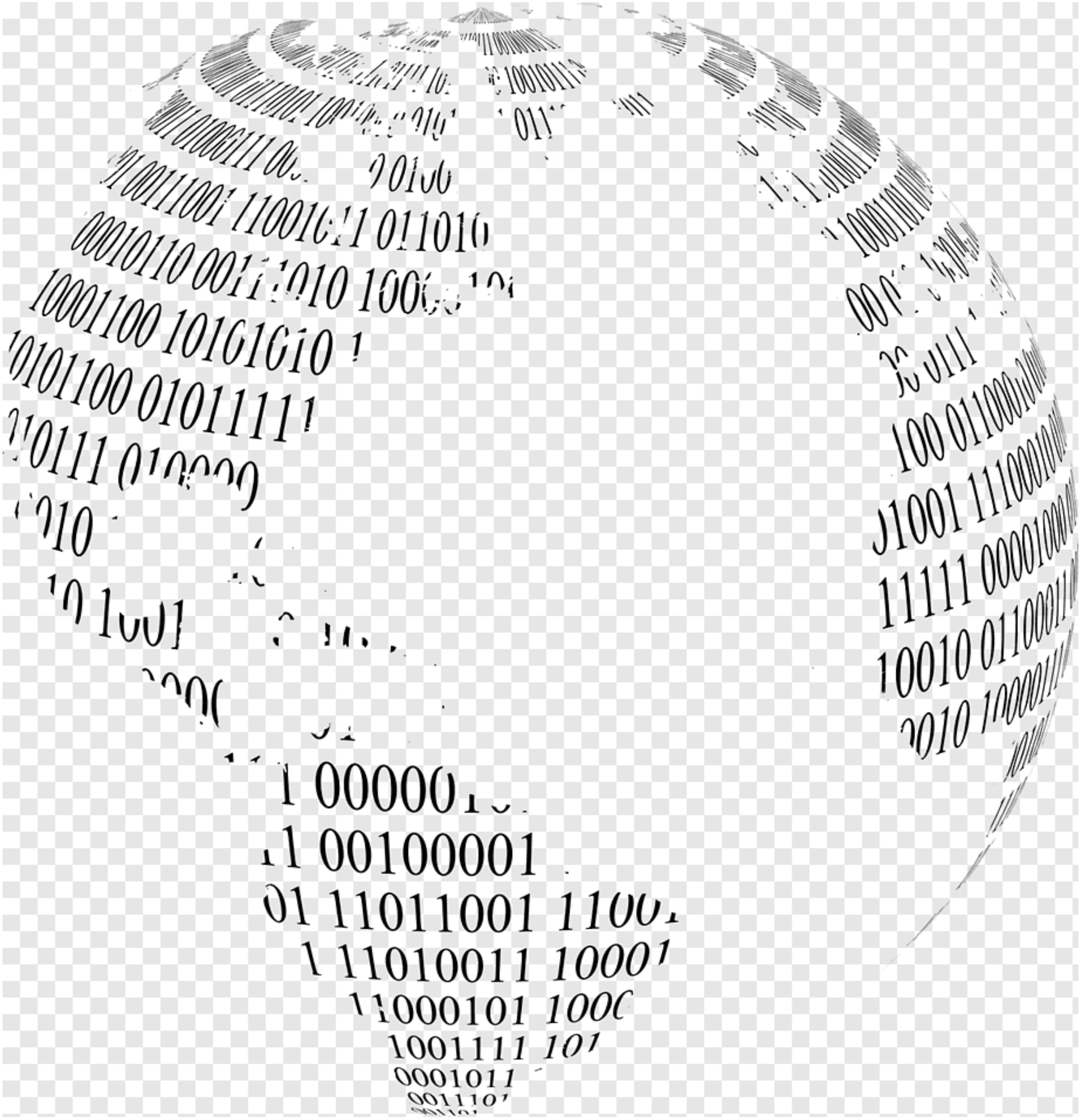
ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ



Тамбов
Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ»
2026

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тамбовский государственный технический университет»**

ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ

Утверждено Ученым советом
ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет»
в качестве методических указаний для студентов,
обучающихся по специальности 10.05.03 «Информационная
безопасность автоматизированных систем», очной формы обучения

Учебное электронное издание

Т·Г·Т·У

Тамбов
Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ»
2026

УДК 519.72
ББК 32.811.4
Т33

Рецензент

Кандидат технических наук, профессор,
профессор кафедры «КРЭМС» ФГБОУ ВО «ТГТУ»
Ю. Ф. Мартемьянов

Т33 **Теория** информации [Электронный ресурс] : методические указания / сост. : А. В. Яковлев, А. В. Фурсова. – Тамбов : Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2026. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Системные требования : ПК не ниже класса Pentium IV ; RAM 512 Mb ; необходимое место на HDD 1,5 Mb ; Windows 7/8/10/11 ; дисковод CD-ROM ; мышь. – Загл. с экрана.

Курс практических занятий охватывает вопросы понятийного аппарата теории информации, свойств информации и ее измерения, оптимального и помехоустойчивого кодирования, каналов передачи информации, приводится разбор решений типовых задач.

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем», очной формы обучения.

УДК 519.72
ББК 32.811.4

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания включают в себя практические занятия по учебной дисциплине «Теория информации», преподаваемой в ФГБОУ ВО «ТГТУ» студентам, обучающимся по специальности 10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем».

Курс практических занятий охватывает вопросы понятийного аппарата теории информации, свойств информации и ее измерения, оптимального и помехоустойчивого кодирования, каналов передачи информации.

Практическое занятие № 1

МЕРЫ ИНФОРМАЦИИ

Цель работы:

1. Ознакомиться с основными мерами информации.
2. Изучить понятие энтропии источника информации.

Теоретическая часть занятия

1. Классификация мер информации.

В зависимости от направлений исследований теории информации различают ее меры, а именно: структурные, синтаксические, семантические и прагматические.

Прагматическая мера информации определяет полезность (ценность) для достижения пользователем поставленных целей, например: емкость памяти; производительность ПК; скорость передачи данных и др.

Семантическая мера основывается на понятии содержательности информации, единицей измерения которой является тезаурус (совокупность сведений, которыми располагает пользователь или система).

Структурная мера информации определяется подходом к оценке особенностей структуры сообщений. Среди структурных мер различают: геометрическую; комбинаторную; аддитивную меру Хартли.

К *комбинаторной мере* целесообразно прибегать тогда, когда требуется оценить возможности передачи информации с помощью различных комбинаций информационных элементов.

Количество информации в комбинаторной мере вычисляется как *количество комбинаций* элементов. Образование комбинаций в структуре информационных элементов есть одна из форм кодирования информации.

Комбинирование элементов в информационных комплексах базируется на основных понятиях комбинаторики:

– *сочетания* (комбинации различаются только составом элементов):

$Q_{\text{с}} = \dfrac{h!}{l!(h-l)!}$, где сочетания из h элементов по l без повторений;

$Q_{\text{сп}} = \dfrac{(h+l-1)!}{l!(h-l)!}$, с повторениями;

– *перестановки* (комбинации различаются только порядком элементов):

$Q_{\text{п}} = h!$, где h – число элементов (без повторений);

$Q_{\text{пп}} = \dfrac{(\alpha+\beta+\cdots+\gamma)!}{\alpha!\cdot\beta!\cdot\ldots\cdot\gamma!}$, где α, β, γ – количество повторений некоторых элементов комбинации;

– *размещение* (комбинации различаются как составом, так и порядком элементов):

$Q_{\text{р}} = \dfrac{h!}{(h-l)!}$, где размещение из h по l элементов без повторений;

$Q_{\text{рп}} = h^{l}$, с повторениями.

Комбинаторная мера информации – это число возможных комбинаций элементов информационного комплекса. В отличие от геометрической меры, комбинаторная – это не просто подсчет квантов, а определение количества возможных или действительно осуществимых комбинаций элементов. При этом количество информации при таком же количестве элементов многократно увеличивается.

Практическая часть занятия

Задача № 1.

1. Составить число **сочетаний** из 10 элементов по 1, 2, 3, 4, …, 9?
2. Сколько вариантов дает **перестановка** десяти элементов без повторений?
3. Сколько **размещений** 10 элементов по 9 позициям можно составить?

Решение:

1. $Q_{\text{с}} = \dfrac{n!}{l!(n-l)!}$; $n = 10$, $l = \overline{1{,}9}$;

$$Q_{\text{с}} = \frac{10!}{1!(10-1)!} + \frac{10!}{2!(10-2)!} + \ldots + \frac{10!}{9!(10-9)!} =$$

$$= 10 + 45 + 120 + 210 + 252 + 210 + 120 + 45 + 10 = 1022.$$

2. $Q_{\text{п}} = n!$, где $n = 10$; $Q_{\text{п}} = 3\,628\,800$.
3. $Q_{\text{рп}} = h^{l}$, где $n = 10$; $l = 9$; $Q_{\text{рп}} = 10^{9}$.

Задача № 2.

План застройки улицы 10 домами, среди которых 3 дома одного типа, 5 другого и 2 третьего, в каком количестве вариантов может быть представлен?

Решение:

$Q_{\text{пп}} = \dfrac{(\alpha+\beta+\gamma)!}{\alpha!\cdot\beta!\cdot\gamma!}$, где α = 3, β = 5, γ = 2;

$Q_{\text{пп}} = \dfrac{10!}{3!\cdot 5!\cdot 2!} = 2520$ вариантов.

Задача № 3.

Алфавит состоит из букв *A*, *B*, *C*, *D*, вероятность появления которых равна $p_A = p_B = 0{,}25$; $p_C = 0{,}34$; $p_D = 0{,}16$. Определить количество знаков другого алфавита, у которого знаки равновероятны, а энтропия такая же, как у заданного алфавита.

Решение:

$$H = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i = -(2 \cdot 0{,}25 \log_2 0{,}25 + 0{,}34 \log_2 0{,}34 + 0{,}16 \log_2 0{,}16) =$$

$$= 2 \cdot 0{,}5 + 0{,}53 + 0{,}42 = 1{,}95 \text{ бит.}$$

При условии равновероятности знаков, пусть их k, будет $H = \log_2 k$; $k = 2^H = 2^{1{,}95} = 3{,}86 \approx 4$.

Задача № 4.

Заданы вероятностные схемы двух сообщений:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}7 & 0{,}9 & 0{,}3 \\ 0{,}25 & 0{,}25 & \dfrac{1}{4} & \dfrac{1}{4} \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 12 & 3 \\ \dfrac{1}{4} & 0{,}25 & \dfrac{1}{4} & 0{,}25 \end{pmatrix}.$$

Сравнить их энтропии.

Решение:

Энтропия не зависит от конкретных значений случайной величины и определяется только вероятностями. Так как вероятности их появления одинаковы, то $H(A) = H(B) = -\sum_{i=1}^{4} p_i \log_2 p_i = \log_2 k,$ где k – количество знаков в каждом сообщении:

$$H(A) = H(B) = \log_2 4 = 2 \text{ бит.}$$

2. Понятие избыточности.

Известно, что при условии равновероятных событий энтропия определяется их количеством: $H_0 = \log_2 N,$ где N – количество знаков в алфавите.

Очевидно, что H_0 – является максимально возможным значением энтропии. Если условие равновероятности не выполнятся, то $H = -\sum_i p_i \log_2 p_i < H_0$.

Тогда $R = (H_0 - H)$ называют избыточностью источника, а величину $r = \dfrac{R}{H_0} = 1 - \dfrac{H}{H_0}$ – относительной избыточностью.

Задача № 5.

Задана вероятностная схема сообщения $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ 0{,}75 & 0{,}125 & 0{,}125 \end{pmatrix}$. Найти абсолютную и относительную избыточность такого источника.

Решение:

$$H(A) = -(0{,}75\log_2 0{,}75 + 0{,}125\log_2 0{,}125 + 0{,}125\log_2 0{,}125) =$$
$$= -(0{,}75\cdot(-0{,}415) + 0{,}125\cdot(-3) + 0{,}125\cdot(-3) = 0{,}311 + 0{,}75 = 1{,}061 \text{ бит};$$
$$H_0 = \log_2 3 = 1{,}585;$$
$$R = H_0 - H(A) = 1{,}585 - 1{,}061 = 0{,}524 \text{ бит};$$
$$r = 1 - \frac{H(A)}{H_0} = 1 - \frac{1{,}061}{1{,}585} = 0{,}33 \text{ (или 33\%).}$$

3. Энтропия непрерывных сообщений.

Для обобщения формулы **Шеннона** разобьем интервал возможных состояний случайной непрерывной величины $\boldsymbol{X}$ на равные непересекающиеся отрезки $\Delta\boldsymbol{x}$ и рассмотрим множество дискретных состояний $\boldsymbol{x_1, x_2, ..., x_m}$ с вероятностями $\boldsymbol{P_i = p(x_i)\Delta x}$ $\boldsymbol{(i = 1, 2, ..., m)}$. Тогда энтропию можно вычислить по формуле

$$H = -\sum_{i=1}^{m} p(x_i)\Delta x \log_2 p(x_i)\Delta x = -\sum_{i=1}^{m} p(x_i)\Delta x \log_2 p(x_i) - \sum_{i=1}^{m} p(x_i)\Delta x \log_2 \Delta x.$$

В пределе при $\boldsymbol{\Delta x \to 0}$ с учетом соотношения $\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1$

$$H(x) = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\log_2 p(x)dx - \log_2 \Delta x,$$

где Δx – интервал дискретизации; $p(x)$ – плотность распределения вероятности.

Первое слагаемое в правой части соотношения – *приведенная энтропия*, имеет конечное значение, которое зависит только от закона распределения непрерывной случайной величины X и не зависит от шага квантования, второе – const и на неопределенность не влияет.

Задача № 6.

Найти значение энтропии при нормальной плотности распределения вероятности случайной величины x: $p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$ – нормальный закон плотности распределения вероятности.

Решение.

$$H_{\text{н}}(X) = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\log_2 p(x)dx = -\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \log_2\left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}\right]dx =$$

$$= \log_2\left(\sigma\sqrt{2\pi}\,\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}dx + \frac{\log_2 e}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}dx\right) = \mathbf{log_2}\left(\frac{\boldsymbol{\sigma}}{\Delta x}\sqrt{\mathbf{2}\boldsymbol{\pi}\mathrm{e}}\right);$$

$$H=-\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}\log_2\left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}\right]dx-\log_2\Delta x=$$

$$=\log_2\left(\sigma\sqrt{2\pi}\,\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}dx+\frac{\log_2\mathrm{e}}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}dx\right)-\log_2\Delta x=\mathbf{log_2}\left(\frac{\boldsymbol{\sigma}}{\Delta x}\sqrt{\mathbf{2\pi}\mathrm{e}}\right),$$

где Δx – интервал дискретизации непрерывной величины.

Передача наибольшего количества информации при заданной мощности сигнала достигается при такой обработке сигнала, которая приближает распределение его к нормальному закону.

Практическое занятие № 2

ИСТОЧНИКИ СООБЩЕНИЙ И ИХ ЭНТРОПИЯ

Цель работы:

1. Изучить методы расчета энтропии для зависимых источников информации.
2. Освоить расчет условной энтропии и взаимной информации для систем со статической зависимостью.

Практическая часть занятия

Задача № 1.

Закон распределения вероятностей системы, объединяющий зависимые источники информации X и Y, задан с помощью таблицы, где $p(x_i, y_j)$ – совместная вероятность.

$X \backslash Y$	y_1	y_2	y_3
x_1	0,4	0,1	0
x_2	0	0,2	0,1
x_3	0	0	0,2

Определить энтропии $H(X)$, $H(Y)$, $H(X/Y)$, $H(Y/X)$, $H(X, Y)$, $I(X/Y)$.

Решение.

1. Вычислим безусловные вероятности $p(x_i)$, $p(y_j)$ системы:

а) сложив вероятности *по строкам*, получим вероятности возможных значений X: $p(x_1) = 0{,}5$; $p(x_2) = 0{,}3$; $p(x_3) = 0{,}2$;

б) сложив вероятности *по столбцам*, получим вероятности возможных значений Y: $p(y_1) = 0{,}4$; $p(y_2) = 0{,}3$; $p(y_3) = 0{,}3$.

2. Энтропия источника X

$$H(X)=-\sum_{i=1}^{3}p(x_i)\log_2 p(x_i)=-(0{,}5\log_2 0{,}5+0{,}3\log_2 0{,}3+0{,}2\log_2 0{,}2)=1{,}485\text{ бит.}$$

3. Энтропия источника Y

$$H(Y) = -\sum_{j=1}^{3} p(y_j)\log_2 p(y_j) = -(0{,}4\log_2 0{,}4 + 0{,}3\log_2 0{,}3 + 0{,}3\log_2 0{,}3) = 1{,}57 \text{ бит.}$$

4. Условная энтропия источника информации Y при условии, что сообщения источника X известны

$H(Y/X) = -\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} p(x_i, y_j)\log_2 p(y_j/x_i)$, $p(x_i, y_j)$ – задана исходной таблицей.

Найдем условные вероятности: $p(y_j/x_i) = \dfrac{p(x_i, y_j)}{p(x_i)}$.

$$p(y_1/x_1) = \frac{p(x_1, y_1)}{p(x_1)} = \frac{0{,}4}{0{,}5} = 0{,}8; \qquad p(y_1/x_3) = \frac{p(x_3, y_1)}{p(x_3)} = \frac{0}{0{,}2} = 0;$$

$$p(y_2/x_1) = \frac{p(x_1, y_2)}{p(x_1)} = \frac{0{,}1}{0{,}5} = 0{,}2; \qquad p(y_2/x_3) = \frac{p(x_3, y_2)}{p(x_3)} = \frac{0}{0{,}2} = 0;$$

$$p(y_3/x_1) = \frac{p(x_1, y_3)}{p(x_1)} = \frac{0}{0{,}5} = 0; \qquad p(y_3/x_3) = \frac{p(x_3, y_3)}{p(x_3)} = \frac{0{,}2}{0{,}2} = 1.$$

$$p(y_1/x_2) = \frac{p(x_2, y_1)}{p(x_2)} = \frac{0}{0{,}3} = 0;$$

$$p(y_2/x_2) = \frac{p(x_2, y_2)}{p(x_2)} = \frac{0{,}2}{0{,}3} = 0{,}67;$$

$$p(y_3/x_2) = \frac{p(x_2, y_3)}{p(x_2)} = \frac{0{,}1}{0{,}3} = 0{,}33;$$

$$H(Y/Y) = -(0{,}4\log_2 0{,}8 + 0{,}1\log_2 0{,}2 + 0 + 0 + 0{,}2\log_2 0{,}67 +$$
$$+ 0{,}1\log_2 0{,}33 + 0 + 0 + 0{,}2\log_2 1) = 0{,}635 \text{ бит.}$$

5. Аналогично, условная энтропия источника информации X при условии, что сообщения источника Y известны:

$$H(Y/X) = -\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} p(x_i, y_j)\log_2 p(x_i/y_j);$$

$$p(x_1/y_1) = \frac{p(x_1, y_1)}{p(y_1)} = \frac{0{,}4}{0{,}4} = 1; \qquad p(x_1/y_3) = \frac{p(x_1, y_3)}{p(y_3)} = \frac{0}{0{,}3} = 0;$$

$$p(x_2/y_1) = \frac{p(x_2, y_1)}{p(y_1)} = \frac{0}{0{,}4} = 0; \qquad p(x_2/y_3) = \frac{p(x_2, y_3)}{p(y_3)} = \frac{0{,}1}{0{,}3} = 0{,}33;$$

$$p(x_3/y_1) = \frac{p(x_3, y_1)}{p(y_1)} = \frac{0}{0{,}4} = 0; \qquad p(x_3/y_3) = \frac{p(x_3, y_3)}{p(y_3)} = \frac{0{,}2}{0{,}3} = 0{,}67.$$

$$p(x_1/y_2)=\frac{p(x_1,\,y_2)}{p(y_2)}=\frac{0{,}1}{0{,}3}=0{,}33;$$

$$p(x_2/y_2)=\frac{p(x_2,\,y_2)}{p(y_2)}=\frac{0{,}2}{0{,}3}=0{,}67;$$

$$p(x_3/y_2)=\frac{p(x_3,\,y_2)}{p(y_2)}=\frac{0}{0{,}3}=0;$$

$$H(Y/X)=-(0{,}4\log_2 1+0{,}1\log_2 0{,}33+0+0+0{,}2\log_2 0{,}67+0{,}1\log_2 0{,}33+0+0+$$
$$+0{,}2\log_2 0{,}67)=0{,}55 \text{ бит}.$$

6. Совместная энтропия двух источников

$$H(Y,\,X)=-\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}p(x_i,\,y_j)\log_2 p(x_i,\,y_j)=-(0{,}4\log_2 0{,}4+0{,}1\log_2 0{,}1+0+0+$$
$$+0{,}2\log_2 0{,}2+0{,}1\log_2 0{,}1+0+0+0{,}2\log_2 0{,}2)=2{,}12 \text{ бит}.$$

Проверим результаты:
$H(X, Y) = H(X) + H(Y/X) = 1{,}485 + 0{,}635 = 2{,}12$ бит;
$H(X; Y) = H(Y) + H(X/Y) = 1{,}57 + 0{,}55 = 2{,}12$ бит.
7. Найдем взаимную информацию:
$I(X; Y) = H(X) – H(X/Y) = 1{,}485 – 0{,}55 = 0{,}935$ бит;
$I(X; Y) = H(Y) – H(Y/X) = 1{,}57 – 0{,}635 = 0{,}935$ бит.

Задача № 2.

Определить $H(X)$ и $H(Y/X)$, если $p(x_1, y_1) = 0{,}3$; $p(x_1, y_2) = 0{,}2$; $p(x_2, y_2) = 0{,}15$; $p(x_3, y_2) = 0{,}25$; $p(x_3, y_3) = 0{,}1$.

Решение.

Y / X	y_1	y_2	y_3	$p(x_i)$
x_1	0,3	0,2	0	0,5
x_2	0	0,15	0	0,15
x_3	0	0,25	0,1	0,35
$p(y_j)$	0,3	0,6	0,1	

$$H(X)=-\sum_{i=1}^{3}p(x_i)\log_2 p(x_i)=-(0{,}5\log_2 0{,}5+0{,}15\log_2 0{,}15+0{,}35\log_2 0{,}35)=1{,}44 \text{ бит}.$$

$$H(Y/X)=-\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}p(x_i,\,y_j)\log_2 p(y_j,\,x_i)=\left|p\left(\frac{y_j}{x_i}\right)=\frac{p(x_i,\,y_j)}{p(x_i)}\right|=$$
$$-(0{,}3\log_2 0{,}6+0{,}2\log_2 0{,}4+0{,}15\log_2 1+0{,}25\log_2 0{,}71+0{,}1\log_2 0{,}29)=0{,}79 \text{ бит}.$$

$$p(y_1,\,x_1)=\frac{p(x_1,\,y_1)}{p(x_1)}=\frac{0{,}3}{0{,}5}=0{,}6; \qquad p(y_3,\,x_1)=\frac{p(x_1,\,y_3)}{p(x_1)}=\frac{0}{0{,}5}=0;$$

$$p(y_1, x_2) = \frac{p(x_2, y_1)}{p(x_2)} = \frac{0}{0{,}15} = 0;$$

$$p(y_1, x_3) = \frac{p(x_3, y_1)}{p(x_3)} = \frac{0}{0{,}35} = 0;$$

$$p(y_2, x_1) = \frac{p(x_1, y_2)}{p(x_1)} = \frac{0{,}2}{0{,}5} = 0{,}4;$$

$$p(y_2, x_2) = \frac{p(x_2, y_2)}{p(x_2)} = \frac{0{,}15}{0{,}15} = 1;$$

$$p(y_2, x_3) = \frac{p(x_3, y_2)}{p(x_3)} = \frac{0{,}25}{0{,}35} = 0{,}71;$$

$$p(y_3, x_2) = \frac{p(x_2, y_3)}{p(x_2)} = \frac{0}{0{,}15} = 0;$$

$$p(y_3, x_3) = \frac{p(x_3, y_3)}{p(x_3)} = \frac{0{,}1}{0{,}35} = 0{,}29.$$

Задача № 3.

Определить $H(X)$, $H(Y)$, $H(X, Y)$, $I(X; Y)$, если $p(x_1, y_1) = 0{,}2$; $p(x_1, y_3) = 0{,}1$; $p(x_2, y_1) = 0{,}3$; $p(x_2, y_2) = 0{,}25$; $p(x_3, y_2) = 0{,}15$. Проверить полученные результаты через соотношения энтропий.

$X \backslash Y$	y_1	y_2	y_3	$p(x_i)$
x_1	0,2	0	0,1	0,3
x_2	0,3	0,25	0	0,55
x_3	0	0,15	0	0,15
$p(y_j)$	0,5	0,4	0,1	

Энтропия источника X

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{3} p(x_i)\log_2 p(x_i) = -(0{,}3\log_2 0{,}3 + 0{,}55\log_2 0{,}55 + 0{,}15\log_2 0{,}15) = 1{,}406 \text{ бит}.$$

Энтропия источника Y

$$H(X) = -\sum_{j=1}^{3} p(y_j)\log_2 p(y_j) = -(0{,}5\log_2 0{,}5 + 0{,}4\log_2 0{,}4 + 0{,}1\log_2 0{,}1) = 1{,}361 \text{ бит}.$$

Совместная энтропия $H(X, Y)$

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y/X),\ H(X; Y) = H(Y) + H(X/Y).$$

$$H(Y/X) = -\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} p(x_i, y_j)\log_2 p(y_j, x_i) = \left| p\left(\frac{y_j}{x_i}\right) = \frac{p(x_i, y_j)}{p(x_i)} \right| = -(0{,}2\log_2 0{,}667 +$$

$$+ 0{,}3\log_2 0{,}545 + 0{,}25\log_2 0{,}455 + 0{,}15\log_2 1 + 0{,}1\log_2 0{,}333) = 0{,}822 \text{ бит}.$$

$$p(y_1, x_1) = \frac{p(x_1, y_1)}{p(x_1)} = \frac{0{,}2}{0{,}3} = 0{,}667;$$

$$p(y_3, x_1) = \frac{p(x_1, y_3)}{p(x_1)} = \frac{0{,}1}{0{,}3} = 0{,}333;$$

$$p(y_1,\ x_2) = \frac{p(x_2,\ y_1)}{p(x_2)} = \frac{0{,}3}{0{,}55} = 0{,}545; \qquad p(y_3,\ x_2) = \frac{p(x_2,\ y_3)}{p(x_2)} = \frac{0}{0{,}55} = 0;$$

$$p(y_1,\ x_3) = \frac{p(x_3,\ y_1)}{p(x_3)} = \frac{0}{0{,}15} = 0; \qquad p(y_3,\ x_3) = \frac{p(x_3,\ y_3)}{p(x_3)} = \frac{0}{0{,}15} = 0.$$

$$p(y_2,\ x_1) = \frac{p(x_1,\ y_2)}{p(x_1)} = \frac{0}{0{,}3} = 0;$$

$$p(y_2,\ x_2) = \frac{p(x_2,\ y_2)}{p(x_2)} = \frac{0{,}25}{0{,}55} = 0{,}455;$$

$$p(y_2,\ x_3) = \frac{p(x_3,\ y_2)}{p(x_3)} = \frac{0{,}15}{0{,}15} = 1;$$

$H(X, Y) = H(X) + H(Y/X) = 1{,}406 + 0{,}822 = 2{,}228$ бит;
$I(X, Y) = H(Y) – H(Y/X) = 1{,}361 – 0{,}822 = 0{,}539$ бит.

Задача № 4.

Определить $I(X;\ Y)$, если $p(x_1,\ y_1) = 0{,}3$; $p(x_1,\ y_2) = 0{,}2$; $p(x_2,\ y_3) = 0{,}1$; $p(x_3, y_2) = 0{,}1$; $p(x_3, y_3) = 0{,}3$. Проверить результаты через соотношения энтропий и взаимной информации.

Решение.

$H(X) = 1{,}36$; $H(X, Y) = 0{,}6$ бит;
$H(Y) = 1{,}57$; $H(Y/X) = 0{,}81$ бит;
$I(X, Y) = H(Y) – H(X/Y) = 1{,}36 – 0{,}6 = 0{,}76$ бит;
$I(X, Y) = H(Y) – H(Y/X) = 1{,}57 – 0{,}81 = 0{,}76$ бит.

Практическое занятие № 3

МАРКОВСКИЕ ИСТОЧНИКИ

Цель работы:

1. Изучить основы теории марковских цепей и их представление в виде графов переходов и матриц вероятностей.
2. Освоить построение матриц переходных вероятностей по заданному графу марковской цепи.

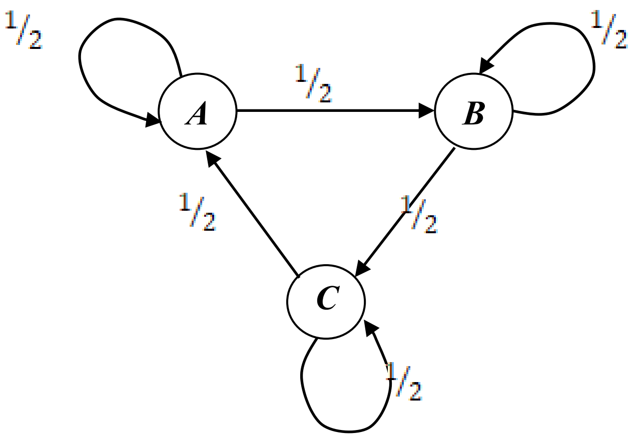
Практическая часть занятия

Задача № 1.

Дана марковская цепь с тремя равновероятными состояниями.

1. Построить матрицу переходных вероятностей Π через графовое представление цепи.
2. Показать, что марковская цепь стационарна.
3. Показать, что марковская цепь регулярна.
4. Построить предельную матрицу переходных вероятностей.

Решение.



Изобразим граф и обозначим соответствующие вероятности переходов:

1. Матрица вероятностей перехода

$$\Pi=\begin{pmatrix}1/2 & 1/2 & 0\\ 0 & 1/2 & 1/2\\ 1/2 & 0 & 1/2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13}\\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23}\\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33}\end{pmatrix}.$$

2. Стационарность: так как состояния равновероятны, то

$$p_0 = (0{,}333\quad 0{,}333\quad 0{,}333) \text{ или } p_0 = 1/3(1\ \ 1\ \ 1).$$

Проверим условие $p_0\Pi = p_0$.

$$p_0\Pi = 1/3(1\quad 1\quad 1)\begin{pmatrix}1/2 & 1/2 & 0\\ 0 & 1/2 & 1/2\\ 1/2 & 0 & 1/2\end{pmatrix}=1/3(1\quad 1\quad 1)=p_0.$$

Выполняется условие $\Rightarrow$ цепь стационарна.

3. Для проверки регулярности найдем Π и Π^2:

$$\Pi=\begin{pmatrix}1/2 & 1/2 & 0\\ 0 & 1/2 & 1/2\\ 1/2 & 0 & 1/2\end{pmatrix}=1/2\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix};$$

$$\Pi^2=(1/2)^2\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}=1/4\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 1\end{pmatrix}.$$

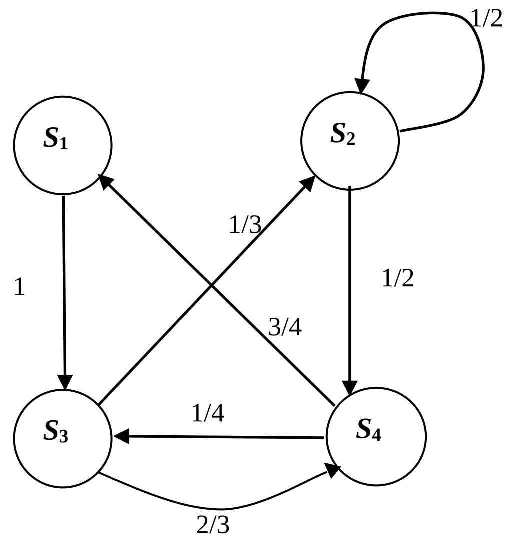
Для Π^2: есть столбцы, где компоненты отличны от нуля, поэтому цепь регулярна.

4. Найдем предельную матрицу переходных вероятностей: так как цепь регулярна, то по определению $p_\infty = p_0$ и $\Pi=\begin{pmatrix}p_\infty\\ p_\infty\\ p_\infty\end{pmatrix}$, тогда

$$\Pi = \begin{pmatrix} p_\infty & = & p_0 \\ p_\infty & = & p_0 \\ p_\infty & = & p_0 \end{pmatrix} = 1/3 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача № 2.

Задан марковский источник $A = \{a_1,\ a_2\}$, в котором буквы принимают значения 0 и 1 равновероятно. Граф состояний такого источника задан.



1. Определить матрицу вероятностей перехода.
2. Проверить источник на стационарность и регулярность.

Решение.

Для пары букв алфавита состояниями будут следующие:

$S_1 = \{a_1 = 0;\ a_2 = 0\}$; $S_2 = \{a_1 = 1;\ a_2 = 1\}$;
$S_3 = \{a_1 = 0;\ a_2 = 1\}$; $S_4 = \{a_1 = 1;\ a_2 = 0\}$.

Так как значения букв равновероятны, то
$p_0(S_1) = p_0(S_2) = p_0(S_3) = p_0(S_4) = 1/4 \Rightarrow p_0 = 1/4(1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)$.

1. Матрица вероятностей перехода

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/3 & 0 & 2/3 \\ 3/4 & 0 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Стационарность

$$p_0 = p_0\Pi = 1/4(1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/3 & 0 & 2/3 \\ 3/4 & 0 & 1/4 & 0 \end{pmatrix} = 1/4(3/4 \quad 5/6 \quad 5/4 \quad 7/6).$$

Условие не выполняется $\Rightarrow$ цепь не стационарна.

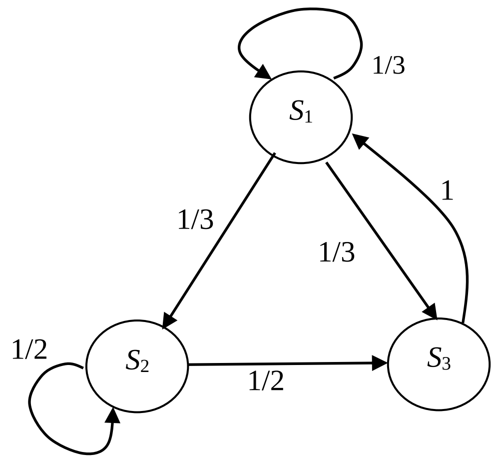
3. Регулярность

$$\Pi^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/3 & 0 & 2/3 \\ 3/4 & 0 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/3 & 0 & 2/3 \\ 3/4 & 0 & 1/4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 0 & 2/3 \\ 3/8 & 1/4 & 1/8 & 1/4 \\ 1/2 & 1/6 & 1/6 & 1/6 \\ 0 & 1/12 & 3/4 & 1/6 \end{pmatrix}.$$

Для Π^2: есть столбцы, где компоненты отличны от нуля, поэтому цепь регулярна.

Задача № 3.

Задан граф марковской цепи. Определить матрицу переходных вероятностей, если $p_0 = (1 \;\; 0 \;\; 0)$ и проанализировать свойства цепи и найти вероятности состояний на 2-м шаге.



Решение.

1. Матрица вероятностей перехода

$$\Pi = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Стационарность

$$p_0\Pi = (1 \quad 0 \quad 0)\begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (1/3 \quad 1/3 \quad 1/3) = 1/3(1 \quad 1 \quad 1) \neq p_0.$$

Условие не выполняется $\Rightarrow$ цепь не стационарна.

3. Регулярность

$$\Pi^2 = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4/9 & 5/18 & 5/18 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix},$$

$\Rightarrow$ цепь регулярна.

4. $$p_0\Pi^2 = (1 \quad 0 \quad 0)\begin{pmatrix} 4/9 & 5/18 & 5/18 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix} = (4/9 \quad 5/18 \quad 5/18) \neq p_0,$$

$\Rightarrow$ цепь не стационарна.

Задача № 4.

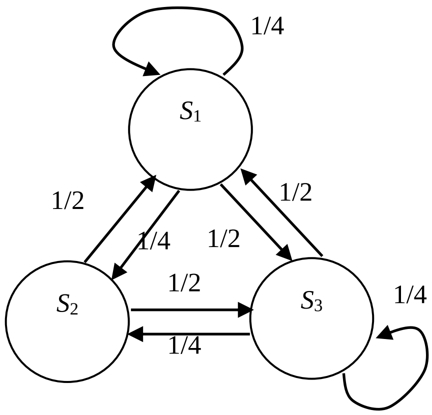
Дана матрица вероятностей перехода:

$$\Pi \begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix} \text{ и } p_0 = (0 \quad 1 \quad 0).$$

Решение.

1. Построить граф марковской цепи.
2. Найти p_3 при n = 3.
3. Проверить свойства стационарности и регулярности цепи.

Решение.



1. Вид графа марковской цепи.
2. Найдем $p_0 = p_0\Pi^3$.

$$\Pi^2 = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{16}+\frac{1}{8}+\frac{1}{4} & \frac{1}{16}+\frac{1}{8} & \frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8} \\ \frac{1}{8}+\frac{1}{4} & \frac{1}{8}+\frac{1}{8} & \frac{1}{4}+\frac{1}{8} \\ \frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8} & \frac{1}{8}+\frac{1}{16} & \frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 7/16 & 3/16 & 6/16 \\ 6/16 & 4/16 & 6/16 \\ 6/16 & 3/16 & 7/16 \end{pmatrix} = \frac{1}{16}\begin{pmatrix} 7 & 3 & 6 \\ 6 & 4 & 6 \\ 6 & 3 & 7 \end{pmatrix};$$

$$\Pi^3 = \frac{1}{16}\begin{pmatrix} 7 & 3 & 6 \\ 6 & 4 & 6 \\ 6 & 3 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix} = \frac{1}{16}\begin{pmatrix} \frac{7}{4}+\frac{3}{2}+\frac{6}{2} & \frac{7}{4}+0+\frac{6}{4} & \frac{7}{2}+\frac{3}{2}+\frac{6}{4} \\ \frac{6}{4}+\frac{4}{2}+\frac{6}{2} & \frac{6}{4}+\frac{6}{4} & \frac{6}{2}+\frac{4}{2}+\frac{6}{4} \\ \frac{6}{4}+\frac{3}{2}+\frac{7}{2} & \frac{6}{4}+\frac{7}{4} & \frac{6}{2}+\frac{3}{2}+\frac{7}{4} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{16}\begin{pmatrix} 25/4 & 13/4 & 26/4 \\ 26/4 & 12/4 & 26/4 \\ 26/4 & 13/4 & 26/4 \end{pmatrix} = \frac{1}{16}\begin{pmatrix} 25 & 13 & 26 \\ 26 & 12 & 26 \\ 26 & 13 & 25 \end{pmatrix};$$

$$p_3 = p_0\Pi^3 = \frac{1}{64}(0 \quad 1 \quad 0)\begin{pmatrix} 25 & 13 & 26 \\ 26 & 12 & 26 \\ 26 & 13 & 25 \end{pmatrix} = \frac{1}{64}(26 \quad 12 \quad 26).$$

3. Свойства марковской цепи.

Стационарность

$$p_0\Pi = (0 \quad 1 \quad 0)\begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix} = (1/2 \quad 0 \quad 1/2) \neq p_0.$$

$\Rightarrow$ цепь не стационарна.

Регулярность: все столбцы Π^2 отличны от нуля => цепь регулярна.

Практическое занятие № 4

ОПТИМАЛЬНОЕ, ЭФФЕКТИВНОЕ КОДИРОВАНИЕ ИСТОЧНИКОВ. СЖАТИЕ ДАННЫХ. АЛГОРИТМЫ СЖАТИЯ ДАННЫХ БЕЗ ПОТЕРЬ

Цель работы:

1. Освоить методы оптимального и эффективного кодирования источников без потерь.
2. Изучить принципы блочного кодирования и его влияние на эффективность сжатия данных без увеличения длины блока.

Практическая часть занятия

Задача № 1.

Построить код Шеннона–Фано, если известны вероятности: $p(x_1)$ = 0,5; $p(x_2)$ = 0,25; $p(x_3)$ = 0,125; $p(x_4)$ = 0,125. Оценить эффективность кодирования.

Решение.

Символ x_i	Вероятность символа p_i	Редукция			$n_i p_i$	$-p_i \log_2 p_i$
		1	2	3		
x_1	0,5	1			0,5	0,5
x_2	0,25	0	1		0,5	0,5
x_3	0,125	0	0	1	0,375	0,375
x_4	0,125	0	0	0	0,375	0,375

$$\bar{n} = \sum_{i=1}^{4} n_i p_i = 1{,}75 \text{ бит};$$

$$H(x) = -\sum_{i=1}^{4} p_i \log_2 p_i = 1{,}75 \text{ бит};$$

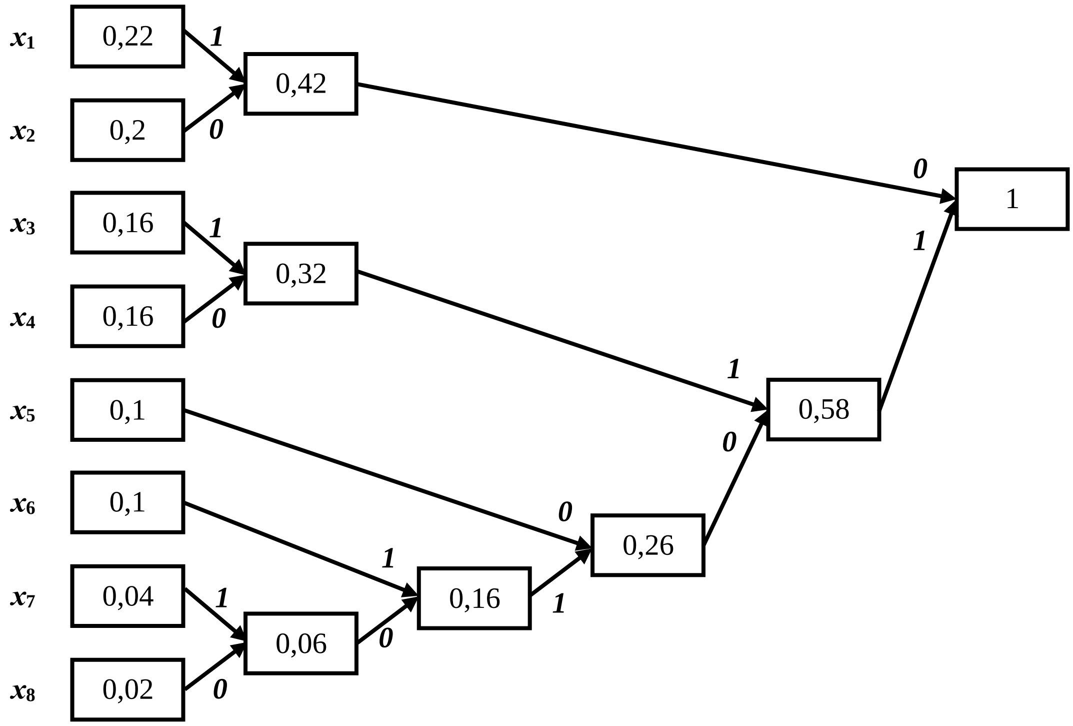
$$\eta = \frac{H(x)}{\bar{n}} = 1.$$

Задача № 2.

Построить код Хаффмана для алфавита источника, заданного вероятностями символов в таблице:

x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
p_i	0,22	0,2	0,16	0,16	0,1	0,1	0,04	0,02

Решение.



Символы	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
Кодовое слово	01	00	111	110	100	1011	10101	10100
Длина код. слова	2	2	3	3	3	4	5	5
$n_i p_i$	0,44	0,40	0,48	0,48	0,30	0,40	0,80	0,10
$-p_i \log_2 p_i$	0,48	0,46	0,42	0,42	0,33	0,33	0,19	0,11

$\bar{n} = 2{,}8$ бит; $H(x) = 2{,}74$ бит; $\eta = 0{,}98$.

Задача № 3.

Проанализировать эффективное кодирование сообщений, образованных алфавитом, состоящим из двух знаков (букв) x_1 и x_2 с вероятностями $p(x_1) = 0{,}9$ и $p(x_2) = 0{,}1$.

Решение.

1. Так как вероятности знаков не равны, то последовательность из таких букв будет обладать избыточностью. Однако при побуквенном кодировании никакого эффекта не получим, так как на передачу каждого знака требуется один символ 1 или 0.

x_i	p_i	Код	$n_i p_i$	$-p_i \log_2 p_i$
x_1	0,9	1	0,9	0,332
x_2	0,1	0	0,1	0,137

$H(x) = 0{,}47$ бит; $\bar{n} = 1$ бит; $\eta = \dfrac{0{,}47}{1} = 0{,}47$.

2. При кодировании блоков, содержащих по два знака (по две буквы), получим:

Блок знаков $x_i x_j$	Вероятность блока $p(x_1, x_2)$	Редукция			$n_i p_i$	$-p_i \log_2 p_i$
		1	2	3		
x_1x_1	0,81	1			0,81	0,246
x_1x_2	0,09	0	1		0,18	0,313
x_2x_1	0,09	0	0	1	0,27	0,313
x_2x_2	0,10	0	0	0	0,03	0,066

$$\bar{n}_{бл} = \sum_{i=1}^{4} n_i p_i = 1{,}29 \text{ бит; } H(x) = 0{,}938 \text{ бит.}$$

Если $\bar{n}_{бл}$ = 1,29 – средняя длина кода блока из 2 букв, тогда на букву будет приходиться $\bar{n} = \frac{\bar{n}_{бл}}{2}$ ~ 0,645 бит. Это уже ближе к энтропии знака $H(x)$ = 0,47 бит.

⇒ Эффективность кода повысилась на блоковом кодировании.

$H(x)$ = const, по теореме Шеннона для дискретных стационарных источников с памятью, которым становится исходный для блоков знаков.

$$\eta = \frac{0{,}938}{1{,}29} = 0{,}73.$$

3. Кодирование блоков, содержащих три буквы, даст еще больший эффект.

Блок знаков $x_i x_i x_i$	Вероятность блока $p(x_1, x_2)$	Редукция					$n_i p_i$	$-p_i \log_2 p_i$
		1	2	3	4	5		
$x_1x_1x_1$	0,729	1					0,729	0,332
$x_2x_1x_1$	0,081	0	1	1			0,243	0,294
$x_1x_2x_1$	0,081	0	1	0			0,243	0,294
$x_1x_1x_2$	0,081	0	0	1			0,243	0,294
$x_2x_2x_1$	0,009	0	0	0	1	1	0,045	0,061
$x_2x_1x_2$	0,009	0	0	0	1	0	0,045	0,061
$x_1x_2x_2$	0,009	0	0	0	0	1	0,045	0,061
$x_2x_2x_2$	0,001	0	0	0	0	0	0,005	0,001

$$\bar{n}_{бл_3} = 1{,}59 \text{ бит; } \bar{n} = \frac{\bar{n}_{бл_3}}{3} = 0{,}53 \text{ бит; } H(x) = 1{,}407 \text{ бит; } \eta = \frac{H(x)}{\bar{n}} = \frac{1{,}407}{1{,}59} = 0{,}88.$$

Повышение эффективности кодирования при укрупнении блоков (увеличении их длины) связано с тем, что набор вероятностей, получившихся при укрупнении блоков, можно делить на более близкие по суммарным вероятностям подгруппам.

Задача № 4.

Закодировать универсальным алгоритмом фразу – КАРЛ_У_КЛАРЫ_УКРАЛ_КОРАЛЛЫ. Словарь: 23, Буфер: 8.

Словарь																							Буфер								Код
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	0	1	2	3	4	5	6	7	
																							К	А	Р	Л	_	У	_	К	<0,0,К>
																						К	А	Р	Л	_	У	_	К	Л	<0,0,А>
																					К	А	Р	Л	_	У	_	К	Л	А	<0,0,Р>
																				К	А	Р	Л	_	У	_	К	Л	А	Р	<0,0,Л>
																			К	А	Р	Л	_	У	_	К	Л	А	Р	Ы	<0,0,_>
																		К	А	Р	Л	_	У	_	К	Л	А	Р	Ы	_	<0,0,У>
																	К	А	Р	Л	_	У	_	К	Л	А	Р	Ы	_	У	<21,1,К>
															К	А	Р	Л	_	У	_	К	Л	А	Р	Ы	_	У	К	Р	<18,1,А>
													К	А	Р	Л	_	У	_	К	Л	А	Р	Ы	_	У	К	Р	А	Л	<15,1,Ы>
											К	А	Р	Л	_	У	_	К	Л	А	Р	Ы	_	У	К	Р	А	Л	_	К	<15,2,К>
								К	А	Р	Л	_	У	_	К	Л	А	Р	Ы	_	У	К	Р	А	Л	_	К	О	Р	А	<10,1,А>
						К	А	Р	Л	_	У	_	К	Л	А	Р	Ы	_	У	К	Р	А	Л	_	К	О	Р	А	Л	Л	<9,2,К>
			К	А	Р	Л	_	У	_	К	Л	А	Р	Ы	_	У	К	Р	А	Л	_	К	О	Р	А	Л	Л	Ы			<0,0,О>
		К	А	Р	Л	_	У	_	К	Л	А	Р	Ы	_	У	К	Р	А	Л	_	К	О	Р	А	Л	Л	Ы				<17,3,Л>
Р	Л	_	У	_	К	Л	А	Р	Ы	_	У	К	Р	А	Л	_	К	О	Р	А	Л	Л	Ы								<0,0,Ы>

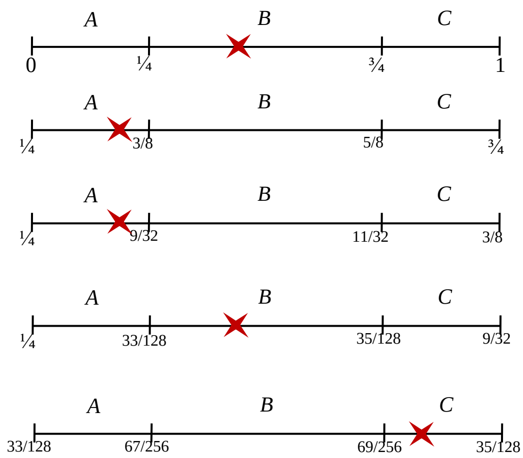
$$n = ([\log_2 23] + [\log_2(8)] + 8)15 = (5 + 4 + 8)15 = 240 \text{ бит}; \quad 8\cdot 26 = 208 \text{ бит}.$$

Задача № 5.

Составить арифметический код для сообщения *BAABC*, полученного из алфавита $X = \{A, B, C\}$, при $p(A) = ¼$, $p(B) = ½$, $p(C) = ¼$.

BAABC, $p(A) = ¼$, $p(B) = ½$, $p(C) = ¼$.

Шаг	Сообщение	Интервал
0	нет	[0,1]
1	*B*	[1/4; 3/4]
2	*BA*	[1/4; 3/8]
3	*BAA*	[1/4; 9/32]
4	*BAAB*	[33/128; 35/128]
5	*BAABC*	[69/256; 35/128]



Рассмотрим интервал $\left[\dfrac{69}{256};\dfrac{35}{128}\right]$, и выберем внутри него любое значение, например $\dfrac{69}{2^8}$ = 0,27.

Установим правило кодирования для выбранного числа, например $0{,}27_{10} = 0{,}01000101000_2$ или $27_{10} = 11011_2$.

Задача № 6.

Распаковать сообщение и рассчитать длину кода сжатого сообщения при словаре – 12 байт; буфере – 4 байта: **<0,0,*A*> <0,0,*F*> <0,0,*X*> <9,2,*F*> <8,1,*F*> <6,2,*X*> <4,3,*A*>**.

Решение:

Словарь												Буфер				Код
0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**0**	**1**	**2**	**3**	
												A				**<0,0,*A*>**
											A	***F***				**<0,0,*F*>**
										A	***F***	***X***				**<0,0,*X*>**
									A	***F***	***X***	***A***	***F***	***F***		**<9,2,*F*>**
						A	***F***	***X***	***A***	***F***	***F***	***X***	***F***			**<8,1,*F*>**
				A	***F***	***X***	***A***	***F***	***F***	***X***	***F***	***X***	***A***	***X***		**<6,2,*X*>**
	A	***F***	***X***	***A***	***F***	***F***	***X***	***F***	***X***	***A***	***X***	***A***	***F***	***F***	***A***	**<4,3,*A*>**

AFXAFFXFXAXAFFA – 15 символов; ***n*** = 21 байт.

Практическое занятие № 5

МЕХАНИЗМ КОДИРОВАНИЯ И СИНДРОМНОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ ЛИНЕЙНЫХ КОДОВ

Цель работы:

1. Изучить принципы построения и кодирования линейных систематических кодов на примере кодов Хэмминга.
2. Освоить методику формирования порождающей и проверочной матриц для заданной длины кода.

Теоретическая часть занятия

Матричное представление линейных (систематических) кодов.

$\boldsymbol{A}$: $\boldsymbol{a_1a_2a_3a_4}$ → информационный код;

$\boldsymbol{B}$: $\boldsymbol{a_1a_2a_3a_4b_1b_2b_3}$ → помехоустойчивый код;

$$\boldsymbol{B}[1\times n] = \boldsymbol{A}[1\times k] \times \boldsymbol{G}[k\times n],$$

где $\boldsymbol{G}$ – порождающая матрица, является составной $\boldsymbol{G}[k\times n] = [\boldsymbol{I}|\boldsymbol{P}]$, где $\boldsymbol{I}$ – единичная матрица $[k\times k]$ по числу информационных символов, $\boldsymbol{P}$ – матрица правил формирования весовых коэффициентов $[k\times r]$.

Тогда порождающая матрица имеет следующую размерность [4×7]:

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Пусть сообщение имеет вид A: **1010**. Тогда помехоустойчивый код будет иметь вид

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{A}\times\boldsymbol{G} = (1010)\times\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = (10100010).$$

Для любого систематического кода с порождающей матрицей $\boldsymbol{G}$ в интересах ее декодирования определяют проверочную матрицу.

$$\boldsymbol{H}[r\times n] = [\boldsymbol{P}^T|\boldsymbol{I}];\quad \boldsymbol{P}^T - [r\times k];\quad \boldsymbol{I} - [r\times r];$$

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Процесс декодирования сводится к определению синдрома:

$$\boldsymbol{C} = \hat{\boldsymbol{B}}\times\boldsymbol{H}^T = \hat{\boldsymbol{B}}\times\begin{bmatrix} \boldsymbol{P} \\ \boldsymbol{I} \end{bmatrix};$$

$$\hat{\boldsymbol{B}} = \mathbf{1000010};$$

$$\boldsymbol{C} = (1000010)\times\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (101).$$

Полученный таким образом синдром говорит об ошибке в соответствующем разряде. Если кодовая комбинация сформирована так, что синдром будет указывать на номер разряда в принятой комбинации, в которой произошла ошибка, то такой линейный систематический код называется кодом Хэмминга.

Практическая часть занятия

Задача № 1.

Для линейного кода (10, 6) составить порождающую и проверочную матрицы так, чтобы синдромы ошибок в коде строились по правилу:

– синдромы ошибок в младших разрядах образуют единичную матрицу;

– оставшиеся синдромы ошибок по возможности являются двоичным кодом искаженного разряда.

Сформировать избыточные кодовые комбинации для информационных кодовых групп: а) **001000**; б) **100101**; в) **101010**. Проверить алгоритм исправления искажений при искажении символов в 5, 7 разрядах, сформированных в избыточных кодовых комбинациях.

Решение:

Разряды									
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
$\boldsymbol{a_1}$	$\boldsymbol{a_2}$	$\boldsymbol{a_3}$	$\boldsymbol{a_4}$	$\boldsymbol{a_5}$	$\boldsymbol{a_6}$	$\boldsymbol{b_1}$	$\boldsymbol{b_2}$	$\boldsymbol{b_3}$	$\boldsymbol{b_4}$
Синдромы ошибок старших разрядов						Синдромы ошибок младших разрядов			

Информационные разряды	Проверочные разряды
$\hat{a}_1 = 1010 - 10$ разряд	$\hat{b}_1 = 1000$
$\hat{a}_2 = 1001 - 9$ разряд	$\hat{b}_2 = 0100$
$\hat{a}_3 = 1011 - 8$ разряд (так как занят, берем B)	$\hat{b}_3 = 0010$
$\hat{a}_4 = 0111 - 7$ разряд	$\hat{b}_4 = 0001$
$\hat{a}_5 = 0110 - 6$ разряд	
$\hat{a}_6 = 0101 - 5$ разряд	

Построим порождающую матрицу:

$$\boldsymbol{G[k \times n]} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{T}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{P} \\ \boldsymbol{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ – проверочная матрица.

Кодирование сообщение.

а) ***A* = 001000**;

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{G} = (001000) \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (\mathbf{0010001011});$$

б) ***A* = 100101**;

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{G} = (100101) \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (\mathbf{1001010000});$$

в) ***A* = 101010**;

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{G} = (101010) \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (\mathbf{1010100111}).$$

Исправление ошибок.

$\boldsymbol{B}$ **= 0010001011;**

$\hat{\boldsymbol{B}}_1$ **= 0010011011** – искажен 5 разряд;

$$\boldsymbol{C} = \hat{\boldsymbol{B}}_1 \times \boldsymbol{H}^{\boldsymbol{T}} = (0010011011) \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (\mathbf{0101}) -$$ синдром указывает на ошибку в 5 разряде.

$\boldsymbol{B}$ **= 1010100111**;

$\hat{\boldsymbol{B}}_1$ **= 1011100111** – искажен 7 разряд;

$$\boldsymbol{C} = \hat{\boldsymbol{B}}_1 \times \boldsymbol{H}^{\boldsymbol{T}} = (1011100111) \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (\mathbf{0111}) -$$ синдром указывает на ошибку в 7 разряде.

Задача № 2.

Дана порождающая матрица:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Декодировать сообщение: а) $\hat{B} = 1001111$; $\hat{B}_1 = 1000011$.

$$\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Решение.

$$\text{а) } \boldsymbol{C} = \hat{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{1}} \times \boldsymbol{H}^{\boldsymbol{T}} = (1001111) \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (\mathbf{100});$$

1001111 ⇒ *B* = 1001011;

$$\text{б) } \boldsymbol{C} = \hat{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{1}} \times \boldsymbol{H}^{\boldsymbol{T}} = (1000011) \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (\mathbf{110});$$

1000011 ⇒ *B* = 1001011.

Задача № 3.

Из канала связи поступила кодовая комбинация **1000010**. Проверочная матрица имеет вид $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Определить, какое информационное число (в десятичной СС) передавалось.

Решение.

$$C = (1000010) \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (\mathbf{100});$$

$1000\mathbf{0}10 \Rightarrow B = 1000110 \Rightarrow 1000_2 = 8_{10}$.

Практическое занятие № 6

ЦИКЛИЧЕСКИЕ КОДЫ

Цель работы:

1. Изучить принципы построения циклических кодов и их свойства.
2. Освоить представление кодовых комбинаций в виде полиномов.

Теоретическая часть занятия

Циклические коды относятся к классу линейных систематических кодов. Они названы циклическими потому, что циклический сдвиг разрешенной кодовой комбинации приводит также к разрешенной кодовой комбинации.

Представление кодовых комбинаций в виде многочлена позволяет установить однозначное соответствие между ними и свести действия над кодовыми комбинациями к действиям над многочленами. Над многочленами можно выполнять все алгебраические действия, только учитывая, что для двоичных многочленов сложение производится по модулю 2.

***Обозначения*:**

A – информационное сообщение;

$A(x)$ – информационное сообщение в виде многочлена;

$P(x)$ – порождающий многочлен;

$B(x)$ – циклическая кодовая комбинация в виде многочлена;

B – циклическая кодовая комбинация;

t – число исправляемых ошибок;

g – число единиц в остатке.

***Код*: (*7, 4*); *k* = 4; *n* = *7*; *r* = *n* – *k*.**

Алгоритм получения неразделимого циклического кода	Алгоритм получения разделимого циклического кода	
	$\boldsymbol{B(x) = A(x)\, x^r + R(x)}$ $\boldsymbol{R(x)}$ – остаток от деления $\boldsymbol{(A(x)\, x^r) / P(x)}$	
$\boldsymbol{A}$: 0101 $\rightarrow \boldsymbol{A(x) = x^2 + 1}$	$\boldsymbol{A \rightarrow A(x)}$	A = 0101 $\rightarrow \boldsymbol{A(x) = x^2 + 1}$
$\boldsymbol{P(x) = x^3 + x + 1}$	$\boldsymbol{A(x)\, x^r}$	$(x^2 + 1)\, x^3 = x^5 + x^3$
$\boldsymbol{B(x) = A(x)\, P(x)} = (x^2 + 1)\,(x^3 + x + 1) =$ $x^5 + x^3 + x^2 + + x^3 + x + 1 = x^5 + x^2 + x + 1$	$\boldsymbol{(A(x)\, x^r) / P(x) \rightarrow R(x)}$	$(x^5 + x^3) / (x^3 + x + 1) = x^2$ (ост. x^2) $\boldsymbol{R(x) = x^2}$
	$\boldsymbol{B(x) = A(x)\, x^r + R(x)}$	$\boldsymbol{B(x) = x^5 + x^3 + x^2}$
$\boldsymbol{B}$: **0100111**	$\boldsymbol{B(x) \rightarrow B}$	$\boldsymbol{B}$: **0101100**

Практическая часть занятия

Задача № 1.

Закодировать неразделимым и разделимым циклическим кодом четырехразрядную информационную последовательность, соответствующую числу **11** в десятичной системе счисления, используя порождающий многочлен $\boldsymbol{P(x) = x^3 + x^2 + 1}$. Избыточный код (7, 4).

Решение.

1. Так как избыточный код (7, 4), то $r = 7 - 4 = 3$.

2. A: $11_{10} = 1011_2 \rightarrow A(x) = x^3 + x + 1$.

Неразделимый код:

3. $B(x) = A(x)\, P(x) = (x^3 + x + 1)\,(x^3 + x^2 + 1) = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$.

$\boldsymbol{B}$: **1111111.**

Разделимый код:

4. $\boldsymbol{A(x)\, x^r} = (x^3 + x + 1)\, x^3 = x^6 + x^4 + x^3$;

$\boldsymbol{R(x) = (A(x)\, x^r) / P(x)} = (x^6 + x^4 + x^3) / (x^3 + x^2 + 1) = x^2$;

$\boldsymbol{B(x) = A(x)\, x^r + P(x)} = x^6 + x^4 + x^3 + x^2$.

$\boldsymbol{B}$: **1011100.**

Задача № 2.

Из канала связи поступила кодовая комбинация **1001100**. Избыточный код (7, 4). Порождающий многочлен $\boldsymbol{P(x) = x^3 + x^2 + 1}$. Определить, какая кодовая комбинация была передана.

1. $\hat{B}$ = 1001100 $\rightarrow \widehat{B(x)} = x^6 + x^3 + x^2$.

2. $\widehat{B(x)} / P(x) = (x^6 + x^3 + x^2) / (x^3 + x^2 + 1) = x^3 + x^2 + x + 1$ (ост. $x^2 + x + 1$);

$g = 3$, $t = 1$, $g > t$.

Выполним сдвиг вправо на 1 бит $\hat{B} \rightarrow (1)$ = 0100110 $\Rightarrow \widehat{B(x)} \rightarrow (1) =$ $= x^5 + x^2 + x$.

3. $\widehat{B(x)} \rightarrow (1) / P(x) = (x^5 + x^2 + x) / (x^3 + x^2 + 1) = x^2 + x + 1$ (ост. $x^2 + x + 1$);

$g = 2$, $t = 1$, $g > t$.

Выполним сдвиг вправо на 1 бит $\hat{B} \rightarrow (2)$ = 0010011 $\Rightarrow \widehat{B(x)} \rightarrow (2) =$ $= x^4 + x + 1$.

4. $\widehat{B(x)} \rightarrow (2) / P(x) = (x^4 + x + 1) / (x^3 + x^2 + 1) = x + 1$ (ост. x^2);

$g = 1$, $t = 1$, $g \leq t$.

5. $\widehat{B(x)} \to (2) = \widehat{B(x)} \to (2) + \boldsymbol{R(x)} \to (2) = x^4 + x^2 + x + 1$.

$\widehat{B(x)} \to (2) = \underline{\mathbf{00}}10111$.

Выполним сдвиг кодовой комбинации на 2 бита влево и получим исходную:

***B*: 1011100.**

Задача № 3.

Определить, какое информационное число передавалось, если принятая кодовая комбинация неразделимого циклического кода имеет вид **1110010**. Порождающий многочлен $P(x) = x^3 + x + 1$.

1. $\hat{B} = 1110010 \to \widehat{B(x)} = x^6 + x^5 + x^4 + x$.

2. $\widehat{B(x)} / P(x) = (x^6 + x^5 + x^4 + x) / (x^3 + x + 1) = x^3 + x^2$ (ост. $x^2 + x$);

$g = 2$, $t = 1$, $g > t$.

Выполним сдвиг вправо на 1 бит $\hat{B} \to (1) = 0111001 \Rightarrow \widehat{B(x)} \to (1) = x^5 + x^4 + x^3 + 1$.

3. $\widehat{B(x)} \to (1) / P(x) = (x^5 + x^4 + x^3 + 1) / (x^3 + x^2 + 1) = x^2 + x$ (ост. $x + 1$);

$g = 2$, $t = 1$, $g > t$.

Выполним сдвиг вправо на 1 бит $\hat{B} \to (2) = 1011100 \Rightarrow \widehat{B(x)} \to (2) = x^6 + x^4 + x^3 + x^2$.

4. $\widehat{B(x)} \to (2) / P(x) = (x^6 + x^4 + x^3 + x^2) / (x^3 + x^2 + 1) = x^3$ (ост. x^2);

$g = 1$, $t = 1$, $g \le t$.

5. $\widehat{B(x)} \to (2) = \widehat{B(x)} \to (2) + \boldsymbol{R(x)} \to (2) = x^6 + x^4 + x^3 + x^2 + x^2 = x^6 + x^4 + x^3$.

$\widehat{B(x)}^* \to (2) = \underline{\mathbf{10}}11000$;

B: $1100010 \to B(x) = x^6 + x^5 + x$.

Так как код неразделимый, то $B(x) = A(x)\ P(x) \Rightarrow A(x) = B(x) / P(x) = (x^6 + x^5 + x) / (x^3 + x^2 + 1) = x^3 + x^2 + x \Rightarrow \boldsymbol{A} = \mathbf{1110_2 = 14_{10}}$.

Практическое занятие № 7

СВЕРТОЧНЫЕ КОДЫ

Цель работы:

1. Изучить принципы построения и работы сверточного кодера.
2. Освоить методы представления сверточных кодов.

Практическая часть занятия

Задача № 1.

Задан сверточный код (3, 1, 3) с порождающими многочленами $g_1(x) = x + 1$; $g_2(x) = x^2 + 1$; $g_3(x) = x^2 + x + 1$ и информационная последовательность **101100**. Состояние кодера определяется двумя левыми ячейками регистра.

Найти:

1. Схему кодера.
2. Сетевую диаграмму и записать избыточный код.
3. Диаграмму состояний.

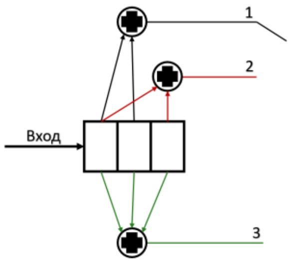
4. Модифицированную диаграмму состояний, по которой определить весовую функцию для сформированной кодовой комбинации, а также указать четыре кратчайших базовых пути и их весовые функции.

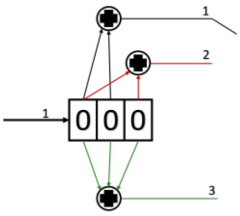
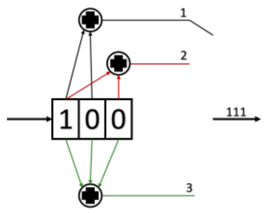
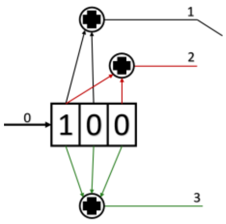
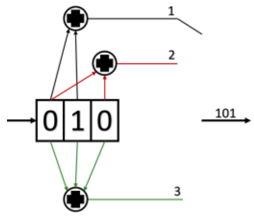
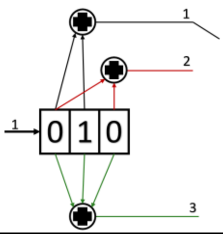
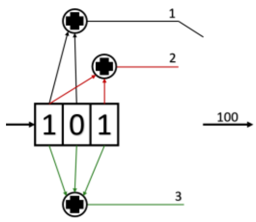
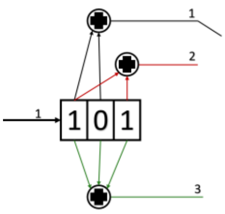
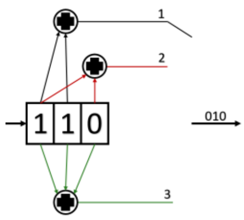
5. Декодировать алгоритмом Витерби с указанием на сетевой диаграмме всех возможных путей для кодовых комбинаций: а) 111101100010; б) 111101110010. Начиная с третьего шага оставлять только один путь с минимальным весом.

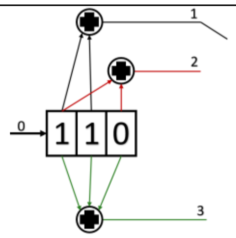
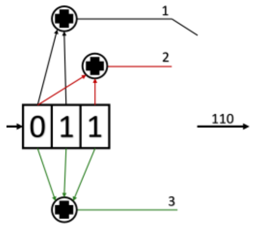
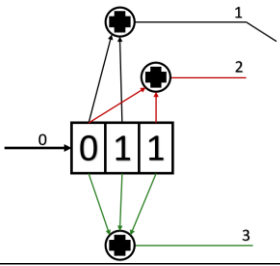
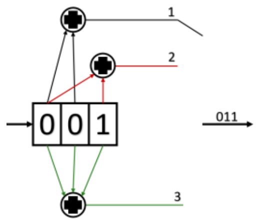
Решение

1. **(3, 1, 3) – (*n*, *k*, *K*),**

где ***n*** – количество символов, которые вырабатываются на выходе; ***k*** – количество входных информационных символов; ***K*** – память кодера.

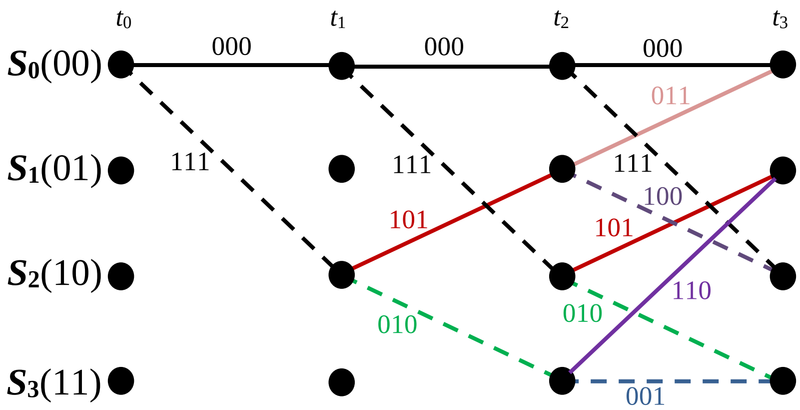
	Схема кодера		Входная информационная последовательность: **101100**
		1	

	Вход кодера		**Выход кодера**
1			
2			
3			
4			

5			
6			

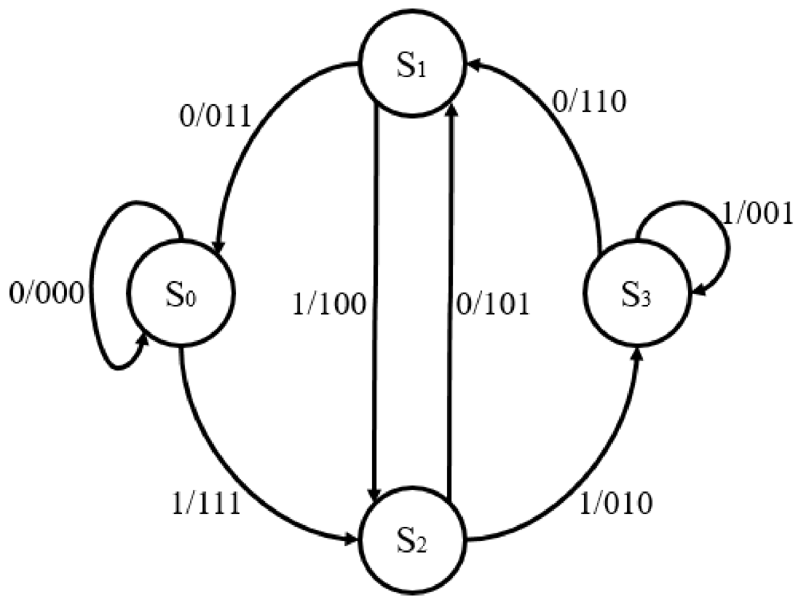
Итоговая последовательность: **111011000101100011**.

2. Сетевая диаграмма состояний



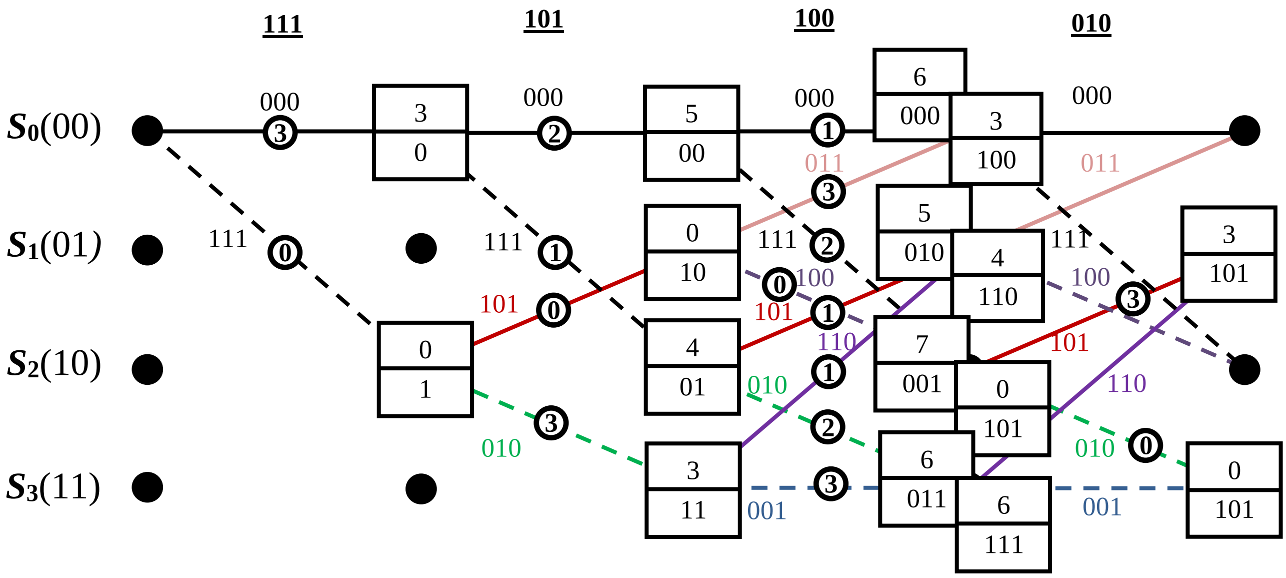
Итоговая последовательность: **111011000101100011**.

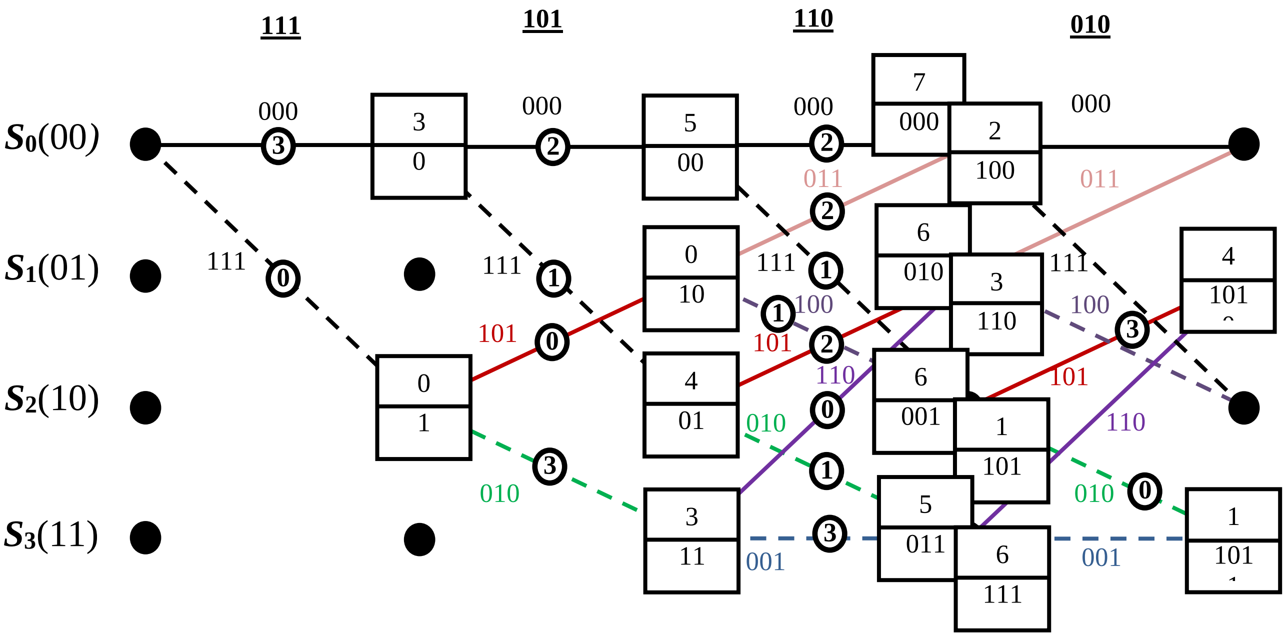
3. Диаграмма состояний



$S_0 \xrightarrow{1} S_2 \xrightarrow{0} S_1 \xrightarrow{1} S_2 \xrightarrow{1} S_3 \xrightarrow{0} S_1 \xrightarrow{0} S_0$

4. Декодирование алгоритмом Витерби





СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Березкин, Е. Ф. Основы теории информации и кодирования : учебное пособие / Е. Ф. Березкин. -3-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2019. – 320 с.
2. Вернер, М. Основы кодирования : учебник / М. Вернер. – М. : Техносфера, 2004. – 288 с.
3. Духин, А. А. Теория информации : учебное пособие / А. А.Духин. – М. : Гелиос АРВ, 2007. – 248 с.
4. Теория информации : учебник для вузов / В.Т. Еременко, В.А. Минаев, А. П. Фисун и др. ; под общ. науч. ред. В. Т. Еременко, В. А. Минаева, А. П. Фисуна и др. – Орел : ОрелГТУ, ОГУ, 2010. – 443 с.
5. Кудряшов, Б. Д. Основы теории кодирования : учебное пособие / Б. Д. Кудряшов. – СПб. : БХВ-Петербург, 2016. – 400 с.
6. Гошин, Е. В. Практикум по теории информации и кодирования : учебное пособие / Е. В. Гошин. – Самара : Изд-во Самарского ун-та, 2018. – 80 с.
7. Тютякин, А.В. Основы эффективного и помехоустойчивого кодирования сообщений : учебное / А. В. Тютякин. – Орел : ФГБОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК», 2015. – 180 с.
8. Теория информации : методические указания / сост. С. Г. Самохвалова. – Благовещенск : ФГБОУ ВО «АмГУ», 2017. – 45 с.
9. Зверева, Е. Н. Сборник примеров и задач по основам теории информации и кодирования сообщений / Е. Н. Зверева, Е. Г. Лебедько. – СПб. : НИУ ИТМО, 2014. – 76 с.
10. Блинова, И. В. Теория информации : учебное пособие / И. В. Блинова, И. Ю. Попов. – СПб. : Университет ИТМО, 2018. – 84 с.

Учебное электронное издание

ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ

Методические указания

Составители:

ЯКОВЛЕВ Алексей Вячеславович
ФУРСОВА Арина Викторовна

Редактор Л. В. Комбарова
Графический и мультимедийный дизайнер Т. Ю. Зотова
Обложка, упаковка, тиражирование Л. В. Комбаровой

Подписано к использованию 04.02.2026.
Тираж 50 шт. Заказ № 11

Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ»
392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106/5, помещение 2, к. 14.
Тел./факс (4752) 63-81-08.
E-mail: izdatelstvo@tstu.ru