

При описании способности кода к обнаружению ошибок, используют понятие расстояния между словами. Пусть даны слова $a_1a_2 \dots a_n$ и $b_1b_2 \dots b_n$ над некоторым алфавитом. Тогда *расстоянием между словами* называется количество позиций, в которых символы одного слова не совпадают с символами второго.

Например, расстояние между словами “стул” и “стол” равно 1 — они отличаются в третьей позиции; а между словами 1101101 и 0100001 расстояние равно 3 — они отличаются в первой, четвертой и пятой позициях. Это расстояние между словами называют **расстоянием Хэмминга**.

Обычно под расстоянием обычно понимают длину отрезка, соединяющего две точки. Но в данном случае расстояние это степень различия.

Из математики известно, что общими для любых разновидностей расстояний являются три свойства.

Пусть $d(a, b)$ функция, которая двум объектам (например, точкам или словам) сопоставляет неотрицательное число, удовлетворяющая следующим условиям:

1. $d(a, b) = 0$ тогда и только тогда, когда $a = b$ (под равенством здесь понимают совпадение объектов a и b);
2. $d(a, b) = d(b, a)$;
3. $d(a, b) \leq d(a, c) + d(c, b)$, каким бы ни был объект c . Т.е. сумма двух сторон треугольника всегда больше третьей стороны.

Справедливость третьего свойства вытекает из следующего. Если слова a и b отличаются по некоторой позиции t . Тогда каким бы ни было слово c , оно в этой позиции будет отличаться по крайней мере от одного из слов a и b . Следовательно, суммируя $d(a, c)$ и $d(c, b)$, мы учтем все позиции, в которых различались слова a и b .

Графически расстояние можно представить так, как показано на рис.1 [подробнее см. https://en.wikipedia.org/wiki/Hamming_distance].

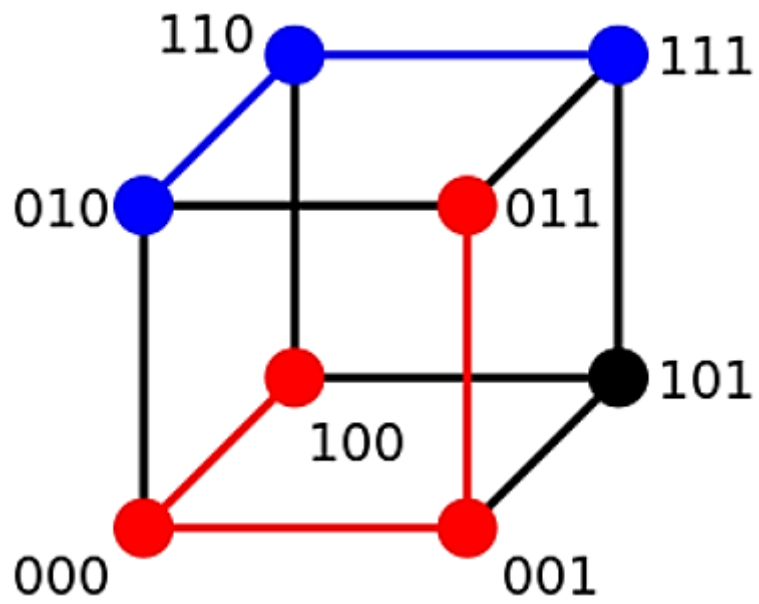


Рис. 1 Пример расстояний: **расстояние равное трем** $100 \rightarrow 011$,
расстояние равное двум $010 \rightarrow 111$.