

МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО В ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЛУЧИСТОГО ТЕПЛООБМЕНА

Преобладающим видом теплообмена в топках котлов и в рабочем пространстве высокотемпературных пламенных печей является лучистый теплообмен. Строгое математическое описание процессов лучистого теплообмена возможно на базе интегральных уравнений Фредгольма второго рода, составленных для плотности потока того или иного вида излучения. Точное решение указанных интегральных уравнений даже для сравнительно простых излучающих систем представляет собой трудную задачу, которая в значительной мере усложняется для условий промышленных теплотехнических агрегатов.

Из-за наличия сопутствующих процессов переноса сложный теплообмен обладает большой физической и математической сложностью по сравнению с чисто радиационным переносом: увеличивается число уравнений и число неизвестных величин, описывающих процесс; система уравнений, описывающих теплообмен, становится резко нелинейной. Методы решения нелинейных уравнений недостаточно разработаны в современной математике, что усложняет аналитические исследования сложного теплообмена.

Разработке точных методов расчета препятствует также сложный характер излучаемого спектра участвующих в теплообмене тел, наличие переменных по объему рабочего пространства оптических характеристик и температур. В связи с этим, большое значение приобрели разработка и использование приближенных методов решения задач сложного теплообмена применительно к условиям котельных агрегатов и пламенных печей. Практика показала, что наиболее приемлемым и перспективным с точки зрения расчетно-теоретического анализа тепловой работы теплотехнических установок являются зональные методы. В свое время было разработано несколько схем расчета с целью эффективного применения зонального метода к различным теплотехническим задачам. Эти схемы характеризуются различием математической записи выражений, аппроксимирующих интегральные уравнения излучения, последовательностью и способами их решения [1 – 3]. При определении лучистой составляющей зональных уравнений теплового баланса в нашей стране распространена расчетная схема, использующая введенные Ю.А. Суриновым разрешающие угловые коэффициенты излучения [4]. В общем виде, для каждой из n поверхностных и m объемных зон можно записать соответствующее нелинейное уравнение теплового баланса и теплопередачи

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n+m-1} A_{ij}^{\Sigma} T_i^4 - A_{jj}^{\Sigma} T_j^4 + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{l_j} g_{ij} T_i - g_{jj} T_j + Q_j = 0. \quad (1)$$

В такой форме запись уравнения впервые была предложена В.Г. Лисиенко [5]. В этом уравнении первые два слагаемых представляют собой результирующий радиационный тепловой поток для зоны j , равный разности между теплом, поглощенным данной зоной j вследствие лучистого переноса из других зон $i Q_{\text{полг. } j}$, и собственным излучением $j Q_{\text{полг. } j}$. Третье и четвертое слагаемые представляют собой величину результирующего теплообмена данной зоны j с соседними зонами i в результате переноса тепла с движущейся средой, конвективного теплопереноса и теплопередачи через поверхностные зоны; последнее слагаемое – количество тепла подводимое извне. Входящие в уравнение (1) коэффициенты радиационного теплообмена A_{ij}^{Σ} и A_{jj}^{Σ} (Вт/К⁴) между соответствующими зонами могут быть записаны в следующем виде:
для объемных излучающих зон i

*Работа выполнена под руководством д-ра техн. наук, проф. С.В. Фролова.

$$A_{ij}^{\Sigma} = \frac{4V_i}{T_i^4} \int_0^{\infty} K_i^{\lambda} f_{ij}^{\lambda} E_{0i}^{\lambda} d\lambda \quad \text{при } i \neq j;$$

$$A_{jj}^{\Sigma} = \frac{4V_j}{T_j^4} \int_0^{\infty} K_j^{\lambda} (1 - f_{jj}^{\lambda}) E_{0j}^{\lambda} d\lambda \quad \text{при } i = j;$$

для поверхностных излучающих зон i

$$A_{ij}^{\Sigma} = \frac{F_i}{T_i^4} \int_0^{\infty} \varepsilon_i^{\lambda} f_{ij}^{\lambda} E_{0i}^{\lambda} d\lambda \quad \text{при } i \neq j;$$

$$A_{jj}^{\Sigma} = \frac{F_j}{T_j^4} \int_0^{\infty} \varepsilon_j^{\lambda} (1 - f_{jj}^{\lambda}) E_{0j}^{\lambda} d\lambda \quad \text{при } i = j.$$

Здесь f_{ij}^{λ} – доля энергии излучения, перенесенной из зоны i в зону j в узком интервале длин волн $d\lambda$ в окрестности длины волны λ с учетом возможного многократного переизлучения энергии поверхностными зонами и поглощения в объемных.

Особенностью системы уравнений с разрешающими угловыми коэффициентами излучения является простота формы записи и универсальность уравнений. Взаимный баланс лучистых и конвективных членов в выражении (1) позволяет учесть совместное тепловое взаимодействие конвекции и излучения. Точность такого подхода исследовалась относительно точной постановки задачи радиационно-конвективного теплообмена [6], где было показано, что погрешность зонального расчета на участках, где наиболее сильно проявляется взаимодействие конвекции и излучения, не превышает 7 % при определении результирующих потоков и 2 % при нахождении распределений температуры.

Существующие методы расчета теплообмена в некоторых практически важных случаях не позволяют детально проанализировать влияние тех или иных параметров теплового режима и конструкции энергоустановки на процессы теплопередачи. В этих условиях использование приближенных зональных методов наталкивается на ряд трудностей, связанных с учетом неоднородности оптических характеристик среды, а также сложной геометрии поверхностей и объемов при вычислении коэффициентов радиационного теплообмена. Большими возможностями при разрешении указанных трудностей обладает метод статистических испытаний (Монте-Карло). Приоритет статистическому методу обеспечивают возможности отказа от многих допущений типа предположений о черных, серых, диффузионных или зеркальных поверхностях, а также о прозрачных, серых или изотермических газах. Преимущества метода Монте-Карло перед другими методами при исследовании геометрически сложных систем сводятся к двум основным: менее сложен математический аппарат геометрических преобразований; ясная физическая интерпретация рассматриваемых задач делает процесс программирования более наглядным и легко контролируемым в стадии отладки программы.

При изучении и совершенствовании алгоритма было показано [7], что при задании в модели диффузионного закона излучения и отражения, а также при условии изотропности излучения в объеме с целью экономии машинного времени целесообразно использовать метод Монте-Карло лишь для определения обобщенных угловых коэффициентов ψ_{ij} , осуществляя последующий переход к разрешающим угловым коэффициентам f_{ij} с помощью решения системы линейных алгебраических уравнений. Обобщенный угловой коэффициент излучения ψ_{ij} определяет долю лучистого потока, попадающего на облучаемую зону j , от всего лучистого потока, излучаемого i -ой зоной. Такой двухэтапный подход к определению разрешающих угловых коэффициентов дает высокую эффективность использования метода Монте-Карло.

Метод статистических испытаний заключается в проведении серии расчетов: частную выборку из всей совокупности случайных процессов излучения, переноса и поглощения энергии. Один расчет будет состоять из следующих основных этапов:

- 1 Случайный выбор излучающей точки внутри излучающей зоны.
- 2 Случайный выбор направления излучения.
- 3 Определение отрезков траектории потока выбранного направления до встречи с ограничивающей поверхностью.
- 4 Определение доли лучистой энергии, дошедшей до облучаемой зоны.

Подходя к вопросу программной реализации данного метода, в настоящее время необходимо опираться на достижения в области систем компьютерной математики (СКМ). Здесь, работа с большим

объемом однотипных данных в процессе расчета и их представление в матричной форме, а также, решение линейных и нелинейных уравнений наталкивают нас на выбор соответствующей системы – Mat-Lab. Он представляет собой хорошо апробированную и надежную СКМ, рассчитанную на решение самого широкого круга математических задач с представлением данных в универсальной матричной форме, предложенной фирмой Math Works, Inc. Имея в настоящее время достаточные вычислительные ресурсы, гибкие и универсальные средства написания алгоритмов, задача такого класса эффективно реализуется на ЭВМ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Невский А.С. Лучистый теплообмен в печах и топках. 2-е изд., испр. и доп. М.: Металлургия, 1971. 440 с.
- 2 Спэрроу Э.М., Сесс Р.Д. Теплообмен излучением. Л.: Энергия, 1971. 296 с.
- 3 Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. М.: Мир, 1975. 936 с.
- 4 Суринов Ю.А. Об итерационно зональном методе исследования и расчета локальных характеристик лучистого теплообмена. Теплофизика высоких температур // Инженерно-физический журнал, 1972. Т. 10. № 4. С. 844 – 852.
- 5 Лисиенко В.Г., Волков В.В., Гончаров А.Л. Математическое моделирование теплообмена в печах и агрегатах. Киев: Наук. думка, 1984. 232 с.
- 6 Щербинин В.И., Боковикова А.Х., Шкляр Ф.Р. Взаимодействие излучения и конвекция при сложном теплообмене в коротком канале // Инженерно-физический журнал, 1974. Т. 26. № 2. С. 238 – 244.
- 7 Журавлев Ю.А., Лисиенко В.Г., Китаев Б.И. Совершенствование алгоритма зонального расчета теплообмена в пламенной печи // Инженерно-физический журнал, 1971. Т. 21. № 5. С. 829 – 835.