

*И. В. Маркин, М. А. Еськова, Я. В. Устинская,
К. И. Меронюк, Н. А. Кокорев**

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА КУЛЬТИВИРОВАНИЯ МИКРОВОДОРОСЛЕЙ НА СТОЧНЫХ ВОДАХ

Одним из перспективных источников сырья для получения пищевых продуктов, медицинских препаратов, возобновляемых источников энергии стали микроводоросли вида *Chlorella vulgaris*. Они обладают способностью накапливать повышенное количество различных ценных компонентов (липидов, каротиноидов, хлорофилла, белков и др.), быстро размножаются и могут культивироваться как в закрытых, так и открытых условиях. В связи с этим, актуальной задачей является разработка математической модели, способной описывать процессы накопления биомассы клеток микроводорослей, убыли субстрата и накопления ценных продуктов метаболизма. Структурная схема процесса культивирования микроводорослей представлена на рис. 1.



Рис. 1. Структурная схема процесса культивирования микроводорослей

Входными переменными являются: T – температура, °C; I – освещенность, клк; $C:N:P$ – отношение концентраций углерода, азота и фосфора. Выходной переменной является количество клеток микроводорослей X , млн кл/мл. Внутренними параметрами являются E_n , млн кл/мл – емкость популяции (предельная численность, которую может достигнуть популяция в условиях ограниченности ресурса); K_{SN} , мг/л – константа полунасыщения (концентрация аммония, при которой удельная скорость роста принимает значение половины максимальной); μ_{max} , сутки⁻¹ – максимальная удельная скорость роста (максимальная возможная скорость роста, не ограниченная концентрацией субстрата); Y_N , (млн кл·л)/(мл·г) – коэффициент, показывающий количество образующейся биомассы Δx при количестве затраченного

* Работа выполнена под руководством д-ра техн. наук, проф. ФГБОУ ВО «ПГТУ» Д. С. Дворецкого.

аммония ΔN за время Δt ; Y_p , (млн кл-л)/(мл-г) – коэффициент, показывающий количество образующейся биомассы Δx при количестве затраченных фосфатов ΔP за время Δt .

При разработке математической модели кинетики роста биомассы микроводоросли приняты следующие допущения:

- 1) все клетки микроводорослей находятся в одинаковых условиях;
- 2) лабораторная установка обеспечивает равномерное распределение питательных веществ между клетками;
- 3) субстратом, лимитирующим рост, является аммоний.

Для культивирования микроводорослей *Chlorella vulgaris* использовались образцы муниципальных сточных вод, взятые на городских очистных сооружениях: количество азота $TN \approx 42 \pm 0,21$ мг/л и фосфора $TP \approx 48 \pm 0,24$ мг/л. Культивирование проводилось при следующих условиях в течение 12 суток при следующих начальных условиях $t = 30$ °С; $I = 7$ клк; $x_0 = 3$ млн кл/мл. Измерения концентрации аммония, фосфатов и биомассы проводили в трехкратном повторении. По результатам трех измерений находили среднее арифметическое и отклонение от него с учетом ошибки измерения.

Характер экспериментальной зависимости накопления биомассы микроводорослей соответствует логистическому уравнению Ферхюльста для ограниченного роста популяции [1]:

$$\frac{dx}{dt} = \mu x \left(1 - \frac{x}{E_n} \right). \quad (1)$$

Коэффициент E_n находился по экспериментальным данным исходя из максимального количества клеток [2].

На основании анализа поведения микроводорослей будем считать, что азот является лимитирующим фактором. Данный биогенный элемент оказывает значительное влияние на рост клеток микроводорослей. Зависимость удельной скорости роста микроводорослей от концентрации азотсодержащего субстрата описывается уравнением Моно [1]:

$$\mu(S) = \frac{\mu_{\max} S_N}{K_S + S_N}. \quad (2)$$

Удельная скорость роста микроорганизмов μ определяется физиологическими особенностями штамма, условиями культивирования, природой и концентрацией субстрата в среде. Высокие исходные концентрации некоторых компонентов среды могут ингибировать рост микроорганизмов.

Одной из характеристик роста микроорганизмов является их теоретическая максимальная удельная скорость роста (μ_{\max}). Чем выше μ_{\max} при росте на конкретном субстрате, тем устойчивее и продуктивнее будет идти процесс получения необходимого продукта. μ_{\max} находится методом Лайнуивера и Бэрка [1].

Величина μ_{\max} зависит от природы организма, и, соответственно, организмы разделяются на быстро- и медленно растущих. Величина K_S характеризует сродство организма к субстрату и определяет его способность расти при низких концентрациях субстрата, разделяя виды организмов по эффективности их транспортных систем.

Коэффициенты μ_{\max} и K_S , входящие в уравнение Моно, находили методом Лайнуивера и Бэрка. Для удобства расчетов уравнение (2) преобразуют так, чтобы экспериментальные точки лежали на прямой линии [1]:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_{\max}} + \frac{K_s}{\mu_{\max}} \frac{1}{S}. \quad (3)$$

Если построить график в координатах $1/\mu$ от $1/S$ по уравнению (3), как изображено на рис. 2, то он будет представлять собой прямую, пересекающую ось абсцисс в точке $-1/K_S$, а ось ординат в точке $1/\mu_{\max}$.

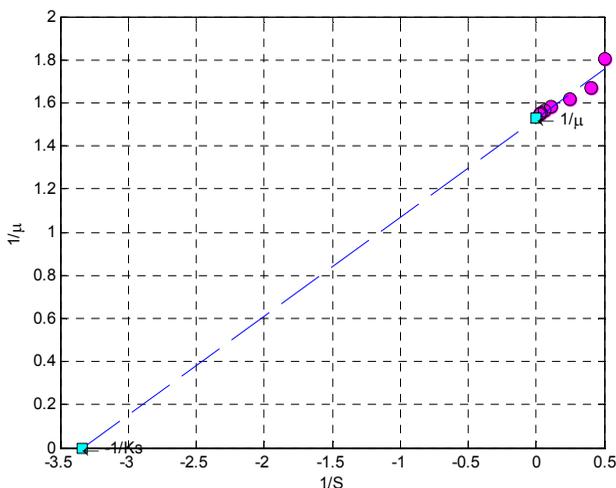


Рис. 2. Нахождение параметров уравнения удельной скорости роста методом Лайнуивера и Бэрка

Скорость роста биомассы микроводорослей на сточных водах может быть определена по формуле:

$$\frac{dx}{dt} = \mu_{\max} \frac{S_N}{K_S + S_N} x \left(1 - \frac{x}{E_{\Pi}} \right). \quad (4)$$

Процессы убыли азот- и фосфорсодержащих субстратов при периодическом культивировании микроводорослей описываются уравнениями:

$$\frac{dS_N}{dt} = -\frac{1}{Y_N} \frac{dx}{dt}, \quad (5)$$

$$\frac{dS_P}{dt} = -\frac{1}{Y_P} \frac{dx}{dt}. \quad (6)$$

Коэффициенты Y_N и Y_P находят по экспериментальным данным решением обратной задачи. Для этого для каждого интервала времени определяют dx , dS_P , dS_N . Из полученной системы уравнений находят все коэффициенты.

Из вышесказанного система кинетических уравнений процесса культивирования микроводорослей состоит из уравнений (5) – (7) с начальными условиями: $x(0) = 3$ млн кл/мл, $S_{N0}(0) = 42$ мг/л, $S_{P0}(0) = 48$ мг/л.

Обработка экспериментальных данных позволила рассчитать кинетические коэффициенты уравнения для штамма *Chlorella vulgaris*, которые представлены в табл. 1.

1. Коэффициенты уравнений модели

	<i>Chlorella vulgaris</i>
E_{Π} , млн кл/мл	6,8
K_{SN} , мг/л	2,5
K_{SP} , мг/л	0,2
μ_{\max} , сутки ⁻¹	0,5
Y_N , (млн кл·л)/(мл·г)	0,09 + 0·t
Y_P , (млн кл·л)/(мл·г)	0,2 + 0·t

Проанализировав кинетические коэффициенты модели, можно сделать вывод, что начальные концентрации субстратов были достаточно высоки, так как K_{SN} и K_{SP} принимают значения, которые характеризуют низкое сродство микроводорослей к субстратам. Коэф-

фициенты Y_N и Y_P принимают значения в диапазоне 0,1...0,12, что говорит о снижении питательных веществ в процессе культивирования, низкой освещенности и отсутствии подпитки в виде фосфоросодержащих и азотсодержащих солей.

Максимальное отклонение расчетных данных от экспериментальных составило 9%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бирюков, В. В. Основы промышленной биотехнологии / В. В. Бирюков. – М. : КолосС, 2004. – 296 с.
2. Technology of Using Municipal Wastewater for Obtaining *Chlorella Vulgaris* Biomass with High Lipid Content for Biofuel Production / D. Dvoretzky and all // Chemical Engineering Transactions. – 2018. – No. 64, – P. 487 – 492.

Кафедра «Технологии и оборудование пищевых и химических производств» ФГБОУ ВО «ТГТУ»