

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования

«Тамбовский государственный технический университет»

ЦИФРОВАЯ СВЯЗЬ

Методические указания для проведения практических занятий
для магистров, обучающихся по направлению 210400 – Радиотехника
и изучающих дисциплину «Цифровая связь» очной и заочной форм
обучения

Утверждено Редакционно-издательским советом ТГТУ
для магистров по направлению 210400 – «Радиотехника»

УДК 004.451.6(075)

ББК 32.844.1.я73-5

Ц752

Рецензенты:

Кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры
«Конструирование радиоэлектронных и микропроцессорных систем»
ФГБОУ ВПО «ТГТУ» *О.А. Белоусов;*

Кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры
«Материалы и технология»
ФГБОУ ВПО «ТГТУ» *В.П. Шелохвостов*

Составители:

С.П. Москвитин, А.В. Иванов

Ц752 Цифровая связь: методические указания для проведения практических занятий / сост. С.П. Москвитин, А.В. Иванов. – Тамбов: Изд-во Першина Р.В., 2012. - 33с.

Представлены общие сведения о построении и принципах работы цифровой связи. Даны примеры решения задач и варианты индивидуальных заданий к выполнению практических работ по проектированию и расчету каналов связи, определения полосы пропускания, затухания, ошибок передачи и т.п.

Предназначены для магистров, обучающихся по направлению 210400 – «Радиотехника» и изучающих дисциплину «Цифровая связь» очной и заочной форм обучения.

© С.П. Москвитин, А.В. Иванов,
составители

© Издательство Першина Р.В., 2012

Введение

Системы цифровой связи становятся все более привлекательными вследствие постоянно растущего спроса и из-за того, что цифровая передача предлагает возможности обработки информации, не доступные при использовании аналоговой передачи.

Особенность систем цифровой связи заключается в том, что они имеют дело с конечным набором дискретных сообщений, тогда как в системах аналоговой связи сообщения определены как непрерывные. Задача приемника цифровой системы – не точное воспроизведение сигнала, а определение, каким из конечного набора сигналов является принятый искаженный сигнал. Для выполнения этого и было разработано впечатляющее множество технологий обработки сигналов.

Цифровая связь в общем представлении – это область техники, связанная с передачей цифровых данных на расстояние.

В настоящее время цифровая связь повсеместно используется также и для передачи аналоговых (непрерывных по уровню и времени, например речь, изображение) сигналов, которые для этой цели оцифровываются (дискретизируют). Такое преобразование всегда связано с потерями, т.е. аналоговый сигнал представляется в цифровом виде с некоторой неточностью.

Современные системы цифровой связи используют кабельные (в том числе волоконно-оптические), спутниковые, радиорелейные и другие линии и каналы связи, в том числе и аналоговые.

Краткое описание дисциплины

Дисциплина «Цифровая связь» рассматривает принципы построения систем цифровой связи (СЦС), оценку количественных показателей эффективности таких систем, описание путей совершенствования сигналов и методов приёма в СЦС. Изучаются вопросы множественного доступа, использования полосно-эффективных сигналов, методы расширенного спектра, методы обеспечения эффективной работы в каналах с замираниями, рассматриваются основы помехоустойчивого кодирования и проблемы синхронизации в СЦС.

Дисциплина «Цифровая связь» ставит своей целью подготовку студентов по теоретическим основам, принципам построения и практическому проектированию радиотехнических систем цифровой связи. Изучение дисциплины должно заложить у студентов навыки самостоятельного решения задач на высоком профессиональном уровне и воспитать стремление овладеть новыми научными и практическими знаниями в области цифровой связи.

В изучение дисциплины заложены следующие задачи:

1. Ознакомить студентов с концепцией системы цифровой связи (СЦС) и основными показателями качества СЦС;
2. Сообщить студентам необходимые сведения о структуре СЦС и преобразованиях сигнала в системе;
3. Научить студентов понимать принципы цифровой модуляции и демодуляции сигналов в СЦС;
4. Помочь студентам освоить методы расчёта основных показателей СЦС;
5. Привить студентам навыки самостоятельной работы с технической литературой;
6. Сформировать у студентов систему фундаментальных понятий, объединяющих физические представления и математические модели в области цифровой связи;
7. Дать представление о современных тенденциях развития СЦС.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- основные принципы построения и функционирования СЦС;
- современные методы генерации и приёма сигналов с различным типом цифровой модуляции и алгоритмы их обработки, обеспечивающие надёжное выделение из шумов;
- способы помехоустойчивого кодирования;
- основные закономерности преобразования сигналов в СЦС;
- общие идеи обеспечения помехоустойчивости при работе СЦС в каналах с замираниями.

Уметь:

- пользоваться математическими методами анализа детерминированных и случайных сигналов и их преобразования в радиотехнических цепях;
 - методами статистического описания сигналов и помех;
 - оценивать основные показатели системы цифровой связи;
- Иметь навыки:
- использования вычислительной техники для решения радиотехнических задач;
 - самостоятельной работы с литературой;
- Иметь представление:
- о современных тенденциях развития радиоэлектронных систем передачи и обработки информации.

Преобразования сигнала в системе цифровой связи.

Отличительной особенностью систем цифровой связи (digital communication system — DCS) является то, что за конечный промежуток времени они посылают сигнал, состоящий из конечного набора элементарных сигналов (в отличие от систем аналоговой связи, где сигнал состоит из бесконечного множества элементарных сигналов). В системах DCS задачей приемника является не точное воспроизведение переданного сигнала, а определение на основе искаженного шумами сигнала, какой именно сигнал из конечного набора был послан передатчиком. Важным критерием производительности системы DCS является вероятность ошибки (P_e).

Типичная функциональная схема, приведенная на рис. 1, иллюстрирует распространение сигнала и этапы его обработки в типичной системе цифровой связи (DCS).

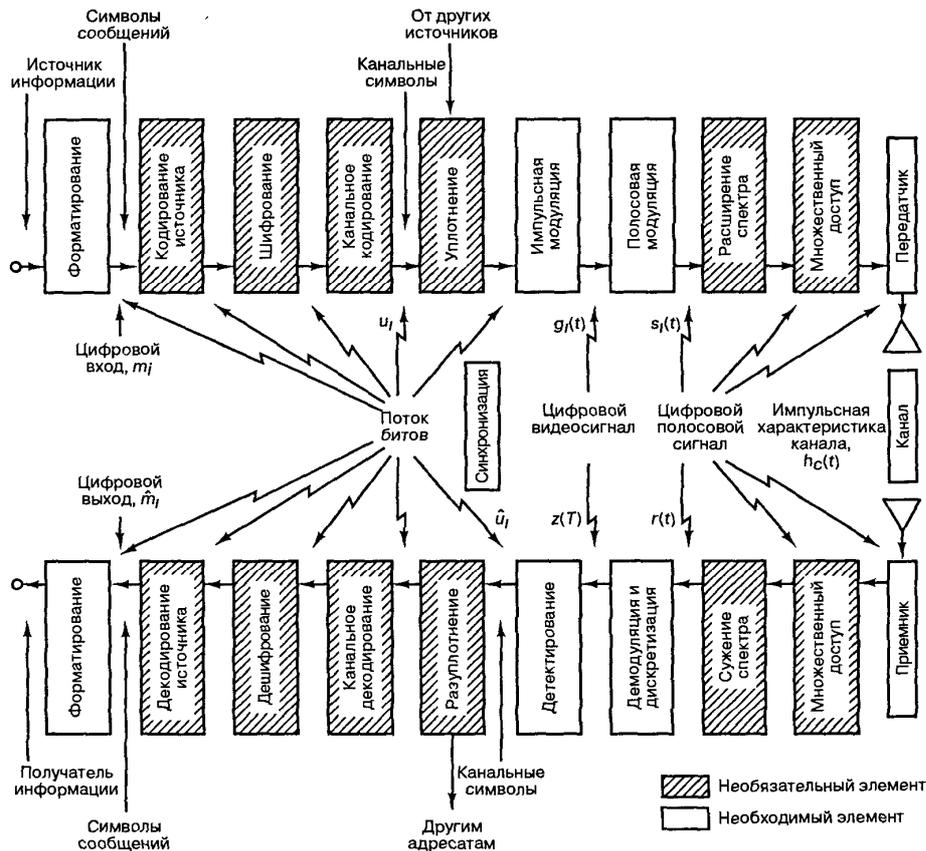


Рисунок 1 - Функциональная схема типичной системы цифровой связи

Верхние блоки — форматирование, кодирование источника, шифрование, канальное кодирование, уплотнение, импульсная модуляция, полосовая модуляция, расширение спектра и множественный доступ — отражают преобразования сигнала на пути от источника к передатчику. Нижние блоки диаграммы — преобразования сигнала на пути от приемника к получателю информации, и, по сути, они противоположны верхним блокам. Блоки модуляции и демодуляции/детектирования вместе называются модемом. Для беспроводных приложений передатчик состоит из схемы повышения частоты в область радиочастот (RF), усилителя мощности и антенны, а приемник — из антенны и маломощного усилителя (LNA). Обратное понижение частоты производится на выходе приемника и/или демодулятора.

Напомним, что модуляция – процесс изменения одного или нескольких параметров высокочастотного несущего колебания по закону низкочастотного информационного сигнала (сообщения). В цифровых системах связи используется импульсная модуляция (рисунок 3) – это еще один необходимый этап, поскольку каждый символ, который требуется передать, вначале нужно преобразовать из двоичного представления (уровни напряжений представляются двоичными нулями и единицами) в видеосигнал (модулированный сигнал). При использовании импульсной модуляции для обработки двоичных символов результирующий двоичный сигнал называется

PCM – сигналом (pulse-code modulation — импульсно-кодовая модуляция). Существует несколько разновидностей PCM модуляций:

- дифференциальная (или дельта) импульсно-кодовая модуляция (ДИКМ, DPCM) — кодирует сигнал в виде разности между текущим и предыдущим значением. Для звуковых данных такой тип модуляции уменьшает требуемое количество бит на отсчёт примерно на 25 %.
- адаптивная ДИКМ (АДИКМ, ADPCM) — разновидность ДИКМ, в которой изменяется уровень шага квантования, что позволяет ещё больше уменьшить требования к полосе пропускания при заданном соотношении сигнала и шума.

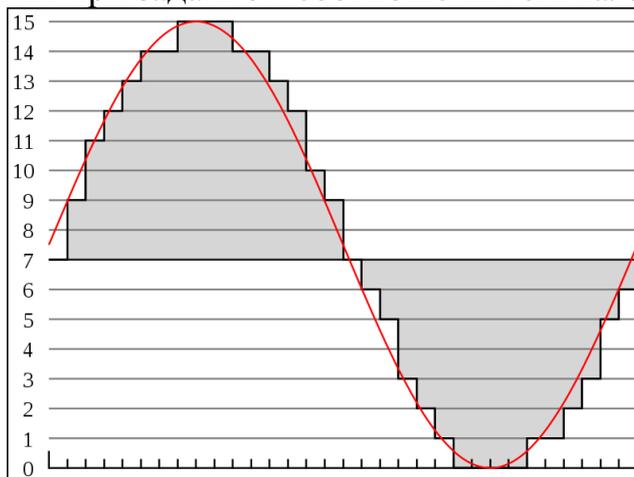


Рисунок 2 – Пример принципа кодирования аналогового сигнала при PCM

После импульсной модуляции каждый символ сообщения или каналный символ принимает форму полосового сигнала $g_i(t)$, где $i = 1, \dots, M$. В любой электронной реализации поток битов, предшествующий импульсной модуляции, представляется уровнями напряжений.

Существует два важных отличия между уровнями напряжения и видеосигналами, используемыми для модуляции. Во-первых, блок импульсной модуляции позволяет использовать бинарные и M-арные сигналы. Во-вторых, фильтрация, производимая в блоке импульсной модуляции, формирует импульсы, длительность которых больше времени передачи одного бита. Фильтрация позволяет использовать импульсы большей длительности; таким образом, импульсы расширяются на соседние временные интервалы передачи битов. Этот процесс иногда называется формированием импульсов; он используется для поддержания полосы передачи в пределах некоторой желаемой области спектра.

Для систем передачи радиочастотного диапазона следующим важным этапом является полосовая модуляция; она необходима всегда, когда среда передачи не поддерживает распространение сигналов, имеющих форму импульсов. В таких случаях среда требует

полосового сигнала $s_i(t)$, где $i = 1, \dots, M$, видеосигнал $g_i(t)$ сдвинут несущей волной на частоту, которая гораздо больше частоты спектральных составляющих. Далее сигнал $s_i(t)$ проходит через канал, причем связь между входным и выходным сигналами канала полностью определяется импульсной характеристикой канала $h_c(t)$

Кроме того, в различных точках вдоль маршрута передачи дополнительные случайные шумы искажают сигнал, так что сигнал на входе приемника $r(t)$ отличается от переданного сигнала $s_i(t)$:

$$r(t) = s_i(t) * h_c(t) + n(t), \quad i = 1, \dots, M \quad (1)$$

где знак « $*$ » представляет собой операцию свертки, а $n(t)$ — случайный процесс.

При обработке полученного сигнала в принимающем устройстве входной каскад приемника и/или демодулятор обеспечивают понижение частоты каждого полосового сигнала $r(t)$. В качестве подготовки к детектированию демодулятор восстанавливает $r(t)$ в виде оптимальной огибающей видеосигнала $z(t)$. Обычно с приемником и демодулятором связано несколько фильтров — фильтрование производится для удаления нежелательных высокочастотных составляющих (в процессе преобразования полосового сигнала в видеосигнал) и формирования импульса. Выравнивание можно описать как разновидность фильтрации, используемой в демодуляторе (или после демодулятора) для удаления всех эффектов ухудшения качества сигнала, причиной которых мог быть канал. Выравнивание необходимо в том случае, если импульсная характеристика канала $h_c(t)$ настолько плоха, что принимаемый сигнал сильно искажен.

На этапе дискретизации сформированный импульс $z(f)$ преобразовывается в выборку $z(T)$ для восстановления (приблизительно) символа канала u_i или символа сообщения m_i (если не используется канальное кодирование).

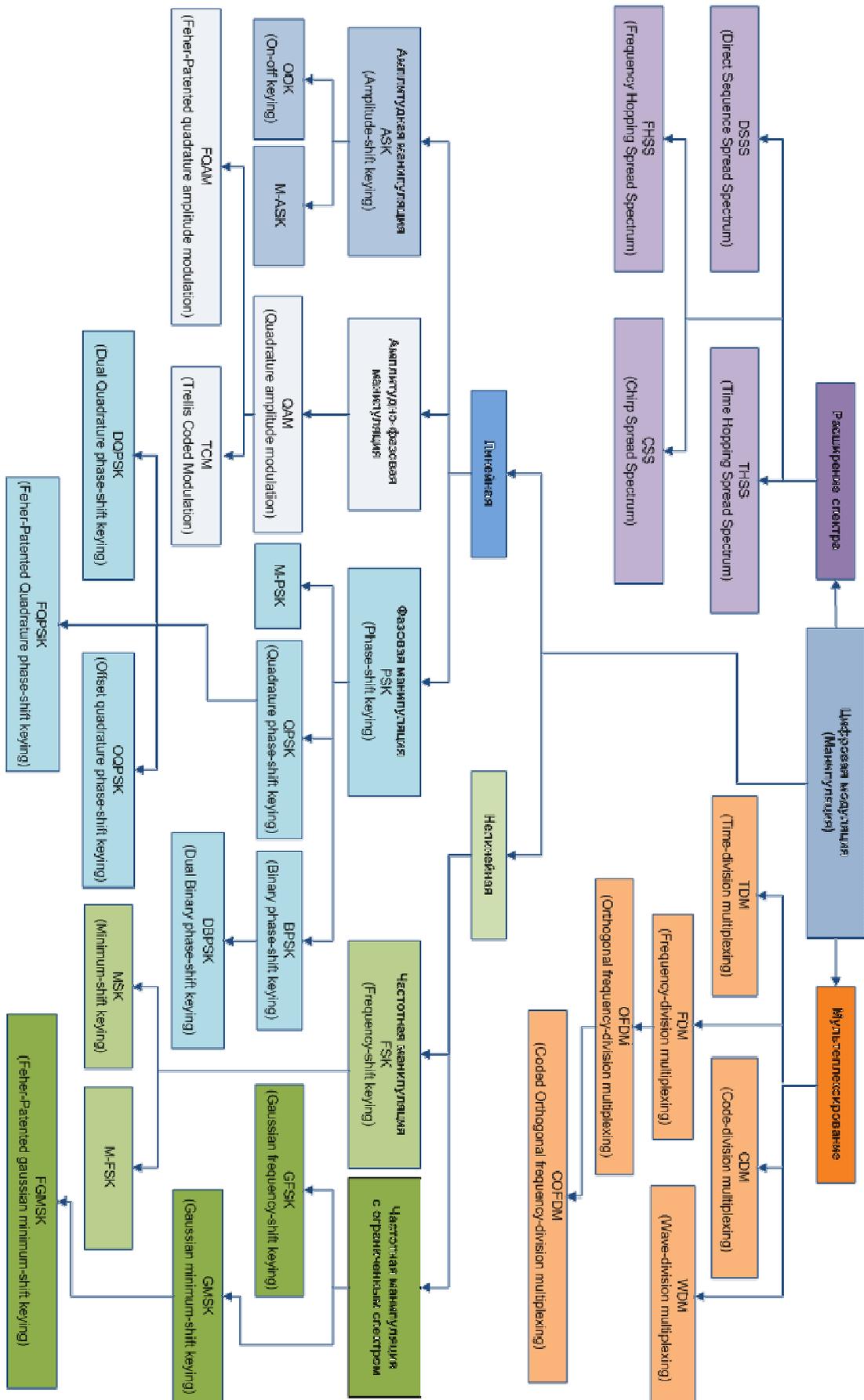


Рисунок 3 – Виды цифровой модуляции (манипуляции)

Кодирование источника (source coding) – это преобразование аналогового сигнала в цифровой (для аналоговых источников) и

удаление избыточной (ненужной) информации. Отметим, что типичная система DCS может использовать либо кодирование источника (для оцифровывания и сжатия исходной информации), либо более простое форматирование (только для оцифровывания). Система не может одновременно применять и кодирование источника, и форматирование, поскольку первое уже включает необходимый этап оцифровывания информации. Шифрование, которое используется для обеспечения секретности связи, предотвращает понимание сообщения несанкционированным пользователем и введение в систему ложных сообщений. Канальное кодирование при данной скорости передачи данных может снизить вероятность ошибки P_E или уменьшить отношение сигнал/шум, необходимое для получения желаемой вероятности P_E за счет увеличения полосы передачи или усложнения декодера. Процедуры уплотнения (multiplexing) и множественного доступа (multiple access) объединяют сигналы, которые могут иметь различные характеристики или могут поступать от разных источников, с тем, чтобы они могли совместно использовать часть ресурсов связи (например, спектр, время). Значения этих двух терминов очень похожи; оба связаны с идеей совместного использования ресурсов. Основным отличием является то, что уплотнение реализуется локально (например, на печатной плате, в компоновочном узле или даже на аппаратном уровне), а множественный доступ — удаленно (например, нескольким пользователям требуется совместно использовать спутниковый транспондер). При уплотнении применяется алгоритм, известный априорно; обычно он внедрен непосредственно в систему. Множественный доступ, наоборот, обычно адаптивен и может требовать для работы некоторых дополнений. Расширение частоты (frequency spreading) может давать сигнал, относительно неуязвимый для интерференции (как естественной, так и умышленной), и может использоваться для повышения конфиденциальности сеанса связи. Также оно является ценной технологией, используемой для множественно доступа.

Кодирование сигнала включает использование новых сигналов, приносящих улучшенное качество детектирования по сравнению с исходным сигналом. Структурированные последовательности включают применение дополнительных битов для определения наличия ошибки, вызванной шумом в канале. Одна из таких технологий, автоматический запрос повторной передачи (automatic repeat request – ARQ), просто распознает появление ошибки и запрашивает отправителя повторно передать сообщение; другая технология, известная как прямая коррекция ошибок (forward error correction – FEC), позволяет автоматически исправлять ошибки (с определенными ограничениями).

Основная терминология цифровой связи

Приведем некоторые основные термины, часто используемые в области цифровой связи.

Источник информации (information source). Устройство, передающее информацию посредством системы DCS. Источник информации может быть *аналоговым* или *дискретным*. Выход аналогового источника может иметь любое значение из непрерывного диапазона амплитуд, тогда как выход источника дискретной информации — значения из конечного множества амплитуд. Источники аналоговой информации преобразуются в источники цифровой информации посредством *дискретизации* или *квантования*.

Текстовое сообщение (textual message). Последовательность символов. При цифровой передаче данных сообщение представляет собой последовательность цифр или символов, принадлежащих конечному набору символов или алфавиту.

HOW ARE YOU?
OK
\$9 567 216,73

Рисунок 4 – Пример текстового сообщения

Знак (character). Элемент алфавита или набора символов (А, 9, \$). Знаки могут представляться последовательностью двоичных цифр. Существует несколько стандартизованных кодов, используемых для знакового кодирования, в том числе код ASCII (American Standard Code for Information Interchange — Американский стандартный код для обмена информацией), код EBCDIC (Extended Binary Coded Decimal Interchange Code — расширенный двоичный код обмена информацией), код Холлерита (Hollerith code), код Бодо (Baudot code), код Муррея (Murray code) и код (азбука) Морзе (Morse code).

Двоичная цифра (binary digit) (*бит*) (bit). Фундаментальная единица информации для всех цифровых систем. Термин “бит” также используется как единица объема информации.

Поток битов (bit stream). Последовательность двоичных цифр (нулей и единиц). Поток битов часто называют *видеосигналом*, или *низкочастотным сигналом* (baseband signal); это подразумевает, что его спектральные составляющие размещены от (или около) постоянной составляющей до некоторого конечного значения, обычно не превышающего несколько мегагерц.

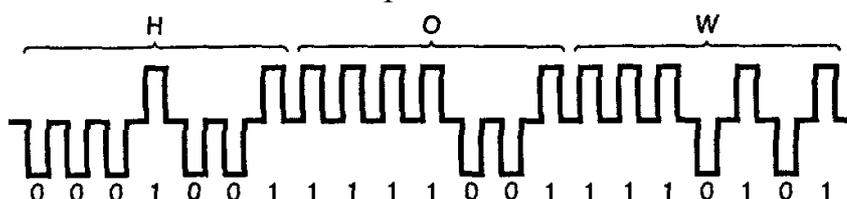


Рисунок 5 – Пример потока бит.

На рис. 5 сообщение “HOW” представлено с использованием семибитового кода ASCII, а поток битов показан в форме двухуровневых импульсов. Последовательность импульсов изображена в виде крайне стилизованных (идеально прямоугольных) сигналов с промежутками между соседними импульсами. В реальной системе импульсы никогда не будут выглядеть так, поскольку подобные промежутки абсолютно бесполезны. При данной скорости передачи данных промежутки увеличат ширину полосы, необходимую для передачи; или, при данной ширине полосы, они увеличат временную задержку, необходимую для получения сообщения.

Символ (symbol) (цифровое сообщение) (digital message). Символ — это группа из k бит, рассматриваемых как единое целое. Далее мы будем называть этот блок *символом сообщения (message symbol) m_i* ($i = 1, \dots, M$) из конечного набора символов или алфавита (рис. 6).

1 Двоичный символ ($k = 1, M = 2$)
 10 Четверичный символ ($k = 2, M = 4$)
 011 Восьмеричный символ ($k = 3, M = 8$)

Рисунок 6 – Символы сообщения.

Размер алфавита M равен 2^k , где k – число битов в символе. При *низкочастотной (baseband)* передаче каждый из символов m_i будет представлен одним из набора видеоимпульсов $g_1(t), g_2(t) \dots g_M(t)$. Иногда при передаче последовательности таких импульсов для выражения скорости передачи импульсов (скорости передачи символов) используется единица *бод (baud)*. Для типичной *полосовой (bandpass)* передачи каждый импульс $g_i(t)$ будет представляться одним из набора полосовых импульсных сигналов $g_1(t), g_2(t) \dots g_M(t)$. Таким образом, для беспроводных систем символ m_i посылается путем передачи цифрового сигнала $s_i(t)$ в течение T секунд (T – длительность символа). Следующий символ посылается в течение следующего временного интервала, T . То, что набор символов, передаваемых системой DCS, является конечным, и есть главным отличием этих систем от систем аналоговой связи. Приемник DCS должен всего лишь определить, какой из возможных M сигналов был передан; тогда как аналоговый приемник должен точно определять значение, принадлежащее непрерывному диапазону сигналов.

Цифровой сигнал (digital waveform). Описываемый уровнем напряжения или силы тока, сигнал (импульс — для низкочастотной передачи или синусоида — для полосовой передачи), представляющий цифровой символ.

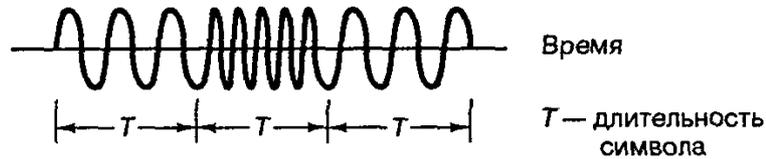


Рисунок 7 - Пример полосового цифрового сигнала

Характеристики сигнала (для импульсов — амплитуда, длительность и положение или для синусоиды — амплитуда, частота и фаза) позволяют его идентифицировать как один из символов конечного алфавита. На рис. 7 приведен пример полосового цифрового сигнала. Хотя сигнал является синусоидальным и, следовательно, имеет аналоговый вид, все же он именуется *цифровым*, поскольку кодирует цифровую информацию. На данном рисунке цифровое значение указывает определенную частоту передачи в течение каждого интервала времени T .

Скорость передачи данных (data rate). Эта величина в битах в секунду (бит/с) дается формулой $R = k/T = (1/T)\log_2 M$ (бит/с), где k бит определяют символ из $M = 2^k$ — символьного алфавита, а T — это длительность k -битового символа.

Практическое занятие №1. Сигналы и спектры

Пример 1.1. Средняя нормированная мощность

а) Найдите среднюю нормированную мощность сигнала $x(t) = A \cos \pi f_0 t$, используя усреднение по времени.

б) Выполните п. а путем суммирования спектральных коэффициентов.

Решение

а) Используя уравнение $E_x = 2 \int_0^{\infty} \psi_x(f) df$, получим следующее:

$$P_x = \frac{1}{T} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} (A^2 \cos^2 2\pi f_0 t) dt = \frac{A^2}{2T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} (1 + \cos 4\pi f_0 t) dt = \frac{A^2}{2T_0} (T_0) = \frac{A^2}{2}$$

б) Используя уравнения $G_x(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 \delta(f - nf_0)$ и

$P_x = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(f) df = 2 \int_0^{\infty} G_x(f) df$, получаем следующее:

$$G_x(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 \delta(f - nf_0),$$

$$\left. \begin{aligned} c_1 = c_{-1} &= \frac{A}{2} \\ c_n \text{ для } n &= 0, \pm 2, \pm 3, \dots \end{aligned} \right\}$$

$$G_x(f) = \left(\frac{A}{2}\right)^2 \delta(f - f_0) + \left(\frac{A}{2}\right)^2 \delta(f + f_0), \quad P_x = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(f) df = \frac{A^2}{2}$$

Пример 1.2. Прохождение белого шума через идеальный фильтр

Белый шум со спектральной плотностью мощности $G_n(f) = N/2$, показанный на рис 7, а, подается на вход идеального фильтра нижних частот, показанного на рис. 7, б. Определите спектральную плотность мощности $G_Y(f)$ и автокорреляционную функцию $R_Y(\tau)$ выходного сигнала.

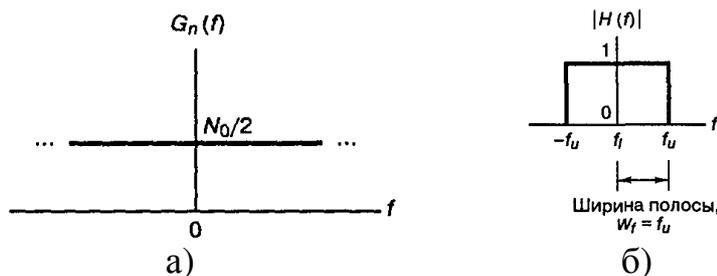


Рисунок 8 – а) спектральная плотность мощности; б) передаточная функция идеального фильтра нижних частот

Решение

$$G_Y(f) = G_n(f)|H(f)|^2 = \begin{cases} \frac{N_0}{2} & \text{для } |f| < f_u \\ 0 & \text{для остальных } |f| \end{cases}$$

Автокорреляционная функция – это результат применения обратного преобразования Фурье к спектральной плотности мощности. Определяется автокорреляционная функция следующим выражением:

$$R_Y(\tau) = N_0 f_u \frac{\sin 2\pi f_u \tau}{2\pi f_u \tau} = N_0 f_u \operatorname{sinc} 2f_u \tau$$

Сравнивая полученный результат, видим, что $R_Y(\tau)$ имеет тот же вид, что и импульсный отклик идеального фильтра нижних частот, показанный на рис. 9.

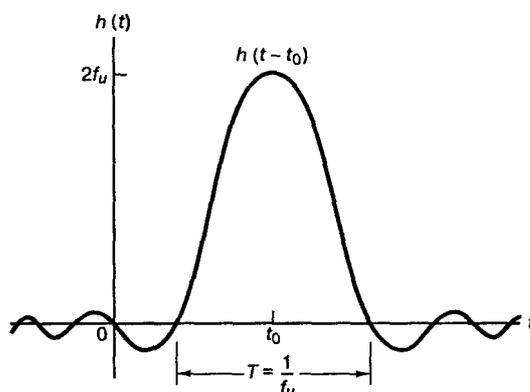


Рисунок 9 – Идеальный отклик идеального фильтра нижних частот

В этом примере идеальный фильтр нижних частот преобразовывает автокорреляционную функцию белого шума (определенную через дельта-функцию) в функцию sinc. После фильтрации в системе уже не будет белого шума. Выходной шумовой сигнал будет иметь нулевую корреляцию с собственными смещенными копиями только при смещении на $\tau = n/2f_u$, где n – любое целое число, отличное от нуля.

Пример 1.3. Прохождение белого шума через RC-фильтр

Белый шум со спектральной плотностью $G_n(f) = N/2$, показанной на рис. 8, а, подается на вход RC-фильтра, показанного на рис. 10.

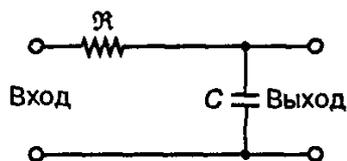


Рисунок 10 – RC-фильтр

Найдите спектральную плотность мощности $G_Y(f)$ и автокорреляционную функцию $R_Y(\tau)$ сигнала на выходе.

Решение

$$G_Y(f) = G_n(f)|H(f)|^2 = \frac{N_0}{2} \frac{1}{1 + (2\pi fRC)^2}, \quad R_Y(\tau) = \xi^{-1}\{G_Y(f)\}$$

Находим Фурье-образ $G_Y(f)$:

$$R_Y(\tau) = \frac{N_0}{4RC} \exp\left(-\frac{|\tau|}{RC}\right)$$

Как можно предположить, после фильтрации у нас уже не будет белого шума. RC - фильтр преобразовывает входную автокорреляционную функцию белого шума (определенную через дельта-функцию) в экспоненциальную функцию. Для узкополосного фильтра (большая величина RC) шум на выходе будет проявлять более высокую корреляцию между выборками шума через фиксированные промежутки времени, чем шум на выходе широкополосного фильтра.

Пример 1.4. Сигналы со строго ограниченной полосой

Понятие сигнала, который строго ограничен полосой частот, нереализуемо. Докажите это, показав, что сигнал со строго ограниченной полосой должен иметь бесконечную длительность.

Решение

Пусть $x(t)$ – сигнал с Фурье-образом $X(f)$ и строго ограниченной полосой частот, центрированный на частотах $\pm f_c$ и имеющий ширину $2W$. $X(f)$ можно выразить через передаточную функцию идеального фильтра $H(f)$, показанную на рис. 11, как $H(f) = X^*(f)H(f)$

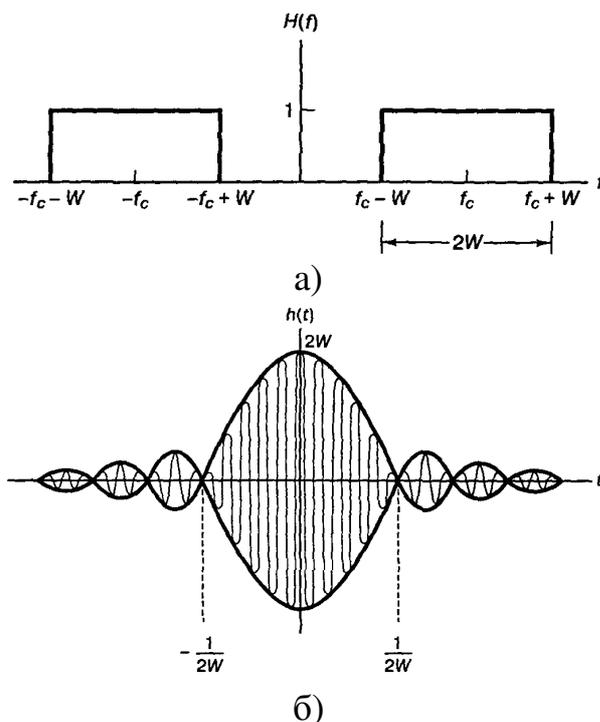


Рисунок 11 – Передаточная функция и импульсная характеристика для сигнала со строго ограниченной полосой: а)

идеальный полосовой фильтр; б) идеальная полосовая импульсная характеристика
 где $X(f)$ – Фурье-образ сигнала $x(t)$, не обязательно имеющий ограниченную ширину полосы и

$$H(f) = \text{rect}\left(\frac{f - f_c}{2W}\right) + \text{rect}\left(\frac{f + f_c}{2W}\right), \text{ где}$$

$$\text{rect}\left(\frac{f}{2W}\right) = \begin{cases} 1, & \text{для } -W < f < W \\ 0, & \text{для } |f| > W \end{cases}$$

$X(f)$ можно выразить через $X(f)$ как

$$X(f) = \begin{cases} X(f), & \text{для } (f_c - W) < |f| < (f_c + W) \\ 0, & \text{для остальных } f \end{cases}$$

Умножение в частотной области, преобразуется в свертку во временной области:

$$x(t) = x(t) * h(t).$$

Здесь $h(t)$ — результат применения обратного преобразования Фурье к функции $H(f)$, который можно записать следующим образом:

$$h(t) = 2W(\text{sinc } 2Wt) \cos 2\pi f_c t.$$

Вид $h(t)$ показан на рис. 1.21, б. Отметим, что $h(t)$ имеет бесконечную длительность. Следовательно, сигнал $x(t)$, полученный, как показывает уравнение (1.76), путем свертки $x(t)$ с $h(t)$, также имеет бесконечную длительность и, следовательно, не может быть реализован.

Задачи

1. Определите, в каком представлении даны следующие сигналы – в энергетическом или мощностном. Найдите нормированную энергию и нормированную мощность каждого сигнала.
 - а) $x(t) = A \cos 2\pi f_0 t$ для $-\infty < t < \infty$
 - б) $x(t) = \begin{cases} A \cos 2\pi f_0 t & \text{для } -T_0/2 \leq t \leq T_0/2, \text{ где } T_0 = 1/f_0 \\ 0, & \text{для остальных } t \end{cases}$
 - в) $x(t) = \begin{cases} A \exp(-at) & \text{для } t > 0, a > 0 \\ 0, & \text{для остальных } t \end{cases}$
 - г) $x(t) = \cos t + 5 \cos 2t$ для $-\infty < t < \infty$
2. Определите спектральную плотность энергии квадратного импульса $x(t) = \text{rect}(t/T)$, где функция $\text{rect}(t/T)$ равна 1 для $-T/2 < t < T/2$ и нулю — для остальных t . Вычислите нормированную энергию E_x импульса.
3. Выразите среднюю нормированную мощность периодического сигнала через коэффициенты комплексного ряда Фурье.

4. Используя усреднение по времени, найдите среднюю нормированную мощность сигнала $x(t) = 10 \cos 10t + 20 \cos 20t$.
5. Определите, какие из перечисленных функций (если такие есть) имеют свойства автокорреляционных функций. Ответ аргументируйте.
- а) $x(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{для } -1 \leq \tau \leq 1 \\ 0, & \text{для остальных } \tau \end{cases}$
- б) $x(\tau) = \delta(\tau) + \sin 2\pi f_0 \tau$
- в) $x(\tau) = \exp(|\tau|)$
- г) $x(\tau) = 1 - |\tau| - \text{для } -1 \leq \tau \leq 1 \text{ и } 0 - \text{для остальных}$
6. Определите, какие из перечисленных функций (если такие есть) имеют свойства функций спектральной плотности мощности. Ответ аргументируйте.
- а) $X(f) = \delta(f) + \cos^2 2\pi f$
- б) $X(f) = 10 + \delta(f - 10)$
- в) $X(f) = \exp(-2\pi|f - 10|)$
- г) $X(f) = \exp(-2\pi(f - 10))$
7. Выразите автокорреляционную функцию $x(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \varphi)$ через ее период $T_0 = 1/f_0$. Найдите среднюю нормированную мощность $x(t)$, используя соотношение $P_x = R(0)$.

Практическое занятие №2

Форматирование и низкочастотная модуляция

Пример 2.1. Сравнение дискретизации единичными импульсами и естественной дискретизации.

Рассмотрим данный сигнал $x(t)$ и его Фурье-образ $X(f)$. Пусть $X_{s1}(f)$ – спектр сигнала $x_{s1}(t)$, являющегося результатом дискретизации $x(t)$ с помощью серии единичных импульсов $x_\delta(t)$, а $X_{s2}(f)$ – спектр сигнала $x_{s2}(t)$, являющегося результатом дискретизации $x(t)$ с помощью серии импульсов $x_p(t)$, имеющих ширину T , амплитуду $1/T$ и период T_s . Покажите, что в пределе $T \rightarrow 0$ $X_{s1}(f) = X_{s2}(f)$

Решете

Из уравнения

$$X_{s1}(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(f - nf_s)$$

и из уравнения

$$X_{s2}(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n X(f - nf_s)$$

При $T \rightarrow 0$ амплитуда импульса стремится к бесконечности (площадь импульса постоянна) и $x_p(t) \rightarrow x_\delta(t)$. Коэффициенты c_n можно записать как следующий предел.

$$c_n = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_p(t) e^{-2\pi n \cdot f_s t} dt$$

Следовательно, в пределах интегрирования (от $-T/2$ до $T/2$) единственный ненулевой вклад в интеграл дает значение $x_\delta(t) = \delta(t)$; в данном случае можно записать следующее:

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \delta(t) e^{-2\pi n \cdot f_s t} dt = \frac{1}{T}$$

Получаем, что в пределе для всех n , $X_{s1}(f) = X_{s2}(f)$

Пример 2.2. Частота дискретизации для музыкальной системы высокого качества

Требуется с высоким качеством оцифровать музыкальный источник с шириной полосы 20 кГц. Для этого нужно определить частоту дискретизации. Используя инженерную версию критерия Найквиста, формулу $f_s \geq 2,2f_m$, получаем, что частота дискретизации должна превышать 44,0 тысячи выборок в секунду. Для сравнения, стандартная частота дискретизации для аудиопроигрывателя компакт-дисков составляет 44,1 тысячи выборок в секунду, а стандартная частота дискретизации аудиодисков студийного качества равна 48,0 тысяч выборок в секунду.

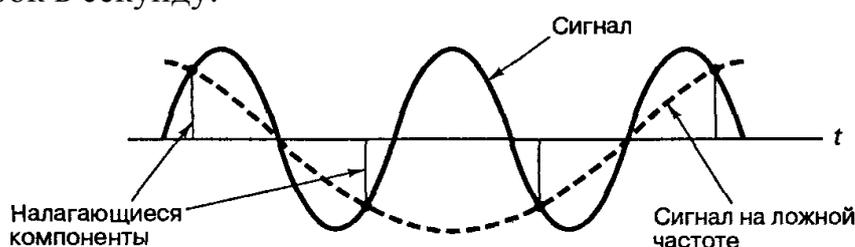


Рисунок 12 – Наложённые частоты, возникшие вследствие дискретизации с частотой, меньшей частоты Найквиста

Пример 2.3. Уровни квантования и многоуровневая передача сигналов.

Информацию в аналоговом сигнале с максимальной частотой $f = 3$ кГц необходимо передать через систему с M -уровневой кодировкой РАМ, где общее число уровней импульсов $M = 16$. Искажение, вызванное квантованием, не должно превышать $\pm 1\%$ удвоенной амплитуды аналогового сигнала.

а) Чему равно минимальное число бит в выборке или слове РСМ, которое можно использовать при оцифровывании аналогового сигнала?

б) Чему равны минимальная требуемая частота дискретизации и получаемая при этом скорость передачи битов?

в) Чему равна скорость передачи импульсов в кодировке РАМ (или символов)?

г) Если ширина полосы передачи (включая фильтрацию) равна 12 кГц, чему будет равно эффективное использование полосы для этой системы?

В этом примере мы имеем дело с двумя типами уровней: несколькими уровнями квантования, необходимыми для удовлетворения требований ограничения искажения, и 16 уровнями импульсов в кодировке РАМ.

Решение

а) С помощью формулы $l \geq \log_2 \frac{1}{2p}$ бит [1] вычисляем следующее:

$$l \geq \log_2 \frac{1}{0.02} = 5,6$$

Следовательно, $l = 6$ бит/выборку удовлетворяют требованиям, относящимся к искажению.

б) Используя критерий Найквиста, получаем минимальную частоту дискретизации $f_s = 2f_m = 6000$ выборок/секунду. Из п. а) получаем, что каждая выборка – это 6-битовое слово в кодировке РСМ. Следовательно, скорость передачи битов $R = lf_s = 36\ 000$ бит/с.

в) Поскольку нужно использовать многоуровневые импульсы с $M = 2^k = 16$ уровнями, то $k = \log_2 16 = 4$ бит/символ. Следовательно, поток битов разбивается на группы по 4 бита с целью формирования новых 16-уровневых цифр РАМ, и полученная скорость передачи символов R_s равна $R/k = 36\ 000/4 = 9\ 000$ символов/с.

г) Эффективность использования полосы – это отношение пропускной способности к ширине полосы в герцах, R/W . Поскольку $R = 36000$ бит/с, а $W = 12$ кГц, получаем $R/W = 3$ бит/с/Гц.

Пример 2.4. Двубинарное кодирование и декодирование

Воспользуемся формулой $y_k = x_k + x_{k-1}$ для демонстрации двубинарного кодирования и декодирования следующей последовательности: $\{x_k\} = 0010110$. Первый бит последовательности будем считать начальной цифрой, а не частью информационной последовательности.

Решение

Последовательность двоичных цифр $\{x_k\}$	0	0	1	0	1	1	0
Биполярные амплитуды $\{x_k\}$	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1
Правило кодирования: $y_k = x_k + x_{k-1}$			-2	0	0	0	2
Правило декодирования	Если $y'_k = 2$, то $x'_k = +1$ (или двоичная единица) Если $y'_k = -2$, то $x'_k = -1$ (или двоичный ноль) Если $y'_k = 0$, взять число, противоположное предыдущему						
Декодированная биполярная последовательность $\{x'_k\}$	-1	+1	-1	+1	+1	-1	
Декодированная бинарная последовательность $\{x'_k\}$	0	1	0	1	1	0	

Правило принятия решения просто реализует вычитание каждого решения x'_{k-1} из каждого y'_k . Одним из недостатков этого метода детектирования является то, что при появлении ошибки имеет тенденцию к распространению, вызывая дальнейшие ошибки (причина в том, что текущее решение зависит от предыдущих). Избежать этого позволяет метод предварительного кодирования.

Пример 2.5. Двубинарное предварительное кодирование

Проиллюстрируем правила двубинарного кодирования и декодирования при использовании предварительной дифференциальной кодировки, определенной формулой $w_k = x_k \oplus x_{k-1}$. Будем использовать ту же последовательность $\{x_k\} = 0010110$, что и в примере 2.4.

Решение

Последовательность двоичных цифр $\{x_k\}$	0	0	1	0	1	1	0
Предварительное кодирование последовательности $w_k = x_k \oplus x_{k-1}$	0	0	1	1	0	1	1
Биполярная последовательность $\{x_k\}$	-1	-1	+1	+1	-1	+1	+1
Правило кодирования: $y_k = w_k + w_{k-1}$			-2	0	+2	0	+2
Правило декодирования	Если $y'_k = \pm 2$, то $x'_k =$ двоичный ноль Если $y'_k = 0$, то $x'_k =$ двоичная единица						
Декодированная бинарная последовательность $\{x_k\}$	0	1	0	1	1	0	

Предварительное дифференциальное кодирование позволяет декодировать последовательность $\{y'_k\}$ путем принятия решения по каждой принятой выборке отдельно, не обращаясь к предыдущим, которые могут быть ошибочными. Преимущество заключается в том,

что при возникновении из-за помех ошибочной цифры ошибка не будет распространяться на другие цифры. Отметим, что первый бит двоичной последовательности $\{w_k\}$, подвергаемой дифференциальному кодированию, выбирается произвольно. Если бы *начальный* бит последовательности $\{w_k\}$ был выбран равным 1, а не 0, результат декодирования был бы таким же.

Задачи

1. Необходимо передать слово “HOW” с использованием восьмеричной системы.
 - а) Закодируйте слово “HOW” в последовательность битов, используя 7-битовый код ASCII, причем с целью выявления ошибок каждый знак дополняется восьмым битом. Значение этого бита выбирается так, чтобы число единиц во всех 8 битах было четным. Сколько всего битов содержит сообщение?
 - б) Разделите поток битов на $k = 3$ -битовые сегменты. Представьте каждый из 3-битовых сегментов восьмеричным числом (символом). Сколько восьмеричных символов имеется в сообщении?
 - в) Если бы в системе использовалась 16-уровневая модуляция, сколько символов понадобилось бы для представления слова “HOW”?
 - г) Если бы в системе применялась 256-уровневая модуляция, сколько символов понадобилось бы для представления слова “HOW”?
2. Нужно передавать данные со скоростью 800 знаков/с, причем каждый символ представляется соответствующим 7-битовым кодовым словом ASCII, за которым следует восьмой бит выявления ошибок, как в задаче 1. Используется многоуровневая ($M = 16$) кодировка PAM.
 - а) Чему равна эффективная скорость передачи битов?
 - б) Чему равна скорость передачи символов?
3. Необходимо передать 100-знаковое сообщение за 2 с, используя 7-битовую кодировку ASCII и восьмой бит выявления ошибок, как в задаче 3.1. Используется многоуровневая ($M = 32$) кодировка PAM.
 - а) Вычислите эффективную скорость передачи битов и передачи символов.
 - б) Повторите п. а для 16-уровневой кодировки PAM, восьмиуровневой кодировки PAM, четырехуровневой кодировки PAM и бинарной кодировки PCM.
4. Дан аналоговый сигнал, который считывался с частотой Найквиста f_s посредством естественной дискретизации. Докажите, что сигнал, пропорциональный исходному сигналу, может быть восстановлен из выборок с использованием метода,

показанного на рис. 12. Параметр mf_s – это частота гетеродина, причем m – целое.

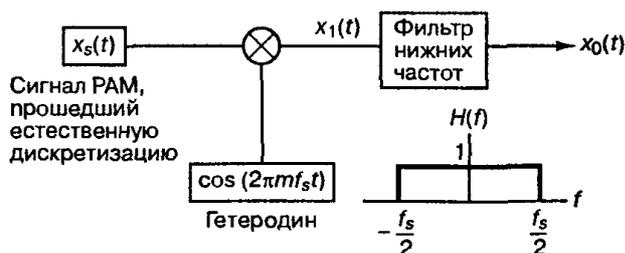


Рисунок 12

5. Аналоговый сигнал считывается с частотой Найквиста $1/T_s$ и квантуется с использованием L уровней квантования. Затем полученный цифровой сигнал передается по некоторому каналу.
 - а) Покажите, что длительность T одного бита передаваемого двоично-кодированного сигнала должна удовлетворять условию $T \leq T_s / (\log_2 L)$.
 - б) Когда имеет место равенство?

6. Определите число уровней квантования при следующем количестве битов на выборку данного кода РСМ:
 - а) 5;
 - б) 8;
 - в) х.

7. Определите максимальную частоту дискретизации, необходимую для выборки и точного восстановления сигнала $[x(t) = \sin(6280t)]/(6280t)$.

8. Рассмотрим аудиосигнал, спектральные компоненты которого ограничены полосой частот от 300 до 3 300 Гц. Предположим, что для создания сигнала РСМ используется частота дискретизации 8000 выборок/с. Предположим также, что отношение пиковой мощности сигнала к средней мощности шума квантования должно быть равным 30 дБ.
 - а) Чему равно минимальное число уровней квантования с равномерным шагом и минимальное число битов на выборку?
 - б) Вычислите ширину полосы системы (определяемую как ширину основного спектрального лепестка сигнала), необходимую для детектирования подобного сигнала РСМ.

9. Сигнал $x(t) = 10 \cos(1000t + \pi/3) + 20 \cos(2000t + \pi/6)$ равномерно считывается для цифровой передачи.
 - а) Чему равен максимальный разрешенный интервал между выборками, обеспечивающий безупречное воспроизведение сигнала?
 - б) Если необходимо воспроизвести 1 час подобного сигнала, сколько необходимо запомнить выборок?

10. а) Сигнал, ограниченный полосой 50 кГц, считывается каждые 10 мкс. Покажите графически, что эти выборки единственным образом определяют сигнал. (Для простоты используйте

синусоидальный сигнал. Избегайте выборок в точках, где сигнал равен нулю).

б) Предположим, что выборки производятся не каждые 10 мкс, а каждые 30 мкс. Покажите графически, что подобные выборки могут определять сигнал, отличный от исходного.

11. Используйте метод свертки для иллюстрации эффекта недостаточной выборки $x(t) = \cos 2\pi f_0 t$ при частоте дискретизации $f_s = 3/2 f_0$.

12. Наложение не происходит, если частота дискретизации больше удвоенной ширины полосы сигнала. В то же время сигналов со строго ограниченной полосой не существует. Таким образом, наложение присутствует всегда.

а) Предположим, что фильтрованный сигнал имеет спектр, который описывается фильтром Баттерворта шестого порядка с верхней частотой среза $f_u = 1000$ Гц. Какая частота дискретизации необходима для снижения наложения до точки -50 дБ в спектре мощностей,

б) Повторите п. а) для фильтра Баттерворта двенадцатого порядка.

13. а) Изобразите схематично характеристику сжатия для $\mu = 10$, для системы, диапазон входных напряжений которой принадлежит интервалу от -5 до +5 В.

б) Нарисуйте соответствующую характеристику расширения.

в) Изобразите характеристику 16-уровневого устройства квантования с неравномерным шагом, соответствующую характеристике сжатия при $\mu = 10$.

14. Необходимо передать информацию в форме аналогового сигнала, максимальная частота которого $f_m = 4000$ Гц, используя для этого 16-уровневую систему амплитудно-импульсной модуляции. Искажение, вызванное квантованием, не должно превышать $\pm 1\%$ удвоенной амплитуды аналогового сигнала.

а) Чему равно минимальное число бит на выборку или на слово РСМ, которое может использоваться в этой системе?

б) Чему равна минимальная требуемая частота дискретизации и получаемая в результате скорость передачи битов?

в) Чему равна скорость передачи шестнадцатеричных символов РАМ?

15. Сигнал в диапазоне частот 300-3300 Гц имеет удвоенную амплитуду 10 В. Он считывается с частотой 8000 выборок/с, а выборки квантуются в 64 равномерно расположенных уровня. Вычислите и сравните ширину полос и отношения пиковой мощности сигнала к среднеквадратическому шуму квантования, если квантованные выборки передаются или как *бинарные*, или как *четырёхуровневые* импульсы. Считайте, что ширина полосы

системы определяется основным спектральным лепестком сигнала.

16. В цифровой аудиосистеме проигрывания компакт-дисков аналоговый сигнал оцифровывается так, что отношение пиковой мощности сигнала к пиковой мощности шума квантования не менее 96 дБ. Частота дискретизации — 44,1 тысяча выборок в секунду.

а) Сколько необходимо уровней квантования аналогового сигнала, чтобы $(S/N_q)_{\text{пик}} = 96$ дБ?

б) Какое число бит на выборку необходимо при таком числе уровней?

в) Чему равна скорость передачи данных в бит/с?

17. а) Предположим, требуется система цифровой передачи, в которой искажение, вызванное квантованием, не превышало бы $\pm 2\%$ удвоенного напряжения аналогового сигнала. Если ширина полосы аудиосигнала и разрешенная полоса передачи равны по 4000 Гц, а выборка ведется с частотой Найквиста, какая необходима эффективность использования полосы (в бит/с/Гц).

б) Повторите п. а) для ширины полосы аудиосигнала 20 кГц (большая точность воспроизведения) при той же доступной полосе 4000 Гц

Практическое занятие №3 Полосовая модуляция и демодуляция

Пример 3.1. Цифровой согласованный фильтр

Рассмотрим набор сигналов

$$s_1(t) = At, 0 \leq t \leq kT$$

и

$$s_2(t) = -At, 0 < t < kT,$$

где $k = 0, 1, 2, 3$

Опишите, как цифровой согласованный фильтр (рис. 13) может использоваться для детектирования принятого сигнала, скажем $s_1(t)$, при отсутствии шума.

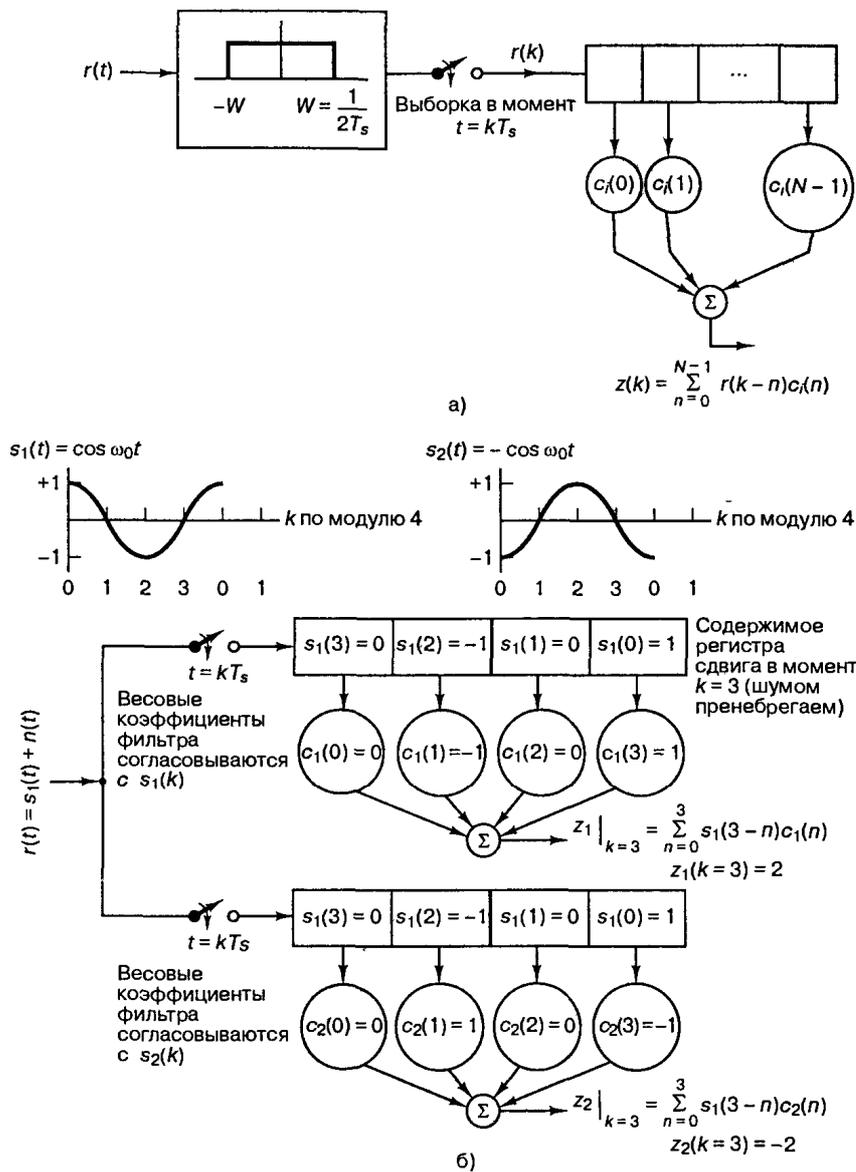


Рисунок 13 – Цифровой согласованный фильтр: а) дискретный согласованный фильтр; б) пример детектирование

Решение

Вначале сигнал $s_1(t)$ преобразуется в набор выборок $\{s_1(k)\}$. Приемник цифрового согласованного фильтра, как показано на рис 13, б, представляет собой две ветви. Верхняя ветвь состоит из регистра сдвига и коэффициентов, согласовывающихся с точками дискретизации $\{s_2(k)\}$. Подобным образом, нижняя ветвь состоит из регистра сдвига и коэффициентов, согласовывающихся с точками дискретизации $\{s_2(k)\}$. В четырех равномерно расположенных точках выборки ($k = 0, 1, 2, 3$) сигналы $\{s_1(k)\}$ имеют следующие значения:

$$s_1(k=0)=0 \quad s_1(k=1)=A/4 \quad s_1(k=2)=A/2 \quad s_1(k=3)=3A/4$$

$$s_2(k=0)=0 \quad s_2(k=1)=-A/4 \quad s_2(k=2)=-A/2 \quad s_2(k=3)=-3A/4$$

Коэффициенты $c_i(n)$ представляют запаздывающий зеркальный поворот сигнала, с которым согласовывается фильтр. Следовательно, $c_1(n) = s_1(N - 1 - n)$, где $n = 0, \dots, N - 1$, так что можно записать $c_1(0) = s_1(3)$, $c_1(1) = s_1(2)$, $c_1(2) = s_1(1)$, $c_1(3) = s_1(0)$.

Рассмотрим верхнюю ветвь рис 13, б. В момент времени $k = 0$ первая выборка $s_1(k = 0) = 0$ поступает в крайний левый разряд каждого регистра. В следующий дискретный момент времени $k = 1$ вторая выборка $s_1(k = 1) = A/4$ поступает в крайний левый разряд каждого регистра, в то же время первая выборка сдвигается в ближайший справа разряд каждого регистра и т.д. В момент $k = 3$ в крайний левый разряд поступает выборка $s_1(k=3)=3A/4$, к этому моменту первая выборка сдвинута к крайнему правому разряду. Четыре выборки сигнала теперь расположены в регистрах в зеркальном порядке по отношению к времени их создания. Таким образом, при данном расположении поступающих выборок сигнала и опорных коэффициентов выход сумматора естественным образом описывается операцией свертки и максимизирует корреляцию в соответствующей ветви.

Пример 3.2. Принятая фаза как функция задержки распространения

а) Из схемы, приведенной на рис. 14, непонятно, откуда берутся опорные сигналы коррелятора. Кто-то может подумать, что они известны всегда и хранятся в памяти, пока не понадобятся.

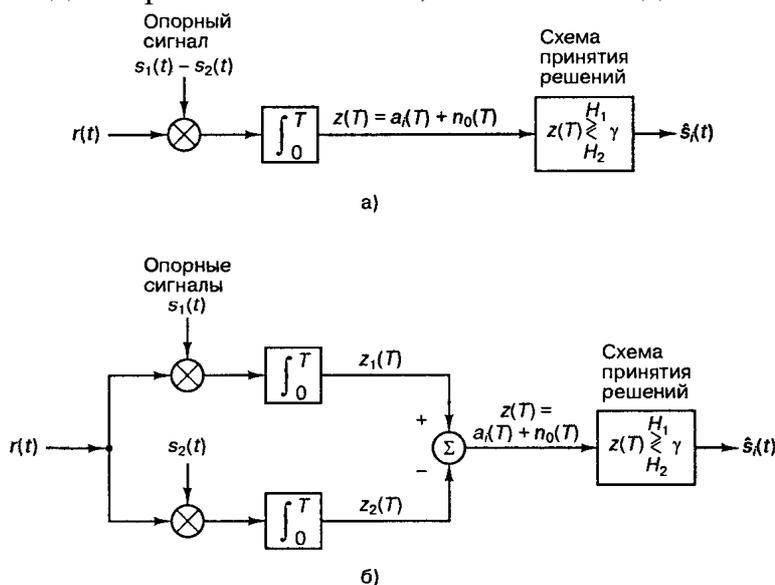


Рисунок 14 – Двоичный корреляционный приемник: а) использование одного коррелятора; б) применение двух корреляторов.

При некоторых обстоятельствах приемник действительно может, в разумных пределах, предсказывать некоторое ожидаемое значение амплитуды поступающего сигнала или его частоты. Но существует один параметр, который нельзя оценить без специальной помощи, – это фаза принятого сигнала. Наиболее популярным способом получения оценки фазы является использование схемы, называемой контуром фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ). Схема восстановления несущей захватывает прибывающую несущую

волну (или воссоздает ее) и оценивает ее фазу. Чтобы показать, как иногда нереально предсказать фазу без использования ФАПЧ, рассмотрим канал радиосвязи, изображенный на рис. 15. Здесь мобильный пользователь расположен в точке A на расстоянии d от центральной станции, а задержка распространения сигнала равна T_d . Используя комплексную форму записи, можем описать сигнал, излучаемый передатчиком, как $s(t) = \exp(2\pi if_0 t)$. Пусть частота f_0 равна 1 ГГц. Если пренебречь шумом, сигнал, принятый центральной станцией, можно записать как $r(t) = \exp[2\pi if_0(t+T_d)]$. Определите, на какое минимальное расстояние d (рис. 15) должен переместиться мобильный пользователь, чтобы это привело к изменению фазы принятого сигнала на 2π .

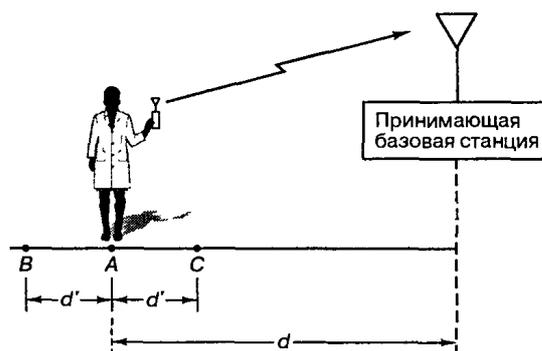


Рисунок 15 – Канал радиосвязи

б) Действительно ли нас волнует изменение фазы на 2π ? Разумеется, нет, поскольку в этом случае вектор принятого сигнала будет находиться в той же точке, что и ранее, когда пользователь находился в точке A . Но зададимся вопросом, чему равно минимальное расстояние, изменяющее фазу на $\pi/2$ (скажем, дающее запаздывание на $\pi/2$)? Приемник должен отнести вектор, соответствующий $r(t)$, к той же группе, что и в п. а), но запаздывание приводит к тому, что принятый сигнал уже имеет вид $r(t) = \exp[2\pi if_0(t+T_d) - \pi/2]$, и коррелятор, используемый в процессе детектирования, дает нулевой выход:

$$\int_0^T \cos \omega_0 t \cos \left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2} \right) dt = \int_0^T \cos \omega_0 t \sin \omega_0 t dt = 0$$

Определите минимальное расстояние перемещения пользователя, приводящее к изменению фазы на $\pi/2$.

Решение

а) Пусть в начальный момент времени $t=0$ мобильный пользователь находится в точке A , так что вектор, принятый центральной станцией, дается выражением $r(t) = \exp 2\pi if_0 T_d$. Затем, после перемещения пользователя в точку B , принятый (еще сильнее запаздывающий) вектор $r_d(t = T_d + T'_d)$ можно записать в виде $r_d(t) = \exp[2\pi if_0(T_d + T'_d)]$. Минимальное время задержки T'_d , соответствующее повороту вектора на 2π , равно $T'_d = 1/f_0 = 10^{-9}$

секунд. Следовательно, минимальное расстояние для такого поворота (предполагая идеальное электромагнитное распространение со скоростью света) равно следующему:

$$d' = \frac{c}{f_0} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \times 10^{-9} \text{ с} = 0,3 \text{ м}$$

б) Используя предыдущий результат, получаем следующее расстояние для поворота вектора на $\pi/2$:

$$d'' = \frac{d'}{4} = \frac{0,3 \text{ м}}{4} = 7,5 \text{ см}$$

Очевидно, что даже если передатчик и приемник жестко установлены на стационарных башнях, небольшое смещение, вызванное ветром, может привести к абсолютной неопределенности относительно значения фазы. Если предположить, что используемая частота равна не 1 ГГц, а 10 ГГц, то минимальное расстояние изменяется с 7,5 см до 0,75 см. На практике зачастую желательно избегать приемников, использующих ФАПЧ. Вычисления, выполненные в данном примере, могут породить вопрос, как изменится вероятность ошибки, если в процессе детектирования не будет использоваться информация о фазе? Другими словами, чем заплатит система, если детектирование будет выполнено некогерентно? Этот и другие подобные вопросы рассматриваются в следующем разделе.

Пример 3.2. Вероятность битовой ошибки при передаче сигналов BPSK

Найдите вероятность появления ошибочного бита в системе, использующей схему BPSK и скорость 1 Мбит/с. Принятые сигналы $s_1(t) = A \cos \omega_0 t$ и $s_2(t) = -A \cos \omega_0 t$ детектируются когерентно с использованием согласованного фильтра. Величина A равна 10 мВ. Однополосную спектральную плотность шума считать равной $N_0 = 10^{-11}$ Вт/Гц, а мощность сигнала и энергию на бит – нормированными на 1 Ом.

Решение

$$A = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} = 10^{-2} \text{ В}, \quad T = \frac{1}{R} = 10^{-6} \text{ с.}$$

Следовательно,

$$E_b = \frac{A^2}{2} T = 5 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}, \quad \text{и} \quad \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} = 3,16,$$

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = Q(3,16)$$

В итоге получим следующее

$$P_B = 8 \cdot 10^{-4}$$

Задачи

1. Определите точное число битовых ошибок, сделанных за сутки когерентным приемником, использующим схему BPSK. Скорость передачи данных равна 5000 бит/с. Входными цифровыми сигналами являются: $s_1(t) = A \cos \omega_0 t$ и $s_2(t) = -A \cos \omega_0 t$, где $A = 1$ мВ, а односторонняя спектральная плотность мощности шума равна $N_0 = 10^{-11}$ Вт/Гц. Считайте, что мощность сигнала и энергия, приходящаяся на бит, нормированы на нагрузку с сопротивлением 1 Ом.

2. Непрерывно работающая когерентная система BPSK совершает ошибки со средней частотой 100 ошибок в сутки. Скорость передачи данных 1000 бит/с. Односторонняя спектральная плотность мощности равна $N_0 = 10^{-10}$ Вт/Гц.

а) Чему равна средняя вероятность ошибки, если система является эргодической?

б) Если значение средней мощности принятого сигнала равно 10^{-6} Вт, будет ли ее достаточно для поддержания вероятности ошибки, найденной в п. а)?

3. Если основным критерием производительности системы является вероятность битовой ошибки, какую из следующих двух схем следует выбрать для канала с шумом AWGN? Приведите соответствующие вычисления.

Бинарная некогерентная ортогональная схема FSK с $E_b/N_0 = 13$ дБ

Бинарная когерентная схема PSK с $E_b/N_0 = 8$ дБ

4. Поток битов «101010111101010100001111» передается с использованием модуляции DPSK. Покажите четыре различные дифференциально-кодированные последовательности, которые могут представлять данное сообщение, и объясните алгоритм генерации каждой из них.

5. а) Вычислите минимальную требуемую полосу для некогерентного детектирования символов в ортогональной бинарной модуляции FSK. Сигнальный тон наивысшей частоты равен 1 МГц, а длительность символа равна 1 мс.

б) Чему равна минимальная требуемая полоса для некогерентной системы MFSK с той же продолжительностью символа?

6. Рассмотрим систему BPSK с равновероятными сигналами $s_1(t) = \cos \omega_0 t$ и $s_2(t) = -\cos \omega_0 t$. Будем считать, что отношение сигнал/шум в приемнике равно $E_b/N_0 = 9,6$ и при идеальной синхронизации вероятность битовой ошибки равна 10^{-3} . Допустим, восстановление несущей с использованием контура ФАПЧ вносит некоторую фиксированную ошибку φ , связанную с оценкой фазы, так что опорные сигналы выражаются как $\cos(\omega_0 t + \varphi)$ и $-\cos(\omega_0 t + \varphi)$.

а) Насколько возрастет вероятность битовой ошибки при $\varphi = 25^\circ$?

б) Какая ошибка в определении фазы приведет к росту вероятности битовой ошибки до 10^{-3} ?

Определите вероятность появления ошибочного бита P_e для когерентного детектирования с использованием согласованного фильтра равновероятных сигналов FSK.

$$s_1(t) = 0,5 \cos 2000\pi t \quad \text{и} \quad s_2(t) = 0,5 \cos 2020\pi t$$

Здесь двусторонняя спектральная плотность мощности шума AWGN равна $N_0/2 = 0,0001$. Длительность символа считать равной $T = 0,01$ с.

7. Определите оптимальный (дающий минимальную вероятность ошибки) порог γ_0 для детектирования равновероятных сигналов $s_1(t) = \sqrt{2E/T} \cos \omega_0 t$ и $s_2(t) = \sqrt{0,5E/T} \cos(\omega_0 t + \pi)$ в шуме AWGN при использовании корреляционного приемника, изображенного на рис. 14, б. В качестве опорного возьмите сигнал $\psi_1(t) = \sqrt{2/T} \cos \omega_0 t$.

8. Система детектирования с помощью согласованного фильтра равновероятных сигналов $s_1(t) = \sqrt{2E/T} \cos \omega_0 t$ и $s_2(t) = \sqrt{2E/T} \cos(\omega_0 t + \pi)$ работает при шуме AWGN при отношении $E_b/N_0 = 6,8$ дБ. Считать, что $E\{z(t)\} = \pm \sqrt{E}$.

а) Найдите минимальную вероятность ошибки P_e для данного отношения E_b/N_0 и данного множества сигналов.

б) Найдите P_e , если порог принятия решения равен $\gamma = 0,1\sqrt{E}$?

в) Порог $\gamma = 0,1\sqrt{E}$ является оптимальным для определенного множества априорных вероятностей $P(s_1)$ и $P(s_2)$. Найдите значения этих вероятностей.

Список литературы

1. Скляр, Бернард Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е, испр.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104с.: ил. – Парал. тит. англ.
2. Прокис Джон Цифровая связь. Пер. с англ. / Под. ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 2000. – 800с.: ил.
3. Дахнович, А.А. Дискретные системы и цифровая обработка сигналов: Учебное пособие. /А.А. Дахнович. – Тамбов.: Изд. ТГТУ, 2007-100 с.
4. Тропченко, А. Ю. Цифровая обработка сигналов. Методы предварительной обработки: Учебное пособие по дисциплине "Теоретическая информатика" / А.Ю. Тропченко, А.А. Тропченко. - СПб.: СПбГУ ИТМО, 2009. - 100 с.
5. Берлин, А.Н. Сотовые системы связи: Учебное пособие / А.Н. Берлин. - М.: Интернет-Университет Информационных Технологий, БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. - 360 с.