М. А. ИВАНОВСКИЙ, И. А. ГЛАЗКОВА

# МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА СЛОЖНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Тамбов
♦Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ»♦
2025

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**Федеральное государственное бюджетное**
**образовательное учреждение высшего образования**
**«Тамбовский государственный технический университет»**

**М. А. ИВАНОВСКИЙ, И. А. ГЛАЗКОВА**

# МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА СЛОЖНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Утверждено Ученым советом университета
в качестве учебного пособия для студентов 1 курса направления подготовки
27.04.03 «Системный анализ и управление» очной формы обучения

*Учебное электронное издание*

Тамбов
♦Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ»♦
2025

УДК 00.004.78
ББК 39.972.53
И22

Рецензенты:

Доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой
«Мехатроника и технологические измерения» ФГБОУ ВО «ТГТУ»
*П. В. Балабанов*

Кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры
математического моделирования и информационных технологий
ФГБОУ ВО «ТГУ имени Г. Р. Державина»
*И. А. Зауголков*

**Ивановский, М. А.**

И22 Методологические основы анализа и синтеза сложных информационных систем в задачах управления техническими объектами [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. А. Ивановский, И. А. Глазкова. – Тамбов : Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2025. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Системные требования : ПК не ниже класса Pentium IV ; RAM 512 Mb ; необходимое место на HDD 2,9 Mb ; Windows 7/8/10/11 ; дисковод CD-ROM ; мышь. – Загл. с экрана.

ISBN 978-5-8265-2936-2

Содержит методологические вопросы исследования сложных объектов информационных систем. Рассмотрены общая характеристика современных системных исследований, направления реализации системного подхода, целеполагание в сложной системе, вопросы системного анализа и синтеза.

Предназначено для студентов 1 курса направления подготовки 27.04.03 «Системный анализ и управление» очной формы обучения.

УДК 00.004.78
ББК 39.972.53



**ISBN 978-5-8265-2936-2**

# ВВЕДЕНИЕ

В пособии изложен теоретический материал с примерами реализации, что позволит студентам получить навыки анализа и синтеза сложных информационных систем в задачах управления техническими объектами.

В первой главе рассмотрена общая характеристика современных системных исследований.

Во второй главе рассмотрены направления реализации системного подхода.

В третьей главе – методологические вопросы исследования сложных объектов.

Четвертая глава рассматривает многообразие теорий систем.

Пятая – многообразие классификаций и характеристик систем.

Шестая глава посвящена целеполаганию в сложной системе.

В седьмой главе рассмотрено построение абстрактной системы по Ю. А. Урманцеву.

Восьмая глава рассматривает отношение часть-целое по Саарнио.

В девятой главе приведена иерархия систем Боулдинга, две общие теории систем.

Десятая глава рассматривает вопросы системного анализа и синтеза.

Одиннадцатая и двенадцатые главы посвящены анализу слабоструктурированных и семантических информационных систем.

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СОВРЕМЕННЫХ СИСТЕМНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Сама идея системности, системные методы исследования и т.д. трактуются далеко не однозначно, специфика порой заслоняет общее [1].

Следует охарактеризовать то, что относится к существенным особенностям системного подхода, системных методов исследования, теории систем. Это – совокупность *методологических, общенаучных принципов и положений*. В основе лежат *понятие системы* и *идея системности.*

Принцип системности предполагает возможность исследования большого класса объектов как систем. Акцент в таком исследовании делается на выявлении многообразия связей и отношений, имеющих место как внутри исследуемого объекта, так и в его взаимоотношениях с внешним окружением [1].

При системном исследовании описание элементов анализируемого объекта проводится не само по себе, а лишь в связи и с учетом их «места» в целом. Элементы рассматриваются как относительно неделимые – неделимые только в рамках данной задачи и данного анализируемого объекта. Свойства объекта как целого определяются не только и не столько свойствами его отдельных элементов, сколько свойствами его структуры, особыми интегративными связями рассматриваемого объекта. Исследование объекта как системы в методологическом плане неотделимо от анализа условий его существования и от анализа среды системы [1].

Сложность и многообразие элементов, связей и отношений объекта как системы обусловливают иерархическое строение системы – упорядоченную последовательность ее различных компонентов и уровней взаимосвязи между ними. Способом организации и взаимного согласования характеристик и свойств разных уровней многих типов систем является управление [1].

Системный подход предполагает выработку средств соединения, синтеза в теоретическом знании отдельных представлений о сложном объекте – исследуемой системе [1].

Сфера современных системных исследований разделяется на четыре главные, основные области [1]:

1) разработка философских проблем системных исследований, формирование общих принципов системного анализа;

2) построение логики и методологии системного исследования;

3) создание общей теории систем в собственном смысле;

4) специально-научные системные концепции и разработки – построение частных системных теорий и концепций применительно к тем или иным проблемам специальных наук и разделов техники.

Классификация системных исследований [1] изображена на рис. 1.1.


**Рис. 1.1. Классификация системных исследований Л.фон Берталанфи**

Основными сферами системных исследований являются [1] **системный подход** и **конкретно-научное знание о системах**. При этом системный подход выражает процессуальный, методологический, рефлексивный аспект системных исследований, а конкретно-научное знание о системах включает в себя всю практику системных исследований.

В **общие философские проблемы системного исследования** входят [1] анализ значения системных исследований как особого направления научного знания, для решения общефилософских вопросов, разработка онтологических и гносеологических аспектов исследования систем, оценка перспектив и основных направлений развития системных исследований. Разработка общих философских проблем системного исследования является высшей формой теоретического отражения методов системного анализа объектов. Результаты такого анализа оказывают существенное влияние на построение всего многообразия других форм теоретического осознания специфики системных исследований.

**Логика и методология системного исследования** разделяет со всеми другими формами выражения системного подхода направленность на анализ процедур и методов системного исследования. Ее специфическим предметом является язык системных теорий, а ее основная задача состоит в выявлении и описании логических правил вывода, применяемых при анализе объектов как систем, в разработке конкретных методологических принципов системного исследования.

Особой областью системного подхода является общая теория систем. Она представляет собой междисциплинарную сферу научного исследования, и в ее задачи обычно включают:

1) разработку средств представления исследуемых объектов как систем;

2) построение обобщенных моделей системы и моделей разных классов и специфических свойств систем, включая модели динамики систем, их целенаправленного поведения, исторического развития, иерархического строения, процессов управления в системах и т.д.;

3) исследование концептуальной структуры теорий систем и различных системных концепций и разработок.

# 2. НАПРАВЛЕНИЯ РЕАЛИЗАЦИИ СИСТЕМНОГО ПОДХОДА

Существующие направления реализации системного подхода представлены на рис. 2.1 и 2.2.

Системный подход основан на общей теории систем (Людвиг фон Берталанфи) и кибернетике – теории управления (Норберт Винер, У. Росс Эшби, Стаффорд Бир). Он сформировался в 40 – 60-е годы XX века.

Системный подход в менеджменте. В настоящее время активным направлением является системориентированный менеджмент, разрабатываемый в Сент-Галленской (St. Hallen) школе менеджмента (Швейцария) под руководством Фредмунда Малика (F. Malik).

Стаффорд Бир (S. Beer) создал собственный системный подход к менеджменту, рассматривая социальную организацию по аналогии с живым организмом. Он назвал его модель жизнеспособной системы (Viable System Model) в книге «Мозг фирмы» (1981). Этот подход вполне актуален и может рассматриваться как перспективный.


**Рис. 2.1. Существующие направления реализации системного подхода**

## Существующие направления реализации системного подхода

| | |
|---|---|
| Общая теория систем | Месарович М., Такахара И. Общая теория систем: математические основы. (1978).<br>Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем.(1973)<br>Садовский В.Н. Основания общей теории систем: логико-методологический анализ. 1974.<br>Гиг Дж. ван. Прикладная общая теория систем. (1978).<br>Уемов А.И. Системный подход и общая теория систем. 1978. |
| Системотехника | Гуд Г.Х., Макол Р.Э. Системотехника. (1962).<br>Холл А. Опыт методологии для системотехники. (1975).<br>Черняк Ю.И. Системный анализ в управлении экономикой. 1975.<br>Дружинин В.В., Конторов Д.С. Системотехника. Радио и связь. 1985.<br>Волкова В.Н., Денисов А.А. Основы теории систем и системного анализа.2003.СПбГПУ.<br>Новосельцев В.И. и др. Теоретические основы системного анализа. 2006. |
| Системный менеджмент | Оптнер С.Л. Системный анализ для решения проблем бизнеса и промышленности. (1965).<br>Р. Джонсон, Ф. Каст, Д. Розенцвейг. Системы и руководство (теория систем и руководство системами). (1971).<br>Янг С. Системное управление организацией. (1972).<br>Бир С. Мозг фирмы. (1981). |
| Кибернетика, управление | Винер Н. Кибернетика, или управление и связь.<br>Шеннон К. Теория информации.<br>Эшби У.Р. Введение в кибернетику.<br>Бир С. Кибернетика и менеджмент.<br>Акофф Р., Эмери Ф. О целеустремленных системах. (1972). |
| Самоорганизация | Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. (1977 |
| Синергетика | Хакен Г. Синергетика.<br>Князева Е.Н., Курдюмов С.П. Законы эволюции и самоорганизации сложных систем.1994.<br>Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. 2003. |
| Социальные системы | Богданов А.А. Тектология: Всеобщая организационная наука. Экономика, 1989. (1922).<br>Сорокин П.А. Социальная и культурная динамика.<br>Парсонс Т. О социальных системах. (1950-е).<br>Акофф Р., Эмери Ф. О целеустремленных системах. (1972).<br>Давыдов А.А. Системный подход в социологии: законы социальных систем. 2003.<br>Вайдлих В. Социодинамика. Системный подход к математическому моделированию в социальных науках. 2004. |
| Биологические системы | Эшби У.Р. Конструкция мозга. (1960)<br>Бейтсон Г. Экология разума. (1972).<br>Новосельцев В.Н. Теория управления и биосистемы. 1978.<br>Малиновский А.А. Тектология. Теория систем. Теоретическая биология.<br>Капра Ф. Паутина жизни. (1995). |
| Аутопойесис (Autopoiesis) (живые системы) | Матурана У.Р. Биология познания.<br>Матурана У.Р., Варела Ф.Х. Древо познания. (2001). |

**Рис. 2.2. Существующие направления реализации системного подхода**

Отдельное новое направление системного подхода в менеджменте представлено в изданной на русском языке книге соучредителя Института интерактивного управления (США) Джамшида Гараедаги (J. Gharajedaghi) «Системное мышление. Как управлять хаосом и сложными процессами».

Помимо рассмотренных направлений на рис. 1.3 возможно рассмотрение системных теорий, их авторы и характеристика приведены на рис. 2.3.

| **Название** | **Автор** | **Характеристика** |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| ***Общая теория систем (несколько вариантов)*** | А. А. Богданов, Л. Берталанфи, М. Месарович, У. Росс Эшби, А. И. Уемов, В. С. Тюхтин, Ю. А. Урманцев и др. | Формирование понятийного аппарата систем<br>Попытка создания строгой теории<br>Выявление общих закономерностей функционирования и развития систем любой природы |
| ***Структурализм (несколько вариантов)*** | К. Леви-Стросс, М. П. Фуко, Ж. Лакан, Р. Барт, Л. Гольдман, А. Р. Радклифф-Браун и др. | Выявление структур, имеющихся в культуре<br>Применение структурных методов в изучении различных продуктов человеческой деятельности в целях выявления логики порождения, строения и функционирования объектов духовной культуры. Выделение и анализ эпистем — способов фиксации связей между словами и вещами |
| ***Функционализм (несколько вариантов)*** | Г. Спенсер, Т. Парсонс, Б. Малиновский, Р. Мертон, Н. Луман, К Гемпель, Ч. Миллс и др. | Выявление функций как наблюдаемых следствий, которое служит саморегуляции и адаптации системы<br>Исследование функциональных потребностей и их обеспечения структурами<br>Выделение явных и латентных функций, функций и дисфункций<br>Исследование проблем адаптации и саморегуляции систем |
| ***Структурный функционализм (несколько вариантов)*** | Р. Бейлз, Р. Мак-Айвера, Р. Мертон, Т. Парсонс, Н. Смелсер, Э. Шилз и др. | Равновесие и спонтанная регуляция систем<br>Наличие в обществе инструментальной и функциональной рациональности<br>Общество как система имеет технико-экономическую, профессиональную и стратификационную структуры |
| ***Системно-кибернетические теории*** | Н. Винер, У Росс Эшби, Р. Акофф, Ст. Бир, В. М. Глушков и др. | Выделение общих законов управления<br>Гомеостатический, целевой, управленческий характер систем<br>Наличие прямой и обратной отрицательной и положительной обратной связей<br>Процессы управления рассматриваются как процессы переработки информации<br>Теория автоматического регулирования<br>Теория информации<br>Теория оптимального управления<br>Теория алгоритмов<br>Становление химической, технической, экономической и т.п. кибернетики |
| ***Математические теории систем (несколько вариантов)*** | М. Месарович, Л. В. Канторович, В. С. Немчинов и др. | Математические определения систем, основанные на теории множеств, логике, математическом программировании, теории вероятностей и статистике Математические описания структуры, функций и состояний систем |
| ***Синергетика*** | И. И. Пригожин, Г. Хаген | Исследование процессов самоорганизации в системах любой природы.<br>Объяснение поведения сложных нелинейных систем, находящихся в неравновесных состояниях спонтанным образованием структур.<br>Роль динамического хаоса и флуктуаций в развитии системы.<br>Наличие многообразия путей развития систем в условиях хаоса |

**Рис. 2.3. Системные теории, их авторы и характеристика**

# 3. МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

Системный подход состоит в том, что любой сложный объект рассматривается в качестве самостоятельной системы. Он предполагает представление исследуемого объекта как некоторой системы, характеризующейся: элементным составом; структурой как формой взаимосвязи элементов; функциями элементов и целого; единством внутренней и внешней среды системы; законами развития системы и ее составляющих.

Классификация основных категорий системного подхода [2] приведена на рис. 3.1.

Категориальный аппарат представляет собой совокупность категорий, которые отражают систему.

Классификацию можно представить по таким основаниям, как:

– базисные категории, на которых основываются все остальные категории;

– категории системы;

– категории составляющих системы;

– категории, характеризующие свойства;

– категории состояний системы;

– окружения системы; категории процессов;

– отражения системы; категории, характеризующие эффективность системы, и категории системного анализа [2].

Основания классификации факторов, образующих систему, представлены на рис. 3.2.

Системообразующие факторы часто рассматривают как факторы среды, способствующие возникновению и развитию систем [2].

| | |
|---|---|
| ***Базовые категории*** | • Целое, целостность<br>• Множество<br>• Совокупность<br>• Организация |
| ***Категории системы*** | • Система<br>• Подсистема<br>• Надсистема<br>• Система-универсум<br>• Пустая система |
| ***Категории составляющих системы*** | • Элемент<br>• Связь<br>• Прямая связь<br>• Обратная связь<br>• Отношение<br>• Структура<br>• Организация<br>• Системообразующий фактор |
| ***Категории, характеризующие свойства*** | • Свойство<br>• Цель<br>• Эмерджентность<br>• Гомеостаз<br>• Сложность<br>• Простота<br>• Закрытость<br>• Открытость<br>• Энтропия<br>• Негэнтропия |
| ***Категории состояний системы*** | • Состояние системы<br>• Процесс<br>• Организация<br>• Хаос<br>• Переходное состояние<br>• Стабильное состояние<br>• Кризисное состояние |
| ***Категории окружения системы*** | • Среда<br>• Окружающая среда<br>• Внутренняя среда |
| ***Категории процессов*** | • Функция<br>• Функционирование<br>• Управление<br>• Интеграция<br>• Адаптация<br>• Разрушение<br>• Деградация<br>• Рост<br>• Агрессия<br>• Поглощение |
| ***Категории отражения системы*** | • Информация<br>• Модель системы<br>• Проект системы |
| ***Категории, характеризующие эффекты системности*** | • Эффект целостности<br>• Интегральный эффект<br>• Гомеостаз<br>• Эмерджентность<br>• Синергетический эффект |
| ***Категории системного анализа*** | • Анализ<br>• Анализ системный<br>• Анализ системный исследовательский<br>• Анализ системный общий<br>• Анализ системный прикладной<br>• Анализ системный специальный<br>• Анализ программно-целевой<br>• Анализ рекомендательный<br>• Анализ ретроспективный<br>• Анализ ситуационный<br>• Анализ структурный<br>• Анализ структурно-функциональный<br>• Анализ функциональный<br>• Анализ причинно-следственный<br>• Анализ прогностический<br>• Аналитическая модель |

**Рис. 3.1. Классификация основных категорий системного подхода**

| **Основание классификации** | **Фактор** | |
|---|---|---|
| | **Разновидность** | **Характеристика** |
| Активность | *Активный* | Активное формирующее проявление |
| | *Пассивный* | Пассивность, слабость воздействия |
| Способ проявления | *Открытый* | Проявляет себя открыто |
| | *Латентный* | Не проявляется внешне, отличается скрытостью |
| Положение по отношению к системе | *Внешний* | Находится во внешней по отношению к системе среде |
| | *Внутренний* | Находится внутри системы |
| Аспекты системы | *Целевой* | Выступает в виде целевых проявлений |
| | *Временной* | Представляется в качестве формирующего системы времени |
| | *Структурный* | Структурообразующее явление |
| | *Организационный* | Выступает в виде проявлений организованности |
| | *Функциональный* | Представляется в виде функций |
| Соответствие реальности | *Искусственный* | Носит искусственный, пробный характер |
| | *Естественный* | Свойственен природе реальных объектов |
| Характер действия | *Стабилизирующий* или *благоприятствования* | Воздействует стабилизирующе, чем обеспечивает формирование системы |
| | *Дестабилизирующий* или *угрозы* | Благодаря угрозе дестабилизации, гибели элементов обеспечивает их интеграцию в систему |

**Рис. 3.2. Классификация системообразующих факторов**

# 4. МНОГООБРАЗИЕ ТЕОРИЙ СИСТЕМ

Идея теории систем сразу сталкивается с проблемой изначальной неопределенности в понятиях [2]. Довольно часто в литературе используются такие понятия, как «системный подход», «теория систем», «системный анализ», «принцип системности» и др.

Гносеологическая системность – довольно сложное и многообразное явление, проявляющаяся в трех аспектах [2] (рис. 4.1).

Теория систем объясняет происхождение, устройство, функционирование и развитие систем различной природы [3].

В настоящее время нет единства в определении понятия «система». В первых определениях в той или иной форме говорилось о том, что система – элементы и связи (отношения) между ними. Например, основоположник теории систем Людвиг фон Берталанфи определял систему как комплекс взаимодействующих элементов или как совокупность элементов, находящихся в определенных отношениях друг с другом и со средой. Холл А. определяет систему как множество предметов вместе со связями между предметами и между их признаками. Ведутся дискуссии: какой термин – «отношение» или «связь» – лучше употреблять.

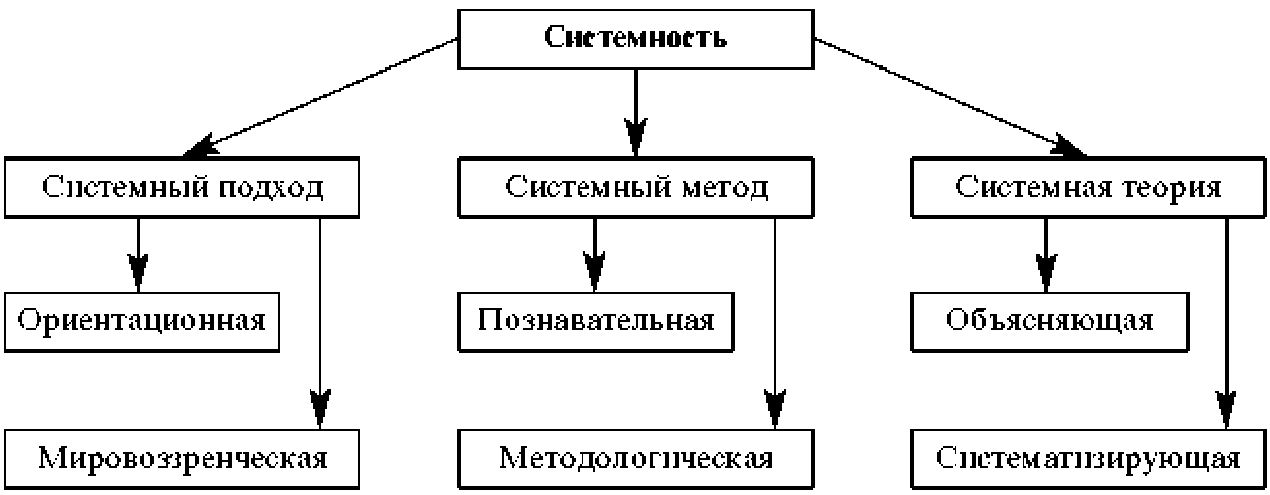



**Рис. 4.1. Структура системности и составляющие ее функции**

Позднее в определениях системы появляется понятие цели [4]. Так, в «Философском словаре» система определяется как «совокупность элементов, находящихся в отношениях и связях между собой определенным образом и образующих некоторое целостное единство».

В последнее время в определение понятия системы наряду с элементами, связями и их свойствами и целями начинают включать наблюдателя, хотя впервые на необходимость учета взаимодействия между исследователем и изучаемой системой указал один из основоположников кибернетики У. Р. Эшби [4].

Масарович М. и Такахара Я. в книге «Общая теория систем» считают, что система – «формальная взаимосвязь между наблюдаемыми признаками и свойствами».

Таким образом, в зависимости от количества учитываемых факторов и степени абстрактности определение понятия «система» можно представить в следующей символьной форме. Каждое определение обозначим буквой D (от лат. definitions) и порядковым номером, совпадающим с количеством учитываемых в определении факторов [4].

D1. Система есть нечто целое [4]:

$$S = A\ (1, 0).$$

Это определение выражает факт существования и целостность. Двоичное суждение A (1, 0) отображает наличие или отсутствие этих качеств.

D2. Система есть организованное множество [4]:

$$S = (\text{opr}, M),$$

где opr – оператор организации; M – множество.

D3. Система есть множество вещей, свойств и отношений [4]:

$$S = (\{m\}, \{n\}, \{r\}),$$

где m – вещи; n – свойства; r – отношения.

D4. Система есть множество элементов, образующих структуру и обеспечивающих определенное поведение в условиях окружающей среды [4]:

$$S = (\varepsilon, ST, BE, E),$$

где ε – элементы; ST – структура; BE – поведение; E – среда.

D5. Система есть множество входов, множество выходов, множество состояний, характеризуемых оператором переходов и операторов выходов [4]:

$$S = (X, Y, Z, H, G),$$

где X – входы; Y – выходы; Z – состояния; H – оператор переходов; G – оператор выходов.

D6. Это шестичленное определение, как и последующие, трудно сформулировать в словах. Оно соответствует уровню биосистем и учитывает генетическое (родовое) начало GN, условия существования KD, обменные явления MB, развитие EV, функционирование FC и репродукцию (воспроизведения) RP [4]:

$$S = (GN, KD, MB, EV, FC, RP).$$

D7. Это определение оперирует понятиями модели F, связи SC, пересчета R, самообучения FL, самоорганизации FO, проводимости связей CO и возбуждения моделей JN [4]:

$$S = (F, SC, R, FL, FO, CO, JN).$$

Данное определение удобно при нейрокибернетических исследованиях.

D8. Если определение D5 дополнить фактором времени и функциональными связями, то получим определение системы, которым обычно оперируют в теории автоматического управления [4]:

$$S = (T, X, Y, Z, \Omega, V, \eta, \varphi),$$

где T – время; X – входы; Y – выходы; Z – состояния; Ω – класс операторов на выходе; V – значения операторов на выходе; η – функциональная связь в уравнении $y(t_2) = \eta\,[x\,(t_1), z(t_1), t_2]$, φ – функциональная связь в уравнении $z\,(t_2) = \varphi\,[x\,(t_1), z\,(t_1), t_2]$.

D9. Для организационных систем удобно в определении системы учитывать следующее [4]:

$$S = (PL, RO, RJ, EX, PR, DT, SV, RD, EF),$$

где PL – цели и планы; RO – внешние ресурсы; RJ – внутренние ресурсы; EX – исполнители; PR – процесс; DT – помехи; SV – контроль; RD – управление; EF – эффект.

Последовательность определений можно продолжить до DN (N = 9, 10, 11, ...), в котором учитывалось бы такое количество элементов, связей и действий в реальной системе, которое необходимо для решаемой задачи, для достижения поставленной цели. В качестве «рабочего» определения понятия системы в литературе по теории систем часто рассматривается следующее: система – множество элементов, находящихся в отношениях и связях друг с другом, которое образует определенную целостность, единство [1].

Разложим определения системы на его *составные компоненты*.

Набор компонентов [5]:

$A_1$ – характеристика исходных образований, составляющих систему;

$A_2$ – характеристика сочетания таких образований;

$\alpha_1$ – фиксация наличия отношений, связей между исходными образованиями;

$\beta_1$ – характеристика полученного при наличии первых трех компонентов образования;

$\beta_2$ – фиксация функционирования такого сложного образования;

$\gamma$ – наличие дополнительных характеристик.

На рисунке 4.2 приведены примеры такого разложения определений понятия системы на составляющие их компоненты [5]. В первой колонке таблицы указан порядковый номер определения (по приведенному списку определений), в последующих колонках – компоненты разложения [5].

Анализ показывает крайнюю *неоднородность описания* в разных определениях одного и того же компонента [5].

Например, при указании исходных образований в разных определениях используются понятия: «факторы», «объекты», «единицы», «элементы», «части», «атрибуты», «свойства», «вещи», «физические компоненты», «сущности», «части-компоненты» и т.д. [5].

Для характеристики сочетания таких исходных образований применяются термины [5]: «собрание», «соединение», «множество», «группа», «комплекс», «совокупность», «серия», «размещение» и т.д.

| №№ | $A_1$ | $A_2$ | $\alpha$ | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\gamma$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1с | — | — | — | Целостность, тотальность | Действующая упорядоченно | — |
| 3 | Физические объекты | Группа | — | Остается тождественной как группа | — | Пространственно-временные ограничения |
| 4 | Элементы | Комплекс | Взаимодействующие | Комплекс | — | — |
| 11 | Элементы | Совокупность | Взаимодействующие | Интегрированная совокупность | Кооперативно выполняющая заранее определенную функцию | — |
| 17 | Части-компоненты | — | Соединены функциональными отношениями | Ограниченная область | — | Пространственно-временные ограничения |

**Рис. 4.2. Примеры разложения определений понятия системы на составляющие их компоненты**

Характеристика наличия отношений и связей [5] дается в терминах: «взаимодействие», «взаимозависимость», «связность», «соотнесенность», «наличие отношений», «соединенность» и т.д.

Для характеристики полученного сложного образования используются термины [1]: «сложное единство», «интегрированное (органичное, организованное) целое», «целостность», «сохраняющая тождественность группа», «комплекс», «целостная единица», «интегрированный ансамбль», «отдельная сущность», «вещь», «серия», «совокупность», «частично взаимосвязанное множество» и т.д.

В подавляющем большинстве определений в явном виде указывается $A_1$ дается характеристика сочетания исходных образований в терминах $A_2$ и(или) $\beta_1$, утверждается или непосредственное наличие связей и отношений $\alpha_1$, или через $\beta_1$ [1]. Остальные компоненты рассматриваемых определений играют вспомогательную, конкретизирующую роль.

Отсутствие $A_1$, имеющее место крайне редко, приводит к сокращенной форме определения, акцент в которой делается на $\beta_1$ и $\beta_2$ (например, система есть «упорядоченно действующая целостность, тотальность» или «системой в самом широком смысле может быть решительно все, что можно рассматривать как отдельную сущность») [1].

Если в определении отсутствуют $A_2$ или $\beta_1$, то признак целостности системы задается фиксацией связей и отношений и, как правило, указанием дополнительных характеристик (например, «система – это ограниченная в пространстве и во времени область, в которой части-компоненты соединены функциональными отношениями», где $\alpha$ и $\gamma$ («ограниченная в пространстве и во времени область») фиксируют целостные признаки системы) [1].

Наконец, при отсутствии $\alpha$ или $\beta_1$ признак целостности задается через $A_2$ и дополнительные характеристики (например, система есть «совокупность, или группа элементов (частей), необходимых для выполнения некоторой операции») [1].

Эти три типа исключений весьма редки и могут рассматриваться как *сокращенные формы определения системы* через элементы, связи, отношения и целостность.

На этой основе приходим к выводу, что выделенная структура определения понятия «система» выступает как *базовая,* характеризующая, во всяком случае, большой класс систем.

Внесение в эту структуру дополнительных признаков (например, характеристик «входа», «выхода», «управления» и т.д.) приводит к *конкретизации* базового определения и задает *определенные классы систем*.

Шрейдер Ю. А. и Раннап Э. Р. приходят к определению системы как класса множеств $S = \{M_S^\alpha\}$, для каждой пары которых установлено много-многозначное соответствие $\varphi_{\alpha\beta} : M_S^\alpha \to M_S^\beta$ [1]. Такое соответствие позволяет связать между собой разные описания (членения) системы.

Каждое членение системы представляет собой множество, но сама система не является множеством. Выводом из такого подхода к пониманию системы является отнесение теоретико-множественной интерпретации системы к случаю, когда установлено, какой способ членения на элементы выбрали для конкретной цели исследования» [1].

Необходимо добавить принцип *множественности описаний любой системы*: для получения адекватного знания о системе требуется построение некоторого класса ее описаний, каждое из которых способно охватить лишь определенные аспекты целостности и иерархичности данной системы.

Для любой исследуемой системы минимально требуются три разных уровня ее описания [1]:

1) с точки зрения присущих ей внешних, целостных свойств;

2) с точки зрения ее внутреннего строения и «вклада» ее компонентов в формирование целостных свойств системы;

3) с точки зрения понимания данной системы как подсистемы более широкой системы.

Для проведения классификации систем введем следующие обозначения [1]. Пусть $O \to S$ обозначает воздействие среды (окружения) на систему, $S \to O$ – воздействие системы на среду, $S \to S$ – воздействие системы на самое себя, $O \to O$ – воздействие среды на самое себя.

В проводимой классификации систем необходимо учесть все возможные комбинации [1] значений $O \to S$, $S \to O$, $S \to S$, $O \to O$. Для этого воспользуемся введенными обозначениями и составим таблицу возможных комбинаций значений, где наличие воздействия будет обозначаться символом 1, а отсутствие воздействия – символом 0 (рис. 4.3) [1].

Классификация систем, задаваемая рис. 4.3, значительно шире традиционных классификаций [1]. Традиционные классификации по сути дела учитывают лишь два крайних столбца таблицы – 1 и 16 (и ограничиваются при этом только двумя верхними строчками), т.е. они фиксируют полное отсутствие воздействий или их наличие; именно к этим ситуациям обычно и применяются термины «открытая система» и «закрытая система» [1].

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O \to S$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| $S \to O$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| $S \to S$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| $O \to O$ | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

**Рис. 4.3. Классификации систем на основе взаимодействия системы и среды**

Учет возможного положения дел при этом в самой системе и среде, т.е. учет возможных комбинаций значений воздействий системы на систему и среды на среду, при условии взаимного отсутствия или наличия воздействий среды на систему и системы на среду значительно расширяет наши представления об открытых и закрытых системах (в традиционном понимании этих терминов) [1]. В нашей расширенной классификации эти ситуации описываются столбцами 1 – 4 и 13 – 16.

Сохранив термины «закрытая система» для случаев 1 – 4 и «открытая система» – для 13 – 16, попытаемся выделить специфические особенности отдельных видов рассматриваемых типов систем [1]. Используя данные рис. 4.3, можем различить закрытые системы с отсутствием (1–2) и наличием (3–4) взаимодействия внутри системы и, аналогично, открытые системы с отсутствием (13–14) и наличием (15–16) взаимодействия внутри системы, а каждый из этих четырех случаев в свою очередь подразделяется на два варианта – с отсутствием взаимодействия внутри среды (1,3, 13, 15) и с наличием такого взаимодействия (2, 4, 14, 16). В результате оказывается, что традиционно используемые понятия закрытой и открытой систем отнюдь не являются внутренне однородными [1].

Перейдем к анализу других столбцов. Столбцы 5 – 8 соответствуют случаю отсутствия воздействий среды на систему и наличия воздействия системы на среду, а столбцы 9 – 12 – случаю наличия воздействий среды на систему и отсутствия воздействий системы на среду [1]. Согласно принятому в традиционной классификации предположению, такие ситуации исключаются из классификации, однако это предположение является очень сильным. Логически вполне допустимы системы, которые или не воспринимают воздействия среды, но сами реагируют на нее (оказывают на нее воздействие), например за счет внутренней активности, или, наоборот, воспринимая воздействия среды, сами не оказывают никакого влияния на среду (в результате такого воздействия среды происходит модификация лишь самих систем). К рассматриваемым типам систем (столбцы 5 – 12) применяется такой же метод из дальнейшего разбиения на подклассы, как и в случае систем, описываемых столбцами 1 – 4, 13 – 16.

# 5. МНОГООБРАЗИЕ КЛАССИФИКАЦИЙ И ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ

Самое важное назначение классификации – описание свойств ее классов и подклассов, видов и подвидов систем, что позволяет использовать ее для идентификации конкретных систем в различных областях деятельности [2].

Одной из распространенных является классификация С. А. Саркисяна [7], в которой все системы делятся на абстрактные и материальные с последующим делением их на простые разновидности (рис. 5.1).

Каждая из четырех составляющих сущностной характеристики системы может быть представлена совокупностями основополагающих параметров, соответствующих их природе. Развернутую типологию систем дают В. В. Дружинин и Д. С. Конторов [7].

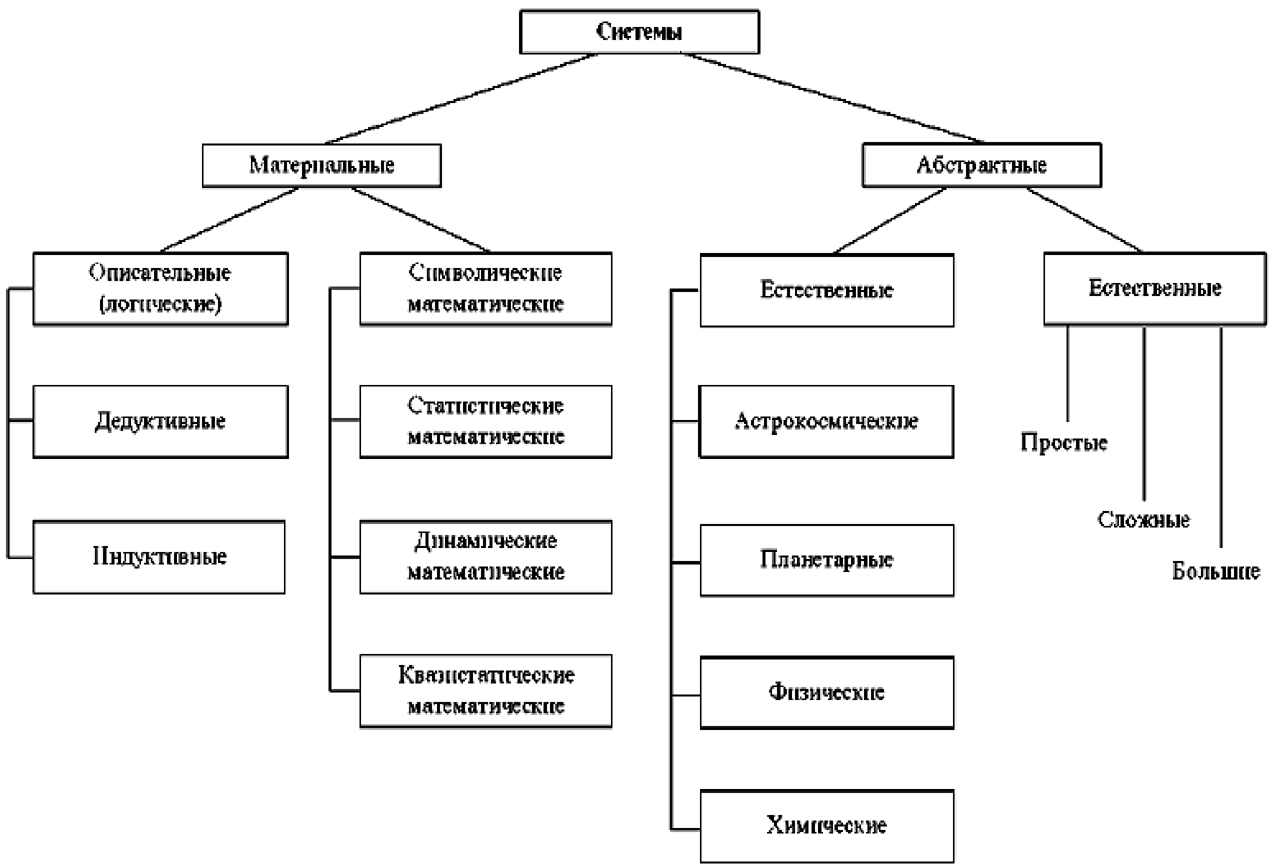



**Рис. 5.1. Классификация систем по С. А. Саркисяну**

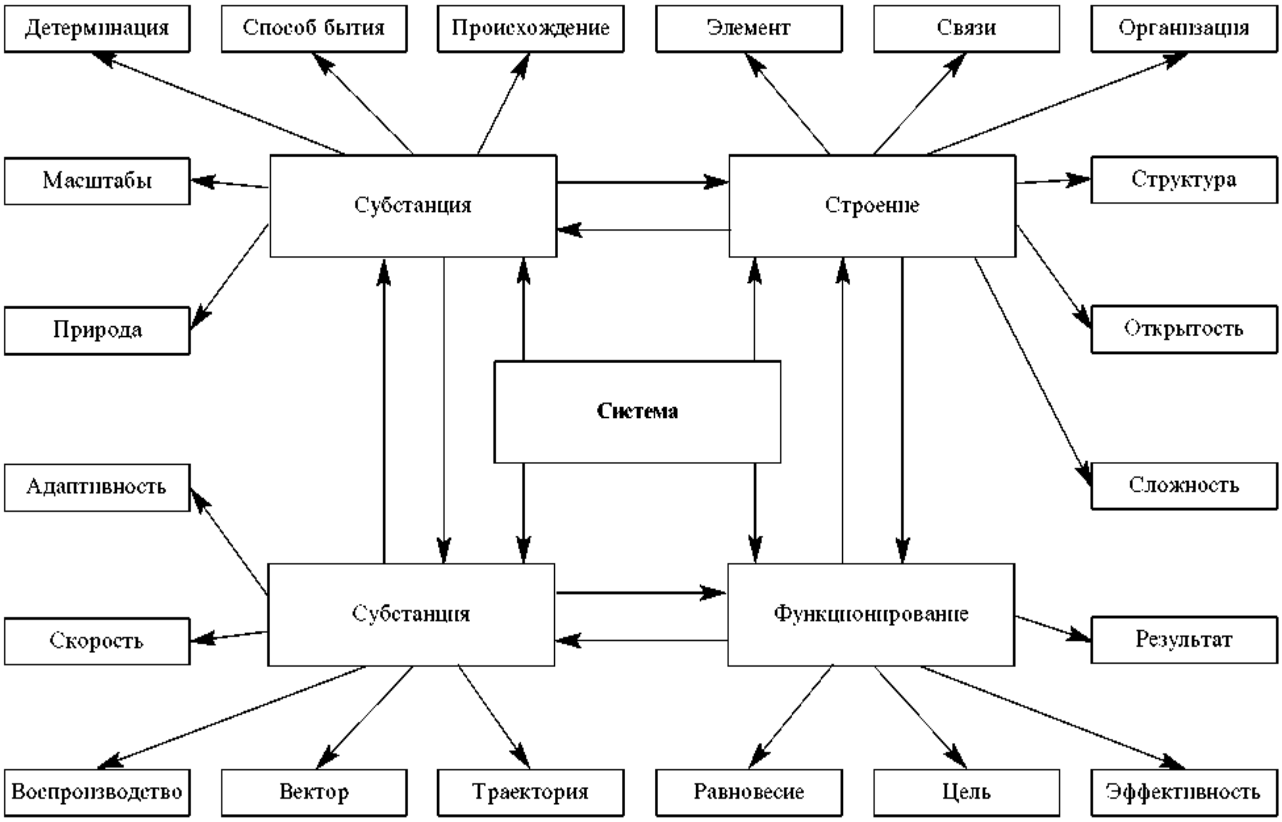



**Рис. 5.2. Сущностная классификация систем**

В основу сущностной классификация систем положена концепция, объясняющая классифицируемые явления [8]. Классификация представляет собой многоступенчатое, разветвленное деление логического объема понятия. В результате создается система соподчиненных понятий: делимое понятие – род, новые понятия – виды, виды видов (подвиды) и т.д. Концептуальный подход к классификации делает ее сущностной (рис. 5.2).

Под субстанцией понимается сущностное свойство предмета как целостности, основание и центр всех его изменений, активную их причину и источник функционирования. Для строения свойственны элементы, связи, организация, структура и сложность [2]. Функционирование выражается равновесием, целью, результатом и эффективностью. Развитие характеризуется адаптивностью, скоростью, воспроизводством, вектором и траекторией [2].

На основании выделенных параметров можно дать классификацию системы [2] на субстанциональном уровне, уровнях строения, функционирования и развития (рис. 5.3).

| Основание классификации | Система | |
|---|---|---|
| | Вид | Характеристика |
| Субстанциональный уровень системы | | |
| Природа системы | Физическая<br>Техническая<br>Кибернетическая<br>Химическая<br>Биологическая<br>Социальная<br>Интеллектуальная | |
| Способ существования системы | Абстрактная | Единство некоторых символов или знаков (теория, система исчисления) |
| | Материальная | Совокупность материальных явлений |
| Характер детерминации | Стохастическая, вероятностная | Поведение носит вероятностный характер |
| | Детерминированная | Поведение предопределено |
| Происхождение систем | Естественная | Возникает и развивается естественно, без вмешательства человека |
| | Искуственная | Возникает и развивается благодаря человеку |
| | Естественно-искуственная | Возникает и развивается естественно и путем вмешательства человека |
| Масштабы | Микромасштабная<br>Макромасштабная<br>Метасистема<br>Метосистема | |
| Уровень строения системы | | |
| Количество элементов | Одноэлементная<br>Бинарная<br>Тринарная<br>Четырехэлементная<br>Многоэлементная | |
| Степень открытости | Открытая | Открыта для воздействия внешней среды |
| | Закрытая | Закрыта для воздействия внешней среды |
| Характер взаимодействия элементов | Координационная | Элементы отличаются равноправием |
| | Иерархическая | Элементы соподчинены |
| | Координационно-иерархическая | Объединяет равноправные и неравноправные элементы |
| Степень организованности | Недостаточно организованная система, или хаос-система | |
| | Суммативная | Неразвитое взаимодействие между элементами |
| | Организованная | Выраженные организационными структурами |
| | Заорганизованная | Однозначно предопределенное поведение элементов |
| Степень сложности системы | Простая<br>Сложная<br>Сверхсложная | |
| Тип структуры | Линейная<br>Сотовая<br>Иерархическая<br>Смешанная | |
| Наличие информации о строении системы | "Черный ящик" | С неизвестным строением |
| | "Серый ящик" | С наличием некоторой информации о ее строении |
| | "Белый ящик" | С известным строением |
| | Уровень функционирования системы | |
| Характер воспроизводства | Воспроизводимая окружающей средой<br>Воспроизводящая себе подобных | |
| Количество функций | Монофункциональная<br>Полифункциональная | |
| Равновесие | Равновесная | Сохранение равновесия |
| | Неравновесная | Нарушение равновесия (конфликт) |
| Цель | Одноцелевая<br>Многоцелевая | |
| Эффективность | Неэффективная<br>Средней эффективности<br>Эффективная | |
| | Уровень развития системы | |
| Способность приспосабливаться | Адаптивная | Способность приспосабливаться, не теряя своей идентичности |
| | Неадаптивная | Не обладает способностью приспосабливаться |

**Рис. 5.3. Классификация систем по уровням**

Сложная система – система, которая состоит из элементов разных типов и обладает разнородными связями между ними. Такое деление в известной степени условно. Сложность понимается как объективное, так и субъективное явление. Объективная сложность присуща системам независимо от познающего их субъекта, субъективная обусловлена характером восприятия системы субъектом, зависит от недостаточности знаний и интеллекта [2].

Сложность системы представляет собой единство сложности состава, структуры, функций, организации, уровня и жизненного пути системы. Причем сложность может обретать большое разнообразие благодаря сочетанию этих параметров [2]. Сложной является система, совмещающая некоторые параметры схемы (рис. 5.4).

Элементы системы могут быть классифицированы по более многообразным основаниям: по степени родства – гомогенный и гетерогенный; по степени самостоятельности – программный, адаптивный, инициативный; по времени существования – постоянный, временный; по роли в системе – основной, неосновной; по активности в системе – активный, пассивный. Классификацию элементов дает В. А. Карташов [2], которая представлена на рис. 5.5.

Система становится системой только тогда, когда ее элементы, имеющие определенную пространственную, временную и целевую организацию, определенным образом взаимосвязываются один с другим.

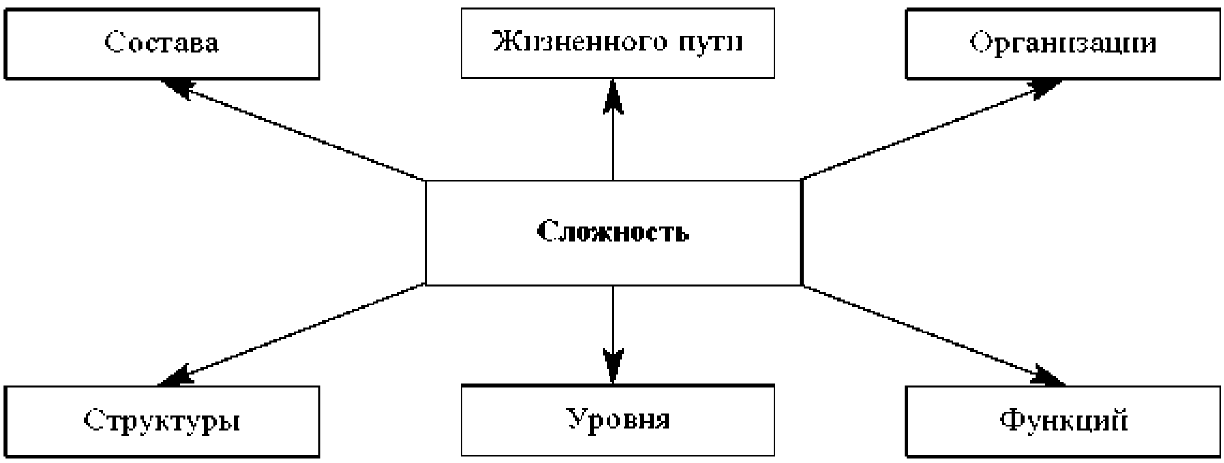
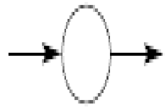
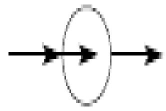
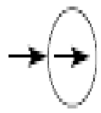
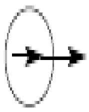
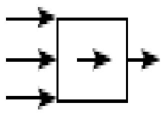
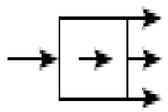
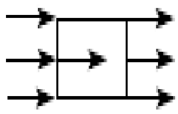
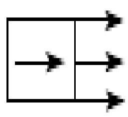
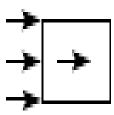



**Рис. 5.4. Сложность системы**

| Название | Характеристика | Изображение |
|---|---|---|
| Упругий | Противостоит внешним воздействиям, однозначно передает воздействие по связи |  |
| Рефлексивный | Обладает внутренним движением и осуществляет внутреннее преобразование по какому-либо алгоритму |  |
| Потребитель | Воспринимает воздействие без образования направленного эффекта |  |
| Источник | Образует направленный эффект в присутствии понуждающего внешнего воздействия |  |
| Полирецепторный | Рефлексивный элемент, действует по нескольким направлениям |  |
| Полиэффекторный | Рефлексивный элемент, образующий воздействия по нескольким направлениям при восприятии одного понуждающего воздействия |  |
| Полиэлемент | Рефлексивный элемент, образующий воздействия по нескольким направлениям при условии восприятия нескольких внешних воздействий |  |
| Полиисточник | Источник, образующий в данных неизменных условиях воздействия по нескольким направлениям |  |
| Полипотребитель | Потребитель, воспринимающий воздействия по нескольким внешним связям |  |

| Основание классификации | Элемент | |
|---|---|---|
| | Тип | Характеристика |
| *Степень родства с другими элементами* | *Гомогенный*<br>*Гетерогенный* | Однотипен с другими элементами<br>Разнотипен с другими элементами |
| *Степень самостоятельности элемента* | *Программный*<br>*Адаптивный*<br>*Инициативный* | Действует по жесткой программе<br>Обладает способностью приспособления<br>Обладает способностью изменять действительность |
| *Длительность существования* | *Постоянный*<br>*Временный* | Отличается относительно длительным временем существования<br>Возникающий временно |
| *Временная принадлежность* | *Прошлого (атавизм)*<br>*Настоящего*<br>*Будущего* | Остался от прошлых этапов жизни системы<br>Характерен для настоящего времени существования системы<br>Свойственен для будущего данной системы (инновационный элемент) |
| *Роль в системе* | *Основной*<br>*Неосновной* | Играет главную роль в системе<br>Играет второстепенную роль в системе |
| *Активность в системе* | *Активный*<br>*Пассивный* | Воздействующий на процессы<br>Слабо воздействующий на процессы системы |
| *Характер воздействия на систему* | *Определенный или предсказуемый*<br>*Неопределенный или непредсказуемый* | Оказывает вполне определенное воздействие на систему<br>Оказывает непредсказуемые воздействия на систему |
| *Характер восприятия сигнала* | *Отторгающий*<br>*Преобразующий*<br>*Передающий* | Не воспринимает сигнал, нередко отражает его<br>Преобразует поступивший на вход сигнал<br>Передает сигнал в том виде, в котором получил |
| *Число входов — выходов* | *С одним входом без выхода*<br>*С одним выходом без входа*<br>*С одним входом и одним выходом*<br>*С несколькими входами и одним выходом*<br>*С одним входом и несколькими выходами*<br>*С несколькими входами и несколькими выходами* | Система получает сигналы, но не отдает их<br>Система отдает сигналы, но не получает их<br>Система отдает и получает сигналы<br>Система получает несколько сигналов, но отдает один сигнал<br>Система получает один сигнал, но отдает несколько сигналов<br>Система получает и отдает несколько сигналов |

**Рис. 5.5. Разновидности элементов по В. А. Карташову**

Структуры можно классифицировать по разным основаниям [2] (рис. 5.6): сферам; разнообразию; характеру; типу связей; устойчивости структуры; композиции структуры; степени равноправия элементов; степени открытости; временной; степени изменчивости.

| **Основание классификации** | **Структура** | |
|---|---|---|
| | **Вид** | **Характеристика** |
| Сферы существования | Материальная Мысленная | Представляет собой материальное образование<br>Выступает как мысленное образование |
| Выполняемая роль | Нормативная Идеальная (оптимальная) Целевая Реальная | Выступает в виде норматива<br>Выступает в виде (оптимума) идеала<br>Представляется целью деятельности<br>Та, которая есть на самом деле |
| Размещение | Внутренняя<br>Внешняя | Образуется внутренними связями системы<br>Образуется внешними связями системы |
| Направленность | Субстанциональная<br>Функциональная | Совокупность связей, определяющих внутреннее единство системы<br>Совокупность взаимоотношений, определяющих функционирование элементов |
| Разнообразие | Простая<br>Сложная | Отличается небольшим числом связей<br>Характеризуется большим числом связей |
| Вид связей | Порядковая<br>Композиционная<br>Топологическая | Определяет порядок элементов<br>Определяет взаимодействие элементов<br>Определяет размещение элементов |
| Характер связей | С прямыми связями<br>С обратными связями<br>Со смешанными связями | Воздействие одного элемента на другой<br>Обратные воздействия элементов<br>Смешанные связи |
| Устойчивость структуры | Детерминированная<br>Вероятностная<br>Хаотическая (диссипативная) | Устойчивая структура<br>Устойчивая с определенным уровнем вероятности<br>Неустойчивая структура |
| Композиции структуры | Координационная<br>Иерархическая<br>Смешанная | Связи равноправных партнеров<br>Связи соподчиненных элементов<br>Наличие тех и других связей |
| Равноправие элементов | С равноправными элементами<br>С неравноправными элементами | Элементы равноправны, обладают одинаковым статусом<br>Элементы неравноправны, обладают различным статусом |
| Открытость | Открытая<br>Закрытая | Элементы имеют внешние к системе связи<br>Элементы связаны только один с другим |
| Временная детерминации | Прошлая<br>Настоящая<br>Будущая | Связи и элементы из прошлого<br>Связи и элементы настоящего<br>Элементы и связи будущего |
| Степень изменчивости | Статическая Динамическая | Постоянная структура<br>Переменная структура |

**Рис. 5.6. Классификация структур систем**

Понятие функции системы. *Функция* в переводе с лат. означает «исполнение» – это способ проявления активности системы, устойчивые активные взаимоотношения вещей, при которых изменения одних объектов приводят к изменениям других [2]. Понятие употребляется в самых различных значениях.


**Рис. 5.7. Классификация систем в аспекте временной организации**

Под функцией системы обычно понимают [2]:

– действие системы, ее реакция на среду;

– множество состояний выходов системы;

– при описательном или дескриптивном подходе к функции она выступает как свойство системы, которое развертывается в динамике;

– как процесс достижения цели системой;

– как согласованные между элементами действия в аспекте реализации системы как целого;

– траекторию движения системы, которая может описываться математической зависимостью, формулой, связывающей зависимые и независимые переменные системы.

Функции выражают поведение системы, причем это поведение при обозначении его функцией становится упорядоченным, закономерным и организованным [2]. Поэтому функции представляют собой направления активности системы, которая взаимодействует со средой. Классификация функций [2] приведена на рис. 5.8.

| Основание классификации | Функция | |
|---|---|---|
| | Тип | Характеристика |
| *Степень воздействия на внешнюю среду и характер взаимодействия с другими системами* | *Пассивные*<br>*Обслуживающие*<br>*Противостояния*<br>*Поглощения*<br>*Преобразования*<br>*Адаптивные* | Пассивное существование системы как материала для других систем<br>Обслуживание системы более высокого порядка<br>Противостояние другим системам<br>Выживание, поглощение, экспансия других систем и среды<br>Преобразование других систем и среды<br>Приспособление системы к окружающей среде |
| *Состав функций* | *Простые*<br>*Сложные* | В них выделяются отдельные функциональные компоненты<br>Содержат несколько простых компонентов |
| *Характер проявления* | *Явные*<br>*Латентные (скрытые)* | Проявляются открыто<br>Проявляются с течением времени, расходятся с провозглашаемыми целями участников деятельности |
| *Содержание функций* | *Целевые*<br>*Ролевые*<br>*Деятельностные* | В основе ее цели, стоящие перед системой<br>Роли, выполняемые системой<br>Направления деятельности системы |
| *Характер временной детерминации* | *Временные*<br>*Постоянные* | Выполняются системой эпизодически<br>Выполняются системой постоянно |
| *Положение в системе* | *Внешние*<br>*Внутренние* | Ориентированы на реализацию целей системы, взаимодействие с внешней средой<br>Регулируют процессы внутри системы |
| *Характер действия* | *Непрерывные*<br>*Дискретные* | Действуют непрерывно, постоянно<br>Действуют прерывисто, дискретно |
| *Последствия для системы* | *Нейтральные*<br>*Конструктивные (позитивные)*<br>*Дисфункции* | Не вызывают ни позитивных, ни негативных последствий для системы<br>Вызывают положительные последствия для системы<br>Вызывают отрицательное содействие системе |
| *Тип траектории* | *Линейные*<br>*Нелинейные* | Представляет собой линейную зависимость переменных<br>Представляют собой различные виды нелинейных зависимостей переменных |
| *Количество переменных* | *Одной переменной*<br>*Нескольких переменных* | Свойственна одна переменная<br>Свойственны несколько переменных |

**Рис. 5.8. Классификация функций**

Понятие среды. Внутренняя и внешняя среда системы находятся во взаимной зависимости и взаимной обусловленности (рис. 5.9).

Среда характеризуется [8] известным разнообразием, различающимся по масштабам, степени активности и характеру воздействия на систему (рис. 5.11). Она использует среду в качестве источника, хранилища и средства переработки ресурсов. Среда пополняет систему, обеспечивает ее обновление, сферу жизни, проявление функций (рис. 5.10) [2].

Важнейшая проблема выживания системы в среде – *адаптация* [2]. Можно выделить три подхода [2].

*Первый* – под этим термином понимается приспособление самоорганизующихся систем к изменяющимся условиям среды [2].

*Второй* подход рассматривает адаптацию как путь, которым социальные системы любого рода «управляют» или отвечают на среду своего обитания [2].

*Третий* подход осмысливает адаптацию как способ сохранения идентичности объекта. Здесь адаптация представляет собой реактивное поведение, связанное с приспособлением к окружающей среде, а не с активным и целенаправленным ее преобразованием [2].

Многообразие видов адаптации и их характеристики [2] даны на рис. 5.12.

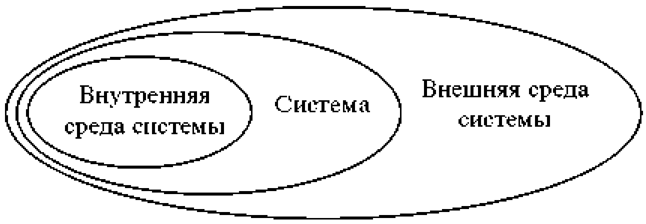



**Рис. 5.9. Внутренняя и внешняя среда системы**

| Основание | Фактор | |
|---|---|---|
| | Вид | Характеристика |
| Степень объективности | Объективные<br>Субъективные | Не зависят от воли и деятельности людей<br>Представляют собой волю и деятельность людей |
| Важность для системы | Существенные<br>Несущественные | Без них система не может функционировать<br>Действия не влияют на систему |
| Характер воздействия на систему | Стимулирующие<br>Помехи | Способствуют развитию системы<br>Мешают функционированию и развитию системы |
| Способ взаимосвязи с системой | Прямые<br>Косвенные | Непосредственная связь с системой<br>Опосредованно связаны с системой |
| Соотношение общего и специфического | Общие<br>Специфические | Отличаются высокой степенью общности<br>Отличаются спецификой проявления |

**Рис. 5.10. Факторы влияния среды на систему**

| Основание | Среда | |
|---|---|---|
| | **Вид** | **Характеристика** |
| *Масштаб* | *Микросреда*<br>*Макросреда* | Ближайшее окружение системы, воздействующее на нее непосредственно<br>Широкое окружение системы, воздействующее на нее опосредованно |
| *Положение* | *Внешняя*<br>*Внутренняя* | Окружает систему<br>Находится внутри системы |
| *Активность* | *Активная*<br>*Пассивная* | Высокая активность по отношению к системе, динамика перемен<br>Низкая активность по отношению к системе, отсутствие перемен |
| *Характер активности* | *Благодатная*<br>*Нейтральная*<br>*Агрессивная* | Представляет для системы источник ресурсов<br>Нейтральность по отношению к системе<br>Воздействует негативно на систему, расхищает ее ресурсы |
| *Уровень организованности* | *Стихийная, неорганизованная*<br>*Организованная* | Неорганизованность и непредсказуемость проявлений<br>Упорядоченность |
| *Уровень управления* | *Управляемая*<br>*Неуправляемая* | Возможность регулирования системой<br>Система не может ей управлять |
| *Структура среды* | *Гомогенная*<br>*Гетерогенная* | Однородное образование, включающее системы одной природы<br>Состоит из систем различной природы |
| *Функциональное выражение* | *Ресурсная*<br>*Информационная*<br>*Конфликтогенная*<br>*Миссионерско-реализаторская* | Источник материальных, информационных, энергетических ресурсов<br>Частный вид ресурсной среды, когда в качестве ресурса выступает информация<br>Источник конфликтов и противоборства с системой<br>Поле реализации миссии системы |

**Рис. 5.11. Характеристики среды**

| Основания классификации | Адаптация | |
|---|---|---|
| | **Вид** | **Характеристика** |
| *Цель адаптации* | *Сохранительная*<br>*Приспособительная*<br>*Экспансионистски-преобразовательная* | Направлена на сохранение системы<br>Ориентирована на приспособление системы к условиям среды<br>Имеет целью приспособление среды к системе |
| *Характер адаптации* | *Естественная*<br>*Искусственная* | Осуществляется естественно в процессе жизнедеятельности системы<br>Осуществляется целенаправленно посредством специальных действий |
| *Вектор адаптации* | *Прогрессивная*<br>*Консервативная*<br>*Реакционная* | Изменения в соответствии с прогрессивными тенденциями развития<br>Процесс сохранения рационального прошлого<br>Охватывает адаптационные аспекты регресса системы |
| *Глубина адаптации* | *Поверхностно-ритуальная*<br>*Аспектная*<br>*Развивающая* | Не предполагает глубинных изменений системы и среды<br>Изменение того или иного аспекта системы или среды<br>Качественное изменение системы и среды |
| *Тип среды* | *Внешняя*<br>*Внутренняя* | Развертывается в системе взаимодействий системы — внешняя среда<br>Осуществляется в системе взаимодействий системы — внутренняя среда |
| *Аспекты системности* | *Атрибутивная*<br>*Функциональная*<br>*Организационная*<br>*Структурная* | Изменяет свойства системы и среды<br>Сводится к функциональным изменениям<br>Преобразует организацию системы и среды<br>Воздействует на структуру системы и среды |
| *Природа адаптанта и среды* | *Биологическая*<br>*Психологическая*<br>*Социальная*<br>*Экономическая*<br>*Политическая*<br>*Культурологическая*<br>*Информационная* | Взаимодействие организмов и среды<br>Предполагает взаимодействие психики и среды<br>Охватывает взаимодействие людей, общностей, институтов, подсистем и социальной среды<br>Предполагает взаимодействие экономических систем и экономической среды<br>Описывает взаимодействие политических систем и политической среды<br>Определяет взаимодействие культурологических систем с культурной средой<br>Представляет собой взаимодействие информационных систем с информационной средой |

**Рис. 5.12. Виды адаптации**

Хаос и его роль в развитии систем. Один из вариантов развития – разрушение системы, снижение упорядоченности и организованности вплоть до возникновения хаоса. Значительный вклад в понимание хаоса внес И. И. Пригожин, который разработал его концепцию на примере организации физико-химических систем [2].

Суть взглядов И. И. Пригожина заключается в следующих положениях [2]:

1. Хаос рассматривается как носитель возможной упорядоченности, как созидательное начало, конструктивный механизм эволюции. Отсюда процесс развития выступает формированием порядка из хаоса, которое представляет собой процесс самоорганизации под воздействием многообразных факторов. Хаотические колебания, возникающие в системах, – предвестники и спутники изменений уклада системы [2].

2. Хаос – динамическое изменчивое явление. В нем постоянно образуются *флуктуации*, которые представляют собой случайные отклонения величин, характеризующих систему, состоящую из большого числа частиц, от их среднего значения. Флуктуации стремятся вывести систему из равновесия, что приводит к разрушению прежних структур и переходу системы в новое состояние [2].

3. Переход в новое состояние осуществляется через точки *бифуркации*, которые выступают как ситуации раздвоения, когда перед системой открываются различные варианты развития. В точке бифуркации система как бы делает выбор, который определяет ее дальнейшую эволюцию. При этом переход через бифуркацию случаен. Переход на более высокий уровень упорядоченности получил название *диссипативной структуры* [2].

Классификация хаоса [2] приведена на рис. 5.13.

Процессы саморазвития в сложных системах исследуются общенаучной теорией самоорганизации – *синергетикой*, которая направлена на поиск законов эволюции открытых неравновесных систем любой природы.


**Рис. 5.13. Классификация хаоса**

# 6. ЦЕЛЕПОЛАГАНИЕ В СЛОЖНОЙ СИСТЕМЕ

Важной частью системного подхода выступает целеполагание, которое определяет соответствующий аспект организации системы. В строгом смысле цель – это идеальное предвосхищение результата деятельности. Цель формулируется человеком. Цель рассматривается в субъективном и объективном смыслах. В субъективном смысле она выступает как цель человека, занятого исследованием, конструированием и управлением системами. В объективном смысле под целью понимается то состояние, к которому стремится система, ради чего она существует. Цель системы представляет собой иерархию простых позиций. Классификация целей системы приведена на рис. 6.1.

Целенаправленные системы характеризуются эффективностью – результатом действия системы на временном интервале или по достижении поставленной задачи с учетом затраченного ресурса.

Качество работы системы оценивается с помощью показателей эффективности.

Чтобы получить методику расчета показателей эффективности, необходимо построить адекватное математическое описание процесса функционирования системы, т.е. математическую модель (модель эффективности), позволяющую выявить зависимость показателей эффективности от параметров системы и внешней среды, от взаимодействия подсистем и элементов системы.

Для современных сложных систем важнейшее значение имеет надежность функционирования. Тория надежности позволяет оценить надежность проектируемых систем путем учета надежности элементов и их взаимосвязи в структуре системы. Специальные методы резервирования элементов и подсистем в общей структуре позволяет улучшить показатели надежности.

Другими важными характеристиками сложных систем, о которых следует сказать, являются: качество управления, помехозащищенность, устойчивость и сложность. Каждая из них оценивается определенными показателями.

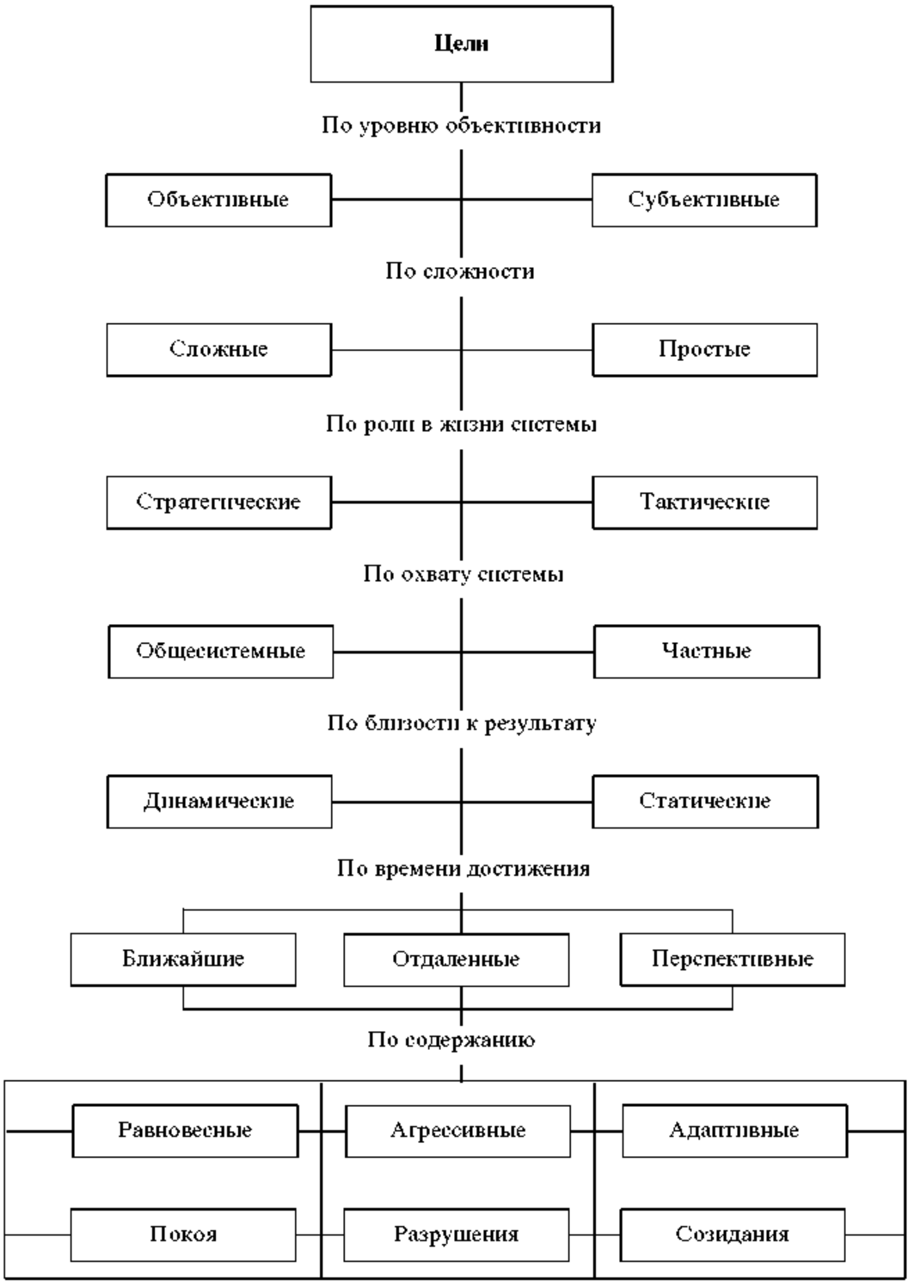



**Рис. 6.1. Классификация целей системы**

Методы исследования систем весьма разнообразны. Успех конкретных исследований обусловлен прежде всего правильным использованием методологии научного исследования.

Научное исследование – это такое систематическое и целенаправленное изучение объектов, в котором используются методы и средства науки и которые завершаются формированием новых научных знаний об изучаемых объектах. Главная цель научного исследования – вскрытие общего, повторяющегося, типичного в процессах, установление законов функционирования и развития.

Цель научного исследования формулируется как решение научной проблемы. Постановка проблемы может быть определена как задание основных компонентов (объектов, их свойств, отношений и преобразований) в виде упорядоченного набора существующих и желаемых объектов, их свойств и отношений.

При постановке проблемы экспертами важно учитывать опыт научных исследований (не решать уже решенные проблемы), правильно определить характер и границы желаемой системы знаний. Для этого на основе определенной совокупности признаков выделяется область эмпирического множества объектов, подлежащих изучению, возможные отношения между ними, а также свойства каждого из них.

После формулирования проблемной ситуации решается вопрос о целесообразности и разрешимости данного варианта формулировки. Для этого проводится анализ с использование критериев, позволяющих учесть ее различные качественные аспекты. Имеются следующие группы критериев:

1. Объективная группа критериев:

1.1. критерий реальности (существование объектов);

1.2. критерий (верности) отношения (между объектами);

1.3. критерий субординации (подчиненности объектов);

1.4. критерий адекватности (наличие неизвестного).

2. Группа критериев соответствия:

2.1. критерий истинности (предпосылок);

2.2. критерий преемственности (связи).

3. Группа критериев качества:

3.1. критерий необходимости (наличие противоречия);

3.2. критерий разрешимости;

3.3. критерий проверяемости;

3.4. критерий истинности.

Методы научных исследований.

Научный уровень исследования определяется его методом.

Методология (учение о сущности методов и их применении) представляется различными уровнями: всеобщим (философским), общенаучным и специальным. Важнейшим из них выступает всеобщая методология, категория, законы и принципы которой исходны для других.

Соответственно уровням методологии в познании и практической деятельности применяются различные группы методов, образуя определенную систему, и классифицируемые по различным основаниям.

1. Первым основание классификации является степень общности и масштаб применимости к различным сферам познания и практики. В соответствии с этим основанием принято выделять всеобщий метод, общенаучные методы и специальные методы частных наук.

Всеобщий метод – диалектико-материалистический – используется по всех областях научной деятельности.

Общенаучные методы – это: анализ и синтез, индукция и дедукция, абстрагирование, сравнение и аналогия, моделирование и др.

Специальные методы частных наук (специфические методы) применяются в конкретных областях деятельности.

2. Вторым основанием классификации методов выступает их функциональная роль на всех уровнях этого познания.

Одни из методов дают общую ориентацию подхода к исследованию, другие – вооружают конкретными приемами этого исследования. Соответственно этому принято выделять методы-подходы и методы-приемы. К первым относятся: исторический, логический, количественный, качественный, содержательный, формальный, системно-структурный, системно-функциональный, натуральный, модельный и др. К методам-приемам относятся: наблюдение, опрос, индукция, дедукция и т.д.

3. Третьим основанием классификации методов выступает их функциональная роль на основных уровнях познания: эмпирическом и теоретическом. Эмпирическое познание связано с чувственным знанием – ощущениями, восприятиями, представлениями, и данными полученными в процессе наблюдения и эксперимента. Теоретическое познание основывается на научных теориях, процессе их создания и процессе выделения следствий.

Теория – это наиболее развитая форма научного познания, совокупность доказанных и объединенных в единую систему понятий, категорий, законов, принципов, концепций, связанных с определенной областью действительности.

4. Четвертым основанием классификации методов выступает механизм мыслительного процесса. Он включает в себя рассудочно-логические средства, психологические приемы, творческое озарение и подсознательные импульсы. Выделяют логические и эвристические методы познания. Первые основаны на строгих правилах формальной и диалектической логики, предполагая методичность мышления и словесно-логическое оформление понятий. С эвристическими методами связаны понятия, не имеющие готового алгоритма, и основанные на психологических механизмах: интуиция, внутреннее озарение, стимулирование творческого процесса, коллективное стимулирование (мозговой штурм, провоцирование), аналогия и антианалогия и др.

Важное место в системных исследованиях имеют специальные методы для изучения системных свойств объектов, выявление особенностей системных теорий. Существует два направления в науке, в которых формулируются общие методологические системные концепции: общая теория систем и системный подход.

Общая теория систем выступает как интегральная теория, предметом которой являются законы образования, поведения и развития любых систем. Ее задачами являются: разработка средств представления объектов как систем, построение обобщенных моделей разных классов (модели динамики, поведения, исторического развития, иерархического строения, процессов управления и т.д.) и исследование концептуальной структуры системных теорий.

Системный подход сводится к следующему:

– при исследовании системы описание элемента должно даваться не изолированно, а в привязке к его месту в системе;

– исследование системы должно учитывать то, что она сама является подсистемой некоторой среды;

– объединение элементов в систему не связано с простым суммированием их свойств и может приводить к появлению новых свойств, что необходимо учитывать.

Близким к системному подходу является системный анализ, который – есть совокупность методологических средств реализации системного подхода с использованием математических дисциплин и методов управления. Основной процедурой системного анализа является построение обобщенной модели, а технической основой служат вычислительные и информационные системы.

Одни из главных задач системного анализа – это определение и детализация основных элементов и целей, путей их достижения, выявление взаимосвязей, обеспечения определенной логики решения проблемы. Для их решения применяется метод структуризации, основанный на дезагрегировании исследуемой проблемы – процедура построения дерева целей, дерева мероприятий и дерева ресурсов.

Исходя из всего изложенного, можно дать определения основных методов, применяемых в научных исследованиях.

Методы эмпирического исследования:

Наблюдение – планомерное и целенаправленное восприятие объекта, его элементов и процессов, фиксация свойств и характеристик (без вмешательства исследователя).

Сравнение – установление сходства и различия объектов через непосредственное сопоставление.

Измерение – прямое или косвенное определение численного значения некоторой величины посредством единицы измерения и достоверности измерения.

Эксперимент – натуральное или модельное изучение объекта с целью обнаружения новых свойств, проверки правильности теоретических положений или демонстрации явления, основанное на активном целенаправленном воздействии на него.

Методы эмпирического и теоретического исследования:

Анализ и синтез – комплексный метод исследования объекта, основанный на применении приемов и закономерностей его расчленения на составные части, свойства или отношения, и соединения их в единое целое.

Индукция и дедукция – комплекс взаимосвязанных и взаимообратных методов исследования с направленностью познания от частного к общему (индукция) и наоборот (дедукция).

Абстрагирование – отвлечение от несущественных свойств, связей и отношений, одновременно с выделением наиболее важных из них, для замещения объекта его упрощенной моделью.

Моделирование – метод изучения объекта посредством изучения моделей объекта и обоснованным переносом полученным знанием на сам объект.

Аналогия – метод получения знаний об объекте на основании его сходства с другими объектами, знания о которых имеются или могут быть легко получены. (Основа метода моделирования).

Методы теоретического исследования:

Идеализация – правомерное в определенных пределах мысленное конструирование и изучение объектов, не существующих или практически неосуществимых, но упрощающее исследование сложных систем.

Формализация – средство знакового моделирования реальных объектов, обеспечивающее однозначность и краткость фиксации знания в процессе изучения объектов.

Аксиоматический метод – основан на выделении знаний по определенным логическим правилам, исходя из ряда утверждений, принимаемых без доказательства.

Восхождение от абстрактного к конкретному – всеобщая форма движения научного знания, закон отражения действительности в мышлении, заключающийся в движении Мысли от абстрактных определений конкретного объекта к целостному знанию об объекте.

Гипотетический – основанный на разработке гипотезы, как инструмента, организующего процесс исследования.

Исследовательские методы (методы-подходы):

Системный подход – при котором все связи опосредования, элементы, функции и проблемы рассматриваются в виде взаимосвязанного целого.

Структурный подход – направлен на познание объекта как структуры, внутренней взаимосвязи компонентов целостной системы.

Функциональный подход – объект рассматривается как комплекс функций, которые он выполняет или должен выполнять.

Комплексный подход – одновременный учет всех аспектов, особенностей и факторов, влияющих на решение проблемы.

Натуральный подход – непосредственное изучение объекта без изменения его природы в естественных условиях.

Модельный подход – опосредованное познание через сходный, но доступный для исследования естественный или искусственный объект.

Общая характеристика задач векторной оптимизации.

При разработке сложных технических систем, как правило, приходится учитывать много различных требований, предъявляемых к системе. А поскольку качество системы оценивается обычно по ряду показателей качества, то для сравнения конкурирующих вариантов построения сложной системы необходимо иметь механизм такого сравнения, принимая во внимание всю совокупность частных показателей качества.

Эта задача оказывается векторной задачей. Поэтому наиболее общей математической моделью принятия решения при проектировании систем считается задача векторной оптимизации, в которой требуется найти экстремум одновременно по всем компонентам векторного показателя качества.

В общем случае произвольный объект оценивания характеризуется векторным показателем качества $F=(F_1, F_2, ..., F_i, ..., F_m)$, где $F_i$ – частные показатели качество при $i=1...m$. Например, разрабатываемое изделие оценивается по двум показателям: $F_1$ – степень выполнения поставленной задачи и $F_2$ – стоимость разработки изделия. Между этими частными показателями возникает противоречие: увеличение одного приводит к уменьшению другого и наоборот.

Значение каждого частного показателя определяется некоторыми факторами (параметрами). Пусть $x_1, x_2, ..., x_n$ – факторы, от которых зависят значения частных показателей. Тогда каждый из показателей можно представить функцией $F_i = F_i(x_1, x_2, ..., x_n)$.

Факторы принадлежат некоторой допустимой области существования, т.е. выбираются с учетом реальных ограничений. Поэтому значения вектора $F_i = F_i(x_1, x_2, ..., x_n)$ принадлежат области $G_x$ $n$-мерного векторного пространства $E_n$.

При изменении вектора факторов $x$ в пределах области $G_x$ – вектор частных показателей $F$ будет изменятся в некоторой области $G_x$ $m$-мерного пространства $E_n$ векторного показателя качества $F$. То есть $G_x$ есть отображение области $G_x$ в пространстве частных показателей и является областью возможных значений.

Вектор $F$ называется еще векторной оценкой, так как характеризует качество решения, т.е. вектора $x$.

Задача оптимизации со сравнением альтернативных решений $x$ по предпочтительности при помощи заданных на область $G_x$ скалярных функций $F_i$ называется задачей векторной оптимизации. Иногда эту задачу называют оптимизацией нескольких целевых функций, например можно записать так:

$$\max F_i(x),\ i=1...m,\ x\in G_x.$$

Оптимальное решение задачи в общем случае не являясь оптимальным для частных показателей, должно быть компромиссным для векторного показателя в целом.

Задачи векторной оптимизации в зависимости от того, в каком виде проявляется действие различных показателей, делятся на 5 классов:

Задачи оптимизации на множестве свойств. Обычно частные показатели качества в таких задачах имеют различную размерность и физическую природу. Например, разрабатывается грузовой самолет, оцениваемый по $F_1$ – весу полезной нагрузки, $F_2$ – дальности полета, $F_3$ – скорости полета, $F_4$ – стоимости летного часа и $F_5$ – стоимости самолета. Оценка $F$, по которой будет выбран оптимальный вариант, содержит показатели разного свойства, из которых одни желательно увеличить $(F_1, F_2, F_3)$, а другие – уменьшить $(F_4, F_5)$.

Задачи оптимизации на множестве объектов. Например, задача распределения ресурса многоканального радиолокатора управления воздушным движением самолетов (в районе аэропорта) между несколькими объектами-самолетами, имеющими различные потребности в ресурсе РЛ-управления (так как одни из них взлетают, другие садятся, третьи приближаются, одни пассажирские, другие порожняком, третьи сожгли почти все горючее и так далее).

Задача оптимизации на множестве условий функционирования. Например, требуется разработать РЛС управления сближением ИСЗ на трех наиболее используемых орбитах: 250…350, 2000…2500 км и на геостационарной орбите. Необходимо оптимально выбрать ширину РЛ луча, обеспечивающего наименьшие погрешности определения координат при заданной мощности излучения.

Задачи оптимизации на множестве этапов функционирования, где качество на каждом этапе характеризуется своим частным показателем (биатлон).

Задачи оптимизации на множестве вариантов постановки задачи. Например, когда известны области определения параметров, но неизвестны законы их распределения, поэтому качество системы будет выражаться векторным показателем, составляющими которого будут частные показатели для всех возможных значений неизвестного параметра.

Возможны также комбинации различных классов задач векторной оптимизации.

Основной проблемой векторной оптимизации является выбор принципа оптимальности, определяющего свойства оптимального решения и дающего ответ на главный вопрос – в каком смысле оптимальное решение лучше всех других решений. Из-за противоречия частных показателей одновременное достижение ими всеми наилучших значений обычно не возможно. Выход возможен в поиске компромисса.

При сравнении векторного показателя качества принято считать следующее:

Пусть требуется для достижения оптимальности максимизировать все частные показатели качества (противоречащие этому показатели заменим на обратные по знаку). Тогда говорят, что решение $x_k$ безусловно лучше решения $x_l$, если для всех $i=1...m$ имеет место хотя бы при одном $j$ существует строгое неравенство $F_j(x_k) > F_j(x_l)$.

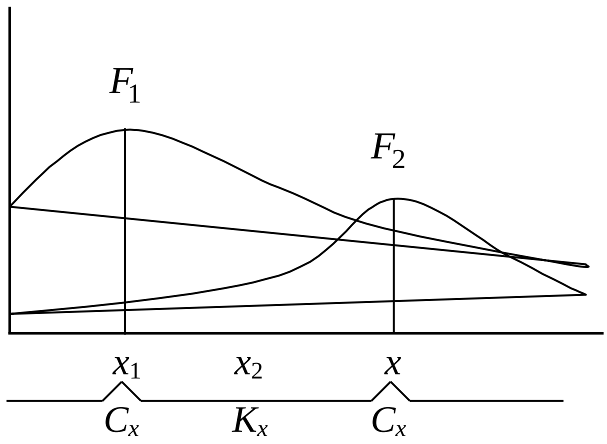
В этом случае также говорят, что векторный показатель $F(x_k)$ удовлетворяет принципу доминирования относительно векторного показателя $F(x_l)$.

Два решения $x_k$ и $x_l$ называют сравнимыми по векторному показателю качества $F(x)$, если для них выполняется одно из следующих условий: $F(x_k) \leq F(x_l)$ или $F(x_k) \geq F(x_l)$ или $F(x_k) \geq F(x_l)$.

Для первого условия это значит, что каждый показатель $F_i(x)$ для решения $x_k$ не больше (не лучше), чем у решения $x_l$, в том числе по меньшей мере один из этих показателей меньше (хуже), чем у решения $x_l$, Для второго условия – наоборот.

Таким образом, одна из особенностей задач векторной оптимизации состоит в том, что в них два произвольных допустимых решения $x_k$ и $x_l$ в зависимости от конкретных значений векторов $F(x_k)$ и $F(x_l)$ могут быть либо векторно сравнимы, либо векторно несравнимы.

Множество решений, для которых справедлив принцип доминирования, образуют подмножество $C_x$ входящее в $G_x$, называемое областью согласия. В этой области противоречий между частными показателями нет, так как каждое решение $x$ может быть изменено так, что новое решение по всем показателям будет не хуже предыдущего.




Если область допустимых решений $G_x$ состоит только из области согласия $C_x$, то существует единственное решение $\tilde{x}$ принадлежащее $G_x$, для которого все частные показатели согласованы между собой в том смысле, что при приближении к решению $\tilde{x}$ все компоненты $F_i(x)$ одновременно улучшаются. при этом все значения частных показателей достигают максимума в одной и той же точке $\tilde{x}$.

Однако на практике такая ситуация встречается редко. Обычно максимум по каждому показателю достигается в различных точках, в которых компоненты векторного показателя $F = (F_1, F_2, ..., F_m)$ являются противоречивыми. Такая область, где улучшение качества любого решения по одним показателя неизбежно ухудшает качество решения по другим, называется областью компромисса $K_x$.

Область согласия и компромисса обладают следующими свойствами: $C_x + K_x = G_x$, $C_x \times K_x = G_x$, (где знаки + и × означают объединение и пересечение областей).

Очевидно, что оптимальное решение может принадлежать только области компромиссов.

Такое решение из области компромисса называют эффективным решением. Для эффективных решений $x_э$ не выполняется принцип доминирования относительно любой точки *x*. Другими словами, решение $x_э$ называется эффективным, если не существует ни одного решения *x* такого, что $F_i(x) \geq F_i(x_Э)$ для всех $i = 1, .., m$ и хотя бы для одного *j* это неравенство было строгим, т.е. $F_i(x) \geq F_i(x_э)$.

Решение задачи векторной оптимизации представляется двумя этапами:

– определение множества эффективных решений, т.е. области компромисса;

– выделение среди эффективных решений оптимально-компромиссного, наиболее предпочтительного с точки зрения лица, принимающего решения.

Второй этап осуществляется по некоторой схеме компромисса, переводящей задачу векторной оптимизации к задаче оптимизации с некоторым единственным оптимизируемым скалярным показателем:

$$\tilde{F} = F(\tilde{x}) = \operatorname{opt} F(x), \text{ где } x \in G_x.$$

Обычно $\operatorname*{opt}_{x \in G_x} F(x) = \operatorname*{opt}_{x \in K_x} F(x) = \max_{x \in G_x} f\big(F(x)\big)$,

где *f* – некоторая скалярная функция от вектора частных показателей *F*. Вследствие этого проблему выбора схемы компромисса называют проблемой скаляризации. Примером скаляризации является свертывание векторного показателя $F = (F_1, F_2, ..., F_m)$ в скалярный показатель $F = A_1F_1 + A_2F_2 + ... + A_mF_m$, называемый обобщенным показателем, где $A_1, A_2, ..., A_m$ – весовые коэффициенты.

Особенностью векторной оптимизации является более сложное, чем при скалярной оптимизации, содержание понятия неоднозначности решения. Поскольку неоднозначность решения может проявляться не только в том, что одно и тоже качество могут иметь два и более решения, но и в том, что одному и тому же критерию оценивания качества могут удовлетворять два и более значения вектора $F$. Это следует из того, что $F$ мы рассматриваем как сумму, и могут существовать несколько комбинаций частных показателей, образующих одинаковую сумму.

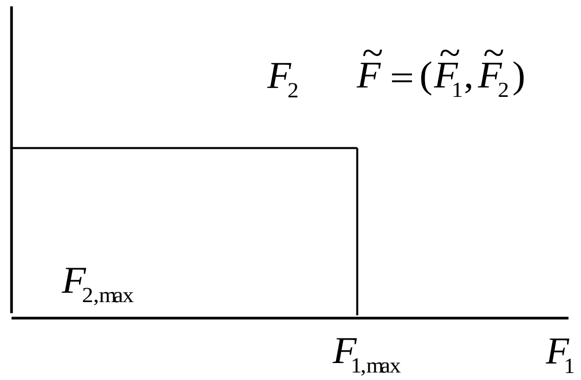
Определение области компромисса

Каждому решению $x$ из области $G_x$ допустимых решений соответствует его образ $F(x)$ в области $G_f$ допустимых значений векторного показателя $F = (F_1, F_2, ..., F_m)$.

Области согласия и компромисса $C_x$ и $K_x$ решений также связаны с областями $C_x$ и $K_f$ – согласия и компромисса показателя качества.

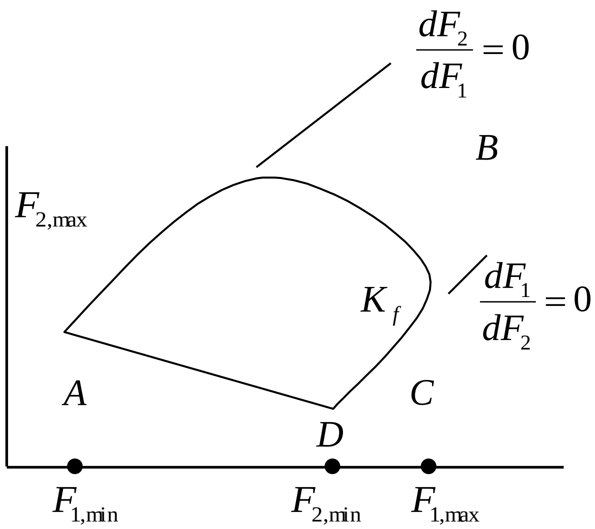
К примеру, если векторный показатель является двумерным $F = (F_1, F_2)$, то определение области компромисса можно интерпретировать геометрически. Пусть известно, что качество решения улучшается как при увеличении $F_1$, так и при увеличении $F_2$. Что же тогда мешает придать этим показателям сколь угодно большие значения? Ясно, что это невозможно из-за неизбежных реальных ограничений!

Самым простым может быть случай **абсолютных ограничений**. При этом ограничение частного показателя не зависит от значений других показателей, т.е. имеется набор $F_{i,\max}$ таких, что $F_i \le F_{i,\max}$, для всех $i = 1, ..., m$. Для $m$-мерного случая область возможных значений будет представлять гиперпараллелипипед, для двумерного случая – прямоугольник на плоскости $F_1, F_2$.




В этом случае единственной эффективной векторной оценкой является верхняя правая вершина прямоугольника, т.е. решение, которому она соответствует – оптимально.

Это редкий случай для практики. Чаше всего показатели взаимно связаны друг с другом и область их взаимных ограничений не прямоугольник – относительные ограничения. Кроме того имеются такие значения $F_{i,\min}$, которые определяют недопустимо низкое качество, например:




Точки, лежащие на ограничительной линии, обуславливающей взаимную связь показателей, принадлежат эффективной векторной оценке. И областью компромисса является дуга $BC$, так как именно здесь увеличение одного из частных показателей можно произвести за счет уменьшения другого. Оставшиеся части дуги – области согласия. Если область компромисса выпуклая, как в этом примере, то ее нахождение – задача более простая, чем когда она вогнутая.

Рассмотрим пример. Проектируется радиолокатор, Задана его общая стоимость – $C_a$. Антенна радиолокатора – фазированная антенная решетка. Для нее каждый излучающий элемент должен составлять половину длины волны. Задано, что частным показателем качества радиолокатора являются его площадь – $S$ и средняя мощность передатчика – $P$. Известно, что стоимость передатчика в первом приближении пропорциональна квадратному корню из его средней мощности. Известны минимальные значения дальности $D_{\min}$ и минимальный пространственный сектор обзора $W_{\min}$. Требуется найти вид ограничительной линии и область компромисса частных показателей качества.

Если длина заданной волны λ, а площадь одного элемента ФАР по условию $\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2$, то общее число элементов в антенне $\frac{4S}{\lambda^2}$. Стоимость антенны $C_a$

пропорциональна количеству элементов антенны, а следовательно площади антенного полотна *S*.

Таким образом, стоимость радиолокатора можно рассматривать как сумму стоимостей антенны, стоимости передатчика и стоимости остальной аппаратуры. Стоимости антенны и передатчика представляем через коэффициенты стоимости отдельного элемента антенны и единицы мощности

$$C_a = k_a S + k_n \sqrt{P} + C_{ann},$$

где $k_a$ – коэффициент стоимости антенного элемента; $k_n$ – коэффициент стоимости передатчика; $C_{ann}$ – стоимость остальной аппаратуры.

Отсюда выражение для ограничительной линии, на которой лежит область компромисса:

$$S = \frac{C_a - C_{ann}}{k_a} - \frac{k_n}{k_a}\sqrt{P} \text{ – линия графика.}$$

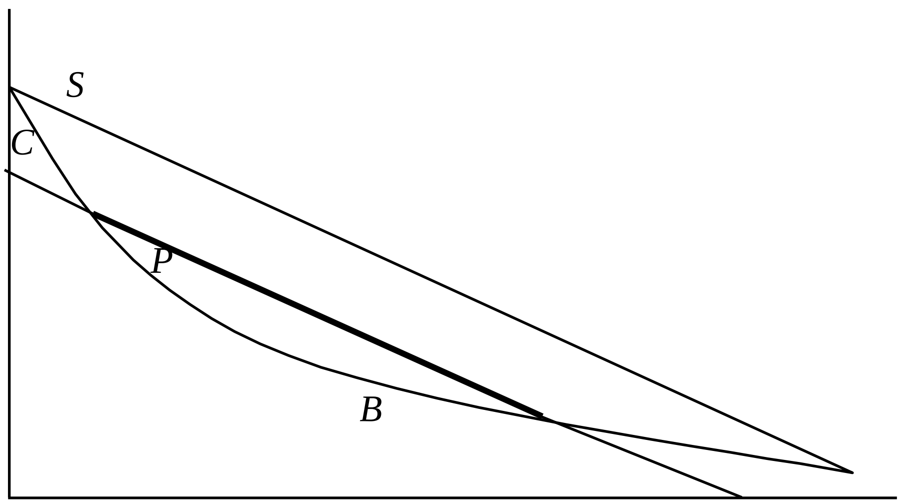
Минимальные же приемлемые значения $S_{\min}$ и $P_{\min}$ определяются внешними характеристиками радиолокатора. Из теории радиолокации известно, что в режиме обзора пространства между дальностью обнаружения *D*, сектором *W*, средней мощностью передатчика *P* и площадью раскрыва антенны *S* существует следующая связь:

$$D^4 W = kPS,$$

где *k* – коэффициент пропорциональности.

Отсюда выразим *S*:

$$S_{\min} = \frac{W_{\min} D^4_{\min}}{kP} \text{ – линия графика.}$$




– область компромисса

После определения области компромисса конкретное решение зависит от принятого принципа или схемы компромисса. Число возможных схем велико. Если уже решена проблема нормирования, т.е. частные показатели имеющие один и тот же масштаб измерения, можно привести примеры некоторых принципов.

Выбор схемы компромисса.

Принцип равномерности.

Этот принцип предполагает, что все показатели одинаково важны и стремится к равномерному и гармоническому повышению качества по всем частным показателям.

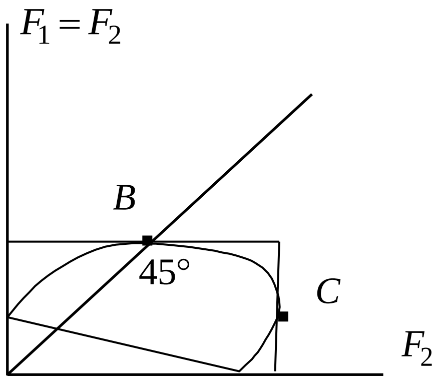
У этого принципа имеется несколько разновидностей:

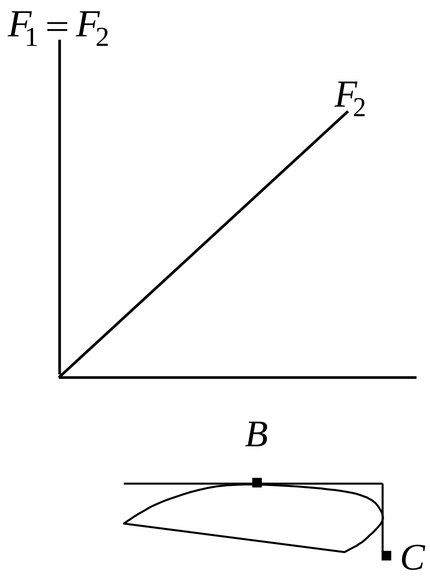
Принцип равенства.

Компромиссным считается такое решение, при котором наступает равенство всех частных показателей.

$$\tilde{F} = \underset{F \in G_f}{\operatorname{opt}} F = \underset{F \in K_f}{\operatorname{opt}} F = \{\tilde{F}_1 = \tilde{F}_2 = \ldots = \tilde{F}_m\} \in K_f \,.$$

Этот жесткий принцип может приводить к выходу за зону компромисса.




Принцип максимума.

Здесь идея равномерности проявляется в стремлении повышать уровень всех показателей за счет максимального «подтягивания» наихудшего из показателей (имеющего минимальное значение)

$$\tilde{F} = \underset{F \in K_f}{\text{opt}} F = \underset{F \in K_f}{\max} \underset{1 \le i \le m}{\min} F_i .$$

Принцип квазиравенства.

Здесь идея равенства производится приближенно с точностью до некоторой величины *D*, т.е. решение считается оптимальным, если значения отдельных частных показателей отличаются друг от друга не более чем на величину *D*.

$$\tilde{F} = \underset{F \in K_f}{\text{opt}} F = \{F : |F_l - F_k| \le D, \ \ \forall\, l, k = 1 ... m\} \in K_f .$$

Принцип справедливой уступки.

Понятие справедливости с трудом можно принять абсолютно как в жизни так и в математических методах.

Принцип справедливой уступки имеет две разновидности, основанных на оценивании и сопоставлении прироста и убыли уровня частных показателей.

Принцип справедливой абсолютной уступки.

Если все частные показатели имеют одинаковую важность, то логично справедливым считать такой компромисс, при котором абсолютный уровень снижения одного показателя не превышает суммарного абсолютного уровня увеличения других показателей.

$$\tilde{F} = \underset{F \in K_f}{\text{opt}} F = \underset{F \in K_f}{\max} \sum_{i=1}^{m} F_i ,$$

$$\Delta_{абс} = \sum_{i=1}^{m} \Delta_i = \sum_{i=1}^{m} \left( F_i^{(2)} - F_i^{(1)} \right) = \sum_{i=1}^{m} F_i^{(2)} - \sum_{i=1}^{m} F_i^{(1)} ,$$

если $\Delta > 0$, то 2 лучше чем 1.

При этом принципе в аддитивном показателе возможна взаимная компенсация частных показателей, что неправильно, а также он не отражает объективную роль частных показателей.

Принцип справедливой относительной уступки.

Справедливым считается такой компромисс, когда суммарный уровень относительного снижения одного или нескольких частных показателей не превышает суммарного уровня относительного увеличения остальных показателей.

$$\tilde{F} = \underset{F \in K_f}{\text{opt}} \ F = \max_{F \in K_f} \prod_{i=1}^{m} F_i ,$$

$$\Delta_{\text{отн}} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\Delta_i}{F_i} \approx \sum_{i=1}^{m} \frac{dF_i}{F_i} = \sum_{i=1}^{m} d(\ln F_i) = d\left( \sum_{i=1}^{m} \ln F_i \right) = d\left( \ln \prod_{i=1}^{m} F_i \right) = 0 .$$

Различную значимость частных показателей при формировании обобщенного показателя учитывают путем введения весовых коэффициентов. В последнем случае аддитивный и мультипликативный показатели превращаются в показатели вида:

$$F = \sum_{i=1}^{m} A_i F_i , \qquad F = \prod_{i=1}^{m} F_i^{L_i} ,$$

Последние называются средневзвешенными арифметическими и геометрическими показателями. Существует еще т.н. средневзвешенные гармонические и квадратичные показатели:

$$F = \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} \frac{B_i}{F_i}} , \qquad F = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} B_i F_i^2} .$$

Принцип выделения главного показателя.

Этот принцип может быть применен при наличии дополнительной информации о возможности частных показателей качества, задаваемой в виде ряда приоритетов – множества индексов $\{1, 2, ..., m\}$, упорядочивающих частные показатели качества в порядке убывания их важности. Принцип выделения главного показателя состоит в том, что из векторного показателя $F = (F_1, F_2, ..., F_m)$ выделяется один частный показатель $F_\nu$, называемый главным. Этот показатель максимизируется, а на остальные частные показатели $F_i$, $i \neq \nu$, накладывается ограничения, например вида $F_i \geq F_{i,\text{заданный}}$.

В результате задача векторной оптимизации сводится к задаче скалярной оптимизации

$$\operatorname{opt} F = \max_{x \in R_x} F_\nu(x),$$

где $R_x$ – часть области компромисса $K_x$, в которой выполняются условие $F_i \geq F_{i,\text{заданный}}$.

Принцип последовательной уступки.

Сущность этого принципа состоит в том, что в начале все частные показатели $F_i$, $i = 1...m$ ранжируются по важности в порядке ее убывания: $F_1 > F_2 > ... > F_m$. Затем максимизируется первый по важности показатель $F_1(x)$ и определяется его максимальное значение $M_1$.

После этого назначается величина допустимого снижения (уступки) $\varepsilon_1$ первого показателя и в области компромисса $K_x$ ищется решение $x$, максимизирующее значение второго по убыванию важности показателя $F_2(x)$ при условии, что значение первого показателя должно быть не меньшим, чем $M_1 - \varepsilon_1$. Затем назначается уступка $\varepsilon_2$ и так далее.

$$M_1 = \max_{x \in K_x} F_1(x), \ ... \ , M_l = \max_{x \in L_x} F_l(x), \ ... \ , M_m = \max_{x \in M_x} F_m(x).$$

Как уже говорилось ранее, некоторые классы задач векторной оптимизации отличаются тем, что частные показатели имеют различную физическую природу и размерность. Возникает проблема **нормирования показателей**, сведения их к безразмерному масштабу измерения. Эту сложную и творческую проблему мы рассматривать не будем – задача для экспертов.

Таким образом, рассмотрена общая характеристика задач векторной оптимизации, где особое внимание уделено области компромисса и выбору схемы компромисса.

Способы задания приоритета частных показателей.

При задании приоритета частных показателей, входящих в состав векторного показателя, используют следующие его характеристики: ряд приоритета *I*, вектор приоритета *V* и вектор весовых коэффициентов *A*.

Ряд приоритета *I* представляет собой упорядоченное множество индексов частных показателей: $I = \{1, 2, .., m\}$ и отражает чисто качественные отношения доминирования частных показателей, т.е. показатель $F_1$ важнее показателя $F_2$, а $F_2$ важнее $F_3$ и т.д.

Вектор приоритета *V* представляет собой m-мерный вектор, компонентами $V_i$ которого являются бинарные отношения приоритета. Они определяют степень превосходства по важности двух соседних показателей из ряда приоритета *I*, а именно величина $V_i$ определяет, во сколько раз показатель $F_i$ важнее показателя $F_{i+1}$.

При равнозначности показателей $F_i$ и $F_{i+1}$ компонента $V_i = 1$. Для удобства и $V_m = 1$. Любая компонента $V_i$ вектора приоритета $V$, совокупности частных показателей, упорядоченных в смысле ряда приоритета *I*, удовлетворяет соотношению $V_i \geq 1,\ i = 1...m$.

Вектор весовых коэффициентов *A* представляет собой *m*-мерный вектор, компоненты которого связаны соотношениями:

- Сумма всех $A_i$ равна 1 при $i = 1...m$, $0 \leq A_i \leq 1$.
- Каждая компонента $A_i$ определяет относительное превосходство $i$-го показателя над остальными, причем $A_i \geq A_{i+1}$.
- Компоненты векторов *A* и *V* связаны соотношением: $V_i = A_i / A_{i+1}$.
- При задании векторов используется следующий порядок:

1. Показатели качества упорядочиваются в смысле приоритета вектора *I*.

2. Затем определяются отношения приоритетов соседних показателей, т.е. вектор *V*.

3. Затем рассчитываются компоненты вектора *A*:

$$A_j = \frac{\prod_{i=1}^{m} V_i}{\sum_{j=1}^{m} \prod_{i=j}^{m} V_i},$$

где $\sum$ – сумма, $\prod$ – произведение.

Пример: пусть $I=(1,\ 2,\ 3)$; $V=(2,\ 3,\ 1)$;

$$A_i=\frac{V_1V_2V_3}{V_1V_2V_3+V_2V_3+V_3}=\frac{2\times 3\times 1}{2\times 3\times 1+3\times 1+1}=0{,}6,$$

$$A_3=\frac{V_2V_3}{V_1V_2V_3+V_2V_3+V_3}=\frac{3\times 1}{2\times 3\times 1+3\times 1+1}=0{,}3,$$

$$A_3=\frac{V_3}{V_1V_2V_3+V_2V_3+V_3}=\frac{1}{2\times 3\times 1+3\times 1+1}=0{,}1,$$

$$A=(0{,}6;\ 0{,}3;\ 0{,}1).$$

Выбор оптимального решения производится на основании одного из возможных принципов оптимальности:

– принцип максимина

$$opt(F,A)=\max_{F\in K_f}\ \min_{1\le i\le m}\ (A_iF_i)\,;$$

где $K_f$ – область компромисса показателей качества

– принцип абсолютной уступки

$$opt(F,A)=\max_{F\in K_f}\sum_{i=1}^{m}A_iF_i;$$

– принцип относительной уступки

$$opt(F,A)=\max_{F\in K_f}\prod_{i=1}^{m}F_i^{A_i}\ .$$

Таким образом, при задании приоритета частных показателей используют следующие характеристики векторного показателя:

– ряд приоритета;
– вектор приоритета;
– вектор весовых коэффициентов.

Функция полезности в задаче векторной оптимизации.

Пусть $F_k=F(x_k)=(F_1^k,\ ...,\ F_m^k)$ и $F_l=F(x_l)=(F_1^l,\ ...,\ F_m^l)$ – значения векторного показателя качества $F=(F_1,\ ...,\ F_m)$ в точках $x_k$ и $x_l$, принадлежащих области компромисса $K_x$.

Согласно определению эффективности решения, векторные показатели $F_k$ и $F_l$ не удовлетворяют принципу доминирования и являются противоречивыми, т.е. $F_i^k \geq F_i^l$ для $i \in I_1$ и $F_j^k \leq F_{ji}^l$ для $j \in I_2$, где $I_1$ и $I_2 = \{1, 2, ..., m\}$, и $I_1 \neq 0$, $I_2 \neq 0$.

В этом случае выбор одного из векторных показателей $F_k$ и $F_l$ в качестве лучшего будет зависеть от индивидуальных предпочтений лица**,** принимающего решение.

Для отражения этого факта вводится бинарное отношение предпочтения $\succ$, которое позволяет проводить попарное сравнение противоречивых векторных показателей качества. Т.е. запись $F_k \succ F_l$ означает, что $F_k$ предпочтительнее (лучше), чем $F_l$. Если для лица, принимающего решения, оба показателя одинаково предпочтительны, то они считаются эквивалентными между собой: $F_k \sim F_l$.

Из отношения предпочтения между векторными показателями качества однозначно следует соответствующее отношение предпочтения для решений**,** оценками которых являются эти показатели, т.е. если

$$F_k \succ\sim F_l, \text{ то } x_k \succ\sim x_l, \qquad (*)$$

где знак $\succ\sim$ означает предпочтение или эквивалентность.

Введенное соотношение не отражает, на сколько полезнее один показатель другого. Для того, чтобы ответить на этот вопрос, от отношения индивидуального предпочтения $\succ\sim$ необходимо перейти к скалярной функции $U(F)$. Для нее справедливо условие: $U(F_k) \geq U(F_l)$ тогда и только тогда, когда $F_k \succ\sim F_l$.

Введя функцию полезности $U(F)$, мы каждому векторному показателю $F \in G_f$ можем поставить в соответствие число, отражающее численное значение полезности этого показателя, и можно провести упорядочение показателей.

Функция полезности $U(F)$ связывает между собой полезности частных показателей качества: $U(F) = U(U_1(F_1),..., U_m(F_m))$.

Применяя принципы оптимальности задачи скалярной оптимизации для функции полезности в силу условия $(*)$ можно найти эффективное решение $\tilde{x} \in K_x$, принимаемое за оптимально-компромиссное:

$$\max_{x \in K_x} U(F(x)) = \max_{x \in K_x} U(U_1(F_1(x)), ..., U_m(F_m(x))).$$

Решение задачи позволяет найти такую точку $\tilde{x} \in K_x$, что соответствующая ей векторная оценка $F(\tilde{x})$ будет иметь максимальное значение полезности, т.е. вектор $F(\tilde{x})$ будет предпочтительнее любого другого векторного показателя на области значений показателей $G_f$.

На вопрос о том, существует ли такая функция $U(F)$, которая отображает множество векторных показателей на действительную ось с выполнением условия (∗), отвечает теория полезности – «да!».

Кроме того, эта функция обладает **свойствами**:

1) $U(\alpha F_k + (1-\alpha)F_l) = \alpha U(F_k) + (1-\alpha)U(F_l),\ 0 \le \alpha \le 1$ – свойство линейности;

2) $V(F) = aU(F) + b,\ a > 0$ – свойство единственности с точностью до положительного линейного преобразования (т.е. различие между двумя функциями полезности определяется различием в начале отсчета и в единицах масштаба измерения).

Поскольку доказательство теоремы существования функции полезности не позволяет построить конкретную функцию $U(F)$, то на практике ее выбирают (из физических или других соображений) в виде непрерывной функции, сохраняющей порядок в области показателей $G_f$:

$$U(F(x)) = W(W_1(U_1(F_1(x))),\ ...,\ W_m(U_m(F_m(x)))),$$

где $W$ – монотонно возрастающая функция.

Процедура образования функции полезности называется свертыванием векторного показателя качества $F$.

Таким образом, функция полезности позволяет получить численное значение полезности этого показателя, что позволяет произвести упорядочивание показателей.

# 7. ПОСТРОЕНИЕ АБСТРАКТНОЙ СИСТЕМЫ ПО Ю. А. УРМАНЦЕВУ

Общая теория систем (ОТС) должна содержать ответы на следующие вопросы [5]: 1) что *должно* быть, 2) что *может* быть и 3) чего *быть не может* для любых систем.

В качестве критериев правильности построения ОТС выбраны критерии полноты, независимости, непротиворечивости; в качестве критерия истинности – критерий согласия с реальными системами [5].

Предлагаемая ОТС – это теория с аксиоматическими предпосылками, четко выявленными, но не сформулированными еще в виде аксиом [5].

В качестве основных предпосылок ОТС, что необходимо и достаточно для построения систем любого рода (материальных и(или) идеальных), выбраны пять аксиоматических условий [5]:

1) существование,
2) множество объектов,
3) единое,
4) единство,
5) достаточность.

Условие (1) существование – фундаментальная характеристика системы. Существование характеризуется через его формы. Поэтому условие (1) рассматривается либо как пространство, либо как время, либо как движение, либо как различные комбинации из этих трех форм – по две и по три [5].

Условие (2) – это множество самых различных объектов. Фактически – это Мир как он дан еще до какой-либо систематизации его объектов [5].

Условие (3) – единое – это некоторое одинаковое для всех композиций данной системы свойство или признак; логически – это основание классификации [5]. В дальнейшем такие признаки называются $A_i$-признаками. Необходимость учета условия (3) также возникает при построении системы: данную – $i$-ю – систему приходится строить лишь из объектов, обладающих $A_i$-признаками [5].

Условие (4) – единство – понимается двояко: с одной стороны – как такое отношение между определенными объектами, благодаря которому возникают новые для них и всей их совокупности свойства – аддитивные, неаддитивные, аддитивно-неаддитивные; с другой стороны – как отдельный объект [5].

Условие (5) – достаточность. Оно здесь понимается в том самом смысле, когда говорят о необходимости достаточного количества материала для сооружения чего-либо [5].

Под абстрактной системой понимают такую систему, по отношению к которой все остальные системы – те или иные ее интерпретации или конкретные ее реализации [5].

Основываясь на предпосылках (1) – (5), рассмотрим алгоритм построения абстрактной системы.

В самом общем виде это построение свелось [5]:

1) к отбору из универсума $M$ по некоторому единому основанию $A_i^{(0)}$, определенной совокупности объектов – $M_i^{(0)}$;

2) к наложению на последние определенных отношений единства $R_i^{(1)}$ и к образованию благодаря этому по закону $Z_i^{(1)}$ множества композиций $M_i^{(1)}$;

3) к такому изменению композиций множества $M_i^{(1)}$ и к такому выводу согласно отношениям $R_i^{(2)}$, $R_i^{(3)},...,$ $R_i^{(s+1)}$ и законам композиции $Z_i^{(2)}, Z_i^{(3)}, \ldots, Z_i^{(s+1)}$ множеств композиций $M_i^{(2)}, M_i^{(3)}, \ldots, M_i^{(s+1)}$ при которых композиции всех этих множеств оказываются построенными из элементов одного и того же множества $M_i^{(0)}$;

4) к выводу всех возможных для данных $A_i^{(j)}$, $R_i^{(j)}$, $Z_i^{(j)}$ множества объектов $M_i$, или системы $S_i = \left\{M_i^{(0)}, M_i^{(1)}, ..., M_i^{(s+1)}\right\}$.

Образуем [5] прежде всего комбинацию (1) (2) – существование множества объектов и далее (1) (3) (2) – существование единого множества объектов. Последнему размещению отвечают находимые как в объективной, так и в субъективной реальности специфические подмножества объектов – $M_i^{(0)}$, выделенные согласно признакам $A_i$ по законам $Z_i^{(0)}$ из существующего (бесконечного) множества объектов (Мира), т.е. из $M$. Таким образом, любое из $M_i^{(0)}$ равно или содержится в $M$. $M : M_i^{(0)} \subseteq M$ . Мощность каждого из $M_i^{(0)}$ есть $p_i^{(0)}$, число различных видов их объектов – $a_i^{(0)}$.

Комбинация (1) (4) (3) (2) означает «существование единства единого множества объектов». Эта комбинация означает, что выделенные по $A_i$ признакам объекты каждого существующего специфического множества объектов $M_i^{(0)}$ находятся в известных – $i$-х – отношениях единства [5].

Комбинация (1) (4) (3) (2) означает и существование нового объекта, ибо единство существующего единого множества объектов – это новый объект. Наконец, учтем, что отношения единства, где бы они ни возникали, – в природе и(или) в уме человека – должны подчиняться требованиям определенных законов [5].

В силу указанного [5]:

1) все объекты, возникающие благодаря отношениям единства из ряда объектов $M_i^{(0)}$ – композиции, или $k_i^{(j)}$;

2) участвующие в образовании $k_i^{(j)}$ объекты из $M_i^{(0)}$ – первичные элементы;

3) $M_i^{(0)}$ – $i$-е множества первичных элементов;

4) законы единения – законы композиции, или $Z_i^{(j)}$.

Все композиции, первичные элементы которых принадлежат к одному и тому же множеству первичных элементов $M_i^{(0)}$, могут иметь троякое происхождение – непосредственное, опосредствованное, то и другое. Остановимся на первом из них.

Обозначим [5] множество композиций, которые могут возникнуть непосредственно из тех или иных первичных элементов данного множества $M_1^{(0)}$

через $M_1^{(1)}$, общее число таких композиций (мощность) – через $p_1^{(1)}$, законы их композиции – через $Z_1^{(1)}$.

Если множество $M_1^{(1)}$ – не пустое, то оно могло возникнуть [5]:

а) сразу из всех $p_1^{(0)}$ элементов или

б) из различных – $l_1$ – частей $M_1^{(0)}$;

в) одним или

г) многими – $\mu_1$ – способами.

При варианте а), в) $p_1^{(1)} = 1$;

а), г) $p_1^{(1)} = \mu_1$;

б), в) $p_1^{(1)} = l_1$;

б), г) $p_1^{(1)} = l_1\mu_1$.

Последний способ [5] содержит в виде частных случаев все предыдущие. Для дальнейшего в целях наибольшей общности мы обязаны считать, что $p_1^{(1)} = l_1\mu_1 \geq 0$ и $M_1^{(1)}$ определяется не одним, а множеством различных законов композиции $\{Z_1^{(1)}\}$.

Комбинация (1) (4) (3) (2) означает и «существование единства единого множества объектов». Если $p_1^{(1)} \neq 0$, то по отношению к любым $k_j$ из $M_1^{(1)}$ – их существование по меньшей мере означает, что они изменчивы. Но изменение $k_j$ из $M_1^{(1)}$ приведет к возникновению $q$ ($q \geq 0$) композиций $\kappa'$. Переходим к рассмотрению и опосредствованных вариантов происхождения композиций [5].

С точки зрения первичных элементов здесь могут быть следующие случаи [5]:

1. Первичные элементы каждого из $q$ композиций $\kappa'$ принадлежат $M_1^{(0)}$.

2. Первичные элементы ни одного из $q$ композиций $\kappa'$ не принадлежат $M_1^{(0)}$.

3. Первичные элементы $q_1$ композиций $\kappa'$ принадлежат $M_1^{(0)}$, а $(q - q_1)$ – не принадлежат $M_1^{(0)}$.

Последний случай – наиболее общий:

когда $q_1 = q$, то $q - q_1 = 0$ и мы имеем случай 1;

когда $q_1 = 0$, то $q - 0 = q$ и имеем случай 2;

когда же $q > q_1 \geq 1$, то $q - q_1 \neq 0$ или $q$ и имеем случай 3.

Поэтому в дальнейшем мы будем исходить из варианта 3.

Образуем [5] из $q_1$ $(q > q_1 \geq 1)$ композиций $\kappa'$, первичные элементы которых принадлежат $M_1^{(0)}$ множество *M*. Тогда по отношению к $M_1^{(1)}$ оно может находиться в следующих трех отношениях (знаки $\subseteq$, $\cap$, $\varnothing$, $\in cz$, как всегда, означают соответственно «содержит или равно», «пересечение», «нуль–множество», «принадлежит»),

а) $M \subseteq M_1^{(1)}$,

б) $M \cap M_1^{(1)} = \varnothing$,

в) $M \cap M_1^{(1)} \neq \varnothing$.

Из предыдущего понятно, что варианты а), б) – частные случаи в). Для нас здесь важны лишь те $\kappa'$, которые не принадлежат пересечению *M* и $M_1^{(1)}$ и, стало быть, являются новыми композициями. Образуем из таких новых $\kappa'$ подмножество $M_1^{(2)'}$, а его мощность обозначим символом $p_1^{(2)'}$.

Понятно, что $k' \in M_1^{(2)'}$ возникли изменением $k \in M_1^{(1)}$, согласно законам композиции множества $\{Z_1^{(2)'}\}$.

Композиции [5], обладающие такими же характеристиками, что и $\kappa'$ (обозначим их через *κ»*), могли возникнуть и другими путями.

Пусть множество таких композиций $\kappa''$ суть $M_1^{(2)''}$, мощность этого множества – $p_1^{(2)''}$, законы композиции – $\{Z_1^{(2)''}\}$. Тогда, объединяя множества $M_1^{(2)'}$ и $M_1^{(2)''}$ получим новое множество композиций $M_1^{(2)}$ с мощностью $p_1^{(2)}$, законом композиции $Z_1^{(2)}$, с множеством определенных на $M_1^{(2)}$ законов композиции $\{Z_1^{(2)}\}$ [5].

Повторяя аналогичные рассуждения, мы придем к возможности существования $M_1^{(3)}$, $M_1^{(4)}$, $M_1^{(5)}$, …, $M_1^{(s)}$ множеств композиций. Причем ни одно из них не будет содержать общих композиций и, следовательно, пересечение всех этих множеств друг с другом будет равно нуль-множеству: $\bigcap_{i=1}^{s} M_1^{(i)} = \varnothing$ (Требование, чтобы $\bigcap_{i=1}^{s} M_1^{(i)} = \varnothing$ – очень сильное. Сейчас мы исходим из более слабого требования – того, чтобы в общем случае $\bigcap_{i=1}^{s} M_1^{(i)} \neq \varnothing$. При этом принципиальные предложения ОТС остались неизменными), их мощности будут равны соответственно $p_1^{(1)}$, $p_1^{(2)}$, $p_1^{(3)}$, …, $p_1^{(s)}$, числа различных сортов их композиций – $a_1^{(1)}$, $a_1^{(2)}$, $a_1^{(3)}$, …, $a_1^{(s)}$; их законами композиции будут $Z_1^{(1)}$, $Z_1^{(2)}$, $Z_1^{(3)}$, …, $Z_1^{(s)}$, а сами множества определенных на подмножествах законов будут $\{Z_1^{(1)}\}$, $\{Z_1^{(2)}\}$, $\{Z_1^{(3)}\}$, …, $\{Z_1^{(s)}\}$.

Замечание 2 [5].

Возникновение $M_1^{(i)}$ ($i$ = 1, 2, 3, ..., $s$) множеств возможно в том и только в том случае, когда при преобразовании композиций одних множеств в композиции других множеств изменяются [5]:

1) только состав,
2) только отношения,
3) состав и отношения,
4) сами первичные элементы – друг в друга (вне или в сочетании с предыдущими случаями).

Отсюда следует, что в множествах композиций, отвечающих условиям (1) – (4), могут реализоваться явления [5]:

1) одно- или (и) двусторонних превращений (преобразований) одних композиций в другие;

2) прибавления и возникновения композиций с увеличенным числом элементов;

3) вычитания и возникновения композиций с уменьшенным числом элементов;

4) обмена – вычитания и прибавления – элементов;

5) одно- или (и) двусторонних превращений одних первичных элементов в другие.

В процессах прибавления, вычитания, обмена (замещения), превращения могут участвовать один и более элементов.

До сих пор не анализировали те композиции, которые могли возникнуть из тех или иных композиций $M_1^{(i)}$ ($i$ = 1, 2, 3, ..., $s$) благодаря изменению всех или части их первичных элементов. В целях наибольшей общности теории возможность образования таких композиций, которые по своим первичным элементам не принадлежат к $M_1^{(0)}$ необходимо допустить [5].

Обозначим множество всех таких композиций через $E$. Изменение некоторых или всех композиций из $E$ и любых других множеств (кроме $M_1^{(i)}$) в принципе также может привести к образованию таких композиций, которые по своим первичным элементам могут принадлежать к $M_1^{(0)}$ и которые тем не менее могут не принадлежать ни к одному из $s$ предыдущих множеств (в случае их принадлежности $M_1^{(i)}$) это может привести лишь к изменению мощности этих множеств). Более того, изменение таких $k \notin M_1^{(i)}$ может породить новое множество множеств композиций. Обозначим множество множеств всех таких $k \notin M_1^{(i)}$ – независимо от способа их происхождения – через $M_1^{(s+1)}$, его мощность – через $p^{(s+1)}$ закон композиции – через $Z_1^{(s+1)}$ [5].

Проведенный анализ важен и с другой стороны. Из него следует, что с точки зрения «входа» и «выхода» для композиций возможны множества следующих четырех типов [5]:

1) без входа и выхода;

2) со входом, но без выхода;

3) с выходом, но без входа;

4) со входом и выходом.

Множества композиций: типа 1 – закрытое, 2 и 3 – односторонне, 4 – двусторонне открытое. Не трудно указать и на модели таких множеств: таковы в астрономии различные «миры», способные или неспособные к одно- или (и) двустороннему обмену информацией; в термодинамике – физико-химические системы, неспособные или в той или иной мере способные к обмену со средой веществом и энергией; в алгебре – замкнутые и так или иначе открытые по отношению к данным законам композиции множества; в кибернетике – различные «ящики».

В итоге мы видим, что в общем случае любое $i$-е множество $M_i$ композиций гетерогенно, так как [5]:

1) $M_i$ есть множество множеств – $M_i = \{M_i^{(0)}, M_i^{(1)}, M_i^{(2)}, ..., M_i^{(s+1)}\}$ – одинаковых по их принадлежности с точки зрения первичных элементов к $M_i^{(0)}$, но различных по их генезису. И в силу того, что $\bigcap_{j=1}^{s+1} M_i^{(j)} = \varnothing$ объединение всех этих подмножеств равно $M_i' : \bigcup_{l=0}^{\varepsilon+1} M_i^{(j)}$;

2) мощность $M_i$-го множества $m_i = \sum_{j=0}^{s+1} p_i^{(j)}$;

3) закон композиции $Z_i$ множества $k \in M_i$ выражается множеством множеств законов композиций $\{\{Z_1^{(0)}\}, \{Z_1^{(1)}\}, \{Z_1^{(2)}\}, \ldots, \{Z_1^{(s+1)}\}\}$.

В целях наибольшей общности [5] можно принять, что $\{Z_i^{(j)}\}$ пересекаются, т.е. $\bigcap_{j=0}^{s+1} Z^{(j)} \neq \varnothing$. В частности, может быть, что все $\{Z_i^{(j)}\}$ одинаковы, область их пересечения равна $\bigcap_{j=0}^{s+1} Z^{(j)} = \{Z_i^{(j)}\} = Z_i$; или все $\{Z_i^{(j)}\}$ различны и область их пересечения равна $\bigcap_{j=0}^{s+1} Z^{(j)} = \varnothing$ и тогда $\{Z_i\} = \bigcup_{j=0}^{s+1} \{Z_i^{(j)}\}$.

Построение абстрактной системы закончено.

Система $S$ – это $i$-е множество композиций $M_i$, построенное по отношению $R_i$ закону композиции $Z_i$ из первичных элементов множества $M_i^{(0)}$ выделенных по основанию $A_i^{(0)}$ из множества $M$ [5].

Из данного итога следует, что в общем случае на системе $S_i$, реализуется не одно, а множество оснований $A_i^{(j)}$, отношений $R_i^{(j)}$ и законов композиции $Z_i^{(j)}$.

Когда множество законов композиции пустое, т.е. $\{Z_i\} = \varnothing$, то мы придем к определению системы $S_i$, основанному только на $A_i$ и $R_i$ (типа Месаровича и Уемова). Принимая же во внимание случай, когда и множество отношений пустое, т.е. и $\{Z_i\} = \varnothing$ и $\{R_i\} = \varnothing$ , мы придем к определению системы $S_i$ основанному на одном лишь основании $A_i^{(0)}$ (например, типа Холла и Фейджина).

Таким образом, приведенное определение системы содержит в виде частных случаев все определения системы, данные до сих пор. Конечно, формально систему можно задавать не только 1, 2, 3, но и $n$ признаками [5].

В таком случае разумно различать соответственно числу признаков системы 1-й, 2-й, ..., $n$-й «степеней», т.е. $S_i^{(1)}$, $S_i^{(2)}$, …, $S_i^{(n)}$. Здесь «степени» (1), (2), ..., ($n$) информируют, во-первых, о роде абстрактной системы, во-вторых, о той величине, с какой определена системность на данном множестве объектов, в-третьих, о действительной значимости работ и тех авторов, которые имели дело с системами родов $S_i^{(1)}$ и $S_i^{(2)}$ [5].

# 8. УПРАВЛЕНИЕ В СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ

Управление в сложных системах принципиально отличается от традиционного представления об управлении, в частности, от того, что принято называть «оптимальным управлением» (точнее – «программным управлением»), т.е. переводом системы в желаемое состояние по некоторому оптимальному пути. Это и очевидно: сложные системы слабопредсказуемы, определить как желаемое, так и практически достижимое состояние невозможно, тем более невозможно выбрать и навязать системе «оптимальный» путь перехода, поскольку морфология и функциональная деятельность системы не взаимоопределимы.

Теория программного управления может иметь весьма частное, скорее, ориентировочное применение, к тому же сбор входных данных для ее использования сложен и не всегда осуществим. Поэтому управление развитием живых организмов, селекция, охрана среды, восстановление экологических нарушений, управление производством, обучение и воспитание, управление войсками и подготовкой военных контингентов, международная и внутренняя политика, социально-политические преобразования – все это области, в которых понятие «управление» имеет совершенно иной смысл и содержание нежели то, которое соответствует классическим представлениям.

По содержанию и механизму действия управление сложными системами, в том числе самоуправление, наиболее близко к физиологическим процессам возбуждения и торможения, иначе говоря – внешнего или внутреннего стимулирования. Прямые и обратные связи, все виды и формы воздействия – не более чем стимулы, возбуждающие или тормозящие внутрисистемные процессы, ход и последствия которых в основном определяются самой системой.

Проблема управления сложными системами состоит в исследовании влияния возбуждающих и тормозящих стимулов на поведение системы и конечный результат, и в использовании стимулирования для достижения требуемой эффективности системы. Возбуждение может перейти в торможение и наоборот при изменении уровня стимула и состояния системы, поэтому априорная оценка характера воздействия затруднительна. Управление должно достигаться ценой относительно малого энергоресурса. Типичным в этом смысле является информационное управление, при котором энергоресурс управления незначителен по сравнению с энергоресурсом управляемой системы. Сложная система не только обладает большим энергоресурсом, но и большой динамической инерционностью.

Сформулируем общую задачу управления в следующем виде:

$$\frac{dY(t)}{dt} = \Phi(t,\, Y(t)),\, Y(t-\tau),$$

$$\int_{-\infty}^{t-\tau} Y(s-\sigma_1)dG_1((s,\, t),\, t) \ldots \int_{-\infty}^{t-\tau} Y(s-\sigma_k)dG_k((s,\, t),\, t),\, u(t,\, \tau_u),\, \nu(t,\, \tau_\nu)),$$

$$Y(t) = \Psi(t) \quad \text{при} \quad r_0 - \tau_{\max} \le t \le t_0,$$

где $G_i$ – известные функции; $u(t,\, \tau_u) \subset U$ – управление; $U$ – область возможных и допустимых управлений; $\nu(t,\, \tau_\nu) \subset V$ – воздействие среды; $V$ – область возможных воздействий; $\tau_u$, $\tau_\nu$, $\sigma_i$ – запаздывание.

Требуется найти управление $\hat{u}(t,\, \hat{\tau}_u)$, обеспечивающее высокую эффективность системы в условиях воздействия среды – детерминированного или случайного

$$Э = Э(Y(t),\, T,\, W), \quad \hat{u}(t,\, \hat{\tau}_u), \quad \nu(t,\, \tau_\nu) \ge Э^*.$$

Реальная возможность управления состоит в том, чтобы, влияя на внутрисистемные процессы, стимулировать их в направлении определенной ориентации на поведение системы, близкое к желаемому. Влияние среды может быть случайным, содействующим и противодействующим, при формировании $\hat{u}$ это учитывается.

Система считается управляемой, если

$$Э(Y(t),\, T,\, W) \ge Э^* \quad \text{при} \quad u(V) \subset U,\, P_u(u(t,\, \tau_u(t))) \le P^*,$$

$$\int_0^T P_u(t)dt = E_* << E_s,$$

где $P_u$ – мощность, потребная для реализации управления u при задержках $\tau_u$ (уменьшение задержки связано с увеличением энергетики управления); $E_s$ – энергоресурс системы; $P^*$, $E_*$ – допустимые значения мощности и энергии управления на интервале $T$.

Рассмотрим подробнее структуру (14.20). Значимость функций, входящих в Ф, неодинакова для системы различного класса: $Y(t)$ представляет собой состояние выходов системы к началу управления; $Y(t - \tau) \equiv \Psi(t - \tau)$

при $t_0 - \tau_{max} \le t \le t_0$ – поведение системы на интервале, предшествующем управлению;

$$\left\{\int_{-\infty}^{t-\tau} Y(s-\sigma_i)dG_1((s,t),t)\right\},$$

$$i=\overline{1,k},\ \{\sigma_i\}=\sigma$$

множество, определяющее типовые свойства системы, ее способность к управлению и внутренние тенденции, некоторую относительно стабильную (поскольку интегрирование ведется от $-\infty$) «доктрину» поведения и управляемости, ее внутреннюю мотивацию.

Управление и воздействие среды могут быть независимы, но могут быть и зависимы, если управляющая система располагает априорной информацией относительно $V$ или оценивает v на интервале $T$, а среда может иметь информацию относительно $U$ или оценивать u на интервале $T$.

Рассмотрим частные случаи.

1. Функция Φ такова, что влияние на τ на $\left\{\int_{\infty}^{t} Y(s)dG_1((s,t),t)\right\}$ пренебрежимо мало; в этом случае

$$\frac{dY(t)}{dt}=\Phi(t,\ Y(t),\ u(t,\ \tau_u),\ \nu(t,\ \tau_\nu)).$$

Если, кроме того, Φ – линейная функция, $\tau_u = 0$, $\nu = 0$,

$$dY/dt = AY + u + f(t).$$

Эта задача программного управления, характерная для технических систем, которая решается известными методами. Если $\nu \ne 0$,

$$dY/dt = AY + u + \nu + f(t).$$

управление в условиях содействия или противодействия. Если $f(t) = 0$ и

$$dY/dt = AY + u + \xi,$$

где ξ – случайная функция, то управление стохастическое.

2. Функция Φ слабо зависит от $\left\{\int_{0}^{t} Y(s)dG_i((s,t),t)\right\}$, $i=\overline{1,k}$; и в этом случае

$$dY(t)/dt = \Phi(t, Y(t), Y(t-\tau), u(t-\tau_u), \nu(t-\tau_\nu)),$$

управление не опирается на мотивацию, но существенно зависит от ситуации на интервале $[t-\tau, t]$. Это – ситуационное управление. При линейной функции $\Phi$ и $f(t) = 0$

$$dY(t)/dt = A_1Y(t) + A_2Y(t-\tau) + u(t-\tau_u) + \nu(t-\tau_\nu),$$

где $A_1$, $A_2$ – матрицы коэффициентов. Решение (если оно существует) достигается типовыми методами. Задачи ситуационного управления характерны для производственных систем.

3. Функция $\Phi$ линейная и от $t$ непосредственно не зависит; имеем

$$\frac{dY(t)}{dt} = A_1Y(t) + A_2Y(t-\tau) + \int_{-\infty}^{t-\tau} Y(t-\sigma_1)dG_1((s, t), t) + \ldots +$$

$$+ \int_{-\infty}^{t-\tau} Y(t-\sigma_k)dG_k((s, t), t) + u(t-\tau_u) + \nu(t-\tau_\nu)),$$

этот случай особенно характерен для нейтральной среды (случайной, либо по крайней мере независящей от $u$). Достижение высокой эффективности возможно только путем приспособления сложившихся на интервале $(-\infty, t-\tau)$ свойств системы к изменению ситуации, складывающейся на интервале $T$, т.е. путем адаптации системы, средством которой является управление. Это адаптивное управление, применяемое, если влияние доктринных традиций не очень сильно, во всяком случаи их можно перестроить на относительно коротком интервале.

4. $$\frac{dY(t)}{dt} = \Phi(t, Y(t)), Y(t-\tau), \int_{-\infty}^{t-\tau} Y(t-\sigma_1)dG_1((s, t), t), \ldots,$$

$$\int_{-\infty}^{t-\tau} Y(t-\sigma_k)dG_k((s, t), t) + u(t-\tau_u) + \nu(t-\tau_\nu)).$$

Строгое эффективное управление невозможно. Управление должно влиять на внутреннюю мотивацию системы, это достижимо, если мотивация системы известна (хотя бы частично). Оптимальных решений не существует. Управление рефлексивное.

Рефлексивное управление может оказаться эффективным, если его применять на интервале $T_u >> T$. В этом случае влияние $\tau$, $\sigma$ незначительно и

$$\frac{dY(t)}{dt} = \Phi(t, Y), \int_{-\infty}^{T_u} Y(t) dG_1((s, t), t), ..., \int_{T_u}^{t} Y(t) dG_k((s, t), t), ...,$$

$$\int_{T_u}^{t} Y(t) dG_{1u}((s, t), \; u(t, \tau_u)), ..., \int_{T_u}^{t} Y(t) dG_{ku}((s, t), u(t, \tau_u)), \nu(t, \tau_\nu).$$

Эффективность оценивается на интервале $T$. Управление изменяет на интервале $[t - T_u, t]$ мотивацию системы таким образом, что она начинает действовать в соответствии с намерениями управляющей системы

$$\frac{dY(t)}{dt} = \Phi_*(t, Y(t)), Y(t-\tau), \int_{t_*}^{t-\tau} Y(t-\sigma_1) dG_{*1}((s, t), t), ...,$$

$$\int_{t_*}^{t-\tau} Y(t-\sigma_k) dG_{*k}((s, t), t), u(t, \tau_u), \nu(t, \tau_\nu)).$$

5. $\Phi^* = \Phi^*(t^*, \tau^* \Phi)$, $G_i^* = G_i^*(u^*, \tau^*, G_i)$.

В результате управления $u^*$ на интервале $(t^* - \tau^*, T^*]$ функция Φ изменяется на $\Phi^*$, $G_i$ – на $G_i^*$ , преобразуется морфология системы. Это процесс формирования новой системы, начинающей свою деятельность в момент $t^*$ под действием 1) внутренних факторов, т.е. взаимодействия достигающих определенного уровня процессов, или 2) законсервированной и стимулируемой в момент $t_н = t^* - \tau^*$ программы, или 3) под действием внешних факторов (организация). В новой системе мотивация накапливается на интервале $(t^*, t - \tau)$ и действует новое управление $u(t, \tau_u)$.

Управление самоорганизацией или организацией состоит в 1) разрушении старой морфологии до уровня компонентов, которые требуются для новой системы и подлежать сохранению, 2) создания новой морфологии, 3) подготовке системы к восприятию управления $u(t, \tau_u)$, 4) блокировки неблагоприятного (в частности, мешающего самоорганизации) воздействия среды, по отношению к которой преобразующаяся система беззащитна.

# 9. ДВЕ ОБЩИЕ ТЕОРИИ СИСТЕМ. ИЕРАРХИЯ СИСТЕМ БОУЛДИНГА

В 1959 году в Кейсовском технологическом институте (Кливленд, шт. Огайо) был создан центр системных исследований, известный по сформированной там общей теории систем, названной по имени его руководителя М. Месаровича.

Фон Берталанфи ведет нас к изучению и сравнению систем, сложность которых определяется их *собственным отношением к информации,* а также уровнем сложности языка, на котором эти системы представимы и наблюдаемы.

Теория систем по М. Месаровичу ведет по испытанному математическому пути создания теорий и аппаратов, обеспечивающих моделирование объектов, сложность которых определяется количеством составных частей и видом их математического описания.

Итак, фактически существуют два подхода, две общие теории систем (ОТС) – по М. Месаровичу и по фон Берталанфи.

Первая из них изначально ориентирована *на создание теоретического фундамента «частных теорий»* и развивается в сторону систем с характеристиками интеллектуальности путем рассмотрения кибернетики как собирательного направления, моделирующего живое в машине.

Вторая является *программой исследований незамкнутых систем, направленной на поиск методов доказательства существования определенных черт живого в системах, начиная с некоторого уровня их системной сложности.*

Согласно М. Месаровичу, ОТС должна быть настолько общей, чтобы могла охватить многие уже существующие теории, касающиеся в том или ином разрезе теории систем. Как частные случаи из ОТС должны выводиться, например, теория динамических систем, теория конечных автоматов, теория алгоритмов и т.д. При этом научные основания ОТС должны быть настолько фундаментальны, чтобы ее выводы имели практическую ценность при изучении конкретных систем, встречающихся в жизни.

Термин «общая» здесь означает, что ОТС имеет дедуктивный характер и объединяет другие теории – те, которые изучают системы в целом, и те, которые рассматривают поведение систем (теорию управления, адаптации, самоорганизации и т.п.). Используемые в ОТС уровни абстрактного описания систем используются как разъяснение термина «система».

Для этого предлагается использование наиболее абстрактных областей математики: теории множеств, общей топологии, абстрактной алгебры и т.д. Термин «теория» по М. Месаровичу определяется в духе работ по математической логике и основаниям математики, в которых для его введения предварительно дается понятие о классе элементарных высказываний – $P$. Тогда «теория» определяется как подкласс $(\mathrm{T} \subseteq \mathrm{P})$ высказываний, которые считаются истинными.

Для ОТС полагается возможным установить истинность высказывания либо экспериментально, либо на основании некоторого набора аксиом. Но, несмотря даже на такое допущение, ее прикладной вариант пока не создан, да и вряд ли возможен, ибо ОТС по М. Месаровичу – сугубо теоретический аппарат для создания теорий.

Согласно работам фон Берталанфи, ОТС представляется как теория описания любых систем, где на первом месте стоит иерархическая классификация систем и далее, каждый уровень иерархии анализируется с использованием того аппарата, той степени абстракции, которые допустимы на данном уровне системной сложности для достижения конкретной цели текущего исследования.

По фон Берталанфи в научном анализе систем выделяют три этапа. На первом этапе рассматривается «организованная простота» (механика), на втором – «беспорядочная сложность» (статистическая физика), на третьем – «организованная сложность».

В конечном итоге общими усилиями разных групп ученых были сформированы две трактовки для ОТС.

Первая из них именуется «ОТС в широком смысле» и охватывает собой все необходимые и возможные дисциплины, имеющие отношение к анализу и синтезу систем.

Вторая трактовка «ОТС в узком понимании» в известной степени обобщает различные подходы к ОТС. Она получила название «абстрактной теории систем» (АТС).

АТС по М. Месаровичу ориентирует нас на абстрагирование для моделирования систем с характеристиками интеллектуальности на уровне аппарата кибернетики, направленного на *обеспечение моделирования живого в машине*, на использование «подходящего» уровня абстракции.

АТС по фон Берталанфи ориентирует нас не на «подходящий» для данного исследования уровень абстракции, а на использование для представления и изучения системы языка, обеспечивающего ее максимальную наблюдаемость.

Над прикладным развитием понятий ОТС по фон Берталанфи успешно работал К. Боулдинг []. Его важнейшей заслугой является формирование некоторой условной *порядковой шкалы сложности систем,* на которую они проецируются по признаку их *отношения к потокам входной информации.*

В сокращенном виде эта шкала (классификация) представлялась К. Боулдингу следующим образом:

1. Первый уровень – *уровень статической структуры.* Описание этой структуры служит началом систематизированных теоретических знаний, так как невозможно создать точную функциональную или динамическую теорию, не имея достоверного описания статических взаимоотношений. Это уровень статических систем, существование которых *не предопределяется потоками информации.*

2. Второй уровень иерархии систем представляет собой *уровень простой динамической системы* с предопределенными, обязательными движениями. Он может быть назван уровнем «часового механизма». Большая часть теоретических положений в физике, химии и ряде других наук относятся к этой категории. Это уровень динамических систем, существование которых *не связано с переработкой потоков информации.*

3. Третьим является уровень механизма управления или, другими словами, *системы с управляемыми циклами обратной связи*, причем его можно назвать уровнем «термостата». Он отличается от простой системы устойчивого равновесия главным образом тем свойством, что *передача и анализ информации составляют существенную часть системы.* Это простейший из всех уровней систем, существующих в мире, где информационные потоки и их переработка могут влиять на систему.

4. Четвертый уровень – «открытая система», самосохраняющаяся структура. Первое упоминание в классификации К. Боулдинга самосохраняющейся структуры, как характеристики, связанной с информацией, относится к «надкибернетическому» уровню. Это уровень, на котором живое начинает отличаться от неживого, и он может быть назван уровнем «клетки». Это *уровень зарождения собственного отношения системы к входящей информации*, уровень промежуточный между пассивной и активной реакцией на входную информацию.

5. Пятый уровень можно назвать «генетически-общественным» или уровнем «растения». Здесь речь идет о *специфической форме реакции на возмущающую информацию,* присущую миру растений и связанную, например, с известными степенями приспособляемости и другими реакциями на внешние воздействия.

6. По мере движения в этой иерархии вверх постепенно достигаем нового уровня – уровня «животных», который характеризуется наличием подвижности, целенаправленным поведением и осведомленностью. Здесь *развиты специализированные приемники информации* (глаза, уши и т.д.), что приводит к значительному увеличению потока входной информации; кроме того, имеются развитые нервные системы, в конечном итоге приводящие к появлению мозга, который *формирует из воспринимаемой информации основные черты явления, или «образ».*

Чем выше организация индивидуума, тем заметнее становится то, что его поведение не является простым ответом на какое-то воздействие, а определяется «образом», или структурой знания, или окружающей обстановкой в целом... Трудности предсказания поведения этих систем возрастают из-за того, что *между воздействием и реакцией на него вклинивается образ.*

7. Следующий уровень рассматривает отдельного человека как систему и называется «человеческий». Кроме всех или почти всех характеристик «животных» систем человек обладает *самосознанием,* которое отличает его от простой осведомленности животного. Человеческое воображение помимо того, что оно сложнее, чем у высших животных, обладает свойством самоотражения – *человек не только знает, но и осознает, что он знает*. Это свойство тесно связано с явлениями языка и с использованием символов.

8. Общественные (социальные) институты составляют следующий уровень организации.

9. Чтобы завершить построение иерархии систем, необходимо добавить последний уровень – *трансцендентные системы.* Уровень интересен для прикладной теории интеллектуальных систем управления тем, что он указывает на *возможность существования некоторого еще более сложного класса систем* в том случае, если правомочно утверждение о возможности полного отрыва информации от физического носителя.

Для прикладной теории систем управления в классификации К. Боулдинга *основным моментом* является фактическое указание о необходимости упорядочения систем *по смыслу обработки характеризующих их входных информационных потоков*, т.е. по уровням восприятия, переработки и выдачи информации во внешний мир, а, следовательно, и по некоторой качественной оценке возможности обработки информации для каждого уровня.

Важен факт постепенного, внутри уровня и скачкообразного между уровнями, качественного изменения смысла восприятия и обработки информации, перехода от сигнального и контекстно-свободного к структурному и контекстно-зависимому анализу информации. Как следует из классификации К. Боулдинга, такие уровни целесообразно рассматривать и как отдельные виды систем и как их симбиозы.

Важнейшим моментом является выделение в иерархии систем более сложного уровня, чем третий – «кибернетический», для отдельного рассмотрения по параметру невозможности нахождения для них строгого математического описания.

*Классификация К. Боулдинга указывает на процесс непрерывного повышения значимости информационной составляющей по мере роста организационной и поведенческой сложности систем вплоть до трансцендентного уровня.*

В конечном счете, информация сама становится системой, начинает довлеть над системами низших уровней и, в некотором смысле, «информация начинает существовать самостоятельно».

# 10. СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И СИНТЕЗ

Методология представляет собой логическую основу проводимого исследования. В традиционном понимании методология – это учение о методе, включающем в себя анализ и синтез при изучении системы, историческое и логическое в ее развитии, общее и особенное при применении известных универсальных моделей, причину и следствие с точки зрения оценки «плюсов» и «минусов» принимаемых управленческих решений как в краткосрочной, так и в долгосрочной перспективе.

Вместе с тем в расширенном понимании методология представляет собой определение объекта и предмета исследования, формулировку цели и вытекающих из необходимости ее реализации исследовательских задач, предлагаемую систему понятий, модельные представления и логический аппарат исследования, разработку гипотезы, принципиальных схем, и концепции исследования, а также выбор комбинации средств и методов, позволяющих получать в заданный период времени достаточно точные содержательные аналитические оценки и прогнозы в развитии исследуемых процессов. Другими словами методология – это определенная логическая организация исследовательской деятельности человека, встроенного в различные управленческие системы.

Общая теория систем представляет собой научное направление, связанное с разработкой философских, методологических, конкретно-научных и прикладных проблем анализа и синтеза сложных систем произвольной природы.

Системный подход – направление методологии научного познания и социальной практики, в основе которого лежит рассмотрение объектов как систем.

Системный анализ представляет собой совокупность методологических средств, используемых при подготовке и принятии решений по сложным техническим, экономическим, социальным, военным и политическим проблемам.

Часто термины «системный анализ» и «системный подход» употребляются как синонимы.

Системотехника есть научное направление, охватывающее проектирование, создание, испытание и эксплуатацию сложных систем.

Системная инженерия, или системотехника – это научно-методологическая дисциплина, которая изучает вопросы проектирования, создания и эксплуатации структурно сложных, крупномасштабных, человеко-машинных и социотехнических систем, а также предлагает принципы, методы и средства их разработки.

Универсальная технология анализа представлена на рис. 10.1.

Виды системной деятельности и их характеристика представлены на рис. 10.2.

Системное исследование позволяет раскрыть целостность изучаемого объекта, выявить многообразные типы связей в нем и с окружающей средой, свести их в единую теоретическую картинку.

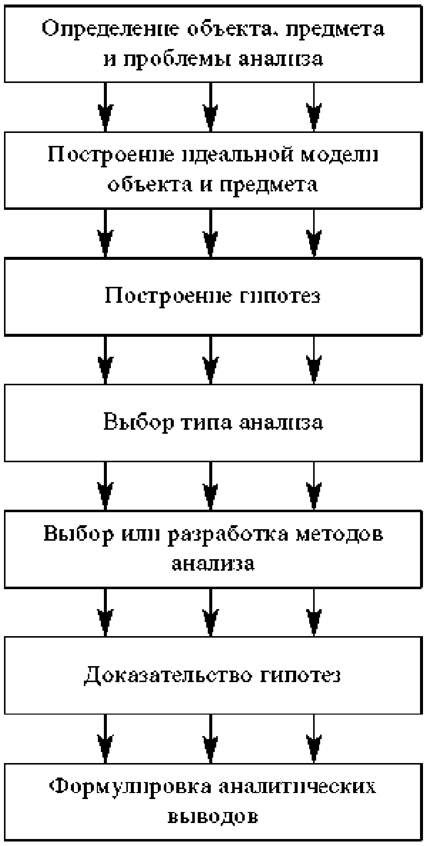



**Рис. 10.1. Универсальная технология анализа**

| Виды деятельности | Цель деятельности | Средства деятельности | Содержание деятельности |
|---|---|---|---|
| Системное познание | Получение знания | Знания, методы познания | Изучение объекта и его предмета |
| Системный анализ | Понимание проблемы | Информация, методы ее анализа | Рассмотрение проблемы посредством методов анализа |
| Системное моделирование | Создание модели системы | Методы моделирования | Построение формальной или натурной модели системы |
| Системное конструировани | Создание системы | Методы конструирования | Проектирование и опредмечивание системы |
| Системная диагностика | Диагноз системы | Методы диагностики | Выяснение отклонений от нормы в структуре и функциях системы |
| Системная оценка | Оценка системы | Теория и методы оценки | Получение оценки системы, ее значимости |

**Рис. 10.2. Виды системной деятельности и их характеристика**

Основные положения системного подхода:

1. Объектом исследования является сложная система.

2. Исследование системы производится с помощью ее математической модели, при этом широко используется ЭВМ, обычно в диалоговом режиме, для проведения машинного эксперимента. Многие задачи исследования решаются в рамках систем автоматизированного проектирования и систем автоматизации научных исследований.

3. Изучению подлежат основные свойства системы, например, устойчивость, управляемость, наблюдаемость, идентифицируемость и др. Эти свойства должны исследоваться в различных ситуациях, которые могут встречаться в процессе реальной эксплуатации.

4. При проведении исследований исходные данные и результаты измерений должны быть достоверными, выборки – представительными, термины и определения – однозначными и т.д.

5. Исследования проводятся как оптимизационные, т.е. задачи проектирования, эксплуатации, управления, контроля и др. формулируются и решаются как задачи оптимизации.

Возникновение методологии научного познания, в основе которого лежит исследование объектов как систем, привело к развитию системного подхода. Обычно в научной литературе понятие «системный подход» используется, когда хотят подчеркнуть значение комплексности, широты охвата изучаемого явления, проблемы. Системный подход требует рассмотрения проблемы в целом, с учетом всех факторов и возможностей, оказывающих влияние на проблему, а также учета как можно большего числа связей с тем, чтобы не упустить действительно важные. Существенным для системного подхода является понимание того, что система обладает таким свойством, как целостность, т.е. относительно окружающей среды система выступает как нечто единое. Поэтому методологическая специфика системного подхода заключается в ориентации проводимых исследований на раскрытие целостности изучаемой системы.

Несмотря на то, что системный подход не существует в виде строгой методологической концепции, т.е. в виде совокупности жестко связанных познавательных принципов можно выделить некоторые аспекты изучения систем, связанные в основном с их строением и функционированием: системно-элементный аспект предусматривает в качестве начального этапа исследования объекта (проблемы) как системы изучение его элементного состава; системно-структурный аспект предусматривает изучение разнотипных связей, объединяющих элементы в систему; системно-функциональный аспект связан с изучением поведения отдельных частей системы и рассмотрением функционирования системы в целом; системно-исторический аспект (аспект развития) предусматривает изучение системы с учетом ретроспективы ее развития.

Анализ указанных аспектов изучения объектов как систем позволяет представить общую схему исследований структуры и функционирования при системном подходе в следующем виде:

элементы → связи (структуры) → функционирование → развитие.

В практике управления сложными системами идеи системного подхода используются в методологических средствах системного анализа. В связи с этим системный анализ иногда употребляют как синоним системного подхода. Вместе с тем такое смешение понятий не совсем верно, так как системный анализ – понятие, связанное с совокупностью методологических средств, используемых для подготовки и принятия решений по сложным проблемам политического, военного, социального, экономического, научного и технического характера.

Методология системного анализа представляет собой довольно сложную и пеструю совокупность принципов, подходов, концепций и конкретных методов. Рассмотрим ее основные составляющие.

Под принципами понимаются основные, исходные положения, некоторые общие правила познавательной деятельности, которые указывают направление научного познания, но не дают указания на конкретную истину.

К важнейшим принципам системного анализа следует отнести принципы элементаризма, всеобщей связи, развития, целостности, системности, оптимальности, иерархии, формализации, нормативности и целеполагания. Системный анализ представляется объединением данных принципов. На рисунке 10.3 представлена их характеристика в аспекте системного анализа.

Методологические подходы в системном анализе объединяют совокупность сложившихся в практике аналитической деятельности приемов и способов реализации системной деятельности. Наиболее важными среди них выступают системный, структурно-функциональный, конструктивный, комплексный, ситуационный, инновационный, целевой, деятельностный, морфологический и программно-целевой подходы. Их характеристика представлена на рис. 10.4.

| **Принципы системного анализа** | **Характеристика** |
|---|---|
| ***Элементаризма*** | Система представляет собой совокупность взаимосвязных элементарных составляющих |
| ***Всеобщей связи*** | Система выступает как проявление универсального взаимодействия предметов и явлений |
| ***Развития*** | Системы находятся в развитии, проходят этапы возникновения, становления, зрелости и нисходящего развития |
| ***Целостности*** | Рассмотрение любого объекта, системы с точки зрения внутреннего единства, отделенности от окружающей среды |
| ***Системности*** | Рассмотрение объектов как системы, т.е. как целостности, которая не сводится к совокупности элементов и связей |
| ***Оптимальности*** | Любая система может быть приведена в состояние наилучшего ее функционирования с точки зрения некоторого критерия |
| ***Иерархии*** | Система представляет собой соподчиненное образование |
| ***Формализации*** | Любая система с большей или меньшей корректностью может быть представлена формальными моделями, в том числе формально-логическими, математическими, кибернетическими и др. |
| ***Нормативности*** | Любая система может быть понята только в том случае, если она будет сравниваться с некоторой нормативной системой |
| ***Целеполагания*** | Любая система стремится к определенному предпочтительному для него состоянию, выступающему в качестве цели системы |

**Рис. 10.3. Принципы системного анализа и их характеристика**

| Подходы в системном анализе | Характеристика подходов в системном анализе |
|---|---|
| *Системный* | Несводимость свойств целого к сумме свойств элементов<br>Поведение системы определяется как особенностями отдельных элементов, так и особенностями ее структуры<br>Существует зависимость между внутренними и внешними функциями системы<br>Система находится во взаимодействии с внешней средой, обладает соответствующей ей внутренней средой<br>Система представляет собой развивающуюся целостность |
| *Структурно-функциональный* | Выявление структуры (или функций) системы<br>Установление зависимости между структурой и функциями системы<br>Построение соответственно функций (или структуры) системы |
| *Конструктивный* | Реалистический анализ проблемы<br>Анализ всех возможных вариантов разрешения проблемы<br>Конструирование системы, действие по разрешению проблемы |
| *Комплексный* | Рассмотрение всех сторон, свойств, многообразия структур, функций системы, ее связей со средой<br>Рассмотрение их в единстве<br>Выяснение степени значимости взятых в единстве характеристик системы в ее сущности |
| *Проблемный* | Выделение проблемы как противоречия между какими-либо сторонами объекта, определяющими его развитие<br>Определение типа проблемы, ее оценка<br>Выработка способов разрешения проблемы |
| *Ситуационный* | Выделение проблемного комплекса, лежащего в основе ситуации<br>Выделение основных характеристик ситуации<br>Установление причин возникновения ситуация и следствий их развертывания<br>Оценка ситуации, её прогнозирование<br>Разработка программы деятельности в данной ситуации |
| *Инновационный* | Констатация проблемы обновления<br>Формирование модели нововведения, обеспечивающего разрешение проблемы<br>Внедрение нововведения<br>Управление нововведением, его освоение и реализация |
| **Нормативный** | Констатация проблемы системы<br>Установление рациональных норм системы<br>Преобразование системы в соответствии с нормами |
| **Целевой** | Определение цели системы<br>Декомпозиция цели на простые составляющие<br>Обоснование целей<br>Построение "дерева целей"<br>Оценка экспертами всех "ветвей" "дерева целей" относительно времени и ресурсов достижения |
| **Деятельностный** | Определение проблемы<br>Определение объекта деятельности<br>Формулировка целей и задач деятельности<br>Определение субъекта деятельности<br>Формирование модели деятельности<br>Осуществление деятельности |
| **Морфологический** | Максимально точное определение проблемы<br>Нахождение наибольшего числа в пределах всех возможных вариантов разрешения проблемы<br>Реализация системы путем комбинирования основных структурных элементов или признаков<br>Применение методов морфологического моделирования: систематического покрытия поля; отрицания и конструирования;<br>морфологического ящика; сопоставления совершенного с дефектным, обобщения и др. |
| **Программно-целевой** | Определение проблемы<br>Формулирование целей<br>Построение программы достижения целей |

**Рис. 10.4. Характеристика основных подходов в системном анализе**

Сам термин «системный анализ» используется для пояснения того, что в основе методологии лежит концепция систем, термин «анализ» указывает на характер процедуры обоснования решений, которая состоит в том, чтобы разбить проблему в целом на ее составляющие части и объединить частные решения в общие. Можно заметить, что в процессе проведения системного анализа методы анализа и синтеза тесно переплетаются.

Последовательность системного анализа по Ю. И. Черняку представлена на рис. 10.5.

| Этапы системного анализа | Научные инструменты системного анализа |
|---|---|
| 1 | 2 |
| *I. Анализ проблемы* | |
| Обнаружение<br>Точное формулирование<br>Анализ логической структуры<br>Анализ развития (в прошлом и будущем)<br>Определение внешних связей (с другими проблемами)<br>Выявление принципиальной разрешимости проблемы | Методы: сценариев, диагностический, "деревьев целей", экономического анализа |
| *II. Определение системы* | |
| Спецификация задачи<br>Определение позиции наблюдателя<br>Определение объекта<br>Выделение элементов (определение границ разбиения системы)<br>Определение подсистем<br>Определение среды | Методы: матричные, кибернетические модели |
| *III. Анализ структуры систем* | |
| Определение уровней иерархии<br>Определение аспектов и языков<br>Определение процессов функций<br>Определение и спецификация процессов управления и каналов информации<br>Спецификация подсистем<br>Спецификация процессов, функций текущей деятельности (рутинных) и развития (целевых) | Методы: диагностические, матричные, сетевые, морфологические, кибернетические модели |
| *IV. Формулирование общей цели и критерия системы* | |
| Определение целей, требований надсистемы<br>Определение целей и ограничений среды<br>Формулирование общей цели<br>Определение критерия<br>Декомпозиция целей и критериев по подсистемам<br>Композиция общего критерия из критериев подсистем | Методы: экспертных оценок ("Дельфи"), "деревьев целей", экономического анализа, морфологический, кибернетические модели, нормативные операционные модели (оптимизационные, имитационные, игровые) |
| *V. Декомпозиция цели, выявление потребностей в ресурсах и процессах* | |
| Формулирование целей: — верхнего ранга; текущих процессов; эффективности; развития<br>Формулирование внешних целей и ограничений<br>Выявление потребностей в ресурсах и процессах | Методы: "деревьев целей", сетевые, описательные модели, моделирования |
| *VI. Выявление ресурсов и процессов, композиция целей* | |
| Оценка существующих технологии и мощностей<br>Оценка современного состояния ресурсов<br>Оценка реализуемых и запланированных проектов<br>Оценка возможностей взаимодействия с другими систе мами<br>Оценка социальных факторов<br>Композиция целей | Методы: экспертных оценок ("Дельфи"), "деревьев целей", экономического анализа |
| *VII. Прогноз и анализ будущих условий* | |
| Анализ устойчивых тенденций развития системы<br>Прогноз развития и изменения среды<br>Предсказание появления новых факторов, оказывающих сильное влияние на развитие системы<br>Анализ ресурсов будущего<br>Комплексный анализ взаимодействия факторов будущего развития<br>Анализ возможных сдвигов целей и критериев | Методы: сценариев, экспертных оценок ("Дельфи"), "деревьев целей", сетевые, экономического анализа, статистический, описательные модели |

*а*)

**Рис. 10.5. Последовательность системного анализа по Ю. И. Черняку**

| | |
|---|---|
| ***VIII. Оценка целей и средств*** | |
| Вычисление оценок по критерию | Методы: экспертных оценок (“Дельфи”), экономического анализа, морфологический |
| Оценка взаимозависимости целей | |
| Оценка относительной важности целей | |
| Оценка дефицитности и стоимости ресурсов | |
| Оценка влияния внешних факторов | |
| Вычисление комплексных расчетных оценок | |
| ***IX. Отбор вариантов*** | |
| Анализ целей на совместимость и входимость | Методы: деревьев целей, матричные, экономического анализа, морфологический |
| Проверка целей на полноту | |
| Отсечение избыточных целей | |
| Планирование вариантов достижения отдельных целей | |
| Оценка и сравнение вариантов | |
| Совмещение комплекса взаимосвязанных вариантов | |
| ***X. Диагноз существующей системы*** | |
| Моделирование технологического и экономического процессов | Методы: диагностические, матричные, экономического анализа, кибернетические модели |
| Расчет потенциальной и фактической мощностей | |
| Анализ потерь мощности | |
| Выявление недостатков организации производства и управления | |
| Выявление и анализ мероприятий по совершенствованию | |
| ***XI. Построение комплексной программы развития*** | |
| Формулирование мероприятий, проектов и программ | Методы: матричные, сетевые, экономического анализа, описательные модели, нормативные операционные модели |
| Определение очередности целей и мероприятий по их достижению | |
| Распределение сфер деятельности | |
| Распределение сфер компетенции | |
| Разработка комплексного плана мероприятий в рамках ограничений по ресурсам во времени | |
| Распределение по ответственным организациям, руководителям и исполнителям | |
| ***XII. Проектирование организации для достижения целей*** | |
| Назначение целей организации | Методы: диагностические, “деревьев целей”, матричные, сетевые методы, кибернетические модели |
| Формулирование функций организации | |
| Проектирование организационной структуры | |
| Проектирование информационных механизмов | |
| Проектирование режимов работы | |
| Проектирование механизмов материального и морального стимулирования | |

*б*)

**Рис. 10.5. Окончание**

Системный подход объединяет естественно-научный метод, основанный на эксперименте, формальном выводе и количественной оценке, с умозрительным методом, опирающимся на образное восприятие окружающего мира и качественный синтез.

В исследовании любой проблемы можно выделить несколько главных проблем:

1. Выделение проблемы: учесть все, что нужно, и отбросить то, что не нужно.

2. Описание: выразить на едином языке разнородные по физической природе явления и факторы.

3. Установление критериев: определить, что значит «хорошо» и «плохо» для сравнения альтернатив.

4. Идеализация: ввести рациональную идеализацию проблемы, упростить ее до допустимого предела.

5. Декомпозиция: найти способ разделения целого на части, не теряя свойств целого.

6. Композиция: найти способ объединения частей в целое, не теряя свойств частей.

7. Решение: найти решение проблемы.

Традиционно эти подпроблемы (каждая из которых может быть, в свою очередь, разделена на аналогичные части) рассматриваются как этапы решения; предлагается осуществить их в той или иной, но строгой, последовательности и получить решение. Процедура может быть многократной, циклической, но обязательно поэтапной. Предполагается существование сходящегося алгоритма решения. Алгоритм состоит из указания последовательности и содержания процедур.

Системотехника принимает как количественные, так и качественные оценки, однако отказывается от традиции поэтапного решения и существования последовательного (вычислительного либо невычислительного) алгоритма решения. Системотехника исходит из того, что для сложных проблем такого алгоритма может не существовать, а человеческий разум предназначен для решения именно сложных проблем.

Системный подход состоит в многосвязанности процесса решения на основе развития ее составных частей. Подпроблемы рассматриваются совместно, во взаимосвязи и диалектическом единстве. Рассматривать подпроблемы изолированно и последовательно, в отрыве друг от друга и, следовательно, от среды (поскольку каждая из подпроблем является частью среды или другой подпроблемы) нерационально и неправильно. Раскрытие сущности проблемы возможно только посредством изучения диалектики взаимодействия подпроблем.

На рисунке 10.6 приведена схема системного подхода. Она содержит перечисленные подпроблемы, но решаются они не поочередно, а одновременно, при непрерывном взаимодействии составных частей. На первый взгляд решать семь подпроблем сразу труднее, чем поочередно, это и справедливо в том случае, если подпроблемы независимы. Если подпроблемы взаимозависимы, то придется искать для каждой множество решений, а затем подбирать такие, которые согласовывались бы между собой. Для большинства сложных проблем составляющие их подпроблемы имеют очень большое (если не бесчисленное) число решений, и процедура теряет смысл, так как приходится действовать наугад. При системном подходе, т.е. совместном решении подпроблем, они взаимно ограничивают области возможных решений, отсекая большинство неперспективных альтернатив. Это не только перспективно, но и экономно, так как упрощение может оказаться более значительным, чем усложнение за счет работы с семью подпроблемами.

В системотехнике – в определенном смысле – место теории заняла модель. Различие между теорией и моделью условно. Теория основана на небольшом числе аксиом либо законов (экспериментально доказанных фактов). Законы действуют как обязательные ограничения, выход за пределы которых недопустим. Следствием теории являются новые, ранее не известные факты, которые теория предсказывает.

Модель (в общеупотребительном значении термина) строится на основании эмпирических или предположительных данных, которые не являются ни законами, ни закономерностями, это формальное представление наблюдаемых реальных или воображаемых событий. Модель позволяет увязать воедино многочисленные процессы и проследить влияние различных условий, т.е. входных данных. Модель не имеет априорных ограничений. Общность и доверительность модели ниже, чем теории. Зато модель работает оперативнее теории.

Модель – самое эффективное средство упрощения. Простота дается дорогой ценой ограниченности: модель отражает не все, а только некоторые грани сущности, только определенные свойства объекта моделирования.

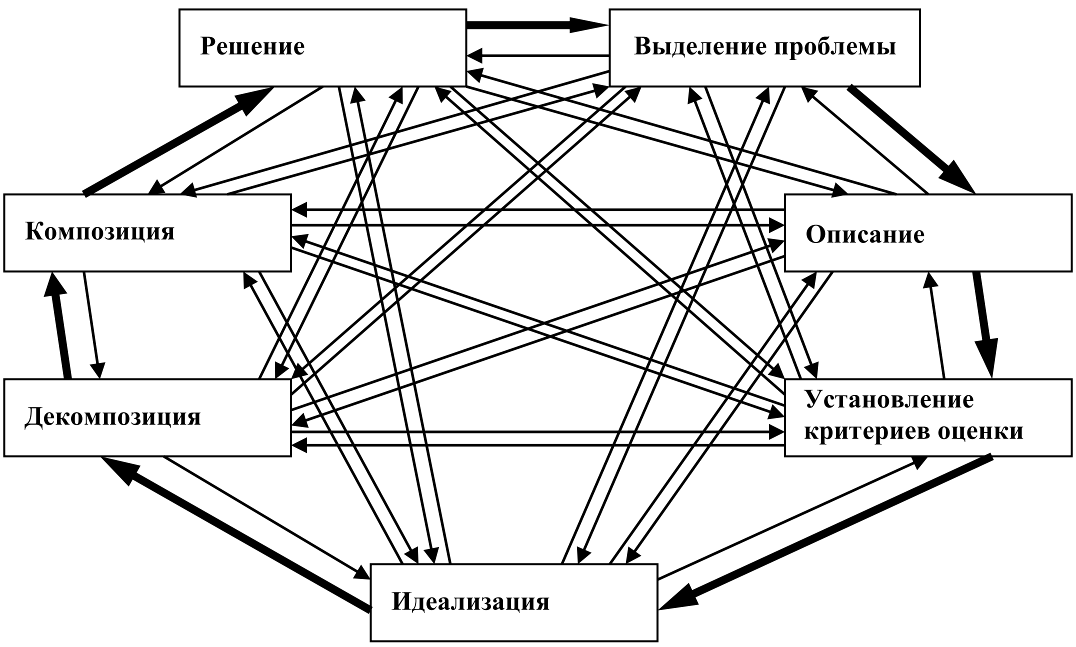



**Рис. 10.6. Схема системного подхода**

При рассмотрении процесса проектирования сложной технической системы можно выделить достаточно обобщенно следующие этапы: 1) внешнее проектирование (или концептуальное проектирование, макропроектирование) – это этап, связанный с обследованием объекта управления, конкретизацией целей и задач, которые должна решать система управления, выработкой основных концепций, принципов работы проектируемой системы и требований к основным характеристикам системы. На этом этапе система рассматривается на высоком уровне абстрагирования, использующем лингвистический и теоретико–множественный уровни описания системы; 2) формирование облика – этап, связанный с разработкой математических моделей проектируемой системы и генерированием множества альтернативных вариантов проектируемой системы, удовлетворяющих требованиям внешнего проектирования. Иногда этот этап разбивают на подэтапы: морфологического и функционального проектирования, т.е. на подэтапы выбора структуры системы и функций, которые будут выполнять отдельные звенья системы; 3) внутреннее проектирование – этап, связанный с реализацией элементов и подсистем проектируемой системы в виде конкретных технических устройств.

Рекомендуют следующие стадии создания систем: а) предпроектная, включающая в себя разработки технико-экономического обоснования системы (ТЭО) и технического задания (ТЗ); б) проектирования, включающая в себя разработки технического проекта (ТП) и рабочего проекта (РП); в) ввод в эксплуатацию, включающий в себя ввод в действие частей АТК; комплексную стыковку подсистем АТК и эксплуатацию.

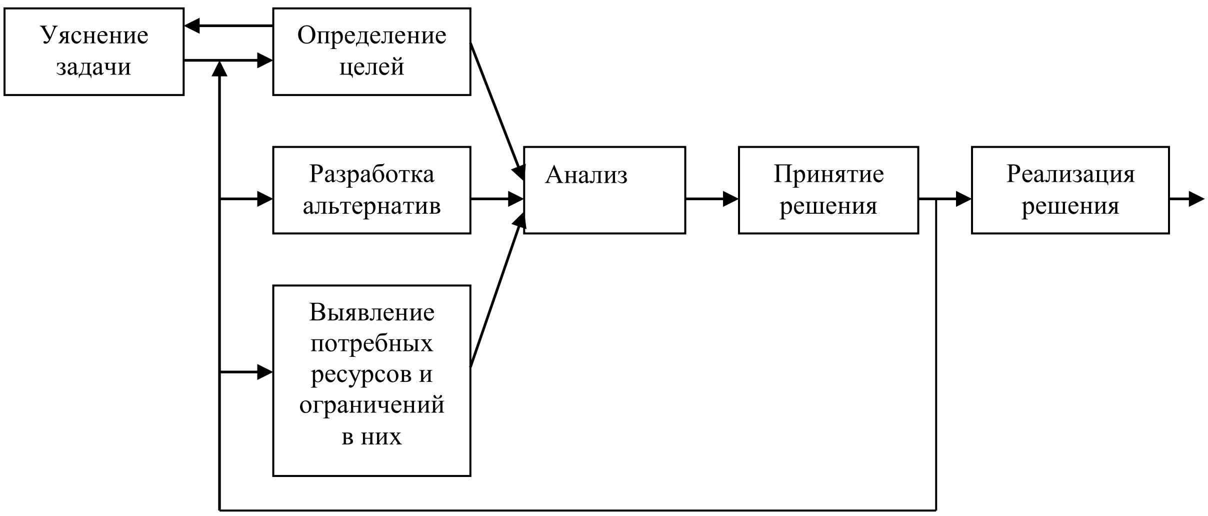



**Рис. 10.9. Связь между этапами системного анализа**

# 11. ПРИМЕРЫ СИНТЕЗА ДИНАМИКИ И ПОВЕДЕНИЯ СИСТЕМ

Рассмотрим обобщения ряда свойств динамических систем. Нас будет интересовать общая форма решения уравнения состояния, а также отдельные характеристики, которые можно получить из этих решений. Ограничимся в основном линейными системами. Интересны в основном дискретные системы.

Интереснее, чем линейность отображения $r$, оказывается тот факт, что его можно рассматривать как отображение, сохраняющее динамику. Для того чтобы установить это, мы должны прежде всего определить понятие динаморфизма как формализацию отображения, сохраняющего динамику.

Динаморфизмом из динамики $(X, A)$ в динамику $(X', A)$ называется линейное отображение $h: X \to X'$, сохраняющее динамику в том смысле, что диаграмма

$$\begin{tikzcd} X \arrow[r, "X"] \arrow[d, "h"'] & X \arrow[d, "h"] \\ X' \arrow[r, "A'"'] & X' \end{tikzcd}$$

коммутативна. Говоря, что диаграмма коммутативна, мы просто имеем в виду, что если имеются два различных пути из одной вершины в другую, то образы отображений, определяемых этими путями, должны быть одинаковы. В приведенной выше диаграмме имеется лишь одна такая пара путей

$$\begin{tikzcd} X \arrow[r, "A", "X"'] & X \arrow[d, "h"] \\ & X' \end{tikzcd} \quad и \quad \begin{tikzcd} X \arrow[d, "h"] & \\ X' \arrow[r] & X' \end{tikzcd}$$

и поэтому коммутативность означает, что $h(A(x)) = A'(h(x))$ для любого $x$ из $X$. Отметим, что размерности $X$ и $X'$ могут быть различными. Легко убедиться в том, что $r$ – динаморфизм.

Эту теорию можно обобщить, и языком подобного обобщения является теория категорий. Изложение основ теории категорий приводится ниже.

Категория Kat задается классом объектов, причем для любых двух объектов $V, W$ имеется множество $\mathrm{Kat}(V,W)$, которое называется множеством Kat-морфизмов из $V$ в $W$, и для любых трех объектов $V, W, Z$ существует отображение композиции:

$$\mathrm{Kat}(V, W) \times \mathrm{Kat}(W, Z) \to \mathrm{Kat}(V, Z) : \left(V \xrightarrow{f} W, W \xrightarrow{g} Z\right) \mapsto V \xrightarrow{gf} Z.$$

Для каждого объекта $V$ выделен единичный элемент $id_v$ множества Kat $(V, V)$. В описанной системе выполняются следующие аксиомы:

$$(fg)h = f(gh) \text{ для всех } V \xrightarrow{h} W,\ W \xrightarrow{g} Z,\ Z \xrightarrow{f} Y,$$

$$V \xrightarrow{id_V} V \xrightarrow{f} W = V \xrightarrow{f} W = V \xrightarrow{f} W \xrightarrow{id_W} W.$$

Стандартной называется категория Set, объекты которой – множества, а морфизмы – отображения. Множество $\mathrm{Set}(V,W)$ включает в себя все отображения из множества $V$ на множество $W$, при этом $id_V : V \to V : v \mapsto v$ есть, очевидно, тождественное отображение, а композиция морфизмов определяется как обычная композиция отображений: $(gf)(v) = g(f(v))$.

Пусть Kat – произвольная категория. Тогда динамикой системы в Kat является пара $(X, A)$, где $X$ – объект категории Kat, а $A : X \to X$ представляет собой Kat-морфизм. Морфизм динамик $g : (X, A) \to (X', A')$, называемый динаморфизмом, есть Kat-морфизм $g : X \to X'$, такой, что $A'g = gA$ в соответствии с диаграммой

$$\begin{tikzcd} X \arrow[r, "A"] \arrow[d, "g"'] & X \arrow[d, "g"] \\ X' \arrow[r, "A'"'] & X' \end{tikzcd}$$

Очевидно, что тождественное отображение $id_x : (X, A) \to (X, A)$ является динаморфизмом и что композиция динаморфизма $f : (X_1, A_1) \to (X_2, A_2)$ и динаморфизма $g : (X_2, A_2) \to (X_3, A_3)$ – тоже динаморфизм: $(gf)A_1 = g(fA_1) = g(A_2 f) = (gA_2) f = (A_3 g) f = A_3(gf).$ Это порождает категорию динамик системы в Kat, которую мы обозначим через Dyn(Kat); ее объекты – динамики системы, а морфизмы – динаморфизмы.

Системой в категории Kat называется четверка $S = (X, A, U, B),$ такая, что $(X, A)$ – динамика системы в Kat, а $B$ представляет собой Kat-морфизм вида $U \to X$ (входное отображение).

Покажем теперь, как можно определить достижимость для системы в категории Kat. Имеем два линейных преобразования:

$$u_0^n : U \to U^{**} : u(0) \mapsto (...0, ..., 0, u(0)),$$

$$z : U^{**} \to U^{**} : (..., u(j), ..., u(1), u(0) \mapsto (..., u(j-1), ..., u(0), 0),$$

которые обладают тем свойством, что для заданной пары линейных отображений $U \xrightarrow{B} X$ и $X \xrightarrow{A} X$ существует единственное линейное отображение $r : U^{**} \to X,$ такое, что диаграмма

$$\begin{tikzcd}
U \arrow[r, "u_0^n"] \arrow[dr, "B"'] & U^{**} \arrow[r] \arrow[d, "r"] & U^{**} \arrow[d, "r"] \\
& X \arrow[r] & U^{**}
\end{tikzcd}$$

коммутативна. Это отображение определяется соотношением

$$r\big(..., u(j), ..., u(1), u(1), u(0)\big) = \sum_{i \ge 0} A^j Bu(j).$$

Последнее справедливо в силу

$$r\big(..., u(j), ..., u(1), u(0)\big) = r\left(\sum_{i \ge 0} z^j u_0^n(u(j))\right) = \sum_{i \ge 0} r\big(z^j u_0^n(u(0))\big) = \sum_{i \ge 0} A^j r u_0^n(u(j))$$

(из прямоугольной части диаграммы) $= \sum_{i \ge 0} A^j Bu(j)$ (из треугольной части диаграммы).

Под (унитарным коммутативным) кольцом понимается множество $R$ с определенными на нем двумя бинарными операциями $+$ и $\cdot$, такими, что $(R,+)$ – абелева группа, в $R$ существует элемент 1, для которого $(R,\cdot,1)$ – моноид, а операция $\cdot$ дистрибутивна по отношению к $+$. Если еще потребовать, чтобы для всех элементов из R существовали элементы, обратные относительно операции $\cdot$, то такое кольцо будет полем. Пусть задана абелева группа $G$ и отображение $R\times G\to G:(\lambda,m)\mapsto\lambda m.$ Тогда получающаяся пара называется (левым) $R$-модулем, если она удовлетворяет аксиомам, которые превращают ее в векторное пространство над полем $R$:

$$\lambda(m+m')=\lambda m+\lambda m'; \quad (\lambda\mu)m=\lambda(\mu m) \text{ и т.д.}$$

Используя введенные обозначения, будем говорить, что для линейной системы множества $X$ и $U$ суть модули над одним и тем же кольцом $R$ и что отображения $A:X\to X,\ \ B:U\to X$ суть модульные гомоморфизмы. Обобщение конечномерных векторных пространств с помощью теории $R$-модулей не добавляет особых алгебраических трудностей в теорию линейных систем.

Для любого кольца $R$ можно образовать категорию $R$-Mod, объекты которой суть $R$-модули, а морфизмы – линейные отображения:

$$R\text{-}\mathrm{Mod}(V,W)=\left\{V\xrightarrow{\ h\ }W\mid h\right\}.\ (h\text{ – линейно}).$$

Композиция определяется обычным образом: $fg(v)=f(g(v)),$ а тождественное отображение как $id_v:V\to V, id_v(v)=v.$ Ясно, что последнее отображение линейно. Эта система удовлетворяет аксиомам теории категорий. Если $\Re$ – поле действительных чисел, то $\Re$-Mod есть просто категория Vect действительных векторных пространств и линейных отображений.

Более десяти лет назад Калман представил выражение для алгебраической структуры линейных динамических систем. В его подходе на основе теории модулей рассматриваются линейные системы, для которых пространства входных сигналов и состояний – конечномерные векторные пространства над полем $\Re$. Калман вводит $\Re$-гомоморфизмы $A\in Hom_{\Re}(X,X),\ \ B\in Hom_{\Re}(U,X)$ и рассматривает составной объект $(A,B),$ моделируемый уравнением

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k),$$

где $k \in Z$, $u(k) \in U$, $x(k) \in X$, $Z$ – множество целых чисел.

Еще более общие результаты можно получить на основе другого подхода: нечеткой категории при анализе уравнения состояния нечеткой системы.

Обобщением категории $\Re$-Mod является нечеткая категория $\Re$-MOD, объекты которой – действительные векторные пространства, и для любых двух векторных пространств *V*, *W* задается нечеткое отображение $\Re - \mathrm{Mod}(V, W) \to [0, 1]$.

Если $T$ – еще одно векторное пространство и если $u \in \Re\text{-}\mathrm{MOD}(V, W)$, $u' \in \Re\text{-}\mathrm{MOD}(W, T)$ то композиция $u' \cdot u \in \Re\text{-}\mathrm{MOD}(V, T)$ определяется отображением $\Re\text{-}\mathrm{Mod}(V, T) \to [0, 1]$ вида

$$h \in \Re\text{-}\mathrm{Mod}(V, T) \mapsto (u' \circ u)(h) = \begin{cases} \sup \quad \inf \left(u(f, u'(g)\right), \\ \ f \in \Re\text{-}\mathrm{Mod}(V, W), \\ \ g \in \Re\text{-}\mathrm{Mod}(W, T), \\ \qquad h = g + f, \\ 0 \text{ в противномслучае.} \end{cases}$$

Рассмотрим теперь два морфизма категории $\Re\text{-}\mathrm{Mod}$, именно $A \in \Re\text{-}\mathrm{MOD}(X, X)$, $B \in \Re\text{-}\mathrm{MOD}(U, X)$. Теперь мы в состоянии определить их сумму как нечеткий морфизм категории $\Re\text{-}\mathrm{Mod}$, задаваемый выражением

$$w \in \Re\text{-}\mathrm{Mod}(X, X) \mapsto (A + B)(w) = \begin{cases} \sup \quad \inf \left(A(w), B(w)\right), \\ \ u \in \Re\text{-}\mathrm{Mod}(X, X), \\ \ v \in \Re\text{-}\mathrm{Mod}(U, X), \\ \qquad w = u + v, \\ 0 \text{ в противномслучае.} \end{cases}$$

Пусть SET – нечеткая категория над Set (категорией, объекты которой – множества, а морфизмы – отображения множеств), получаемая также как $\Re\text{-}\mathrm{MOD}$ из $\Re\text{-}\mathrm{Mod}$. Это означает, что если взять траекторию $\{1, 2, ..., k\} \to X$, обозначаемую также через $(k, X)$, то нечеткой траекторией будет функция $\mathrm{Set}(k, X) \to [0, 1]$ или элемент нечеткой категории $\mathrm{SET}(Z, X)$, где $Z$ – множество целых чисел. Точно так же входная последовательность есть элемент нечеткой категории $\mathrm{SET}(Z, U)$.

Существующую инъекцию $\{1, 2, ..., k\} \xrightarrow{i} \{1, 2, ..., k+1\}$ можно интерпретировать как переход от момента времени $k$ к моменту времени $k + 1$ в соответствии с отображением

$$\mathrm{Set}(k+1, X) \xrightarrow{i'} \mathrm{Set}(k, X).$$

Условие коммутативности для диаграммы

$$\begin{tikzcd}
\mathrm{Set}\,(k, X) \arrow[rr] & & [0, 1] \\
& \mathrm{Set}\,(k+1, X) \arrow[ul] \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

будет иметь вид $t(k+1) = At(k) + Bu(k)$. Таким образом, траектория $t$, которая рассматривается как нечеткое множество, имеет ступенчатую форму и определяется нечеткими преобразованиями $A$ и $B$ и нечеткой входной последовательностью $u(k)$. Другими словами, при заданных степенях значимости преобразований $A$ и $B$ мы оказываемся в состоянии описать все возможные траектории.

Траектории

Рассмотрим детерминированную линейную систему

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k).$$

Выведем теперь выражение для $x(k)$ при любом $k > 0$, если заданы $x(0)$ и $u(k)$ на всем интервале $[0, k-1]$. Полагая последовательно $k = 0, 1, 2,$ получаем

$$x(1) = Ax(0) + Bu(0),$$
$$x(2) = Ax(1) + Bu(1) = A^2x(0) + ABu(0) + Bu(1),$$
$$x(3) = Ax(2) + Bu(2) = A^3x(0) + A^2Bu(0) + ABu(1) + Bu(2).$$

Следовательно, для любого $k > 0$

$$x(k) = A^k x(0) + \sum_{i=0}^{k-1} A^{k-f-1} Bu(j),$$

где $A^k$ – $k$-кратное произведение матрицы $A$ на самое себя.

Эта формула полностью интуитивна: в каждый момент времени мы преобразуем старое состояние с помощью $A$ и прибавляем слагаемое $Bu$, учитывающее вклад нового значения входного сигнала u.

Выражение вида

$$x(k) = \Phi(k)x(0) + \sum_{i=0}^{k-1} \Phi(j)Bu(k-j-1)$$

мы понимаем как переходное состояние системы, где $\Phi(k)$ – переходная матрица системы. Данное уравнение представляет вектор состояния в момент времени $k > 0$ в виде суммы двух основных членов. Один из них – вклад начального состояния $x(0)$, а другой – вклад последовательности входных сигналов $u$ на интервале времени $[0, k-1]$.

Для нестационарной системы переходное уравнение можно записать в виде

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k).$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} &x(1) = A(0)x(0) + B(0)u(0), \\ &x(2) = A(1)x(1) + B(1)u(1) = \\ &= A(1)A(0)x(0) + A(1)B(0)u(0) + B(1)u(1) \end{aligned}$$

и т.д.

Если для $k > j$ определить

$$\Phi(k, j) = \prod_{i=j}^{k-1} A(i) = A(k-1)A(k-2)...A(j+1)A(j),$$

$\Phi(k,k) = 1$ – единичная матрица, то

$$x(k) = \Phi(k,0)x(0) + \sum_{i=j}^{k-1} \Phi(k, j+1)B(j)u(j).$$

Нечеткое множество есть функция $\mu : X \to [0, 1]$, где $X$ – произвольное множество-носитель. Этот носитель обычно представляет собой множество, не наделенное внутренней математической структурой. Множества же, которыми мы пользуемся при исследовании линейных систем, должны обладать определенной структурой. Например, если наделить носитель структурой векторного пространства, то возникает вопрос, можно ли определить соответствующие операции над нечеткими множествами. Иными словами, мы хотим обобщить операции сложения и умножения на число на класс нечетких множеств. Для этого вспомним, что для любого отображения $m: X \to Y$ и нечеткого множества $\mu \in F(X)$ образ $\mu$ при отображении $m$ есть нечеткое множество

$$m(\mu): X \to [0, 1]$$

вида

$$m(\mu)(y) = \begin{cases} \sup\limits_{x \in m^{-1}(y),} \mu(x), \text{ если } \mathrm{m}^{-1}(y) \neq \varnothing, \\ 0 \quad \text{в противномслучае.} \end{cases}$$

Теперь мы готовы дать определение операций сложения и умножения в классе нечетких множеств $F(X)$. Если $\mu, \lambda \in F(X)$, то суммой нечетких подмножеств множества $X$ называется нечеткое подмножество вида

$$(\mu + \lambda)(z) = \sup_{\substack{x + x' = z \\ z \in X^2}} \min\left(\mu(x), \lambda(x')\right).$$

Подобным же образом определяется произведение, которое любому числу $r \in \mathfrak{R}$ и любому нечеткому множеству $\mu \in F(X)$ обозначаемый через $r_\mu$. Этот элемент определяется как образ $\mu$ при отображении вида $x \mapsto rx$.

Определив операции умножения и сложения нечетких множеств, естественно задаться вопросом, как следует рассматривать линейное преобразование $A: \mathfrak{R}^n \to \mathfrak{R}^n$? Ответ на этот вопрос весьма прост. Если

$$\lambda_1 : \mathfrak{R}^n \to [0, 1], \quad \lambda_2 : \mathfrak{R}^n \to [0, 1],$$

то

$$(\lambda_1 + \lambda_2)(z) = \sup_{x + y = z} \min(\lambda_1(x), \lambda_2(y)),$$

$$A(\lambda_1 + \lambda_2)(\omega) = \sup_{z \in A^{-1}(\omega)} (\lambda_1 + \lambda_2)(z) = \sup_{Az = \omega} (\lambda_1 + \lambda_2)(z) =$$

$$= \sup_{Az = \omega} \sup_{x + y = z} \min(\lambda_1(x) + \lambda_2(y))Z = \sup_{Ax + Ay = \omega} \min\left(\lambda_1(x) + \lambda_2(y)\right).$$

Но

$$A(\lambda_1)(\omega) = \sup_{Ax=\omega} \lambda_1(x),\ A(\lambda_2)(\omega) = \sup_{Ay=\omega} \lambda_2(y),$$

$$\left(A(\lambda_1) + A(\lambda_2)\right)(\omega) = \sup_{x+y=\omega} \min\left(A(\lambda_1)(x), A(\lambda_2)(y)\right) =$$

$$= \sup_{x+y=\omega} \min\left( \sup_{Ax=\omega} (\lambda_1)(x),\ \sup_{Ay=\omega} (\lambda_2)(y \right) = \sup_{Ax+Ay=\omega} \min\left(\lambda_1(x), \lambda_2(y)\right).$$

Таким образом,

$$A(\lambda_1 + \lambda_2) = A(\lambda_1 + \lambda_2).$$

Теперь должно быть понятно, что как раз в силу этого равенства мы и можем записать

$$x(k) = A^k x(0) + \sum_{i=0}^{k-1} A^{k-j-1} Bu(j),$$

где $x(k)$ и $u(k)$ – нечеткие множества.

Эта нечеткая система представляет собой процесс, протекающий в пространстве нечетких состояний, которые имеют один и тот же носитель $X$. В ходе этого процесса расширяется носитель начального нечеткого состояния. Мы интересуемся возможностью перехода за $k$ шагов в фиксированное состояние $x(k)$ из некоторого начального состояния. При известной возможности существования определенной последовательности входных переменных рекуррентное уравнение дает нам ответ на этот вопрос. Фактически такой же ответ нам подсказывает здравый смысл.

До сих пор мы обсуждали только линейные системы. Теперь рассмотрим модель в пространстве состояний билинейной системы вида

$$x(k+1) = Ax(k) + N\left(x(k) \otimes u(k)\right) + Bu(k),$$

где $x(k) \in \Re^n,\ u(k) \in \Re^p,\ x(k) \otimes u(k) = \Re^{np}$.

Как и в линейном случае, отклик системы формируется по рекуррентной процедуре последовательных подстановок (Д'Аллесандро [1]). В ходе вычислений неоднократно встречались члены вида

$$L(Ma \otimes b),$$

где $L$ – матрица размера $m \times hr$ и $M$ – матрица размера $h \times s$.

Решение можно представить в более удобной форме, определив операцию

$$LM = (L_1, ..., L_r)M = (L_1 M, ..., L_r M).$$

Легко проверить, что

$$L(Ma \otimes b) = (LM)(a \otimes b).$$

В общем виде отклик системы представим так:

$$y = y_{\bar{x}} + y_u + y_{\bar{x}u},$$

где первый член представляет собой отклик системы на входной сигнал нулевой величины, второй член – отклик системы с нулевым начальным состоянием и третий член зависит как от входа, так и от начального состояния. Для любого допустимого значения входного сигнала сумма $y_{\bar{x}} + y_{\bar{x}u}$ линейна по отношению к $\bar{x}$. Производя последовательные подстановки и таким образом осуществляя вывод решения в явном виде, приходим к выражению

$$x(k) = \sum_{h=1}^{k} \sum_{j_1 \dots j_h} A^{k-j_h-1} N \dots A^{j_3-j_1-1} N A^{j_2-j_1-1} \times Bu(j_1)u(j_2) \otimes \dots \otimes u(j_n) + A^k \bar{x} +$$
$$+ \sum_{h=1}^{k} \sum_{j_1,\dots,j_h} A^{k-j_h-1} N A^{j_h-j_{h-1}-1} N \dots A^{j_2-j_1-1} N A^{j-1} \bar{x} \otimes u(j_1) \otimes \dots \otimes u(j_h),$$

где $\sum\limits_{j_1 \cdots j_h}$ означает суммирование по всевозможным сочетаниям индексов $0 \le j_1 < j_2 < \dots < j_h \le k-1$. Кроме того, здесь предполагается выполнение условия $A^0 = 1$ для $A \ne 0$.

Модель производства.

Рассмотрим пример производства прибора, состоящего из двух деталей. В ходе операций $u_1$ и $u_2$ происходит обработка заготовок $x_1$ и $x_3$. Две изготовленные детали $x_2$ и $x_3$ соединяются в результате сборочной операции $u_3$.

Длительность каждой операции известна. Переменные состояния представляют собой число деталей, ожидающих обработки на следующей операции. Коэффициенты показывают, сколько деталей нужно вычесть из общего числа ожидающих обработки деталей при слиянии двух производственных линий на участке сборки. На диаграмме потоков продукции явно задается расход материалов на каждую операцию. Здесь имеем $U = \Re^3$ и $X = \Re^6$. В результате анализа диаграммы потоков можно записать следующие уравнения:

$$\begin{aligned}
&x_1(k+1) = x_1(k) - 0{,}253u_1(k) + f_1(k),\\
&x_2(k+1) = x_2(k) + u_1(k) - 2u_3(k),\\
&x_3(k+1) = x_3(k) - 1{,}2u_2(k) + f_2(k),\\
&x_4(k+1) = u_2(k),\\
&x_5(k+1) = x_5(k) + x_4(k) - u_3(k),\\
&x_6(k+1) = x_6(k) + u_3(k) - f_3(k),
\end{aligned}$$

или в векторно-матричной форме

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Ff(k),$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -0{,}253 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & -1{,}2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Поскольку

$$A = A^2 = \ldots = A^{n-1},$$

$$AB = \begin{matrix} -0{,}253 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & -1{,}2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

имеем

$$[B, AB] = Q = \begin{bmatrix} -0{,}253 & 0 & 0 & -0{,}253 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -1{,}2 & 0 & 0 & -1{,}2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Мы видим, что rank [B, AB] = 4, так как только 4 столбца матрицы являются линейно независимыми, так что наш критерий управляемости не удовлетворяется. Множество состояний, достижимых из нулевого состояния за не более чем $k$ шагов, есть образ множества $U^k$ при линейном преобразовании

$$\overline{Q} = \begin{matrix} -0{,}253 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & -1{,}2 & 0 & -1{,}2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

Если обозначить этот образ через $S$, то можно определить ортогональное дополнение $S_\perp$ к $S$ как множество всех состояний $X$, ортогональных каждому элементу $S$, т.е.

$$S_\perp = \{x \in X \mid (x, s) = 0 \text{ для всех } s \text{ из } S\},$$

где $(x, s)$ – скалярное произведение, которое ставит в соответствие каждой паре векторов $x$ и $s$ единственный скаляр $(x, s) = \sum_{i=1}^{6} x_i s_i$. Будем говорить, что $X$ – прямая сумма $S$ и $S_\perp$, и записывать это в виде $X = S \oplus S_\perp$. Отсюда следует, что любой вектор $x$ из $X$ можно выразить как линейную комбинацию некоторого вектора $s$ из $X$ и некоторого вектора $s_\perp$ из $S_\perp$. В частности, $x = as + \beta s_\perp$ для всех $x \in X$. Пусть теперь $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_q$ – произвольный базис $S$. Рассмотрим расширенное уравнение состояния

$$x(k+1) = Ax(k) + B_e u_e(k),$$

где $B_e$ – матрица размера $6 \times (3+2)$, получаемая присоединением к $B$ двух базисных векторов $S_\perp$, т.е. $B_e^e = [B, \beta_1, \beta_2]$, а $u_e(k)$ есть $(3+2)$-мерный входной вектор, получаемый путем присоединения к вектору $u(k)$ двух дополнительных входных составляющих, т.е.

$$u_e(k) = \left((u_1(k), u_2(k), u_3(k), u_4(k), u_5(k)\right)^T.$$

Ясно, что таким образом определенная расширенная система является управляемой. С помощью невырожденного преобразования ее можно свести к эквивалентной управляемой системе определенной структуры, которая называется управляемой сопутствующей формой. Общий же вывод заключается в том, что когда модель в пространстве состояний (*A*, *B)* является неуправляемой, то мы можем отделить полностью неуправляемую часть от управляемой и, таким образом, получить модель меньшей размерности $\left(\overline{A}, \overline{B}\right)$, поведение пар вход-выход которой такое же, как и у первоначальной модели. Мы говорим, что реализация не является минимальной, если она неуправляема.

По этому поводу следует отметить, что полная управляемость эквивалентна возможности назначить произвольные собственные значения динамике (*X*, *A*) путем соответствующего выбора закона обратной связи и что во многих ситуациях управления производством реальные системы оказываются управляемыми лишь частично, т.е. систему можно перевести в нужные конечные состояния лишь из определенных состояний.

Теперь будем искать расчлененное представление линейной системы, т.е. представление в виде *n* независимых параллельных систем, причем на вход каждой системы поступает свое векторное воздействие *u*. Это возможно, если *n*-мерная система (*A*, *B*) приводима к диагональному виду.

Согласно одной из теорем матричной алгебры, для матрицы размера $n \times n$ с различными собственными значениями $\chi_1, \ldots, \chi_n$ существует преобразование *F*, такое, что

$$F^{-1}AF = L = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & & & 0 \\ & \lambda_2 & & & & \\ & & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & \cdot & \\ 0 & & & & & \lambda_n \end{bmatrix}.$$

Тогда диагонализацию можно осуществить, сделав замену переменных $x = Fz$:

$$z(k+1) = F^{-1}x(k+1) = F^{-1}Ax(k) + F^{-1}Bu(k) =$$
$$= F^{-1}AFz(k) + F^{-1}Bu(k) = Lz(k) + Mu(k).$$

$L$ называется модальной матрицей, а $M$ – модальной матрицей управляемости. Новые переменные состояния $z_1(k)$, …, $z_n(k)$ как раз являются координатами исходного вектора состояния $x(k)$ в базисе собственных векторов

$$x(k) = z_1(k)F_1 + ... + z_n(k)F_n,$$

где $F_1, ..., F_n$ – столбцы матрицы $F$, такой, что $AF = FL$. Таким образом, произведено разложение траектории $x(k)$ по собственным векторам матрицы $A$. Эти фундаментальные движения вдоль собственных векторов матрицы $A$ являются фундаментальными модами.

Когда система представлена в модальной форме, т.е. когда переходная матрица диагональная, динамические моды системы изолированы друг от друга, и можно написать, что

$$z_i(k+1) = \lambda_i z_i(k) + \sum_{j=1}^{m} \mu_{ij} u_j(k).$$

Очевидно, что если у матрицы $M$ имеется столбец, целиком состоящий из нулей, т.е. если $\mu_{hj} = 0$ для всех $j$ и некоторого $h$, $1 \le h \le n$, то переменная состояния $z_h$ не зависит явно или неявно от входных воздействий. В этом случае говорят, что переменная $z_h$ неуправляема (Портер, Кроссли [1]).

Любую матрицу размера $n \times n$, обладающую $n$ различными собственными значениями, можно привести к диагональному виду. К счастью, в случае кратных собственных значений их можно аппроксимировать слегка различающимися собственными значениями. В особых обстоятельствах, когда требуется сохранить кратность определенных собственных значений, матрицу $A$ можно свести к так называемой жордановой канонической форме, для которой

$$j_{ii} = \lambda_i,$$
$$j_{i,i+1} = \begin{cases} 1, \text{если } \lambda_{\text{i}} = \lambda_{i+1}, \\ 0, \text{если } \lambda_{\text{i}} \neq \lambda_{i+1}, \end{cases}$$
$$j_{ij} = 0 \text{ для всех } \text{j} \neq \text{i и j} \neq \text{i} + 1$$

и одинаковые собственные значения сгруппированы. Например, если матрица размера 4×4 имеет только два различных собственных значения $\lambda_1, \lambda_2$, где $\lambda_1$ имеет кратность 3, то соответствующая жорданова каноническая матрица записывается в виде

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}.$$

При этом мы предположили, что числу $\lambda_1$ соответствует единственный независимый собственный вектор. В первом блоке жордановой матрицы все элементы главной диагонали равны $\lambda_1$, все элементы, расположенные непосредственно над главной диагональю, равны 1, а все прочие элементы равны 0. Ясно, что $J = J_3(\lambda_1) \oplus J_1(\lambda_2)$.

Нечеткий вариант понятия управляемости определить довольно трудно, однако если приемлемый промежуток времени берется в виде $k \leq N$, где $N$ – заданная величина, а умеренный уровень управления есть $u(k) \in \overline{U}$, где $\overline{U}$ – заданное ограниченное множество, то множество легкодостижимых состояний есть хорошо известное множество достижимости. Поскольку описать множество достижимости в общем случае невозможно, мы будем искать аппроксимирующее его подпространство (удобное для вычислений).

Рассмотрим систему

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k),\ \ x(k) \in \Re^n,\ \ u(k) \in \Re^p.$$

Если система начинает свое движение из начала координат, то точка $x(1)$ должна быть линейной комбинацией столбцов матрицы $B$. Подобно этому $x(2)$ должна быть некоторой комбинацией столбцов расширенной матрицы [AB, B]. Возрастание размерности содержащего подпространства для $x(k)$ может продолжаться вплоть до $x(n)$, когда расширенная матрица принимает вид $[A^{n-1}B, ..., B]$. Согласно теореме Кэли–Гамильтона, матрицу $A^n B$ можно записать в виде линейной комбинации матриц $B, ..., A^{n-1}B$ так, что, начиная с шага $n$, изменение размерности содержащего подпространства должно прекратиться. Тогда множество состояний, достижимое из начального состояния не более чем за $n$ шагов при использовании управлений, принимающих значения из интервала $[-\alpha, \alpha]$, имеет вид

$$A = \left\{x \mid x = A^{n-1}Bu(1) + ... + Bu(n); \qquad \mid u(k < \alpha\right\}.$$

Это множество достижимости можно с высокой точностью аппроксимировать собственным подпространством пространства $\Re^n$, которое определяется собственными векторами соответствующей матрицы Грама (Клифф [1]).

Поучительный пример являет собой также и обратная ситуация, когда требуется определить уровень управления, обеспечивающий заданный переход системы. Управление, переводящее систему из начала координат в состояние $x$ за $p$ шагов, должно удовлетворять условию

$$[B, AB, ..., A^{\rho-1}B] = \begin{bmatrix} u(1) \\ u(2) \\ \vdots \\ u(\rho) \end{bmatrix}.$$

Из соображений удобства положим $W = \left(u(1)^T ... u(\rho)^T\right)^T$ и перепишем это уравнение в виде

$$ZW = x.$$

Существует единственная матрица $W = \sum \beta_i Z_i$, где $Z_i$ есть $i$-я строка матрицы $Z$. Значения $\beta_i$ можно найти из уравнений $\beta Z Z^T = x$. Если рассмотреть $n$-шаговый процесс, т.е. $\rho = n$, то матрица Грама $ZZ^T$ в точности совпадает с матрицей, собственные векторы которой используются для построения аппроксимирующего подпространства.

Теперь посмотрим, как определяется понятие управляемости в случае билинейных систем. Система называется билинейной, если она линейна по состоянию и по управлению в отдельности, но не линейна по этим переменным, взятым, совместно. Из этого с очевидностью следует, что обычные результаты, такие, как ранговые условия управляемости линейных систем, на билинейные системы непосредственно не распространяются. Вследствие их билинейности эти системы являются адаптивными и, вообще говоря, более управляемыми, чем линейные системы. Возможность управления неустойчивой системой позволяет расширить множество достижимых состояний. Вследствие же своей адаптивности эти системы имеют большое практическое применение. Известно, что устойчивая линейная система с ограниченным по величине управлением не может быть полностью управляемой. Легко видеть, что в случае билинейных систем это не так. Рассмотрим однородную билинейную систему

$$x(k+1) = \left(A + u(k)N\right)x(k)\big),$$

где $x(k)$ – вектор состояния; $u(k)$ – управление (действительное число) и $A$, $N$ – действительные постоянные матрицы соответствующих размеров. Решение этого уравнения записывается в виде

$$x(k) = \prod_{i=0}^{k-1}\Big(A + u(k)N\big)x(0) = \Psi\big(x(0), u^k\Big).$$

где через $u^k$ обозначена последовательность $u(0), \ldots, u(k-1)$, которую можно рассматривать как вектор в пространстве $\Re^k$.

Система называется управляемой в пространстве $\Re^n$, если для любых $x(0)$ и $\bar{x} \in \Re^n - \{0\}$ существует конечная последовательность управлений $u^p$ (где $p$ – положительное целое число), такая, что $\bar{x} = \Psi(x(0), u^p)$.

Введем матрицу Якоба вида

$$\frac{\partial \Psi(x, u^N)}{\partial u^N}\Big|_{u^N = 0} = H_N(x),$$

$$H_k(x) = [A^{k-1}Nx, \ldots, A^{k-j-1}NA^j x, \ldots, BA^{k-1}x].$$

Существует теорема (Тарн и др. [1]), в которой утверждается, что если найдутся положительные целые числа $a$, $b$, такие, что для всех $x \in \Re_0^n$

$$\|A^a x\| = \|x\|, \ rank\, H_b(x) = n,$$

то для любого $\delta > 0$ система управляема при ограничениях $|u(k)| < \delta$. Обобщение этой теоремы предложили Чжен и др. [1]

Другое интересное свойство динамических систем – наблюдаемость. Уравнение $x(k+1) = d\big(x(k), u(k)\big)$ описывает текущее состояние системы в момент времени $k$. Другое уравнение $y(k) = g(x(k))$ позволяет определить выход системы для любого момента времени $k > 0$ при заданном начальном состоянии $x(0)$ и входном сигнале $u$. Особенно интересен вопрос о связи между $x$ и $y$: можно ли определить начальное состояние $x(0)$ на основе регистрации значений выходного сигнала в течение конечного интервала времени $[0, N]$? Мы говорим, что система является наблюдаемой в момент времени $k$, если из наблюдений за выходным сигналом системы в течение конечного интервала времени $[k, N]$ оказывается возможным определить любое начальное состояние $x(k) \in X$, в котором она находилась в момент времени $k$. Для стационарных линейных систем наблюдаемость не зависит от $k$, и предыдущее определение наблюдаемости может быть сформулировано следующим образом: стационарная система является наблюдаемой, если ее нельзя преобразовать в строго эквивалентную систему с выходом у, не зависящим от одной или большего числа переменных состояния $x_i$. Если выход системы не зависит от переменной состояния, то говорят, что система ненаблюдаема.

Для получения выходного сигнала сначала надо вычислить функцию отклика, т.е. траекторию. Используя пример с линейной системой, легко вывести, что

$$y(k) = CA^k x(0) + \sum_{i=0}^{k-1} CA^{k-j-1} Bu(j).$$

$CA^k x(0)$ называется откликом на нулевой входной сигнал: это означает, что при любом состоянии $x(0)$ на вход подается последовательность $0^k$, составленная из $k$ нулевых сигналов. Два состояния $\bar{x}(0)$ и $\hat{x}(0)$ составленная из $k$ нулевых сигналов. Два состояния $x(0)$ и $x$ (0) различимы за $k$ шагов, если найдется по меньшей мере одна входная последовательность, для которой выходы системы будут различными. Если учесть, что

$$y_{\bar{x}} - y_{\hat{x}} = CA(\bar{x}(0) - \hat{x}(0)),$$

и вспомнить наши замечания по поводу достижимости, то станет ясно, что система ($A$, $B$, $C$) размерности $n$ наблюдаема при

$$rank \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^k \end{bmatrix} = n.$$

Понятие наблюдаемости обретает особую важность тогда, когда необходима оценка переменных состояний, не поддающихся непосредственному измерению. Если система наблюдаема и точные, практически безошибочные измерения возможны, то те переменные состояния, которые непосредственно нельзя измерить, могут быть вычислены. В более общем случае состояние линейной системы можно приближенно наблюдать, присоединив к ней наблюдателя, который, в свою очередь, представляет собой линейную систему, управляемую с помощью входных и выходных переменных исходной системы.

Устойчивость и обратная связь.

Термин «устойчивость» зародился в механике, где им характеризуется равновесие твердого тела. Состояние равновесия называется устойчивым, если тело, будучи выведенным из этого состояния, возвращается в него. Если же тело после малого отклонения стремится принять новое положение, то его состояние равновесия называется неустойчивым. Другими словами, в случае устойчивых систем небольшие изменения начального состояния оказывают пренебрежимо малое влияние на поведение системы. Устойчивой системой можно управлять таким образом, чтобы ее поведение зависело в основном от прикладываемых к ней входных воздействий, а не от состояния, в котором она первоначально находилась. Если система устойчива, то нет необходимости использовать управляющие входные сигналы для преодоления дрейфа переменной состояния. Вместо этого с их помощью можно пытаться обеспечить нужное поведение системы. Грубо говоря, система, на вход которой поступает ограниченный по величине сигнал, считается устойчивой, если ее переменные состояния изменяются в конечных границах. При описании устойчивости важное значение имеют свойства, определяющие линейность системы. Чтобы выразить это точнее, введем следующее определение: линейная система является устойчивой тогда и только тогда, когда в любой момент времени и при любом начальном состоянии системы $x(0)$ появление каждого входного сигнала $u$, удовлетворяющего условию $\|u(k)\| < \gamma$, приводит к устойчивому состоянию $x$, такому, что $\|x(k)\| < \alpha$ для всех $0 < k < \infty$, где $\alpha, \gamma$ – конечные постоянные величины.

Мы видели, что система, описываемая линейным уравнением состояния, обладает траекторией

$$x(k) = A^k x(0) + \sum_{j=0}^{k-1} A^{k-j-1} B u(j).$$

Если входной сигнал ограничен, т.е. если $\|u(k)\| < \gamma$ для всех $0 < k < \infty$, где $\|\cdot\|$ – норма, то можно написать, что

$$\|x(k)\| \le \left\|A^k x(0)\right\| + \gamma \sum_{i}^{k-1} | A^{k-j-1} B \|$$

при условии независимости всех собственных векторов матрицы *A:*

$$A = FLF^{-1},$$

$$L = \begin{matrix} \lambda_1 & & & & & 0 \\ & \lambda_2 & & & & \\ & & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & \cdot & \\ 0 & & & & & \lambda_n \end{matrix},$$

где $\lambda_i$ – собственные значения матрицы *A*. Отсюда следует, что

$$\lim_{k \to \infty} \|x(k)\| = \begin{cases} 0, & \text{если} |\lambda_i| < 1, \\ \infty, & \text{если} |\lambda_i| > 1, \end{cases} \quad i = 1,\ 2,\ ...,\ n.$$

# 12. ДЕКОМПОЗИЦИЯ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ СИСТЕМЫ

Произвести декомпозицию сложной системы – это значит выделить в ней отдельные сильно связанные подсистемы, все составные части которых благодаря обратным связям взаимно достижимы. Граф такой системы бисвязен. При декомпозиции выделяются также слабо связанные подсистемы, все составные части которых связаны неориентированным путем. Граф такой подсистемы связен.

Процесс декомпозиции системы можно формализовать сокращением ориентированного графа. Тогда для сложной системы можно сформулировать следующий алгоритм декомпозиции.

Алгоритм 1.

1. Составить матрицу смежности A графа G (X, U).

2. Вычислить матрицу $R_1 = A + E$, где E – единичная матрица; «+» – знак логического сложения; $R_1$ – матрица первой достижимости, i-я строка которой представляет все ориентированные пути по графу из i-й вершины до всех остальных, если длина пути равна одному ребру.

3. Определить $R_2 = R^{*2}$, где «*» означает, что при вычислении $R_1 \times R_1$ применяется логическое умножение и суммирование элементов матриц.

Аналогично определяются все матрицы вплоть до $R = R_n = R_1^{*n}$, где R – матрица достижимости графа G (X, U), i-я строка которой представляет все ориентированные пути по графу, длиной от одного до n ребер, из *i*-й вершины ко всем остальным. Матрица A и R имеют размерность $n \times n$.

При вычислении R не обязательно $R_1$ возводить в n-ю степень. Если $R_1^{*k} = R_1^{*(k-1)}$, то $R = R_1^{*k}$, где $k < n$.

Матрицу R можно определить по-иному: ее i-я строка в этом случае представляет собой следующую логическую сумму:

$$\rho_i = \rho_i^1 + \rho_j^1(r_{ij}^1 = 1) + \rho_k^1(r_{jk}^1 = 1) + \ldots + \rho_z^1(r_{qz}^1 = 1),$$

где $\rho^1$, $r^1$ – соответственно строка и элемент матрицы $R_1$. Суммирование прекратится, если z = n или если строка $\rho_z^1$ состоит только из нулей.

4. Проанализировать матрицу R. Если R = Q, где Q = [$q_{ij}$], такая универсальная матрица, что для всех i и j $q_{ij}$ = 1, то граф бисвязен и декомпозиция системы невозможна. Точнее, система в таком случае состоит из одной сильно связанной подсистемы. Если R ≠ Q, то необходимо перейти к следующему пункту. В тех случаях, когда известно, что граф связен, следует перейти к п. 8.

5. Определить матрицу достижимости неориентированного графа $G^0$ (X, U), соответствующего ориентированному графу системы G (X, U). Матрица $R^0 = (A + A^T + D)^{*n}$, где знак T означает транспонирование.

6. Определить связные подграфы ориентированного графа G (X, U). Известно, что множество вершин связного подграфа, содержащего вершину i, определено единицами в i-й строке матрицы $R^0$. Если $R^0$ = Q, то граф G (X, U) состоит из одного связного подграфа. В этом случае следует переходить к п. 8. Если же $R^0$ ≠ Q, то надо перейти к следующему пункту.

7. Упорядочить вершины графа G (X, U) (матрицы A) по связным подграфам.

8. Образовать матрицу связности C. Здесь сложение обычное, арифметическое.

9. Выделить из матрицы C бисвязные подграфы. Бисвязный подграф, содержащий вершину i, определен двойками в i-й строке матрицы C.

10. Упорядочить A так, чтобы бисвязные подграфы образовали квадратные подматрицы $E_\varphi \subset A$, φ = 1, 2, …, p.

11. Образовать матрицу $R^0_+ = (A^0_+ + A^T_+ + E_+)^{*n}$, где $A^0_+$ – матрица смежности подграфа с множеством вершин $V = W \left| \bigcup_{\varphi=1}^{p} B_\varphi \right.$ и $B_\varphi$ – подмножество составных частей φ-й сильно связанной подсистемы , и выполнить п. 6 и 7.

12. По упорядоченной матрице A′ определить связи (ребра) между подсистемами, которые должны быть разорваны в результате декомпозиции.

*Пример*. Пусть имеется некоторая система, граф которой представлен на рис. 12.1.

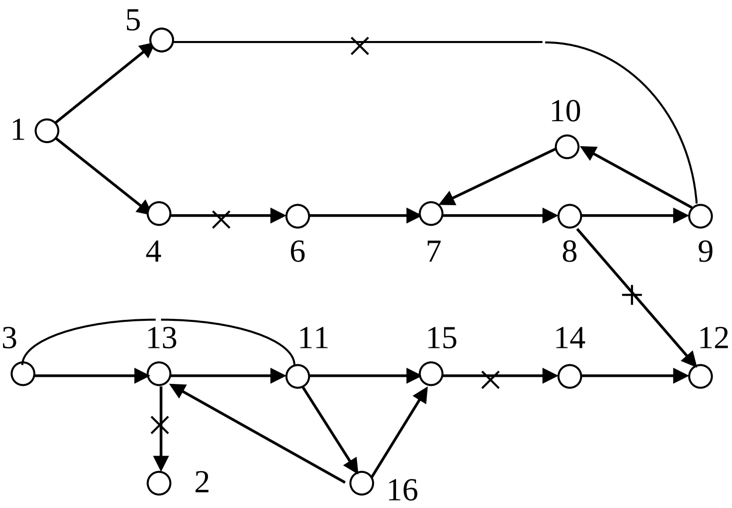



**Рис. 12.1**

Его матрица смежности имеет вид:

A =

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | 1 |
| | | | | | | | | | | | | | | | | 2 |
| | | | | | | | | | | | | 1 | | | | 3 |
| | | | | | 1 | | | | | | | | | | | 4 |
| | | | | | | | | 1 | | | | | | | | 5 |
| | | | | | | 1 | | | | | | | | | | 6 |
| | | | | | | | 1 | | | | | | | | | 7 |
| | | | | | | | | 1 | | | 1 | | | | | 8 |
| | | | | | | | | | 1 | | | | | | | 9 |
| | | | | | | | | | | | | | | | | 10 |
| | | 1 | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 11 |
| | | | | | | | | | | | | | 1 | | | 12 |
| | 1 | | | | | | | | | 1 | | | | | | 13 |
| | • | | | | | | | | | | | | | 1 | | 14 |
| | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 15 |
| | | | | | | | | | | | | 1 | | | | 16 |

(12.1)

Далее получаем матрицу

R =

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | 1 | | | | | | | | | | | | | | | 2 |
| | 1 | 1 | | | | | | | | 1 | | 1 | | 1 | 1 | 3 |
| | 1 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 4 |
| | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 5 |
| | 1 | 1 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 6 |
| | 1 | 1 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 7 |
| | 1 | 1 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 8 |
| | 1 | 1 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 9 |
| | 1 | 1 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 10 |
| | 1 | 1 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 11 |
| | 1 | 1 | | | | | | | | 1 | | 1 | | 1 | 1 | 12 |
| | 1 | 1 | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 13 |
| | 1 | 1 | | | | | | | | 1 | | 1 | | 1 | 1 | 14 |
| | 1 | 1 | | | | | | | | 1 | | 1 | | 1 | 1 | 15 |
| | 1 | 1 | | | | | | | | 1 | | 1 | | 1 | 1 | 16 |

(12.2)

и матрицу

$$\begin{array}{ccc}
 & \begin{array}{cccccccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 \end{array} & \\
CC = & \left\| \begin{array}{cccccccccccccccc}
2 & & & & & & & & & & & & & & & \\
 & 2 & & & & & & & & & & & & & & \\
 & & 2 & & & & & & & & & & & & & \\
 & & & 2 & & & & & & & & & & & & \\
 & & & & 2 & & & & & & & & & & & \\
 & & & & & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & & & & & & \\
 & & & & & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & & & & & & \\
 & & & & & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & & & & & & \\
 & & & & & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & & & & & & \\
 & & & & & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & & & & & & \\
 & & 2 & & & & & & & & 2 & & 2 & & 2 & 2 \\
 & & & & & & & & & & & 2 & & & & \\
 & & 2 & & & & & & & & 2 & & 2 & & 2 & 2 \\
 & & & & & & & & & & & & & 2 & & \\
 & & 2 & & & & & & & & 2 & & 2 & & 2 & 2 \\
 & & 2 & & & & & & & & 2 & & 2 & & 2 & 2
\end{array} \right\| & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \end{array}
\end{array} \qquad (12.3)$$

Следовательно имеются две сильно связанные подсистемы $B_1 = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ и $B_2 = \{3, 11, 13, 15, 16\}$. По матрице

$$
R^0_+ = \begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 4 & 5 & 12 & 14 \end{array} \\
\left\| \begin{array}{cccccc}
1 & & 1 & 1 & & \\
 & 1 & & & & \\
1 & & 1 & 1 & & \\
1 & & 1 & 1 & & \\
 & & & & 1 & 1 \\
 & & & & 1 & 1
\end{array} \right\|
\end{array}
\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 12 \\ 14 \end{array}
$$

получаем еще три слабо связанные подсистемы $S_1 = \{1, 4, 5\}$, $S_2 = \{12, 14\}$ и $S_3 = \{2\}$.

Отсюда следует, что в упорядоченной матрице смежности графа системы необходимо разорвать связи, обозначенные на матрице звездочками.

AA'=

| | 1 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 14 | 3 | 11 | 13 | 15 | 16 | 2 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | 1* | | | | | | | | | | | | | $S_1$ |
| 5 | | | | | | | 1* | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | 1 | | | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | 1 | | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | 1 | | 1* | | | | | | | | $B_1$ |
| 9 | | | | | | | | 1 | | | | | | | | | |
| 10 | | | | 1 | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | 1 | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | | | | | 1* | | 1 | $S_2$ |
| 3 | | | | | | | | | | | | | 1 | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | 1 | | | 1 | 1 | | |
| 13 | | | | | | | | | | | | 1 | | | | 1* | $B_2$ |
| 15 | | | | | | | | | | | | | | | 1 | | |
| 16 | | | | | | | | | | | | | 1 | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | $S_3$ |

$S_1$ $B_1$ $S_2$ $B_2$ $S_3$

(12.4)

После декомпозиции матрицу A’ можно разрушить, сохранив лишь подматрицы смежности $D_S$ и матрицу смежности сокращенного графа M, которые естественным образом получаются из A’.

Замкнутые контуры в подсистемах $B_1$ и $B_2$ устраняются с использованием матриц смежности

$$D_{B1} = \begin{Vmatrix} & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \\ 1 & & & & \end{Vmatrix} \quad \text{и } D_{B2} = \begin{Vmatrix} & & 1 & & \\ 1 & & & 1 & 1 \\ & 1 & & & \\ & & & & 1 \\ & & 1 & & \end{Vmatrix}$$

В таблице приведены результаты расчета по алгоритму II. В данном случае оптимальными являются следующие решения: для $B_1$ – вершина 9, а для $B_2$ – вершина 11.

После декомпозиции и устранения замкнутых контуров можно представить систему сокращенным ориентированным графом Г (Δ, Ω), где Δ – множество вершин (подсистем); Ω – множество ориентированных ребер (связей между подсистемами). Сокращенный граф является удобной моделью для решения динамических информационных и диагностических задач. Он обладает всеми основными топологическими свойствами исходной системы, поскольку система преобразовывалась таким образом, что топологическое пространство, представленное ориентированным графом G (X, U), непрерывно отображалось в топологическое пространство, представленное графом Г (Δ, Ω).

**Таблица 12.1**

| Номер вершины | $\varepsilon_i$ | $\gamma_i$ | $\eta_i$ | $\Sigma_i$ | $\delta_i$ | $\chi_i$ | Выбранный $\chi_0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Подсистема | | | | | | | |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1,0 | $\chi_0$ = 1,0 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1,0 | |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1,0 | |
| 9 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1,0 | |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1,0 | |
| Подсистема | | | | | | | |
| 3 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 1,0 | $\chi_0$ = 2,0 |
| 11 | 1 | 1 | 0 | 1 | 3 | 3,0 | |
| 13 | 2 | 2 | 2 | 4 | 1 | 0,5 | |
| 15 | 1 | 3 | 1 | 4 | 1 | 1,0 | |
| 16 | 2 | 3 | 2 | 5 | 1 | 0,5 | |

Так, для рассмотренного примера матрица смежности сокращенного графа имеет вид,

$$M = \begin{array}{c|c|c|c|c|c|} & B_1 & B_2 & S_1 & S_2 & S_3 \\ \hline B_1 & & & & 1 & \\ \hline B_2 & & & & & 1 \\ \hline S_1 & 1 & & & & \\ \hline S_2 & & 1 & & & \\ \hline S_3 & & & & & \\ \hline \end{array} \qquad (12.1)$$

а сам граф Г (Δ, Ω) представлен на рис. 12.2.

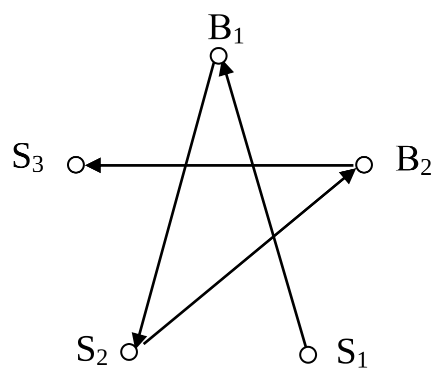



**Рис. 12.2**

Определение полноты связей в структурной схеме.

Первым структурным параметром, оценивающим качество схемы при представлении ее графом, является параметр, именуемый связностью графа.

Связность графа определяется полной матрицей связей $\|\Gamma_{ij}\|$. Говорят, что вершина k связана с вершиной l, если $\Gamma_{kl} = 1$. Наиболее просто элементы полной матрицы связей вычисляются при использовании алгебры квазиминоров. Так,

$$\Gamma_{kl} = |\, \gamma_{ij \to lk} \,|_{kl}, \tag{12.2}$$

где $|\, \gamma_{ij \to lk} \,|_{kl}$ – квазиминор.

В формуле (12.2) элемент $\gamma_{ij} = 1$ при $a_{ij} > 0$ и равен нулю при $a_{ij} = 0$. Кроме того, при вычислениях по формуле (4.28) сложение всюду понимается в булевом смысле, т.е. 1 + 1 = 1.

Пример. Пусть дан граф (рис. 12.3).

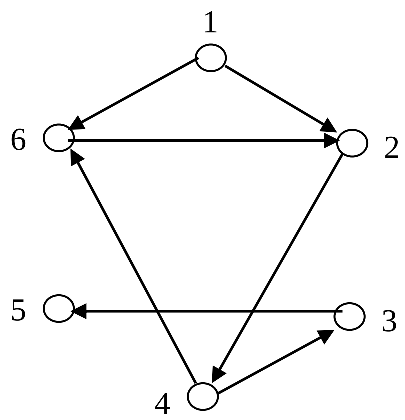



**Рис. 12.3**

Матрица смежности для этого графа имеет вид

$$\| a_{ij} \| = \begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \left\| \begin{array}{cccccc} & 1 & & & & 1 \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & 1 & & & 1 \\ & & & & & \\ & 1 & & & & \end{array} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \tag{12.3}$$

Построим полную матрицу связей $\| \Gamma_{ij} \|$.

Для иллюстрации приведем расчет одного элемента этой матрицы, например $\Gamma_{26}$:

$$\Gamma_{26} = | \gamma_{i\,j \to 62} |_{26} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 1 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \left| \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & & & 1 \\ \hline & & 1 & & \\ \hline & & & 1 & \\ \hline & 1 & & & 1 \\ \hline & & & & \\ \hline \end{array} \right| \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 2 \\ 3 = \\ 4 \\ 5 \end{array}$$

$$= 1 \cdot \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 3 & 5 & 6 \end{array} \\ \left| \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & 1 \\ \hline & & 1 & \\ \hline & 1 & & 1 \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} \right| \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} = 1 \cdot 1 \cdot \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 5 & 6 \end{array} \\ \left| \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & 1 \\ \hline & 1 & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \right| \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 3 + \\ 5 \end{array}$$

$$+ 1 \cdot 1 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 1 & 6 \end{array} \\ \left| \begin{array}{|c|c|} \hline & 1 \\ \hline & \\ \hline \end{array} \right| \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 5 \end{array} + 1 \cdot 1 \cdot 1 = 0 + 1 = 1$$

Продолжая вычисления, окончательно получим

$$\|\Gamma_{ij}\| = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \left| \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \right| \end{array} \qquad (12.4)$$

Способы отыскания путей на графе.

Анализ связей в графе заключается, прежде всего, в нахождении и оценке путей между его вершинами. Помимо непосредственного отыскания пути (в прямом смысле этого слова) в некоторой системе коммуникаций к этой задаче относятся также задачи выбора оптимальной стратегии, линейного и динамического программирования.

Поиски путей по чертежу при сколько-нибудь сложной структуре графа затруднены, сопряжены с возможностью ошибок, а главное, не дают должного результата, пригодного для дальнейшего использования.

В настоящее время разработан ряд алгебраических методов, значительно упрощающих этот процесс, практически исключающих результаты в форме, удобной для последующих исследований.

Будем говорить не о матрице отношений вообще, а о матрице непосредственных путей $\| a_{ij} \|$ как исходной предпосылке в алгебраической методике.

*Первый метод* отыскания путей на графе следующий. Имея в своем распоряжении матрицу непосредственных путей, возможно построить полную матрицу путей $\| a_{ij} \|$, где $a_{ij}$ – число путей из вершины i к вершине j, $a_{ij} = 0$, либо ограничиться отысканием какого-либо из ее элементов.

Числа $a_{ij}$ или их буквенные выражения определяются при помощи определителей особого рода – квазиминоров (беззнаковые определители).

Имеет место формула

$$\alpha_{kl} = | a_{ij \to lk} |_{kl} . \tag{12.5}$$

Выражение $| a_{ij \to lk} |_{kl}$ называют квазиминором элемента $a_{lk}$ в матрице $\| a_{ij} \|$. При этом знак $| \; |_{kl}$ является символом квазиминора, а знак $a_{ij \to lk}$ указывает на матрицу с вычеркнутой строкой и столбцом, которая вписывается в символ квазиминора подобно матрице, вписываемой в символ обычного минора.

При $k \neq l$

$$| a_{ij \to lk} |_{kl} = \sum a_{nm} A^{(l)}_{nm} , \tag{12.6}$$

где $A^{(l)}_{nm} = 1$ при $m = l$ и $A^{(l)}_{nm} = | a_{ij \to nm \to lk} |_{ml}$ при $m \neq l$.

Формула (12.6) сводит вычисление исходного квазиминора к разложению его на квазиминоры меньшего порядка. Проиллюстрируем метод примером.

Пусть матрица непосредственных путей имеет вид (12.7). Необходимо найти все пути, ведущие из вершины 1 в вершину 5, и подсчитать их число:

$$\| a_{ij} \| = \begin{array}{cc} \begin{array}{ccccc} \;\;1\;\; & \;\;2\;\; & \;\;3\;\; & \;\;4\;\; & \;\;5\;\; \end{array} & \\ \left\| \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \\ \hline & & & a_{24} & a_{25} \\ \hline & & & & a_{35} \\ \hline & & a_{43} & & a_{45} \\ \hline a_{51} & & & & \\ \hline \end{array} \right\| & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \end{array} \tag{12.7}$$

Порядок вычисления таков. Первоначально в исходной матрице непосредственных путей вычеркивается столбец с номером, соответствующим номеру вершины, от которой начинается путь, и строка с номером, соответствующим номеру вершины, у которой этот путь заканчивается.

Положение и нумерация остальных строк и столбцов остаются без изменения. Для рассматриваемого примера получаем квазиминор вида:

$$\| a_{ij} \| = \begin{array}{cc} \begin{array}{cccc} \;\;2\;\; & \;\;3\;\; & \;\;4\;\; & \;\;5\;\; \end{array} & \\ \left\| \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline a_{12} & a_{13} & a_{14} & \\ \hline & & a_{24} & a_{25} \\ \hline & & & a_{35} \\ \hline & a_{43} & & a_{45} \\ \hline \end{array} \right\| & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \end{array} \tag{12.8}$$

Квазиминор (12.8) определяет число и конфигурацию путей из вершины 1 в вершину 5. Для получения их явного выражения необходимо продолжать разложение (12.8) до тех пор, пока в нем останутся лишь миноры первого порядка, т.е. оно превратится в обычное алгебраическое выражение.

В процессе разложения целесообразно придерживаться следующего порядка. Начинать разложение необходимо с номера строки (ведя его по элементам строки), соответствующего номеру исходной вершины (в рассматриваемом примере первая). Разложение последующих, меньших квазиминоров, ведется по строке с номером, соответствующим номеру вершины, в которой ребро, участвовавшее ранее в разложении, имеет конец.

Проследим этот процесс на примере. Разлагая квазиминор (12.8) по элементам первой строки, получим

$$|a_{ij\to 51}|_{15} = a_{12}|a_{ij\to 12\to 51}|_{25} + a_{13}|a_{ij\to 13\to 51}|_{35} + a_{14}|a_{ij\to 14\to 51}|_{45} =$$

$$= a_{12}\underset{\text{I}}{\begin{array}{|c|c|c|l} \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} & \multicolumn{1}{c}{5} & \\ \cline{1-3} & a_{24} & a_{25} & 2 \\ \cline{1-3} & & a_{35} & 3 \\ \cline{1-3} a_{43} & & a_{45} & 4 \\ \cline{1-3} \end{array}} + a_{13}\underset{\text{II}}{\begin{array}{|c|c|c|l} \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{4} & \multicolumn{1}{c}{5} & \\ \cline{1-3} & a_{24} & a_{25} & 2 \\ \cline{1-3} & & a_{35} & 3 \\ \cline{1-3} & & a_{45} & 4 \\ \cline{1-3} \end{array}} + a_{13}\underset{\text{III}}{\begin{array}{|c|c|c|l} \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} & \\ \cline{1-3} & & a_{25} & 2 \\ \cline{1-3} & & a_{35} & 3 \\ \cline{1-3} & a_{43} & a_{45} & 4 \\ \cline{1-3} \end{array}}$$

Далее разложение ведется для слагаемого:

– первого – по элементам второй строки – ребро, участвовавшее здесь ранее в разложении ($a_{12}$), имеет конец у вершины с номером 2;

– второго – по элементам третьей строки;

– для третьего – по элементам четвертой строки.

Продолжим разложение.

$$|a_{ij\to 51}|_{15} = a_{12}\left(a_{24}\begin{array}{|c|c|l} \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{5} & \\ \cline{1-2} & a_{35} & 3 \\ \cline{1-2} & a_{45} & 4 \\ \cline{1-2} \end{array} + a_{25}\,1\right) + a_{13}\,a_{35}1 + a_{14}\left(a_{43}\begin{array}{|c|c|l} \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{5} & \\ \cline{1-2} & a_{25} & 2 \\ \cline{1-2} & a_{35} & 3 \\ \cline{1-2} \end{array} + a_{45}1\right)$$

На этом этапе разложения впервые выполняются условия m = $l$ и равенства единице алгебраических дополнений элементов $a_{25}$, $a_{35}$, $a_{45}$. На последнем этапе разложения оно опять будет выполняться для этих же элементов.

Проведя теперь заключительный этап разложения и раскрыв скобки, окончательно получим:

$$| a_{ij \to 51} |_{15} = a_{12}\, a_{24}\, a_{43}\, a_{35} + a_{12}\, a_{24}\, a_{45} + a_{12}\, a_{25} + a_{13}\, a_{35} + a_{14}\, a_{43}\, a_{35} + a_{14}\, a_{45}\,. \quad (12.9)$$

Как видно из хода вычислений $a_{kl}$, разложение исходного минора на меньшие соответствует раскалыванию графа на более простые подграфы, продолжающемуся до полного их превращения в отдельные пути из k в l. Пути эти как бы вырубаются из исходного графа. Процесс «раскалывания» представлен графически по отдельным этапам.

Если теперь положить $a_{ij}$ = 1, то получим количество путей, ведущих из вершины 1 к вершине 5. Очевидно, что $a_{15}$ = 6. Проведя аналогичные вычисления, определим остальные $a_{ij}$ и построим полную матрицу путей для данного графа. Она имеет вид

$$\| a_{ij} \| = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \left\| \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 3 & 2 & 6 \\ \hline 3 & 0 & 3 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ \hline 1 & 1 & 3 & 2 & 0 \\ \hline \end{array} \right\| \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \qquad (12.10)$$

Следующим практически важным вопросом исследования структурных свойств графа является определение наикратчайшего и наидлиннейшего пути из одной вершины в другую.

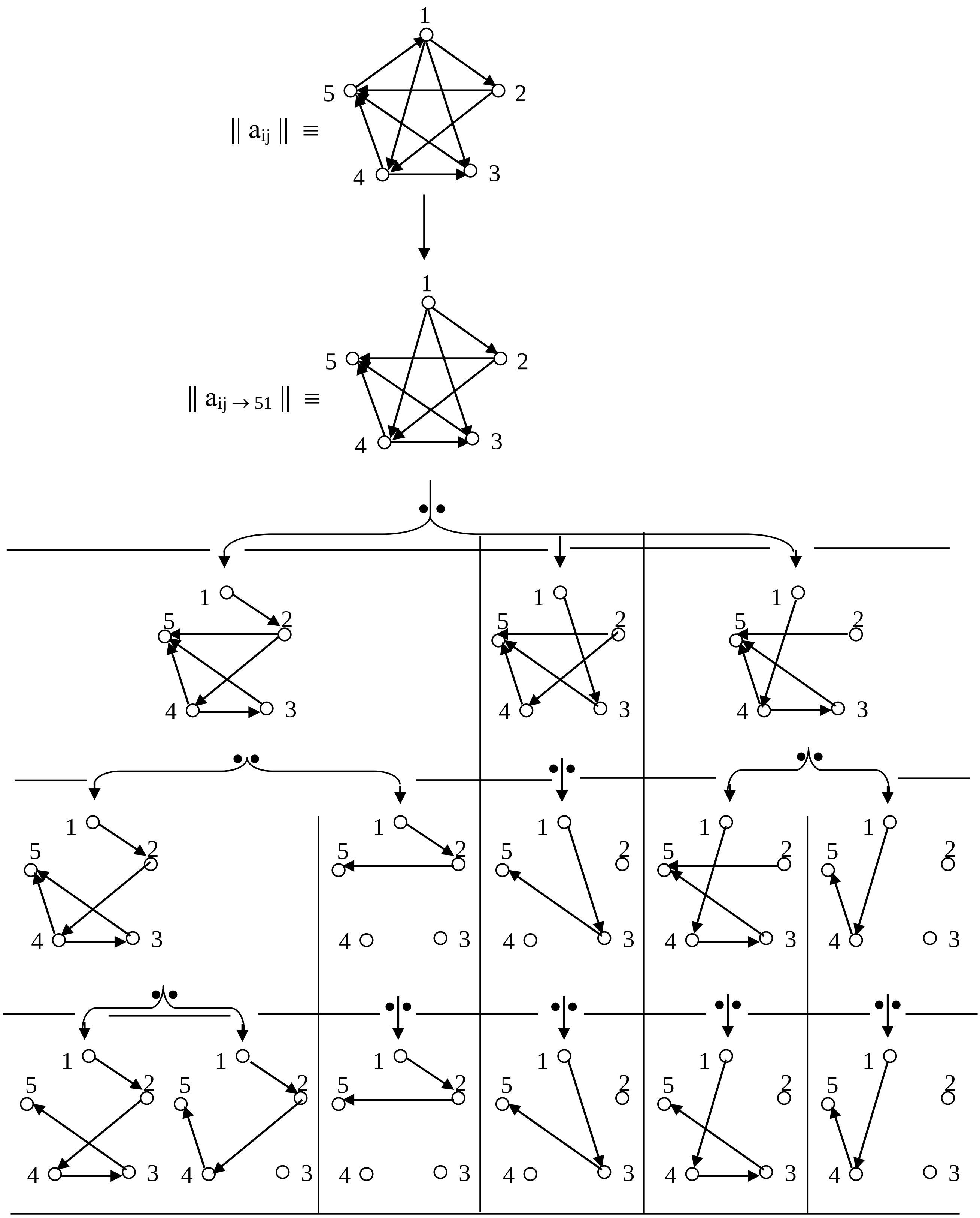



**Рис. 12.4**

*Пример*. На рисунке 12.5 представлен граф. Необходимо определить наикратчайший и наидлиннейший пути между вершинами 1 и 6. Положим что «веса» всех ребер одинаковы и равны единице.

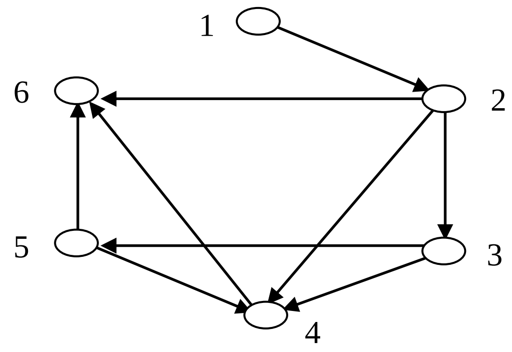



**Рис. 12.5**

Для графа, изображенного на рис. 12.5, матрица непосредственных путей имеет вид:

$$\| a_{ij} \| = \begin{array}{cc} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} & \\ \left\| \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \phantom{1} & 1 & & & & \\ \hline & & 1 & 1 & & 1 \\ \hline & & & 1 & 1 & \\ \hline & & & & & 1 \\ \hline & & & 1 & & 1 \\ \hline & & & & & \phantom{1} \\ \hline \end{array} \right\| & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \end{array} \qquad (12.11)$$

Для вычисления наикратчайшего пути строим матрицу:

$$\| d_{ij} \| = \begin{array}{cc} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} & \\ \left\| \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \hline \infty & 0 & 1 & 1 & \infty & 1 \\ \hline \infty & \infty & 0 & 1 & 1 & \infty \\ \hline \infty & \infty & \infty & 0 & \infty & 1 \\ \hline \infty & \infty & \infty & 1 & 0 & 1 \\ \hline \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \\ \hline \end{array} \right\| & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \end{array} \qquad (12.12)$$

Для вычисления наидлиннейшего пути из вершины 1 в 6 строим матрицу:

$$\| d_{ij} \| = \begin{array}{cc} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} & \\ \left\| \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & -1 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \hline \infty & 0 & -1 & -1 & \infty & -1 \\ \hline \infty & \infty & 0 & -1 & -1 & \infty \\ \hline \infty & \infty & \infty & 0 & \infty & -1 \\ \hline \infty & \infty & \infty & -1 & 0 & -1 \\ \hline \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \\ \hline \end{array} \right\| & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \end{array} \qquad (12.13)$$

Согласно формуле (12.13) длина наикратчайшего пути (в данном случае пути с минимальным количеством звеньев) будет равна:

$$\delta_{16} = | d_{ij \to 61}|_{16} = \begin{array}{cc} \begin{array}{ccccc} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} & \\ \left\| \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \hline 0 & 1 & 1 & \infty & 1 \\ \hline \infty & 0 & 1 & 1 & \infty \\ \hline \infty & \infty & 0 & \infty & 1 \\ \hline \infty & \infty & 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \right\| & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \end{array} \qquad (12.14)$$

Порядок вычисления квазиминора (12.14) остается таким же, как и прежде. Вычисления дают следующий результат:

$$\delta_{16} = | d_{ij \to 61}|_{16} = \min (4 + 4 + \infty + 3 + 2) = 2.$$

Длина наидлиннейшего пути (для рассматриваемого примера путь с максимальным количеством звеньев) будет равна

$$Д_{16} = | D_{ij \to 61}|_{16} = \begin{array}{cc} \begin{array}{ccccc} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} & \\ \left\| \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -1 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \hline 0 & -1 & -1 & \infty & -1 \\ \hline \infty & 0 & -1 & -1 & \infty \\ \hline \infty & \infty & 0 & \infty & -1 \\ \hline \infty & \infty & -1 & 0 & -1 \\ \hline \end{array} \right\| & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \end{array} \qquad (12.15)$$

Вычисления дают следующий результат:

$$Д_{16} = | D_{ij \to 61}|_{16} = | \min \{(-4) + (-5) + \infty + (-3) + (-2)\}| = |-5| = 5.$$

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В пособии изложен теоретический материал с примерами реализации, что позволит студентам получить навыки анализа и синтеза сложных информационных систем в задачах управления техническими объектами.

Объектом осмысления выступали системы, а предметом – основные идеи теории систем и системного анализа.

Рассмотрены общая характеристика современных системных исследований, направления реализации системного подхода, методологические вопросы исследования сложных объектов, многообразие теорий систем, иерархия систем Боулдинга, анализ слабоструктурированных и семантических информационных систем.

Дано представление о понятийно-категориальном аппарате системного подхода, что реализуется посредством подробного осмысления основных категорий.

Чтобы стать «системщиком» или специалистом в таких сферах деятельности, как системный анализ, моделирование и проектирование систем, необходимо не только хорошо знать методологические основы анализа и синтеза сложных информационных систем в задачах управления техническими объектами, но и другие отрасли знания.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Месарович, М. Общая теория систем: математические основы / М. Месарович, Я. Такахара.. – М. : Мир, 1978.

2. Месарович, М. Теория иерархических многоуровневых систем / М. Месарович, Д. Мако, И. Такахара. – 1973.

3. Садовский, В. Н. Основания общей теории систем: логико-методологический анализ / В. Н. Садовский. – 1974.

4. Гиг Дж. ван. Прикладная общая теория систем, 1978.

5. Уемов А. И. Системный подход и общая теория систем, 1978.

6. Урманцев Ю. А. Общая теория систем: состояние, приложения и перспективы развития.

7. Акофф Р., Эмери Ф. О целеустремленных системах, 1972.

8. Холл А. Опыт методологии для системотехники, 1975.

9. Пешель, М. Моделирование сигналов и систем / М. Пешель. – М. : Мир, 1977.

10. Методы анализа информационных систем : монография / Ю. Ю. Громов, В. Е. Дидрих, М. А. Ивановский и др. – Тамбов; М. ; СПб. ; Баку ; Вена ; Гамбург : Изд-во МИНЦ «Нобелистика». – 2012.

11. Моделирование слабоструктурированных систем / М. А. Ивановский, Ю. В. Минин, М. А. Бакушкина, С. В. Ковалев // Техника и безопасность объектов уголовно-исполнительной системы : сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф. – 2018.

12. Садовский, В. Н. Основания общей теории систем. Логико-методологический анализ / В. Н. Садовский ; отв. ред. А. И. Уемов. – М. : Наука, 1974.

13. Сурмин, Ю. П. Теория систем и системный анализ : учебное пособие / Ю. П. Сурмин. – К. : МАУП, 2003.

14. Морозов, А. В. Математические основы теории систем : учебное пособие / А. В. Морозов, И. А. Бригаднов, Р. Р. Хамидуллин. – Изд-во СЗТУ, 2004.

15. Саитов, Р. И. Теория информационных процессов и систем : учебное пособие / Р. И. Саитов. – Уфа : БГПУ имени М. Акмуллы, 2007.

16. Системные исследования. Ежегодник 1971. – М. : Наука, 1972.

17. Теория информационных процессов и систем : учебник / Ю. Ю. Громов, В. Е. Дидрих, О. Г. Иванова, В. Г. Однолько. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2014.

18. Теория систем и системного анализа : учебное пособие / Рыбинский ГАТУ им. Соловьева. – Рыбинск, 2015.

19. Шендалева, Е. В. Системный анализ. Принятие решений : конспект лекций / Е. В. Шендалева. – Омск : Омский государственный технический университет (ОмГТУ), 2010.

20. К вопросу о моделировании нечетких величин / Х. Л. Маджет, О. Г. Иванова, М. А. Ивановский, Ю. В. Минин // Техника и безопасность объектов уголовно-исполнительной системы : сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф. – 2018.

21. Цвиркун, А. Д. Основы синтеза структуры сложных систем / А. Д. Цвиркун. – М. : Наука, 1982.

22. Цвиркун, А. Д. Структура сложных систем / А. Д. Цвиркун. – М. : Радио и связь, 1975.

23. Шрейдер, Ю. А. Об одной модели семантической теории информации / Ю. А. Шрейдер ; под ред. А. А. Ляпунова. // Проблемы кибернетики. – М. : Наука, 1965. – Вып. 13. – С. 233 – 240.

24. Урсул, А. Д. Проблема информации в современной науке / А. Д. Урсул. – М. : Наука, 1975. – 287 с.

25. Стратонович, Р. Л. Теория информации / Р. Л. Стратонович. – М. : Сов. радио, 1975. – 424 с.

26. От концепций информации к пониманию информатики / В. М. Тютюнник, В. А. Доронкин, А. К. Дьячек, В. Н. Смольков // Информатика и науковедение. – Тамбов, 1986. – С. 2 – 5.

27. Тютюнник, В. М. Взаимосвязи информатики и науковедения: анализ данных и модели / В. М. Тютюнник. – Тамбов, 1989.

28. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений / А. Н. Борисов, А. В. Алексеев. Г. В. Меркурьева и др. - М. : Радио и связь, 1989. – 304 с.

29. Хиценко В. Е. Самоорганизация. Элементы теории и социальные приложения. 2005.

30. Хакен Г. Синергетика.

31. Князева Е. Н., Курдюмов С П. Законы эволюции и самоорганизации сложных систем, 1994.

32. Капица С. П., Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г. Синергетика и прогнозы будущего, 2003.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное электронное издание

ИВАНОВСКИЙ Михаил Андреевич
ГЛАЗКОВА Инга Александровна

# МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА СЛОЖНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Учебное пособие

Редактирование Е. С. Мордасовой
Графический и мультимедийный дизайнер Н. И. Кужильная
Обложка, тиражирование, упаковка Е. С. Мордасовой

ISBN 978-5-8265-2936-2

9 785826 529362

Подписано к использованию 18.09.2025.
Тираж 50 экз. Заказ № 99

Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ»
392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106, к. 14
Тел. 8(4752) 63-81-08;
E-mail: izdatelstvo@tstu.ru