уровней жидкости h_i в таблицу.

5. Повторите опыты (пункты 3 – 5) для других значений времени t_i открытия клапана К2 (рекомендательно: 10, 15, 20, 25 с). Следите за тем, чтобы начальная разность уровней H была постоянной.

Примечание: накачивать воздух в баллон нужно осторожно, чтобы уровень жидкости не достиг переливного бачка 3 на U-манометре.

6. Постройте график зависимости $\ln h_i = f(\tau_i)$, аналогичный графику на рис. 4.

7. Используя полученный график путём экстраполяции до пересечения с осью ординат (время открытия клапана К2, $\tau = 0$), найдите $\ln h$.

8. Потенцированием $\ln h$ рассчитайте значение $h = e^{\ln h}$.

9. По формуле $\gamma = \frac{H}{H - h}$ рассчитайте значение γ .

10. Повторите опыты и расчёты в соответствии с пунктами 2 – 5 ещё 2 раза для других значений начального уровня жидкости в манометре H

(например: 150...170 мм) и других значений времени t_i открытия клапана К2 (например: 3, 6, 9, 12, 15 с).

11. Найдите среднее значение γ по результатам трёх опытов. Рассчитайте абсолютную и относительную погрешности. Полученное значение γ сравните с табличным значением (воздух считать двухатомным идеальным газом).

Технические характеристики

1. Объём рабочего баллона 10^{-2} м^3 .
2. Предел измерения уровней жидкости в коленях U-образного манометра от 0 до 330 мм.
3. Цена деления шкалы U-образного манометра 1 мм.
4. Электропитание от сети переменного тока напряжением 220 В.

Контрольные вопросы

1. Дайте определения и поясните понятия: термодинамика, термодинамические системы, термодинамический метод.
2. Поясните смысл термодинамических параметров: давления, объёма (удельного, молярного), температуры, моля, молярной массы.
3. Поясните понятия: параметры системы, равновесное состояние, уравнение состояния, термодинамические процессы, изопроцессы, идеальный газ, уравнение состояния идеального газа (Менделеева–Клапейрона).
4. Что означает внутренняя энергия, теплота, теплообмен, работа?
5. Сформулируйте и запишите первое начало термодинамики.
6. Что такое теплоёмкость, удельная теплоёмкость, молярная теплоёмкость? Покажите связь между ними и с первым началом термодинамики для изопроцессов.
7. Сформулируйте и запишите первое начало термодинамики для изохорического процесса. Изохорная теплоёмкость C_V .
8. Первое начало термодинамики для изобарического процесса. Изобарная теплоёмкость C_p . Работа при изобарном процессе.
9. Первое начало термодинамики для изотермического процесса. Работа при изотермическом процессе.
10. Первое начало термодинамики для адиабатического процесса. Работа при адиабатическом процессе.
11. Выведите уравнения Майера и объясните физический смысл универсальной газовой постоянной.
12. Поясните понятие степень свободы. Степень свободы молекулы. Поступательная, вращательная, колебательная степени свободы. Показатель адиабаты γ .
13. Выведите уравнение Пуассона вида $pV^\gamma = \text{const}$.
14. Выведите уравнение Пуассона вида $TV^{\gamma-1} = \text{const}$.
15. Выведите уравнение Пуассона вида $T^\gamma V^{1-\gamma} = \text{const}$.
16. Основные положения молекулярно-кинетической теории. Распределение энергии по степеням свободы. Кинетическая энергия поступательного и вращательного движения молекул.
17. Равновесное распределение Максвелла.
18. Наиболее вероятная, средняя, среднеквадратическая скорости.
19. Распределение Больцмана.
20. Вывести расчетную формулу для постоянной адиабаты.
21. Пояснить процессы, изображенные на pV -диаграмме.
22. Перечислите основные источники погрешностей, возникающие при выполнении данной работы.

Вариант ответов на контрольные вопросы

1. *Термодинамикой* называют раздел физики, в котором рассматриваются и изучаются общие свойства макроскопических тел и их совокупностей на предмет обмена энергией, как между собой, так и с внешней средой, то есть с телами и полями внешними по отношению к ним.

Такие макроскопические объекты, тела и поля различной, вообще говоря, природы, обменивающиеся энергией между собой, называются *термодинамическими системами*.

В основе исследования подобных термодинамических систем лежит так называемый *термодинамический метод*, суть которого состоит в изучении различных превращений энергии и её форм, происходящих в данной термодинамической системе.

Условия данных превращений и соотношения между различными видами энергии дают возможность выявить те или иные физические свойства тел, систем, объектов в разнообразных процессах, в которых эти тела и объекты участвуют.

Термодинамический метод не задается вопросом о внутреннем строении веществ данных тел системы и характере движения и взаимодействия отдельных частиц, составляющих данные макротела системы.

Раздел физики, использующий термодинамический метод исследования, называют также *феноменологической термодинамикой*. В её основе лежат два установленных опытным путем закона (начала) термодинамики, а также тепловая теорема Нернста (третье начало термодинамики).

2. Для описания термодинамической системы вводятся физические величины, называемые *параметрами состояния или термодинамическими параметрами*.

Обычно термодинамическими параметрами являются давление, температура, объём (как правило, удельный или молярный). Определенный набор термодинамических параметров однозначно задает состояние системы.

Давлением p называется скалярная физическая величина, численно равная силе dF_n , действующей на «единичную площадку» dS площади по направлению нормали $\vec{n}$ (перпендикуляр к поверхности «площадки») к этой поверхности

$$p = \frac{dF_n}{dS},$$

где dF_n – численное значение перпендикулярной составляющей к площадке силы dF ; dS – площадь участка поверхности, на которую действует сила.

$$\text{Единица измерения (СИ)} \quad 1 \text{ Па} = \frac{1 \text{ Н}}{1 \text{ м}^2}.$$

Удельным объёмом ν называется объём единицы массы вещества данного тела $\nu = \frac{dV}{dm}$ или $\nu = \frac{1}{\rho}$,

где $\rho = \frac{dm}{dV}$ – плотность тела.

$$\text{Единица измерения (СИ)} \quad \frac{\text{м}^3}{\text{кг}} = \frac{1}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}.$$

Молярным объёмом V_μ называется объём одного моля вещества данного тела $V_\mu = \frac{V}{\nu}$,

где V – объём тела (газа); ν – число молей вещества (газа) в данной массе.

$$\text{Единица измерения (СИ)} \quad \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}.$$

Молем ν вещества является такое количество вещества, в котором содержится $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ структурных элементов (атомов, молекул) данного вещества. Для количества молей вещества ν имеем

$$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{N \cdot m_0}{N_A \cdot m_0} = \frac{m}{\mu},$$

где m_0 – масса «молекулы» данного вещества; $\mu = m_0 N_A$ – молярная масса (масса $\nu = 1$ моль).

Тогда связь молярного V_μ и удельного ν объёма имеет вид $V_\mu = \mu \nu$.

$$\text{Единица измерения (СИ)} \quad \frac{\text{м}^3}{\text{моль}} = \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}.$$

Температура равновесной системы является мерой интенсивности теплового движения её структурных элементов (атомов, молекул). Температуру измеряют косвенным образом, методы измерения которой основаны на зависимости от неё многих физических свойств веществ, тел, таких как длина, электропроводность, упругость, фазовые превращения и т.д.

Выбирается термометрическое тело и по определенному закону строится эмпирическая шкала.

Международная *стоградусная шкала* предполагает единицу измерения температуры в $\Delta t = 1^\circ\text{C}$ (Цельсия).

Считается, что при давлении (норма) $p_0 = 1,01325 \cdot 10^5$ Па температура плавления льда $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и кипения воды $t_{\text{кип}} = 100^\circ\text{C}$.

Термодинамическая температура измеряется по термодинамической шкале: $T = t^\circ\text{C} + 273,15^\circ\text{C}$.

Единица измерения T : К. $\Delta T = \Delta t$, $1\text{ К} = 1^\circ\text{C}$.

3. *Равновесным состоянием* термодинамической системы, называется состояние системы, параметры состояния которой не меняются с течением времени (стационарное состояние) сколь угодно долго при неизменных внешних условиях. Понятие температуры имеет смысл для равновесных систем.

Внешними параметрами системы являются физические величины, зависящие от свойств тел, являющихся внешними по отношению к данной системе. Например, объём сосуда, в котором находится газ, жидкость или атмосферное давление и т.д.

Внутренние параметры системы зависят как от внешних по отношению к ней факторов, так и от кинетических и прочих характеристик частиц, составляющих систему. Например, внутренняя энергия, давление зависят от скорости, плотности частиц.

Простые системы – химические однородные вещества и их смеси, часто в отсутствии внешних полей и т.д.

Для простых систем данного химического состава (μ – молярная масса, определяемая часто химическим составом) и данной массы m равновесное состояние, задается двумя параметрами состояния – объёмом V и температурой T .

Функциональная зависимость типа $p = f(V, T)$ называется *уравнением состояния*. Определяется в термодинамике опытным путем.

Изменение величины внешних (или одного из них) параметров приводит к изменению состояния данной системы.

Подобное изменение состояния называется *термодинамическим процессом*.

Реальные процессы неравновесны, так как смена состояний происходит за конечный, порой очень малый, промежуток времени. Мы будем рассматривать квазистатический, равновесный процесс, который предполагает достаточно медленный переход из одного равновесного состояния в другое непрерывно.

Изопроцессом называется термодинамический процесс в системе данной массы при каком-либо одном постоянном параметре состояния.

Изотермический – $T = \text{const}$;

Изохорический – $V = \text{const}$;

Изобарический – $p = \text{const}$;

Адиабатический – $Q = \text{const}$, (без теплообмена с внешней средой).

Функция состояния – физическая величина, однозначно определяющая состояние термодинамической системы. Изменения функции состояния не зависят от вида термодинамического процесса.

Примеры: внутренняя энергия U , энтропия системы S .

Идеальным газом называется газ, молекулы которого взаимодействуют абсолютно упруго и имеют исчезающе малые размеры, но имеют форму.

Уравнения состояния идеального газа (μ, m):

Клапейрона
$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \dots = C, \quad 1, 2 - \text{номера состояний.}$$

Менделеева
$$C = \frac{m}{\mu}, \quad pV = \frac{m}{\mu} RT, \quad R = kN_A = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}).$$

Больцмана
$$p = nkT, \quad n = \frac{N}{V} - \text{концентрация, } k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К}.$$

4. *Внутренней энергией* термодинамической системы (тела) называется энергия, зависящая только от термодинамического состояния системы (тела). Внутренняя энергия системы (тела) включает в себя энергию всех внутренних движений и энергию взаимодействия всех частиц, входящих в систему. К ним относятся:

- кинетическая энергия теплового поступательного и вращательного движения всех молекул;
- кинетическая энергия и потенциальная энергия колебаний атомов в молекулах;
- потенциальная энергия взаимодействия молекул, атомов;
- энергия электронных оболочек молекул, атомов, ионов;
- энергия нуклонов в ядре.

Для термодинамического процесса в идеальном газе при невысоких температурах, вклады, кроме первых двух, несущественны.

Для описания термодинамических процессов само абсолютное значение внутренней энергии не столь важно.

Существенно определить её изменения $\Delta U = U_2 - U_1$ (приращения), где U_1, U_2 – внутренние энергии состояний 1 и 2.

Поскольку внутренняя энергия является функцией состояния, то есть не зависит от типа процесса перехода из состояния 1 в состояние 2, то для кругового процесса полное изменение её в целом равно 0, т.е. $\oint dU = 0$.

Для простой системы данных (μ, m) имеем *калорическое уравнение состояния* $U = \varphi(V, T)$.

$$\text{В частности, для идеального газа } U = \int_0^T C_V dT + U_0,$$

где U_0 – внутренняя энергия системы при $T = 0$.

Для области обычных нормальных температур можно положить $U_0 = 0$, тогда $U = C_V T$, где $C_V = \frac{i}{2} \nu R T$ и $\nu = \frac{m}{\mu}$, $R = 8,31$ Дж/(моль·К), $i = 3, 4, 5$ – число степеней свободы молекулы, соответствующей модели идеального газа.

Термическое уравнение в состоянии термодинамической системы имеет вид: $f(p, V, T) = 0$. Переход системы в другое состояние означает изменение параметров состояния p, V, T . Это осуществляется подведением (отведением) к системе каким-либо образом энергии извне.

Будем различать два процесса обмена энергией между термодинамической системой и внешними телами: совершение работы и теплообмен.

Количество энергии, переданное внешними телами при силовом взаимодействии их с термодинамической системой, будем называть *работой* A .

Количество энергии, переданное термодинамической системе внешними телами путем теплообмена, будем называть *теплотой* (количеством теплоты) Q .

Различает три вида теплообмена: конвективный, лучистый, теплопередача.

Передача тепла (количества теплоты) от областей объёма вещества (газ, жидкость), имеющих различные температуры, друг другу называются конвективным теплообменом.

Передача тепла (энергии) посредством электромагнитного излучения называется лучистым теплообменом. Заключается в испускании и поглощении энергии веществом квантов электромагнитного излучения без непосредственного контакта взаимодействующих тел.

Теплопередача состоит в передаче энергии теплового движения, непосредственно контактирующих областей вещества, имеющих различные температуры.

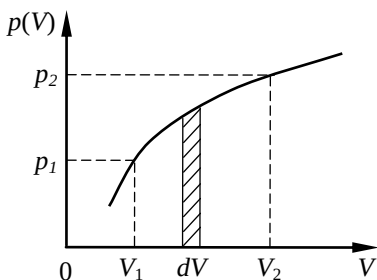
Важно отметить, что теплота (количества теплоты) является процессом, осуществляющим передачу (трансляцию) энергии от внешних тел к данной термодинамической системе, и принципиально отличается от понятия теплорода – особой тонкой субстанции (флюида), который якобы впитывался в той или иной мере телами в зависимости от температурных условий. Теория теплорода господствовала в естествознании до середины XIX века.

Обмен энергией, термодинамической системы с внешними телами путем совершения работы (механической работы) связан с изменением объёма и формы.

Работой (работой расширения) называется работа, которую совершает термодинамическая система против внешнего давления. Элементарная работа $\delta A = p_{\text{внеш}} dV$, где $p_{\text{внеш}}$ – внешнее давление; dV – элементарное приращение объёма V . Для равновесного процесса $p_{\text{внеш}} = p$, где p – давление в системе. Тогда при изменении объёма от V_1 до V_2 при равновесном процессе работа расширения A равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV,$$

где $p = p(V)$ – давление в термодинамической системе при данном V .



Так как $p > 0$, то если $dV > 0$, имеем $\delta A > 0$ – работа положительная: если $dV < 0$, то $\delta A < 0$ – работа, совершаемая термодинамической системой отрицательная. То есть положительная работа $\delta A > 0$ совершается силами внешнего давления (над системой). Совершение работы над системой может менять энергию системы в любых видах.

Подведение теплоты меняет только внутреннюю энергию системы. В этом отличие данных процессов обмена энергии между термодинамической системой и внешними телами.

5. Первое начало (первый закон) термодинамики – это приращение внутренней энергии термодинамической системы ΔU_{12} при равновесном

переходе из состояния 1 в состояние 2 равно сумме количества теплоты Q_{12} , подведённое к данной термодинамической системе, и работы A_{12} , совершённой внешними телами над данной системой:

$$\Delta U_{12} = Q_{12} + A'_{12}.$$

Если $A_{12} = -A'_{12}$ – работа, совершаемая термодинамической системой над внешними силами в процессе равновесного перехода из состояния 1 в 2, то можно представить данный закон как

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}.$$

В дифференциальном виде первое начало термодинамики можно записать:

$$\delta Q = dU + \delta A,$$

где δQ , δA , dU – элементарные приращения теплоты, работы и внутренней энергии бесконечно близких равновесных состояний соответственно; δA и δQ – не являются полными дифференциалами.

Причём у внутренней энергии системы стоит символ “ d ”, имеющий смысл полного дифференциала функции $U = U(T)$, являющейся функцией состояния термодинамической системы.

Если к системе подводится тепло, то $\delta Q > 0$, если отводится – $\delta Q < 0$.

Если $\delta A > 0$ – система совершает положительную работу над внешними силами (расширение), $\delta A < 0$ – работа совершается внешними силами над системой (сжатие).

В общем случае работа равна $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$.

6. Скалярная физическая величина, численно равная отношению элементарного количества теплоты δQ , подведённого к некоторому телу, к приращению (элементарному) абсолютной температуры dT тела в данном процессе, называется теплоёмкостью C тела:

$$C = \frac{\delta Q}{dT}. \quad \text{Единица измерения } \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Значение величины C зависит от массы тела m , его химического состава, структуры молекул, пространственной структуры, химической чистоты, а также термодинамического состояния и типа процесса, при котором сообщается теплота δQ .

Собственно, теплоёмкостью тела пользоваться некорректно, поэтому вводят приведённые величины теплоёмкостей, такие как удельная, молярная.

Удельной теплоёмкостью c называется теплоёмкость единицы массы тела (вещества): $c = \frac{C}{m}$. Единица измерения $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Молярной теплоёмкостью C_μ называется теплоёмкость одного моля вещества: $C_\mu = \frac{C}{\nu}$, где $\nu = \frac{m}{\mu}$; m – масса вещества данного тела; μ – молярная масса вещества. Единица измерения $\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

Для однородного тела:

$$\delta Q = c \cdot m \cdot dT, \quad \delta Q = \nu \cdot C_\mu dT = \frac{m}{\mu} C_\mu dT,$$

где δQ – количество теплоты, необходимое для нагревания тела массы m или ν молей вещества молярной массы μ .

Связь между c и C_μ имеет вид $C_\mu = \mu c$.

Тогда первое начало термодинамики для изопроцессов имеет вид

$$\frac{m}{\mu} C_\mu dT = dU + p(V)dV,$$

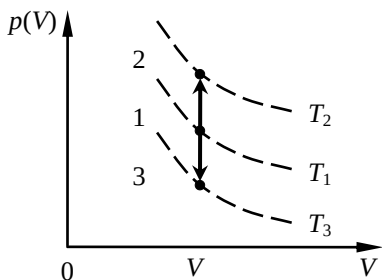
$$C_\mu dT = dU_\mu + p(V)dV \text{ для одного моля } \left(\nu = \frac{m}{\mu} = 1 \right).$$

7. Рассмотрим первое начало термодинамики для изохорического процесса $V = \text{const}$. Тогда $dV = 0$, т.е. $\delta A = p(V)dV = 0$ – работа не совершается, и теплота, подведённая к термодинамической системе, идёт на приращение внутренней энергии данной системы $\delta Q = dU$.

Теплоёмкостью при постоянном объёме ($V = \text{const}$) будет называться отношение $C_V = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_V$, и учитывая её связь с молярной теплоёмкостью

$$C_{\mu V} = \frac{C_V}{\nu}, \text{ где } \nu = \frac{m}{\mu} \text{ – число молей вещества в системе, для приращения}$$

внутренней энергии можно записать выражение $dU = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} dT$.



Изобразим графически изохорические процессы нагревания $\delta Q_{12} > 0$, $T_2 > T_1$ и охлаждения $\delta Q_{13} < 0$, $T_3 < T_1$ на pV -диаграмме. Здесь 1, 2, 3 – номера состояния, T_1 , T_2 , T_3 – их температуры, где $T_2 > T_1 > T_3$.

Для нормали интервала ΔT «нормальных» – обычных температур теплоёмкость $C_{\mu V}$ можно считать величиной постоянной $C_{\mu V} = \text{const}$.

Тогда, например, для интервала $\Delta T = T_2 - T_1$ при изохорном нагревании $\Delta Q_{12} > 0$ приращение внутренней энергии равновесного перехода $1 \rightarrow 2$ будет иметь вид

$$\Delta U_{12} = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} (T_2 - T_1), \quad \Delta U_{12} > 0.$$

Для процесса $1 \rightarrow 3$: $\Delta U_{13} = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} (T_3 - T_1), \quad \Delta U_{13} < 0.$

8. Для данной массы m идеального газа μ при произвольном равновесном процессе первое начало термодинамики можно представить:

$$\frac{m}{\mu} C_{\mu} dT = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} dT + p(V) dV,$$

где C_{μ} – молярная теплоёмкость данного процесса.

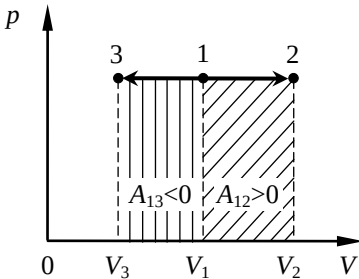
Рассмотрим изобарный процесс $p = \text{const}$. Введем понятие изобарной теплоёмкости $C_p = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_p$. Единица измерения $\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

Индекс « p » у скобок говорит о том, что теплота δQ подводится к термодинамической системе при постоянном давлении $p = \text{const}$. Связь C_p с молярной теплоёмкостью $C_{\mu p}$ имеет вид:

$$C_{\mu p} = \frac{C_p}{\nu}, \quad \text{где } \nu = \frac{m}{\mu} \text{ – число молей вещества.}$$

Первое начало термодинамики для изобарного процесса $p = \text{const}$ примет вид

$$\frac{m}{\mu} C_{\mu p} dT = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} dT + p dV.$$



На диаграмме в координатах p - V изобарный процесс представляет собой отрезок прямой, параллельный оси $0V$ и соединяющий точки определённых состояний термодинамической системы.

Работа A_{12} , совершаемая термодинамической системой при переходе из состояния 1 в состояние 2, является положительной, так как $V_2 > V_1$,

$$A_{12} = \int_1^2 p dV = p \int_1^2 dV = p(V_2 - V_1), \quad A_{12} > 0.$$

Величина работы A_{12} графически находится как площадь прямоугольника со сторонами p и $\Delta V = V_2 - V_1$.

Для процесса перехода из состояния 1 в состояние 3 работа идеального газа (сжатие) равна

$$A_{13} = \int_1^3 p dV = p \int_1^3 dV = p(V_3 - V_1), \quad A_{13} < 0.$$

Величина работы A_{13} также определяется как площадь прямоугольника, но имеет отрицательное значение.

9. Изотермическим (изотермным) процессом называется процесс подведения (отведения) теплоты при постоянной температуре в термодинамической системе $T = \text{const}$. Точнее при неизменной разности температур между системой и внешней средой. При этом считается, что теплоёмкость внешней среды практически равна бесконечности.

Поскольку при данном процессе приращение температуры в термодинамической системе $dT = 0$, то её внутренняя энергия не изменяется, то есть $dU = 0$.

Тогда первое начало будет иметь вид $\delta Q = dA$.

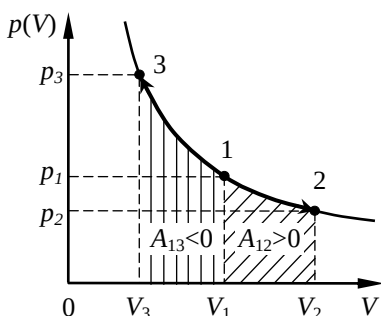
При изотермическом процессе перехода из состояния 1 в состояние 2 количество теплоты Q_{12} расходуется на совершение работы системой над внешними телами:

$$Q_{12} = A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV.$$

С учетом уравнения состояния идеального газа $p(V) = \frac{m}{\mu} R \frac{T}{V}$ имеем

$$Q_{12} = A_{12} = \frac{m}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Работа при изотермическом процессе $T = \text{const}$ в координатах p - V представляет собой площадь криволинейной трапеции, расположенной под кривой изотермы $p(V) = \frac{\text{const}}{V}$ и ограниченной отрезками $p_1 = p(V_1)$ и $p_2 = p(V_2)$.



В изотермическом процессе 1–2 работа $A_{12} > 0$, для перехода 1–3 работа $A_{13} < 0$.

Для изотермического процесса имеем: $p_1 V_1 = p_2 V_2$. Отсюда $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$, и работа может быть представлена как:

$$A_{12} = \frac{m}{\mu} RT \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

10. Адиабатическим (адиабатным) процессом называется процесс, протекающий без теплообмена данной термодинамической системы с внешней средой $\delta Q = 0$.

Условие $Q_{12} = 0$ не удовлетворяет условию адиабатности, так как это условие может быть достигнуто как алгебраическая сумма количества теплоты на различных участках процесса 1–2.

Поскольку $\delta Q = 0$, то $\delta A = -dU$.

Элементарная работа δA при адиабатном процессе осуществляется за счёт убыли внутренней энергии термодинамической системы dU :

$$\delta A = -\frac{m}{\mu} C_{\mu V} dT.$$

Работа адиабатного процесса при переходе из состояния 1 в состояние 2 определяется как

$$A_{12} = -\frac{m}{\mu} C_{\mu V} \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} (T_1 - T_2).$$

11. Уравнение состояния идеального газа $pV = \frac{m}{\mu} RT$.

Продифференцируем его $p dV = \frac{m}{\mu} R dT$ и подставим в уравнение первого закона термодинамики:

$$\frac{m}{\mu} C_{\mu p} dT = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} dT + \frac{m}{\mu} R dV.$$

Поделив обе части уравнения на $\frac{m}{\mu} RT$, получим $C_{\mu p} = C_{\mu V} + R$ – уравнение Майера, связывающее молярные теплоёмкости $C_{\mu p}$ и $C_{\mu V}$, где $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – универсальная газовая постоянная, имеющая смысл работы, совершаемой одним молем идеального газа при изобарном нагревании на 1 К.

Для удельных теплоёмкостей уравнения Майера имеет вид

$$C_p - C_V = \frac{R}{\mu}, \text{ здесь } \mu - \text{молярная масса.}$$

12. Степени свободы некоторые системы называют число независимых физических величин, дающих однозначное описание состояния (движения) данной системы. Например, положение абсолютно твердого тела в пространстве для данной системы координат может быть однозначно задано положением его центра масс (x_C, y_C, z_C – пространство трехмерно), а также расположением главных осей инерции относительно осей данной системы координат, (φ, ψ, θ – три оси).

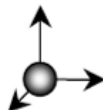
Итого имеем $i = 3 + 3 = 6$ степеней свободы. Состояние движения, вообще говоря, задается также 6-ю компонентами проекции соответствующих скоростей – 3 линейных и 3 угловых.

При «нормальных» температурах и давлениях, газы (смеси газов) ведут себя близко к модели идеального газа.

В модели идеального газа рассматривается абсолютно упругое взаимодействие совокупности хаотически движущихся молекул, средние расстояния между которыми много больше их эффективных размеров.

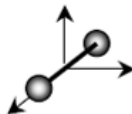
В данной модели молекулы представляют собой либо один атом (одноатомная молекула), либо два «жестко» связанных атома (двухатомная молекула), либо три и более жестко связанных атомов (трех- и многоатомная молекула).

Для однозначного задания состояния движения в пространстве одноатомной молекулы достаточно задать три компоненты скорости (V_x, V_y, V_z) или три компоненты импульса (p_x, p_y, p_z). Говорят о степенях свободы $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} = 3 + 0 = 3$.

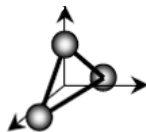


Для жестко связанной двухатомной молекулы необходимо задать (знать) три компоненты движения её центра масс (V_x, V_y, V_z) и две компоненты угловых скоростей (ω_x, ω_y), соответствующих поворотам относительно осей Ox, Oy, Oz . Ось Oz проходит через «центры» атомов.

Атомы в данной модели – материальные точки, поэтому их «поворот» относительно Oz не имеет смысла. Тогда $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} = 3 + 2 = 5$.



Для трех- и более атомной молекулы необходимо учесть вращение и относительно Oz . Тогда $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} = 3 + 3 = 6$.



Поскольку данные степени свободы равноценные, то согласно закону о равномерном распределении энергии по степеням свободы на каждую степень

$$\text{свободы приходится } \langle E_k \rangle = \frac{\langle E_0 \rangle}{3} = \frac{3/2}{3} kT = \frac{1}{2} kT ,$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура.

Тогда для различных молекул имеем:

$$\text{одноатомная } (i = 3), E = \frac{i}{2} kT = \frac{3}{2} kT ,$$

$$\text{двухатомная } (i = 3 + 2 = 5), E = \frac{i}{2} kT = \frac{5}{2} kT ,$$

трех- и более атомная ($i = 3 + 3 = 6$), $E = \frac{i}{2}kT = \frac{6}{2}kT$.

Мы учли согласно модели кинетическую энергию поступательного и вращательного движения жестких молекул. Вопрос о колебательных степенях свободы требует отдельного рассмотрения.

Для одной молекулы идеального газа с i степенями свободы имеем полную кинетическую энергию $E = \frac{i}{2}kT$.

Для $\nu = 1$ моль, в котором $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ молекул, внутреннего энергия одного моля равна $U_\mu = N_A E = N_A \frac{i}{2}kT = \frac{i}{2}RT$, при $N_A k = R$.

Тогда $C_{\mu V} = \frac{dU_\mu}{dT} = \frac{i}{2}R$ – молярная теплоёмкость.

Для $C_{\mu p}$ из формулы Майера $C_{\mu p} = C_{\mu V} + R$ получим $C_{\mu p} = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R$.

Итак, получили $C_{\mu V} = \frac{i}{2}R$, $C_{\mu p} = \frac{i+2}{2}R$.

А их отношение $\gamma = \frac{C_{\mu p}}{C_{\mu V}} = \frac{i+2}{i}$ – коэффициент Пуассона или постоянная адиабаты.

Для одноатомного идеального газа $i = 3$, $\gamma = 5/3 = 1,67$; для двухатомного $i = 5$, $\gamma = 7/5 = 1,4$; для трех- и более атомного $i = 6$, $\gamma = 1,33$.

13. Выведем уравнение Пуассона вида $pV^\gamma = \text{const}$. Запишем 1-е начало термодинамики $\delta Q = dU + \delta A$ для адиабатического процесса $\delta Q = 0$.

В нем $dU + \delta A = 0$ или $\delta A = -dU$, тогда $pdV = -\frac{m}{\mu}C_V dT$.

Из уравнения состояния идеального газа $pV = \frac{m}{\mu}RT$ имеем

$$d(pV) = d\left(\frac{m}{\mu}RT\right), \quad dpV + pdV = \frac{m}{\mu}RdT \quad \text{или} \quad \frac{m}{\mu}dT = \frac{pdV + Vdp}{R}.$$

Тогда $pdV = -\frac{pdV + Vdp}{R}C_V$, $-\frac{R}{C_V} = \frac{pdV + Vdp}{pdV}$.

Так как $C_{\mu p} = C_{\mu V} + R$, то $\frac{C_{\mu p} - C_{\mu V}}{C_{\mu V}} = 1 + \frac{Vdp}{pdV}$.

Отсюда $\frac{C_{\mu p} - C_{\mu V}}{C_{\mu V}} = -\frac{Vdp}{pdV} - 1$, $\frac{C_{\mu p}}{C_{\mu V}} - 1 = -\frac{Vdp}{pdV}$ или с учетом того,

что $\frac{C_{\mu p}}{C_{\mu V}} = \frac{C_p}{C_V}$, получим $-\frac{C_p}{C_V} = \frac{Vdp}{pdV}$.

Так как $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ – показатель адиабаты, имеем $-\gamma = \frac{Vdp}{pdV}$.

Разделим переменные $-\gamma \frac{dV}{V} = \frac{dp}{p}$ и проинтегрируем по dV от V_1 до V_2 слева и по dp от p_1 до p_2 (состояние произвольное):

$$-\gamma \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p},$$

$$-\gamma \ln V \Big|_{V_1}^{V_2} = \ln p \Big|_{p_1}^{p_2}, \quad -\gamma \ln \frac{V_2}{V_1} = \ln \frac{p_2}{p_1} \quad \text{или} \quad \gamma \ln \frac{V_1}{V_2} = \ln \frac{p_2}{p_1}.$$

Окончательно имеем $\ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = \ln \frac{p_2}{p_1}$.

Потенцируем $e^{\ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma} = e^{\ln \frac{p_2}{p_1}}$, $e = 2,718281828$ – основание натурального логарифма. В результате получим $\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = \frac{p_2}{p_1}$, откуда $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma = \text{const}$, таким образом, имеем $pV^\gamma = \text{const}$.

14. Получим уравнение Пуассона вида $TV^{\gamma-1} = \text{const}$ из уравнения Пуассона вида $pV^{\gamma} = \text{const}_1$ и уравнения состояния $pV = \frac{m}{\mu}RT$ или $pV = \nu RT$, где $\nu = \frac{m}{\mu}$ – число молей.

Тогда $p = \nu R \frac{T}{V}$. Подставим p в уравнение $pV^{\gamma} = \text{const}_1$.

Имеем $\nu R \frac{T}{V} \cdot V^{\gamma} = \nu R \cdot T \cdot \frac{V^{\gamma}}{V} = \nu R \cdot T \cdot V^{\gamma-1} = \text{const}_1$ так как $\nu R = \text{const}'$, то $TV^{\gamma-1} = \frac{\text{const}_1}{\text{const}'} = \text{const}_2$, таким образом, получим $TV^{\gamma-1} = \text{const}$.

15. Выведем уравнение Пуассона вида $T^{\gamma}V^{1-\gamma} = \text{const}$ из уравнения Пуассона $pV^{\gamma} = \text{const}$ и уравнения состояния идеального газа $pV = \nu RT$, где $\nu = \frac{m}{\mu}$ – число молей.

Выразим из него объём $V = \nu R \frac{T}{p}$ и подставим его в $pV^{\gamma} = \text{const}$.

Тогда $p \left(\nu R \frac{T}{p} \right)^{\gamma} = (\nu R)^{\gamma} \cdot p \cdot p^{-\gamma} \cdot T^{\gamma} = (\nu R)^{\gamma} \cdot p^{1-\gamma} \cdot T^{\gamma} = \text{const}_1$.

Так как $(\nu R)^{\gamma} = \text{const}''$, то $p^{1-\gamma} \cdot T^{\gamma} = \frac{\text{const}_1}{\text{const}''} = \text{const}_3$.

Окончательно имеем $T^{\gamma} \cdot p^{1-\gamma} = \text{const}$.

16. Основные положения молекулярно-кинетической теории:

- 1) Все тела (газы) состоят из атомов или молекул (структурных единиц).
- 2) Атомы, молекулы находятся в непрерывном хаотическом движении (тепловое движение).
- 3) Размеры атомов молекул существенно меньше средних расстояний между ними.
- 4) Взаимодействие двухчастичное (парное), абсолютно упругое.

5) “Конструкции” двух-, трех- и более атомных молекул “жесткие”, т.е. расстояния между атомами в молекуле не меняются. Колебания атомов в молекуле не рассматриваются.

6) Взаимодействие локальное. На расстояниях, превышающих размеры молекулы, взаимодействие отсутствует.

7) Движение хаотичное, непрерывное с различными, вообще говоря, скоростями.

8) Мерой кинетической энергии системы поступательного и вращательного движения молекул является термодинамическая температура (параметр макросистемы).

9) Полная внутренняя энергия макросистемы, состоящей из N частиц, есть сумма кинетической энергии всех частиц системы:

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{m_i v_i^2}{2},$$

где m_i , v_i – масса и скорость i -й частицы в данный момент.

10) Давление (макропараметр термодинамической системы) связано с внутренней энергией U системы соотношением

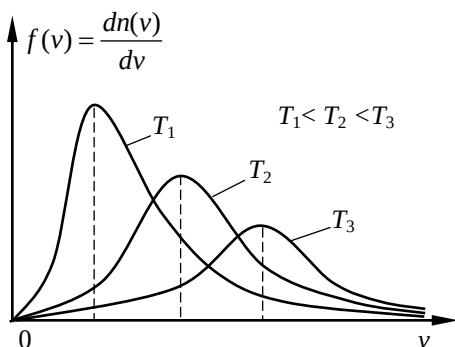
$$p = \frac{2}{3} U.$$

17. Для газов, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, является справедливым стационарное равновесное распределение одноатомных молекул по скоростям в результате их упругого парного взаимодействия (распределения Максвелла). Оно может быть представлено в виде

$$dn(v) = 4\pi n_0 \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} dv,$$

где $dn(v)$ – число молекул идеального газа, находящихся в единице объёма, модули скоростей которых лежат в интервале от v до $v+dv$; m_0 , v – масса и скорость данных молекул; $n_0 = \frac{N_0}{V_0}$ – концентрация молекул в системе; T – абсолютная температура газа; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Функция вида $f(v) = \frac{dn(v)}{dv}$ называется функцией распределения молекул по скоростям (равновесной).



Из рисунка видно, что с увеличением температуры T системы максимумы функции $f(v)$ сдвигаются в сторону больших скоростей v , соответствующих наиболее вероятной скорости $v_{\text{вер}}$.

18. Знание функций равновесного распределения Максвелла $f(v)$ позволяет рассчитывать величины характерных скоростей (модулей) для равновесных систем. Метод состоит в нахождении соответствующих интегралов:

$$v_{\text{cp}} = \langle v \rangle = \int_0^{\infty} v \cdot f(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}},$$

$$v_{\text{кв}} = \langle v^2 \rangle = \int_0^{\infty} v^2 \cdot f(v) dv = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}.$$

Наиболее вероятная скорость $v_{\text{вер}}$ находится из условия экстремума функции распределения $\frac{df(v)}{dv} = 0$.

Соответствующий расчёт даёт $v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}.$

Характерные интегралы вычислены в спецкурсах математического анализа.

19. Если система частиц (молекул газа) находится в некотором внешнем потенциальном силовом поле, то распределение частиц (молекул) в пространстве может быть описано законом распределения Больцмана:

$$dn(x, y, z) = n_0 \cdot e^{-\frac{W_n(x, y, z)}{kT}} dx dy dz,$$

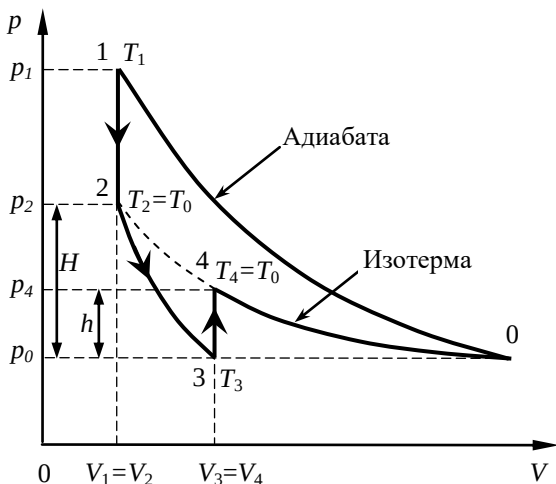
где $dn(x, y, z)$ – количество молекул, находящихся в элементарном объёме $dV = dx dy dz$ с координатами (x, y, z) ; n_0 – некоторая постоянная, определяемая из условия задачи.

Например, распределение частиц массой m_0 , находящихся в поле тяжести Земли и имеющих потенциальную энергию взаимодействия $W_{\text{п}} = m_0gh$, где $h = z$ – высота над уровнем поверхности.

Тогда, $dn(x, y, z) = n_0 \cdot e^{-\frac{m_0gh}{kT}} dV$.

Полагая $n_0 = n(x = 0, y = 0, z = 0)$ – концентрация на поверхности Земли, получим $n(z) = n_0 \cdot e^{-\frac{m_0gz}{kT}} = n_0 \cdot e^{-\frac{m_0gh}{kT}}$ – концентрация на высоте $z = h$ или $p(z) = p_0 \cdot e^{-\frac{m_0gz}{kT}} = p_0 \cdot e^{-\frac{m_0gh}{kT}}$ – давление на высоте $z = h$ (барометрическая формула).

20. Рассмотрим состояния, которые проходит процесс:



Состояние 2:

$$p_2, T_2, V_2$$

Состояние 3:

$$p_0, T_3, V_3$$

Состояние 4:

$$p_4, T_4 = T_0, V_4$$

Процесс 2→3

адиабатический

$$\frac{p_2^{\gamma-1}}{T_0^\gamma} = \frac{p_0^{\gamma-1}}{T_3^\gamma} \quad (*)$$

Процесс 3→4

изохорный $V_3 = V_4$

$$\frac{p_0}{T_3} = \frac{p_4}{T_0} \quad (**)$$

Из уравнения (*) имеем $\left(\frac{T_0}{T_3}\right)^\gamma = \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\gamma-1}$.

Из уравнения (**) имеем $\left(\frac{T_0}{T_3}\right) = \frac{p_4}{p_0}$ или $\left(\frac{T_0}{T_3}\right)^\gamma = \left(\frac{p_4}{p_0}\right)^\gamma$.

Тогда, приравняв их левые части, получим $\left(\frac{p_4}{p_0}\right)^\gamma = \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\gamma-1}$.

Прологарифмируем полученное выражение $\ln\left(\frac{p_4}{p_0}\right)^\gamma = \ln\left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\gamma-1}$.

В результате получаем $\gamma \ln\left(\frac{p_4}{p_0}\right) = \gamma \ln\left(\frac{p_2}{p_0}\right) - \ln\left(\frac{p_2}{p_0}\right)$, и далее имеем

$$\gamma \ln p_4 - \gamma \ln p_0 = \gamma \ln p_2 - \gamma \ln p_0 - \ln p_2 + \ln p_0, \text{ сократим } \gamma \ln p_0,$$

$$\gamma \ln p_4 - \gamma \ln p_2 = \ln p_0 - \ln p_2, \quad \gamma(\ln p_4 - \ln p_2) = \ln p_0 - \ln p_2.$$

$$\text{Отсюда } \gamma = \frac{\ln p_0 - \ln p_2}{\ln p_4 - \ln p_2} = \frac{\ln \frac{p_0}{p_2}}{\ln \frac{p_4}{p_2}} = \frac{\ln \frac{p_0}{p_2}}{\ln \frac{p_4}{p_2}}, \text{ и выразив с учетом } H, \text{ имеем}$$

$$\gamma = \frac{\ln \frac{p_0 + H}{p_0}}{\ln \frac{p_0 + H}{p_0 + h}} = \frac{\ln\left(1 + \frac{H}{p_0}\right)}{\ln\left(1 + \frac{H - h}{p_0 + h}\right)}.$$

Имея в виду то, что $H, h \ll p_0$, можно воспользоваться разложением функции $\ln(1+x)$ в ряд Маклорена, т.е. $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$, если $x \ll 1$ и, ограничившись первым членом разложения, получим

$$\ln\left(1 + \frac{H}{p_0}\right) \approx \frac{H}{p_0}, \quad \ln\left(1 + \frac{H - h}{p_0 + h}\right) \approx \frac{H - h}{p_0 + h}.$$

Тогда $\gamma \approx \frac{H}{p_0} \cdot \frac{p_0 + h}{H - h} = \frac{H}{H - h}$. Так как $p_0 \approx p_0 + h$, в итоге получим

$$\gamma = \frac{H}{H - h}.$$

21. Рассмотрим pV -диаграмму, изображенную в предыдущем вопросе. Проанализируем каждый участок диаграммы.

0–1: Накачивание воздуха компрессором в баллон. Давление p в баллоне растет. Удельный объём $v = \frac{V}{m}$ уменьшается, так как увеличиваются число молекул и масса газа.

- 1–2: Давление в баллоне падает за счет теплопередачи части внутренней энергии во внешнюю среду, происходит изохорное остывание.
- 2–3: Открываем клапан К2: давление p падает, удельный объем ν растет, так как часть воздуха (молекул) покидает баллон, температура внутри баллона падает ниже температуры окружающей среды.
- 3–4: Клапан К2 закрыт: объем постоянен, идет нагрев – повышение температуры воздуха в баллоне за счет теплопередачи через стенки баллона до температуры окружающей среды, давление p растет, h увеличивается.

22. Источниками ошибок в данной работе является множество факторов. Основными из них являются:

- 1) Утечки воздуха через соединения трубок и клапан.
- 2) Несоблюдение временного режима установления давления p_2 и p_4 .
- 3) Погрешность измерения времени τ открытого клапана.
- 4) Погрешность измерения высоты водяного столбика на шкале манометра за счет мениска – половина цены деления шкалы $\Delta h \approx 0,5$ мм.
- 5) Ошибки проведения аппроксимирующей прямой на графике по результатам экспериментов.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИРАЩЕНИЯ ЭНТРОПИИ ПРИ НАГРЕВАНИИ И ПЛАВЛЕНИИ ОЛОВА

Цель работы: получение диаграммы нагревания и охлаждения олова, определение температуры плавления и приращения энтропии олова.

Оборудование: лабораторная установка для определения приращения энтропии при нагревании и плавлении олова УКЛО-2В-1, мультиметр Instek GDM-8246, компьютер.

Описание установки и методические указания

Лабораторная установка, представленная на рис. 1, включает в свой состав устройство нагрева и плавления олова УКЛО-2В-1, мультиметр Instek GDM-8246 и компьютер, предназначенный для автоматической регистрации экспериментальных данных. Возможна также ручная запись данных по показаниям мультиметра.



Рис. 1

Внешний вид устройства нагрева представлен на рис. 2, *а*, а его схема – на рис. 2, *б*. В устройстве нагрева имеется электрическая печь с нагревателем 1 (см. рис. 2, *б*), в который помещена ампула с оловом 2. Внутри ампулы находится металлическая трубка-чехол для датчика температуры (термопара хромель-копель) 3, предназначенная для измерения температуры олова.

На передней панели устройства нагрева (см. рис. 2) расположены: устройство подъёма 4 ампулы с оловом 2 из электрической печи 1, индикатор цифрового термометра 5, тумблеры «СЕТЬ» и включения электропитания печи «НАГРЕВ», тумблер включения электропитания термометра 6.

Ампула 2 с оловом нагревается в электрической печи 1, питающейся переменным током. Датчик температуры 3 (термопара) соединён с цифровым термометром ЦТ и мультиметром ММ. На индикаторе 5 цифрового термометра ЦТ отображается температура в °С, на мультиметре отображается напряжение (термоЭДС) в мВ. При ручном режиме данные записываются экспериментатором с мультиметра, при подключении компьютера к мультиметру, данные по интерфейсу автоматически передаются в компьютер, отображаются на экране и записываются в файл.

В работе измеряется зависимость температуры олова от времени при его нагревании, плавлении и охлаждении $t = f(\tau)$.

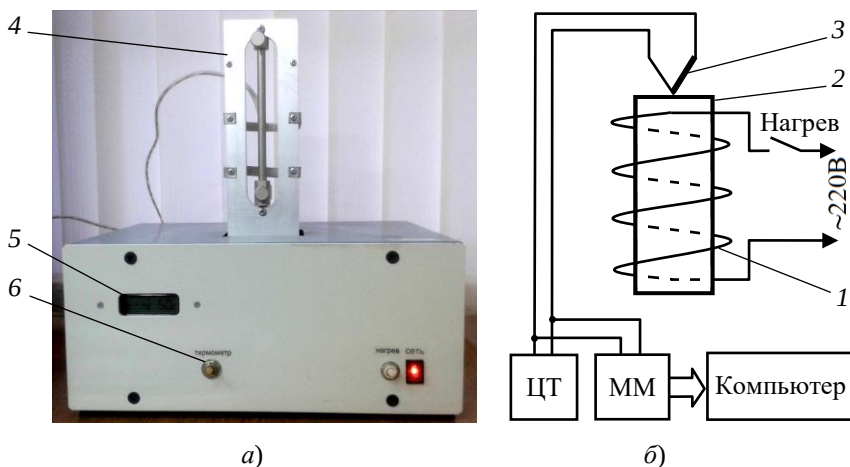


Рис. 2

Известно, что твердые вещества делятся на аморфные и кристаллические. Аморфные вещества, к которым относятся парафин, воск, термопластичные полимеры (полистирол, полиэтилен, полипропилен), не имеют четкой температуры плавления, при которой происходит переход в жидкое состояние, а при нагреве происходит их постепенное размягчение и переход в вязко-текучее состояние. Это объясняется тем, что в них реализуется ближний порядок во взаимном расположении атомов и упорядоченное расположение частиц вещества по отношению к любой выбранной частице наблюдается только в пределах малого объёма. Кривая нагрева термопластичных полимеров показана на рис. 3, а.

В кристаллических твёрдых телах переход в жидкое состояние (плавление) и обратно (кристаллизация) относится к фазовым превращениям первого рода, при которых скачком изменяется плотность ρ , внутренняя энергия U и энтропия тела S . При этом поглощается (при плавлении) или выделяется (при кристаллизации) энергия, называемая теплотой плавления (кристаллизации) λ . Если давление не меняется, то температура тела во время фазового перехода остаётся постоянной $t_{\text{пл}}$. Энтропией системы называется однозначная функция состояния S , приращение которой равно количеству тепла, подводимому обратимо к системе, делённому на абсолютную температуру, при которой это тепло подводится: $dS = \frac{dQ}{T}$.

Энтропия характеризует степень беспорядочности теплового движения частиц в системе. Олово, как известно, имеет кристаллическую структуру и характеризуется упорядоченным пространственным расположением частиц на большом расстоянии, т.е. в расположении атомов олова реализуется дальний порядок.

Идеализированная кривая нагревания, плавления, кристаллизации и охлаждения олова имеет вид, изображённый на рис. 3, б. Участок 1–2 графика соответствует нагреванию олова до температуры плавления $t_{\text{пл}}$. С повышением температуры увеличивается интенсивность теплового хаотического движения атомов и амплитуда их колебаний. При дальнейшем нагревании начинается процесс плавления, в течение которого температура олова остаётся неизменной (участок 2–3). Участок 3–4 соответствует дальнейшему нагреву расплава олова. После отключения нагревателя следуют участки 4–5 – остывание расплава, 5–6 – кристаллизация расплава, 6–7 охлаждение затвердевшего олова.

Реальная кривая зависимости температуры олова от времени при его нагревании, плавлении и охлаждении $t = f(\tau)$ показана на рис. 4.

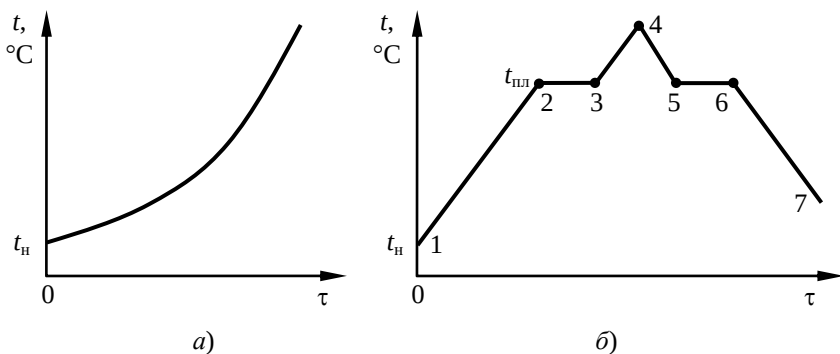


Рис. 3

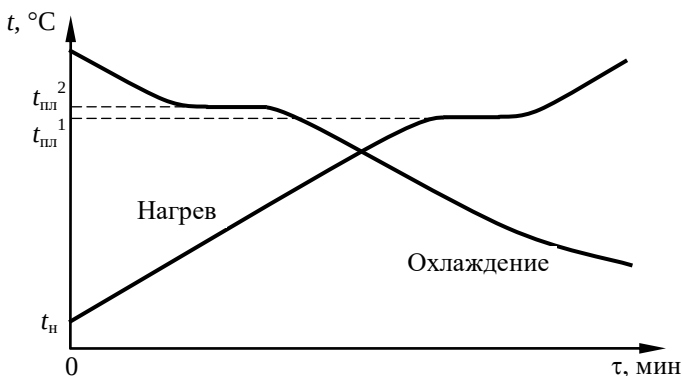


Рис. 4

При температуре $t = t_{\text{пл}}$ амплитуда колебаний атомов становится настолько большой, что начинается разрушение кристаллической решётки, на что расходуется вся подводимая извне теплота. Увеличивается хаотичность в расположении атомов, исчезает дальний порядок, энтропия системы S резко возрастает. Изменение энтропии ΔS при нагревании и плавлении олова складывается из изменения энтропии ΔS_1 при нагревании от начальной температуры $T_{\text{н}}$ до температуры плавления $T_{\text{пл}}$ и изменения энтропии ΔS_2 при плавлении олова:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2,$$

$$\text{где } \Delta S_1 = \int \frac{dQ}{T} = \int_{T_{\text{н}}}^{T_{\text{пл}}} \frac{cm dT}{T} = cm \ln \frac{T_{\text{пл}}}{T_{\text{н}}}, \quad \Delta S_2 = \int_2^3 \frac{dQ}{T} = \frac{\lambda m}{T_{\text{пл}}}.$$

Окончательно получаем

$$\Delta S = cm \ln \frac{T_{\text{пл}}}{T_{\text{н}}} + \frac{\lambda m}{T_{\text{пл}}}.$$

Здесь m – масса олова; c – удельная теплоёмкость олова; λ – удельная теплота плавления олова; $T = t + 273$ – абсолютная температура.

Порядок выполнения работы

Работа может быть выполнена в двух вариантах, виртуальном и реальном. Виртуальный выполняется в случае невозможного выполнения реального варианта.

1. Вариант – виртуальный

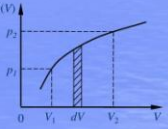
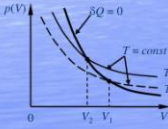
Т.Г.Т.У

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

Лабораторная работа № 3

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$$
$$pV = \nu R \cdot T$$
$$pV^\gamma = \text{const}$$

Определение приращения энтропии при нагревании и плавлении олова

$$\gamma = \frac{i+2}{i}$$
$$\delta Q = dU + \delta A$$
$$E = \frac{i}{2} kT$$
$$f(v) = 4\pi n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$
$$C_p = C_v + R$$


Кафедра «Физика» ТГТУ

Загрузите из яндекс-диска файл, ссылка

<https://disk.yandex.ru/i/VFR6GHMtMRRZbA>

Просмотрите выполнение лабораторной работы, запишите полученные в эксперименте данные и далее выполните задания как в реальном варианте.

2. Вариант – реальный автоматический

1. Включите компьютер и установку.
2. Запустите программу «Интерфейс Instek GDM-8246», нажав виртуальную кнопку: «DC ± 500 mV». После нажатия этой кнопки прибор перейдёт в режим измерения постоянного напряжения в диапазоне ± 500 мВ. По умолчанию интервал записи данных составляет 0,2 с, его можно увеличивать до 0,5 с шагом 0,1 с. Для записи экспериментальных данных следует ввести в обозначенное поле название файла данных (желательно указывать в названии фамилию, имя и номер группы, например: Иванов_И_БХТ231_нагрев) и нажать виртуальную кнопку: «ЗАПИСАТЬ ФАЙЛ».
3. Убедитесь, что ампула с оловом находится в нагревателе. Включите тумблер «НАГРЕВ». Время опыта – около 20...30 мин, напряжение на термопаре не должно превышать ~ 10 мВ. Измерения продолжать до тех пор, пока не будут пройдены три области процесса: область нагревания, область полного расплава, область нагрева расплава. По окончании записи данных следует нажать виртуальную кнопку «ОСТАНОВИТЬ».
4. Отключите «НАГРЕВ».
5. Отверните винт ползунка устройства подъема 4 (рис. 2, а) и осторожно поднимите ампулу 2 с расплавленным оловом из печи 1. Зафиксируйте положение ампулы тем же винтом.
6. В программе, в поле для ввода имени файла задать новое имя (например: Иванов_И_БХТ231_охлажд).
7. Нажмите виртуальную кнопку «ЗАПИСАТЬ ФАЙЛ». Регистрация температуры снова запустится. Измерения продолжать до тех пор, пока не будет пройден процесс кристаллизации и частичного охлаждения олова. Время опыта – около 30 мин.
8. По окончании записи данных следует нажать виртуальную кнопку «ОСТАНОВИТЬ».
9. В папке «Плавление олова» на «Рабочем столе» компьютера запишите созданный файл на съёмный носитель. Выключите установку.

3. Вариант – реальный ручной

1. Включите установку.
2. Убедитесь, что ампула с оловом находится в нагревателе. Включите тумблер «НАГРЕВ». Время опыта – около 25...30 мин, напряжение на термопаре не должно превышать ~ 10 мВ. Измерения продолжать до тех пор, пока не будут пройдены три области процесса: область нагревания, область полного расплава, область нагрева расплава.

3. Измеряйте напряжение U на термопаре с помощью мультиметра в мВ. Время τ (в мин) измеряйте секундомером через 1...5 минут. В области плавления и кристаллизации измерения проводите через 20 с (напряжение на мультиметре в этой области должно быть $U = 8,50...8,70$ мВ). Экспериментальные данные занесите в таблицу.

4. При достижении напряжения на термопаре 10...11 мВ отключите «НАГРЕВ», остановите и сбросьте секундомер.

5. Отверните винт ползунка устройства подъема 4 (рис. 2, а) и осторожно поднимите ампулу 2 с расплавленным оловом из печи 1. Зафиксируйте положение ампулы тем же винтом.

6. Включите секундомер и продолжите измерения напряжения на термопаре U через 1...5 мин до тех пор, пока не будет пройден процесс кристаллизации и частичного охлаждения олова до температуры 40...50 °С. В интервале напряжений $U = 8,50...8,70$ мВ измерения проводить через 20 с. Время опыта – около 30 мин. Экспериментальные данные занесите в таблицу.

7. Записав 60...80 экспериментальных точек, выключите установку.

Таблица

Нагрев						Охлаждение					
τ , мин, с	U , мВ	t , °С	τ , мин, с	U , мВ	t , °С	τ , мин, с	U , мВ	t , °С	τ , мин, с	U , мВ	t , °С
0			19			0			17		
1			20			1			18		
2			20.20			...			19		
3			20.40			8			20		
4			21			8.20			21		
...			...			8.40			...		
18			31			...			35		

Обработка результатов измерений

1. Определите по лабораторному термометру температуру окружающего воздуха в лаборатории $t_{\text{ср}}$.

2. Пользуясь градуировочной зависимостью, переведите значения напряжения термопары в температуру. Градуировочная зависимость для пересчета напряжения термопары в температуру имеет вид

$$t = 24,57 \cdot U(\text{мВ}) + t_{\text{ср}} (^{\circ}\text{C}).$$

Заполните соответствующий столбец в таблице или на компьютере откройте записанный файл в аналитической программе Excel или Origin и пересчитайте по формуле.

3. По полученным данным постройте график зависимости температуры t ($^{\circ}\text{C}$) на термопаре от времени τ (мин) в любой аналитической программе, например Excel, Origin или вручную на миллиметровой или клетчатой бумаге. График охлаждения также начните с 0 и постройте в тех же осях, что и график нагрева. Примерный вид графиков показан на рис. 4.

4. Пользуясь графиками, найдите температуру плавления олова

$$t_{\text{пл}}^{\circ} = \frac{t_{\text{пл}}^{\circ(1)} + t_{\text{пл}}^{\circ(2)}}{2},$$

где $t_{\text{пл}}^{\circ(1)}$ – температура плавления олова при нагревании; $t_{\text{пл}}^{\circ(2)}$ – температура плавления олова при охлаждении.

Выразите температуру плавления $t_{\text{пл}}$ и начальную температуру $t_{\text{н}}$ в кельвинах $T_{\text{пл}}$, $T_{\text{н}}$.

5. Вычислите приращение энтропии ΔS при нагревании олова от 50°C до температуры плавления $T_{\text{пл}}$ и при плавлении его по формуле

$$\Delta S = c \cdot m \cdot \ln \frac{T_{\text{пл}}}{T_{\text{н}}} + \frac{\lambda m}{T_{\text{пл}}},$$

где $T_{\text{пл}} = t_{\text{пл}} + 273$; $T_{\text{н}} = 323$ К; $m = 50$ г; $c = 230 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$; $\lambda = 5,86 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$.

Технические характеристики

1. Максимальная мощность электрической печи 40 Вт.
2. Масса олова m или сплава "свинец–олово" 50 г.
3. Время плавления τ олова 3...4 мин.
5. Электропитание от сети переменного тока напряжением 220 В.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение энтропии, поясните её свойства и статистический смысл.
2. Сформулируйте второе начало термодинамики.
3. Разъясните понятие фазового перехода первого рода на примере кривой нагревания и плавления олова.
4. Объясните поведение аморфного вещества при нагревании.
5. Разъясните принцип действия термопары.
6. Выведите расчетное соотношение для нахождения изменения энтропии ΔS в данной лабораторной работе.
7. Решите задачу. Расплавленное олова массой $m = 420$ г при температуре плавления $t_{пл}$ вылили на лёд ($t = 0$ °C). Найдите изменение энтропии ΔS при этом процессе.
8. Объясните причину необратимости тепловых процессов, в каком направлении идут тепловые процессы?
9. С точки зрения приращения энтропии указать связь между температурой и количеством теплоты, а также приращением энтропии системы, если процесс квазистатический и не квазистатический.
10. Оцените значение КПД нагревателя на участке плавления олова по экспериментальному графику зависимости температуры от времени.

Вариант ответов на контрольные вопросы

1. Наряду с внутренней энергией $U = U(T)$, являющейся функцией состояния термодинамической системы, широко применяется также функция состояния термодинамической системы, называемая энтропией, имеющая смысл приведенного количества теплоты и определяется как

$$dS = \left(\frac{dQ}{T} \right)_{обр}.$$

Здесь dS – полный дифференциал функции $S = S(V, T)$; T – абсолютная температура, при которой подводится элементарное количество теплоты δQ .

При обратимом процессе температура нагревателя и термодинамической системы равны. Так как энтропия S – функция состояния системы, то для обратимого кругового процесса интеграл по замкнутому контуру должен быть равен нулю: $\oint_{обр} dS = 0$.

Рассмотрим это на примере идеального газа.

Первое начало термодинамики имеет вид $\delta Q = \frac{m}{\mu} C_V dT + p dV$.

Тогда $\frac{\delta Q}{T} = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dV$. Из уравнения Менделеева–

Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu} RT$ следует, что $\left(\frac{\delta Q}{T}\right) = \frac{m}{\mu} \left(C_{\mu V} \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V}\right)$.

Для обратимого процесса 1–2 интеграл $\int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$ не зависит от траектории перехода из 1 в 2:

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{m}{\mu} \left(\int_{T_1}^{T_2} C_{\mu V} \frac{dT}{T} + \int_{V_1}^{V_2} R \frac{dV}{V} \right) \text{ или } \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{m}{\mu} \left(C_{\mu V} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right).$$

Для кругового процесса $T_1 = T_2$, $V_1 = V_2$, имеем $\oint_{\text{обр}} \frac{\delta Q}{T} = \oint_{\text{обр}} dS \equiv 0$.

Для функции состояния S имеем $dS = \frac{m}{\mu} \left(C_{\mu V} \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V} \right)$.

Учитывая, что $d \ln x = (\ln x)' dx = \frac{dx}{x}$, получим $dS = \frac{m}{\mu} (C_{\mu V} d \ln T + R d \ln V)$.

Энтропия обладает следующими свойствами:

- 1) Если T растет (нагревание) $\delta Q > 0$, то $dS > 0$.
- 2) Если T убывает (охлаждение) $\delta Q < 0$, то $dS < 0$.
- 3) Если $\delta Q = 0$, то $T dS = 0$, $S = \text{const}$, т.е. адиабатный процесс – изэнтропийный.
- 4) Энтропия – величина аддитивная, т.е. $dS = dS_1 + dS_2 + \dots$.
- 5) Обратимый процесс $dS = \sum dS_i = 0$.

Выражением толкования энтропии с точки зрения статистического метода описания термодинамических процессов является полученное Л. Больцманом соотношение

$$S = k \ln W,$$

где S – энтропия термодинамической системы; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; W – статистический вес (термодинамическая вероятность термодинамической системы).

Термодинамической вероятностью W называется количество различных вариантов микросистем, которыми однозначно определено данное макросостояние термодинамической системы через макроструктуры типа V, T, p в макросистеме.

Поскольку количество молекул, а также их возможных конфигураций очень велико, то величина W также очень велика.

2. В результате обобщения огромного количества экспериментальных фактов был сделан вывод о невозможности реализации такого процесса, единственным результатом которого является передача теплоты от более холодного тела к более горячему или единственным результатом которого является совершение работы за счет охлаждения одного тела.

С точки зрения понятия энтропии (как степени “неупорядочности” в термодинамической системе) второе начало термодинамики может быть сформулировано следующим образом: *энтропия изолированной системы не может убывать при любых происходящих в ней процессах:*

$$dS \geq 0$$

Здесь, знак « $\Rightarrow$ » относится к обратимым процессам, знак « $>$ » – к необратимым процессам.

Второй закон термодинамики является статистическим законом, который утверждает, что термодинамическая вероятность термодинамической системы не может убывать при любых протекающих в ней процессах.

3. При нагревании твердого тела теплота, подводимая к нему извне идет на приращение его внутренней энергии, т.е. в основном на увеличение кинетической и потенциальной энергии колебательного движения атомов в узлах соответствующей кристаллической решетки.

При достаточном количестве подводимой энергии (теплота) амплитуда (интенсивность) колебаний атомов начинает достигать величин, превышающих среднее расстояние равновесных положений. Вероятность покинуть потенциальную яму или узел кристаллической решетки увеличивается, и количество атомов, покидающих ее, растет. Дальний порядок в кристаллической решетке нарушается и говорят о фазовом переходе из твердой (кристаллической) фазы в фазу жидкую, т.е. обладающую свойствами жидкости (текучестью). Данный фазовый переход называется плавлением. Возможен также фазовый переход из твердого в газообразную фазу (сублимация, возгонка).

Фазовые переходы из одной фазы в другие фазы при подведении (отведении) теплоты в системе называются фазовыми переходами первого рода.

Переход из жидкой фазы в газообразную называется кипением.

Для данных фазовых переходов существуют обратные им.

Важным фактом является то, что данные фазовые переходы осуществляются при постоянной температуре совместного сосуществования двух фаз до окончания данного процесса. Например, температура плавления, а также равная ей температура отвердевания (кристаллизации) для обратного процесса $T_{\text{пл}} = T_{\text{отверд}} = T_{\text{кристалл}}$.

Количество теплоты, необходимое для расплавления единицы массы вещества при температуре плавления $T_{\text{пл}}$, называется удельное теплотой плавления λ , причем $\lambda = u_{\text{ж}} - u_{\text{тв}} + p(\nu_{\text{ж}} - \nu_{\text{тв}})$ [Дж/кг], которое является выражением первого начала термодинамики для процесса плавления.

Здесь $u_{\text{ж}}$, $u_{\text{тв}}$ – удельные внутренние энергии; $\nu_{\text{ж}}$, $\nu_{\text{тв}}$ – удельные объёмы жидкой и твердой фаз; p – постоянное давление фазового перехода первого рода.

Зависимость температуры $T_{\text{пл}}$ плавления от давления p описывается уравнением Клапейрона–Клаузиуса:

$$\frac{dT_{\text{пл}}}{dp} = \frac{T_{\text{пл}}}{r_{\text{пл}}} (\nu_{\text{ж}} - \nu_{\text{тв}}).$$

Как правило, $\nu_{\text{ж}} > \nu_{\text{тв}}$ и $\frac{dT_{\text{пл}}}{dp} > 0$, т.е. температура плавления $T_{\text{пл}}$

повышается с ростом давления p .

Однако, у воды $\nu_{\text{ж}} < \nu_{\text{тв}}$, и соответственно её температура плавления уменьшается с ростом давления.

Далее, имея жидкую фазу вещества с температурой $T > T_{\text{пл}}$ и обеспечив условия непрерывного отвода теплоты от данной системы, наблюдается понижение температуры жидкой фазы до характерной температуры, называемой температурой (затвердевания) кристаллизации $T_{\text{крист}}$.

Механизм кристаллизации состоит в образовании локальных областей, начинающих формировать из «ближнего порядка» дальний порядок, состоящий в формировании узлов кристаллической решетки на расстояниях много больших межатомных.

Температура в процессе кристаллизации (затвердевания) $T_{\text{кристалл}}$ остается постоянной.

Важно отметить, что для химически чистого (однородного) вещества температура плавления и кристаллизации равны $T_{\text{пл}} = T_{\text{отверд}} = T_{\text{кристалл}}$.

Подобным образом ведут себя фазовые переходы: жидкость – пар, твердая фаза – газообразная фаза (сублимация), а также им обратные пар – жидкость (конденсация), газ – твердая фаза (кристаллизация из газообразной фазы).

4. Аморфные вещества, к которым относятся парафин, воск, термопластичные полимеры (полистирол, полиэтилен, полипропилен), не имеют четкой температуры плавления, при которой происходит переход в жидкое состояние, а при нагреве происходит их постепенное размягчение и переход в вязко-текучее состояние. Это объясняется тем, что в них реализуется ближний порядок во взаимном расположении атомов, и упорядоченное расположение частиц вещества по отношению к любой выбранной частице наблюдается только в пределах малого объёма.

5. Термоэлектрические термометры – термопары основаны на термоэлектрических явлениях Зеебека, Пельтье и Томсона. Они состоят из двух разнородных спаянных термоэлектродных проводов, изолированных по длине и подключенных к соединительной линии. При подогреве спая ток получает обратное направление. Такие токи называются термоэлектрическими. Электродвижущая сила, обусловленная неодинаковыми температурами мест соединения, называется термоэлектродвижущей силой или термоЭДС, а создающий её преобразователь – термометром или термопарой. Спай, погружаемый в измеряемую среду, называется рабочим t_p или горячим спаем термопары; второй спай носит название свободного или холодного $t_{св}$.

Суммарную термоЭДС замкнутой цепи из проводников термопары, спаи которой нагреты до температур t_p и $t_{св}$, можно выразить уравнением:

$$E(t_p, t_{св}) = e(t_p) - e(t_{св}).$$

Существует большое количество материалов, которые можно использовать в качестве термоэлектродов. Все материалы по своим термоэлектрическим свойствам можно подразделить на положительные и отрицательные. Также они различаются допустимым диапазоном измерения и чувствительностью. Для измерения температур до 1100 °С используют в основном термопары из неблагородных металлов, а для измерения температур выше 1100 и до 1600 °С – термопары из благородных металлов платиновой группы и, наконец, для измерения температур более 1600 °С – различные термопары, изготовленные из очень жароупорных материалов.

Особенно широко применяется термопара хромель-алюмель (ХА). Эта термопара хорошо работает до 1000 °С в окислительной среде благодаря возникновению при нагреве тонкой защитной пленки окислов, препятствующей проникновению кислорода внутрь металла. Восстановительная среда, напротив, вредно действует на эту термопару, разрушая пленку окислов.

Термопара хромель-копель (ХК) работает до 600 °С, химически стойка в окислительной и несколько менее стойка в восстановительной средах. Следует отметить высокую термоЭДС, развиваемую термопарой

хромель-копель, однако её термоэлектрическая характеристика отличается значительно большей нелинейностью по сравнению с характеристикой термопары хромель-алюмель.

Чувствительность термопар соответственно: ХА 4,10 мВ на 100 °С, ХК 6,95 мВ на 100 °С. Измерение термоЭДС осуществляют с помощью милливольтметров или цифровых приборов, отградуированных в градусах °С.

6. Изменение энтропии ΔS равно сумме изменения энтропии ΔS_1 , при нагревании олова и изменении энтропии ΔS_2 при плавлении олова.

Изменение энтропии при нагревании олова

$$\Delta S_1 = \int \frac{dQ}{T}, \quad \Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{cm dT}{T} = cm \ln \frac{T_2}{T_1},$$

где dQ – количество теплоты, требуемое для нагревания $dQ = cm dT$.

Изменение энтропии при плавлении олова

$$\Delta S_2 = \int \frac{dQ}{T} = \frac{m\lambda}{T},$$

где $m\lambda$ – количество теплоты, требуемое для плавления олова.

$$\text{Отсюда } \Delta S = cm \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{\lambda}{T_{пл}}.$$

7. Предположим, что кусок льда имеет большие размеры и массу. Изменение энтропии определяется по формуле

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Общее изменение энтропии равно сумме $\sum \Delta S_i$, где ΔS_i – изменение энтропии, происходящее на отдельных этапах процесса:

$$\lambda = 5,86 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}, \quad \Delta S = \sum_{i=1}^n \Delta S_i.$$

Изменение энтропии ΔS_1 при температуре кристаллизации олова

$$\Delta S_1 = \frac{dQ}{T} = \frac{m\lambda}{T_{пл}}, \quad \Delta S_1 = \frac{0,42 \cdot 5,86 \cdot 10^4}{508} = 48,45 \text{ Дж/К},$$

где $T_{пл}$ – температура плавления олова, К, $T_{пл} = 235 + 283 = 508$ К.

Изменение энтропии ΔS_2 при остывании олова до температуры 0°C

$$\Delta S_2 = \int_1^2 \frac{dQ_2}{T}, \text{ так как } dQ_2 = c_2 m dT, \text{ получим } \Delta S_2 = c_2 m \ln \frac{T_2}{T_1},$$

где c_2 – удельная теплоёмкость олова; $c_2 = 230 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$.

$$\Delta S_2 = 0,42 \cdot 230 \cdot \ln \frac{273}{508} = 96,6 \cdot (-0,621) = -59,99 \text{ Дж/К}.$$

Изменение энтропии в процессе остывания олова

$$\Delta S_{\text{ол}} = -59,99 - 48,45 = -108,44 \text{ Дж/К}.$$

Количество теплоты, отданное оловом при отвердевании:

$$Q_1 = \lambda m,$$

где λ – удельная теплота плавления (отвердевания); m – масса олова.

$$Q_1 = 0,42 \cdot 5,86 \cdot 10^4 = 2,46 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Количество теплоты, выделяющееся при охлаждении отвердевшего олова:

$$Q_2 = cm\Delta t,$$

где c_2 – удельная теплоёмкость олова; Δt – изменение температуры олова от температуры плавления $t_{\text{пл}}$ до температуры льда $t_0 = 0^\circ\text{C}$,

$$\Delta t = 235 - 0 = 235^\circ\text{C},$$

$$Q_2 = 0,42 \cdot 230 \cdot 235 = 2,27 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Всё выделившееся количество теплоты $Q = Q_1 + Q_2$ было передано льду, за счет которого лёд растаял $Q = 4,73 \cdot 10^4 \text{ Дж}$. Энтропия льда при этом возросла. Изменение энтропии $\Delta S_{\text{л}} = \frac{Q}{T_{\text{пл,л}}}$,

где $T_{\text{пл,л}}$ – температура плавления льда.

$$\Delta S_{\text{л}} = \frac{7,23 \cdot 10^4}{273} = 173 \text{ Дж/К}.$$

В итоге изменение энтропии ΔS складывается из изменения энтропии олова $\Delta S_{\text{ол}}$ и изменения энтропии льда $\Delta S_{\text{л}}$: $\Delta S = \Delta S_{\text{ол}} + \Delta S_{\text{л}}$,

$$\Delta S = 173 - 108 = 65 \text{ Дж/К}.$$

8. Согласно второму началу термодинамики при любых необратимых процессах в замкнутой термодинамической системе энтропия систе-

мы возрастает. Система стремится к равновесному состоянию, в котором энтропия примет наибольшее значение. Причину необратимости тепловых процессов объясняет теория вероятности, согласно которой равновесное состояние более вероятно, чем неравновесное.

9. Квазистатическим термодинамическим процессом называется очень медленный процесс, на протяжении которого поддерживается равновесие $dS = \frac{dQ}{T}$.

Неквазистатические термодинамические процессы предполагают быстрые изменения в системе. Эти изменения не являются бесконечно малыми и происходят с конечной скоростью $dS > \frac{dQ}{T}$.

10. Согласно экспериментальным данным участок графика, соответствующий плавлению олова лежит в интервале времени $\Delta\tau = 3$ мин и представляет собой горизонтальную площадку. КПД η нагревателя найдем как отношение количества теплоты $Q_{\text{пл}}$, поглощенного оловом для плавления, к количеству теплоты выделенного нагревателем $Q_{\text{наг}}$.

$$Q_{\text{пл}} = \lambda m,$$

где $\lambda = 5,86 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ – удельная теплота плавления олова; $m = 50$ г – масса олова.

$$Q_{\text{наг}} = P\Delta\tau,$$

где $P = 140$ Вт – мощность нагревателя.

$$\text{Тогда получим } \eta = \frac{Q_{\text{пл}}}{Q_{\text{наг}}} = \frac{\lambda m}{P\Delta\tau} = \frac{5,86 \cdot 10^4 \cdot 0,05}{180 \cdot 140} = 0,12. \quad \eta = 12\%.$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВОЗДУХА

Цель работы: экспериментально определить коэффициент теплопроводности воздуха методом нагретой нити.

Оборудование: заводская лабораторная установка УКЛО-2В-3.

Описание установки и методические указания

Внешний вид лабораторной установки УКЛО-2В-3 показан на рис. 1, а схема на рис. 2. На передней панели расположены: корпус стеклянного баллона термостата 1 с вольфрамовой нитью, блок питания (БП) 2 и мультиметр (ММ) 3, тумблер 4 для переключения мультиметра из режима измерения тока – положение «I» в режим измерения напряжения – положение «U» на нити, тумблер включения электропитания установки «СЕТЬ» 5.

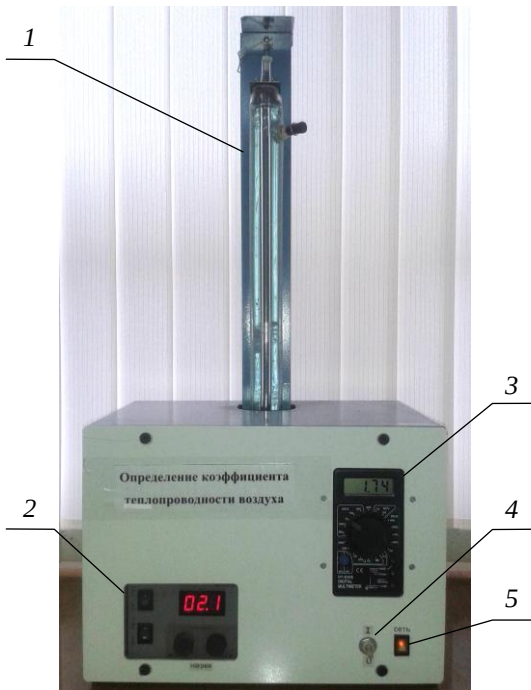


Рис. 1

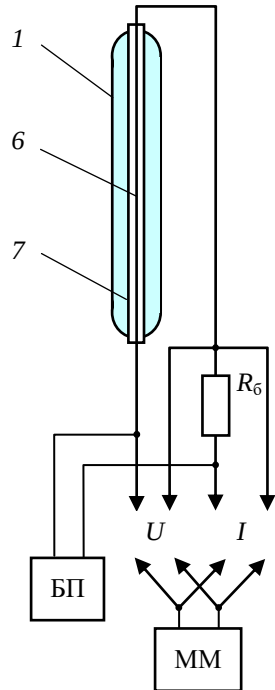


Рис. 2

Нагреваемая вольфрамовая проволока-нить 6 (рис. 2) находится в стеклянной цилиндрической трубке 7. Между двойными стенками термостата залита вода. Температура воды в баллоне и, следовательно, температура стенки T трубки постоянна в течение опыта.

Вольфрамовая проволока через соединительные провода подключается к источнику питания постоянного тока. Ток в нити I определяется по падению напряжения U на балластном сопротивлении $R_6 = 1$ Ом. Напряжение на проволоке U и падение напряжения на балластном сопротивлении U измеряется мультиметром при соответствующем положении переключателя 4 (рис. 1). При нагревании нити вдоль радиуса трубки создаётся градиент температуры. Площадь, через которую передаётся тепло, равна площади поверхности цилиндра, коаксиального с нагретой нитью.

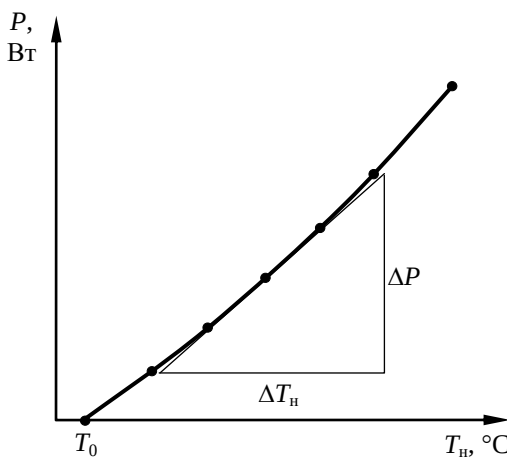


Рис. 3

Опыт проводится при постоянной температуре трубки 7 (рис. 2), равной T . При этом увеличение электрической мощности, выделяемой в нити, на величину dP приводит к возрастанию её температуры на dT . При расчёте коэффициента теплопроводности воздуха используется график зависимости $P = f(T_n)$ (рис. 3) для нахождения производной dP/dT_n .

Теплопроводность – один из видов переноса теплоты от более нагретых частей тела к менее нагретым. Обычно этот процесс приводит к выравниванию температуры. Если же поддерживать разность температур неизменной, получаем так называемый стационарный процесс, т.е. отсутствует конвекционный процесс. Для стационарного одномерного процесса (температура тела меняется лишь по оси x) имеем уравнение Фурье. В работе рассматривается именно такой механизм теплопередачи:

$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dx} dS dt, \quad (1)$$

где dQ – количество теплоты, переносимое за время dt через dS , нормальную к оси Ox ; dT/dx – градиент температуры; λ – коэффициент теплопроводности. Знак «–» означает, что перенос теплоты происходит в сторону меньшей температуры.

При теплопроводности перенос энергии осуществляется в результате непосредственной передачи энергии от молекул, обладающих большей энергией, к молекулам, обладающим меньшей энергией. При малых значениях градиента температуры dT/dx (если температура мало меняется на расстоянии порядка длины свободного пробега молекул) коэффициент теплопроводности не зависит от градиента температуры, а зависит лишь от агрегатного состояния вещества, его атомно-молекулярного строения, температуры, давления.

Из молекулярно-кинетической теории идеального газа следует, что теоретическое значение коэффициента теплопроводности может быть рассчитано по формуле

$$\lambda = \frac{1}{3} \rho <v> \ell > c_V, \quad (2)$$

где ρ – плотность газа; $<v>$ – средняя статистическая скорость беспорядочного теплового движения молекул; $\ell >$ – средняя длина свободного пробега молекул; c_V – удельная теплоёмкость газа при постоянном объёме V .

Применим уравнение (1) к задаче с осевой симметрией, иными словами, рассмотрим два длинных коаксиальных (соосных) цилиндра, пространство между которыми заполнено газом, коэффициент теплопроводности которого λ необходимо измерить. Температура поверхности внутреннего цилиндра T_1 , его радиус r_1 ; внешнего цилиндра – соответственно T_2 и r_2 .

На рисунке 4 показано поперечное сечение этих цилиндров. В качестве внутреннего цилиндра может служить натянутая металлическая нить.

Так как цилиндр считается длинным, т.е. радиус цилиндра много меньше его длины, то утечкой тепла через торцы цилиндра пренебрегаем по сравнению с утечкой тепла через боковую стенку цилиндра.

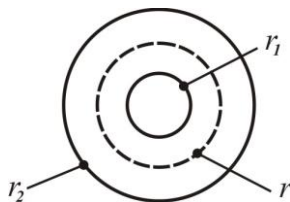


Рис. 4

Тогда уравнение (1) принимает вид

$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dx} L 2\pi r dt, \quad (3)$$

поскольку площадь, через которую передаётся тепло, равна площади поверхности цилиндра воздуха, коаксиального с нагретой нитью: $S = 2\pi r L$, где L – длина нити; радиус r произволен.

Обычно на практике рассматривают поток тепла, т.е. $\frac{dQ}{dt} = q$; тогда уравнение (3) запишем в виде

$$q = -\lambda 2\pi r L \frac{dT}{dr}, \quad (4)$$

подчеркнув тот факт, что λ – зависит от r .

Уравнение (4) справедливо для любого $r_1 < r < r_2$, причём его левая часть не зависит от радиуса и является постоянной величиной. Уравнение (4) можно решить методом разделения переменных:

$$\frac{dr}{r} = -\frac{2\pi\lambda L}{q} dT. \quad (5)$$

Запишем интегралы для левой и правой частей уравнения

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\frac{2\pi\lambda L}{q} \int_{T_1}^T dT. \quad (6)$$

Интегрируя левые и правые части уравнения, получаем

$$\ln \frac{r_2}{r_1} = -\frac{2\pi\lambda L(T_{\text{ст}} - T_{\text{н}})}{q}, \quad (7)$$

откуда

$$q = \lambda 2\pi L \frac{(T_{\text{н}} - T_{\text{ст}})}{\ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (8)$$

Заметим, что эксперимент проводится при постоянной температуре трубки 7, равной $T_{\text{ст}}$. Увеличение электрической мощности, выделяемой в нити, приводит к увеличению мощности теплового потока: $dq = dP$; при этом температура нити возрастает на величину $dT_{\text{н}}$. Из уравнения (8) при условии, что температура трубки с водой 7 $T_{\text{ст}}$ считаем постоянной, получаем следующее выражение:

$$dq = \lambda \frac{2\pi L}{\ln \frac{r_2}{r_1}} dT. \quad (9)$$

Так как вблизи нити теплопроводность воздуха определяется температурой T_n , то в формуле (9) значение $\lambda(T_n)$ относится к этой температуре. При возрастании температуры нити на dT_n дополнительный перенос тепловой мощности dP от нити к стенке трубки определяется только теплопроводностью слоя воздуха вблизи нити.

Из соотношения (9) получим окончательную расчетную формулу

$$\lambda(T_n) = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi L} \frac{dP}{dT_n}. \quad (10)$$

Для определения производной $\frac{dP}{dT_n}$ необходимо построить график зависимости $P = f(T_n)$ по экспериментальным данным и найти $\frac{dP}{dT_n}$ для каждой температуры T_n графически, как показано на рис. 3.

Приближенно $\frac{dP}{dT_n}$ можно также вычислить как $\frac{\Delta P}{\Delta T_n} = \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta T_{n_{i+1}} - \Delta T_{n_i}}$.

Мощность теплового потока находят по напряжению на нити U_n и току I_n , протекающему через балластное сопротивление R_0 и нить:

$$P = U_n I_n \quad (11)$$

Электрическое сопротивление нити находится также по U_n и току I_n

$$R_n = \frac{U_n}{I_n}. \quad (12)$$

Температура нити определяется из соотношения $R_t = R_0(1 + at)$. Отсюда в наших обозначениях температура нити:

$$T_n = \frac{R_n - R_0}{aR_0}. \quad (13)$$

Здесь R_0 – электрическое сопротивление нити при $T_n = 0$ °C; R_n – сопротивление нити при температуре опыта; a – температурный коэффициент сопротивления, для вольфрамовой нити по справочнику равен $0,0046 \text{ K}^{-1}$.

Формула (10) позволяет по найденной экспериментальной зависимости $P = f(T_n)$ определить зависимость теплопроводности воздуха от температуры $\lambda(T_n)$.

Отметим, что использованная методика измерения коэффициента теплопроводности воздуха не учитывает ряд побочных физических явлений, сопровождающих процесс теплопередачи, а именно:

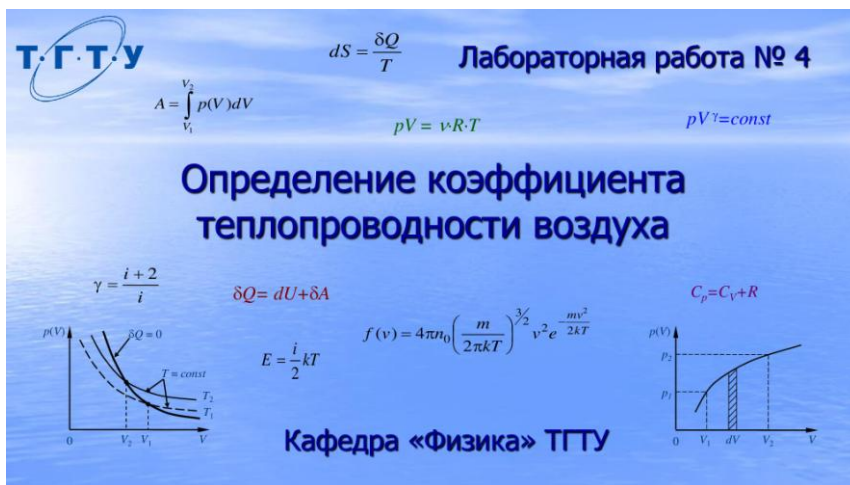
- 1) тепловые потери через концы нити;
- 2) конвективный перенос тепла от нити к стене трубки.

Эти процессы приводят к методической погрешности определения коэффициента теплопроводности воздуха; оценка этой погрешности показала, что она не превосходит 7%.

Порядок выполнения работы

Работа может быть выполнена в двух вариантах, виртуальном и реальном. Виртуальный выполняется в случае невозможного выполнения реального варианта.

1. Вариант – виртуальный



Загрузите из яндекс-диска файл, ссылка

<https://disk.yandex.ru/i/bkzXPY668HrzKQ>

Просмотрите выполнение лабораторной работы, запишите полученные в эксперименте данные и далее выполните задания как в реальном варианте.

2. Вариант – реальный

1. Изучите устройство лабораторной установки (рис. 1) и получите допуск к выполнению.

2. Для того, чтобы на выходе источника питания напряжение было минимальным, поверните против часовой стрелки до упора регуляторы напряжения на блоке питания 2 «тонко» и «грубо».

3. Включите электропитание тумблером «СЕТЬ», мультиметр и блок постоянного напряжения включаются одновременно.

4. Установите на мультиметре предел измерения напряжений 20 В. Переключите тумблер 4 в положение «U» для измерения напряжения на вольфрамовой проволоке.

5. Установите первое значение напряжения на источнике питания, следя за показаниями на мультиметре. Рекомендуемые значения напряжений U_n , устанавливаемые на источнике питания: 2, 3, 4, 5, 6, 7 В. Спустя полминуты произведите отсчёт напряжения на вольфрамовой проволоке по мультиметру. Результат запишите в таблицу.

6. Переключите тумблер 4 в положение «I» для измерения силы тока в цепи вольфрамовой нити, который пропорционален падению напряжения на балластном сопротивлении $R_6 = 1$ Ом. Произведите отсчёт силы тока. Результат запишите в таблицу.

7. Повторите пункты 5, 6 для других значений напряжения U_n .

Таблица

№ п/п	U , В	I , А	P , Вт	R_n , Ом	T_n , °С	$\frac{\Delta P}{\Delta T_n}$, Вт/К	$\lambda(T_n)$, Вт/(м·К)
1							
2							
3							
4							
5							
6							

Обработка результатов измерений

1. По полученным данным и формулам (11) – (13) рассчитайте столбцы 4 – 6 в таблице.

2. Постройте на миллиметровой или клетчатой бумаге график зависимости $P = f(T_n)$ (рис. 3). Проведите с помощью лекал аппроксимирующую кривую через совокупность экспериментальных точек.

Примечание: масштаб графика согласовать с преподавателем.

3. Выберите три точки кривой и графически определите производную dP/dT_n в этих точках, для чего проведите в выбранных точках касательные к кривой и определите приращение ΔP и ΔT_n для каждой из них.

4. Рассчитайте теплопроводность воздуха по формуле (10), используя технические характеристики, и сравните результаты расчетов со справочными данными.

Технические характеристики

1. Длина L вольфрамовой проволоки 410 ± 1 мм.
2. Диаметр r_1 вольфрамовой проволоки 0,1 мм.
3. Температурный коэффициент сопротивления α вольфрамовой проволоки (справочное) $0,0046 \text{ K}^{-1}$.
4. Электрическое сопротивление нити R_n при $T_n = 0^\circ\text{C}$ 3,00 Ом.
5. Внутренний диаметр стеклянной трубки r_2 , в которой находится вольфрамовая проволока 7,0 мм.
6. Максимальное значение напряжения $U_{\max}$, подаваемого на вольфрамовую проволоку 8 ± 1 В.
7. Номинальное значение балластного сопротивления R_b для определения тока в вольфрамовой проволоке 1 Ом.
8. Масса воды m , заливаемой в термостат, не более 600 г.
9. Погрешность поддержания постоянной температуры термостата ΔT в опыте $\pm 0,5 \text{ K}$.
10. Электропитание от сети переменного тока напряжением 220 В.

Контрольные вопросы

1. Что такое явления переноса? Поясните суть явления диффузии, запишите закон Фика в одномерной постановке.
2. Поясните явление внутреннего трения, запишите закон Ньютона в одномерной постановке.
3. Поясните явление теплопроводности. Запишите закон Фурье в одномерной постановке и поясните физический смысл всех величин, входящих в это уравнение.
4. В чем заключается метод определения теплопроводности в данной лабораторной работе?
5. Поясните принцип действия лабораторной установки.
6. Перечислите основные источники погрешностей, возникающие при выполнении данной работы.

Вариант ответов на контрольные вопросы

1. Явления, связанные с неоднородностями плотности, температуры в средах, а также перемещением отдельных слоев вещества относительно друг друга, относятся к явлениям переноса.

Если в веществе возникает упорядоченный направленный процесс массы, говорят о процессе диффузии, если осуществляется перенос внутренней энергии (без переноса массы), говорят о теплопроводности, если переносится импульс, то говорят о внутреннем трении.

Дифференциальные уравнения, описывающие данные явления, для реальных задач сложны. Для простоты понимания сути данных процессов рассмотрим упрощенные виды формул для одномерного случая переноса.

В химически однородном газе, жидкости или твердых веществах явление диффузии описывается законом Фика:

$$dm = -D \frac{d\rho}{dx} dS dt,$$

где dm – масса, переносимая за время dt через элементарную площадку dS , перпендикулярную направлению переноса массы; $\frac{d\rho}{dx}$ – градиент плотности в направлении переноса, показывающий скорость изменения плотности ρ на расстоянии dx .

Коэффициент диффузии D связан со средней статистической скоростью беспорядочного теплового движения молекул $\langle v \rangle$ и средней длиной свободного пробега молекул $\langle \ell \rangle$ следующим соотношением:

$$D = \frac{1}{3} \langle v \ell \rangle ,$$

характеризует скорость, с которой происходит перенос молекул вещества вследствие их теплового движения, и имеет размерность $[m^2/c]$.

2. Явление внутреннего трения, или вязкость, возникает между слоями жидкости или газа, движущимися относительно друг друга за счет обмена импульсами молекул, проникающих из слоя в слой, и описывается законом Ньютона:

$$dF = -\eta \frac{dv}{dn} dS ,$$

где dF – сила внутреннего трения в слое жидкости или газа, действующая на элементарную площадку dS , расположенную перпендикулярно к нормальному вектору $d\vec{n}$, через который проходит градиент скорости $\frac{dv}{dn}$, показывающий быстроту изменения скорости в направлении переноса.

Здесь $\eta = \frac{1}{3} \langle v \ell \rangle \rho$ – коэффициент внутреннего трения или коэффициент динамической вязкости $[Pa \cdot c]$, также в технике используют кинематическую вязкость $\nu = \frac{\eta}{\rho} = \frac{1}{3} \langle v \ell \rangle$, имеющую размерность $[m^2/c]$.

3. Теплопроводность является одним из видов переноса тепла в неравномерно нагретой среде от более нагретых частей тела к менее нагретым. В результате температуры выравниваются. Если разность температур неизменна, имеет место стационарный процесс. Стационарный одномерный процесс (температура тела меняется лишь по оси x) описывается уравнением теплопроводности Фурье:

$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dx} dS dt ,$$

где dQ – количество теплоты, переносимое за время dt через элементарную площадку dS , нормальную к оси Ox ; dT/dx – градиент температуры, показывающий скорость изменения температуры dT вдоль направления переноса на расстоянии dx ; λ – коэффициент теплопроводности. Знак «–» означает, что перенос теплоты происходит в сторону меньшей температуры.

Из молекулярно-кинетической теории идеального газа следует, что теоретическое значение коэффициента теплопроводности может быть рассчитано по формуле

$$\lambda = \frac{1}{3} \rho \langle v \ell \rangle = c_V,$$

где ρ – плотность газа; c_V – удельная теплоёмкость газа при постоянном объёме V ; $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$ – средняя статистическая скорость беспорядочного теплового движения молекул массы m_0 ; $\langle \ell \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n_0}$ – средняя длина свободного пробега молекул; d – эффективный диаметр молекулы; n_0 – концентрация.

4. Для получения расчетной формулы в данной лабораторной работе необходимо стационарное уравнение теплопроводности Фурье преобразовать к практическому виду, наложив условие проведения эксперимента. Поскольку на практике измеряют тепловой поток, перейдем к нему: $q = \frac{dQ}{dt}$.

Площадь поверхности S , которую пронизывает данный поток, в силу осевой симметрии данной установки определим как $S = 2\pi rL$, где L – длина нити, нагреваемая протекающим по ней электрическим током I ; r – радиус воображаемой коаксиальной цилиндрической области воздуха вокруг вольфрамовой нити.

Соответственно градиент температуры рассмотрим в направлении радиуса воображаемого цилиндра воздуха вокруг нити $\frac{dT}{dr}$.

Тогда, $q = -\lambda 2\pi rL \frac{dT}{dr}$. Разделяя переменные и интегрируя по соответствующим пределам, получим

$$q = \lambda 2\pi L \frac{(T_n - T_{ст})}{\ln \frac{r_2}{r_1}}.$$

где r_1 , r_2 – радиус нити и внутренний радиус стеклянного цилиндра, в котором находятся воздух и нить; T_n , $T_{ст}$ – температура нити и стеклянного баллона термостата.

Полагая, что тепловая мощность, выделяемая на нити: $P = q$, $T_{ст} = \text{const}$, тогда $\Delta(T_n - T_{ст}) = \Delta T_n$, и для λ в области нити имеем соотношение

$$\lambda(T_n) = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi L} \frac{dP}{dT_n}.$$

Здесь dP – приращение мощности, выделяемой на нити; dT_n – приращение температуры на нити.

Для практического решения задачи строим график зависимости $P = f(T_n)$ согласно требованиям к его построению.

Выбрав несколько участков на сглаженной зависимости $P = f(T_n)$, путем графического дифференцирования находим величины $\frac{dP}{dT_n}$ и значения температурной зависимости теплопроводности воздуха $\lambda = f(T_n)$.

5. Лабораторная установка включает стеклянный баллон термостата с вольфрамовой нитью, блок питания и мультиметр. Мультиметр можно переключать из режима измерения тока I в режим измерения напряжения U на нити.

Нагреваемая вольфрамовая проволока-нить находится в стеклянной цилиндрической трубке. Между двойными стенками термостата залита вода. Температура воды в баллоне и, следовательно, температура стенки трубки постоянна в течение опыта.

Вольфрамовая проволока через соединительные провода подключается к источнику питания постоянного тока. Ток в нити определяется по падению напряжения на балластном сопротивлении. При нагревании нити вдоль радиуса трубки создаётся градиент температуры. Измеряя напряжение и ток, вычисляются мощность, сопротивление и температура нити. Затем по расчетной формуле рассчитывается теплопроводность воздуха.

6. Используемая методика измерения коэффициента теплопроводности воздуха не учитывает ряд побочных физических явлений, сопровождающих процесс теплопередачи, а именно:

- 1) тепловые потери через концы нити;
- 2) конвективный перенос тепла от нити к стене трубки;
- 3) несоблюдение временного режима установления стационарного режима теплообмена внутри трубки;
- 3) радиус нагретой воображаемой цилиндрической области воздуха вокруг нити.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенные в данном учебном электронном мультимедийном пособии задачи, теоретические вопросы и лабораторные работы проверены на практических и лабораторных занятиях при изучении раздела курса физики «Молекулярная физика и термодинамика» на кафедре физики ФГБОУ ВО «ТГТУ» в течение многих лет. Представленный материал соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту по курсу общей физики для технических направлений подготовки бакалавров всех форм обучения.

Обязательное количество рассматриваемого материала определяется преподавателем с учетом учебного плана соответствующей специальности и формой обучения.

В результате изучения молекулярной физики и термодинамики студент должен научиться самостоятельно воспроизводить и анализировать основные физические явления, уметь сопоставлять их с теорией, понимать и уметь описывать различные тепловые процессы, которые происходят в различных устройствах, технических системах, объяснять различные физические процессы, происходящие в природе, атмосфере и живых организмах. Пособие поможет глубже разобраться в изучаемых вопросах физики, что положительно скажется и на понимании дисциплин, изучаемых в последующих семестрах.

Раздел «Молекулярная физика и термодинамика» имеет основополагающее значение для специалистов в области теплотехники, теплоэнергетики, энергообеспечения, теплоснабжения промышленного и гражданского сектора, химической технологии, биомедицинской инженерии, материаловедения и находит своё применение даже в таких областях, как экономика. Изучение данного раздела на соответствующих направлениях продолжается в дисциплинах: «Теплотехника», «Техническая термодинамика», «Теплоснабжение и вентиляция», «Тепломассообмен», «Тепловые двигатели и нагнетатели», «Котельные установки и перегенераторы», «Тепломассообменное оборудование предприятий» и др.

Одним из примеров практического использования молекулярной физики и термодинамики являются разработки в области создания методов и измерительных средств исследования теплофизических и кинетических характеристик полимерных композиционных материалов в процессе отверждения, а также создания информационно-измерительной системы расчета оптимальных технологических режимов отверждения толстостенных изделий из полимерных композитов. Доклад по этой теме можно посмотреть по ссылке: https://vk.com/almamater_tgtu?w=wall-79912013_698.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Учебные пособия

1. **Савельев, И. В.** Курс общей физики : учеб. пособие для студентов вузов : в 5 т. / И. В. Савельев. – 5-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2011. – Т. 1–5.
2. **Зисман, Г. А.** Курс общей физики : учеб. Пособие : в 3 т. / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – 7-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2007. – Т. 1–3.
3. **Детлаф, А. А.** Курс физики : учеб. пособие для вузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 4-е изд., испр. – Москва : Высшая школа, 2002. – 718 с.
4. **Ивлиев, А. Д.** Физика : учебное пособие / А. Д. Ивлиев. – СПб. : Лань, 2008. – 671 с.
5. **Барсуков, В. И.** Физика. Механика : учеб. пособие / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2015. – 248 с.
6. **Барсуков, В. И.** Физика. Электричество и магнетизм : учеб. пособие / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. – Тамбов : Изд-во ТГТУ, 2009. – 252 с.
7. **Барсуков, В. И.** Физика. Волновая и квантовая оптика : учеб. пособие / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. – Тамбов : ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. – 132 с.
8. **Барсуков, В. И.** Молекулярная физика и начала термодинамики : учеб. пособие / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2015. – 128 с.
9. **Барсуков, В. И.** Физика. Элементы атомной физики, физики ядра, физики твёрдого тела и жидкости : учеб. пособие / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2014. – 112 с.
10. **Барсуков, В. И.** Физика. Электричество, магнетизм, волновая оптика [Электронный ресурс] : практикум для студентов, обучающихся по техническим направлениям подготовки и специальностям / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев, О. В. Исаева. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2016. – 99 с.
11. Физика. Практикум [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов, обучающихся по техническим направлениям подготовки и специальностям / Ю. М. Головин, О. С. Дмитриев, О. В. Исаева и др. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2017. – 153 с.
12. Физика. В помощь первокурснику [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов, обучающихся по техническим направлениям подго-

товки и специальностям / Ю. М. Головин, О. С. Дмитриев, О. В. Исаева и др. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2020. – 148 с.

13. Физика. Краткий курс [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов, обучающихся по техническим направлениям подготовки и специальностям / О. С. Дмитриев, О. В. Исаева, И. А. Осипова, В. Н. Холодильн. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2021. – 180 с.

Задачники

14. **Чертов, А. Г.** Задачник по физике : учеб. пособие для вузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – 8-е изд., перераб. и доп. – М. : Физматлит, 2006. – 640 с.

15. **Физика:** методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей вузов / под ред. А.Г. Чертова. – М. : Высш. школа, 1987. – 208 с.

16. **Физика:** программа, методические указания и контрольные задания для студентов-заочников технологических специальностей вузов / В. Л. Прокофьев, В. Ф. Дмитриева и др. – М. : Высш. школа, 1998. – 143 с.

17. **Вязовов, В. Б.** Физика. Задачи и примеры : учеб. пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по техническим направлениям подготовки и специальностям / В. Б. Вязовов, О. С. Дмитриев, И. А. Осипова. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВО "ТГТУ", Тамбов, 2016. – 80 с.

Лабораторные работы

18. Физика. Механика. Колебания и волны. Гидродинамика. Электростатика : практикум / В. Б. Вязовов, О. С. Дмитриев, А. А. Егоров и др. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", Тамбов, 2012. – 120 с.

19. Постоянный ток, электромагнетизм, волновая оптика : практикум / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев, В. Е. Иванов, Ю. П. Ляшенко. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", Тамбов, 2014. – 104 с.

20. Общая физика: Молекулярная физика и термодинамика. Атомная, квантовая и ядерная физика. Физика твёрдого тела : лабораторный практикум / Ю. М. Головин, Ю. П. Ляшенко, В. Н. Холодильн, В. М. Поликарпов. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", Тамбов, 2013. – 96 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ФИЗИЧЕСКИЕ КОНСТАНТЫ

Постоянная Больцмана

$$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}.$$

Число Авогадро:

физическая шкала (число атомов в 16 г O^{16})

$$N = 6,02497 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1};$$

химическая шкала (число атомов в 16 г природного кислорода)

$$N = 6,02252 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Газовая постоянная:

физическая шкала

$$R = 8,31695 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К});$$

химическая шкала

$$R = 8,31466 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}).$$

Объёмная доля идеального газа при нормальных условиях:

физическая шкала

$$V_0 = 2,24207 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3 \cdot \text{атм} \cdot \text{моль}^{-1};$$

химическая шкала

$$V_0 = 2,24145 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3 \cdot \text{атм} \cdot \text{моль}^{-1}.$$

Нормальная атмосфера

$$p_0 = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Температура точки таяния льда

$$T_0 = 273,15 \text{ К}.$$

Удельная теплоёмкость c при 20 °С:

меди

$$0,39 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

олова

$$230 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

воды

$$4,19 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

воздуха при давлении 101,3 кПа

$$1,009 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Теплопроводность λ

меди

$$389 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К});$$

воды

$$0,53 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К});$$

воздуха

$$0,026 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$$

Удельная теплота плавления:

льда

$$334 \cdot 10^3 \text{ Дж}/\text{кг};$$

олова

$$58,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}/\text{кг}.$$

Постоянная адиабаты при 20 °С:

воздуха

$$1,399;$$

углекислого газа

$$1,31.$$

Плотность ρ

$$\text{воздуха при } 20 \text{ °С } 1,20 \text{ кг}/\text{м}^3.$$

ГРЕЧЕСКИЙ АЛФАВИТ

Буква		Название	Буква		Название
A	α	альфа	N	ν	ню
B	β	бета	Ξ	ξ	кси
Г	γ	гамма	O	$\omicron$	омикрон
Δ	δ	дельта	П	π	пи
E	ϵ	эпсилон	P	ρ	ро
Z	ζ	дзэта	Σ	σ	сигма
H	η	эта	T	τ	тау
Θ	θ	тэта	Ф	ϕ	фи
I	ι	йота	X	χ	хи
K	κ	каппа	Y	υ	ипсилон
Λ	λ	ламбда	Ψ	ψ	пси
M	μ	мю (ми)	Ω	ω	омега

ЛАТИНСКИЙ АЛФАВИТ

Буква		Название	Буква		Название
A	<i>a</i>	а	N	<i>n</i>	эн
B	<i>b</i>	бе	O	<i>o</i>	о
C	<i>c</i>	це	P	<i>p</i>	пэ
D	<i>d</i>	де	Q	<i>q</i>	ку
E	<i>e</i>	е	R	<i>r</i>	эр
F	<i>f</i>	эф	S	<i>s</i>	эс
G	<i>g</i>	ге (же)	T	<i>t</i>	тэ
H	<i>h</i>	ха (аш)	U	<i>u</i>	у
I	<i>i</i>	и	V	<i>v</i>	ве
J	<i>j</i>	йот	W	<i>w</i>	дабль-ю
K	<i>k</i>	ка	X	<i>x</i>	икс
L	<i>l</i>	эль	Y	<i>y</i>	игрек
M	<i>m</i>	эм	Z	<i>z</i>	зет

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ	5
1.1. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА	5
1.1.1. Базовый уровень.....	5
1.1.2. Продвинутый уровень.....	14
1.2. ТЕРМОДИНАМИКА	23
1.1.1. Базовый уровень.....	23
1.1.2. Продвинутый уровень.....	32
2. САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ	37
Лабораторная работа № 1	
Измерение работы расширения газа при изобарном процессе, определение газовой постоянной R и проверка первого начала термодинамики.....	37
Лабораторная работа № 2	
Определение отношения C_p/C_V (для воздуха методом Клемана–Дезорма).....	62
Лабораторная работа № 3	
Определение приращения энтропии при нагревании и плавлении олова.....	89
Лабораторная работа № 4	
Определение коэффициента теплопроводности воздуха.....	104
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	115
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	116
ПРИЛОЖЕНИЕ	118

Учебное электронное мультимедийное издание

ДМИТРИЕВ Олег Сергеевич
ИСАЕВА Ольга Вячеславовна
ОСИПОВА Ирина Анатольевна
ХОЛОДИЛИН Валерий Николаевич

ФИЗИКА

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА МУЛЬТИМЕДИА

Учебное пособие

Редактор Л. В. Комбарова
Дизайн, структура, навигация В. Е. Красильникова
Обложка, тиражирование, упаковка Т. Ю. Зотовой

ISBN 978-5-8265-2766-5



Подписано к использованию 23.04.2024.
Тираж 50 экз. Заказ № 54

Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ»
392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106, к. 14
Тел. 8(4752) 63-81-08
E-mail: izdatelstvo@tstu.ru