

Направление 270100

СТРОИТЕЛЬСТВО

Магистерская программа 270100.01

Теория и проектирование зданий и сооружений

Руководитель программы д.т.н., проф. Леденев В. В.

Шевелёв А. С.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ, УСИЛЕННЫХ СНИЗУ ЛИСТОМ ФАНЕРЫ ИЛИ СТАЛИ

Работа выполнена под руководством к.т.н., доц. Сморгачева А. А.

*Курск ГТУ, Кафедра «Промышленное
и гражданское строительство»*

Расчет деревянного бруса, усиленного снизу листом фанеры

Рассчитаем балку, нагруженную равномерно-распределенной нагрузкой, усиленной снизу листом фанеры.

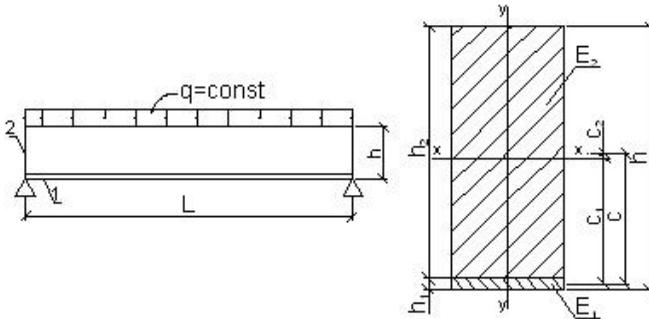


Рис. 1. Расчетная схема усиленной балки и ее сечение

h – полная высота сечения; h_1 – толщина листа; h_2 – высота сечения бруса; b – ширина сечения; E_1 – модуль упругости листа; E_2 – модуль упругости бруса; $c_1=0.5(h-h_1)$ – расстояние от ц.т. сечения до ц.т. сечения листа; $c_2=0.5(h-h_2)$ – расстояние от ц.т. сечения до ц.т. сечения бруса; $c=c_1+c_2$ – расстояние между ц.т. сечения составных элементов.

1-й подход к решению задачи.

Данный подход основан на теории составных стержней А. Р. Жаницына. Так как лист усиления достаточно тонок по сравнению с усиливаемым брусом, то считаем, что лист воспринимает только касательные усилия в шве:

$$N_1 = T_{шва} ,$$

где $T_{шва}$ – полное сдвигающее усилие, накапливаемое по длине шва.

Для нахождения усилий в шве необходимо решить дифференциальное уравнение:

$$T''/\xi = \gamma \cdot T + \Delta . \quad (1)$$

Здесь γ и свободный член Δ имеют значения:

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{E_1 \cdot A_1} + \frac{1}{E_2 \cdot A_2} + \frac{c^2}{\sum EI} \\ \Delta &= -\frac{M \cdot c}{\sum EI} \end{aligned} \right\} ,$$

где A_1 и A_2 – площади сечений листа и бруса соответственно; M – изгибающий момент от действия нагрузки.

В уравнении (1) ξ – коэффициент жесткости связей сдвига. В общем виде его значение равно:

$$\xi = \frac{T_c \cdot m}{\Gamma}, \quad (2)$$

где T_c – сдвигающее усилие, приходящееся на одну связь;
 m – число связей, приходящееся на единицу длины шва;
 Γ – деформация взаимного сдвига смежных волокон двух соседних стержней, соединенных связями сдвига.

Определение данного коэффициента – задача сложная, так как достаточно сложно с необходимой точностью определить работу связей, особенно если они выполнены из материала отличного от материала составляющих стержней. Поэтому его необходимо определять экспериментально для каждого типа связей.

Решение уравнения (1) можно записать в виде

$$T = C_1 sh\lambda x + C_2 ch\lambda x + C_3 x + C_4 + \sum \frac{\xi \cdot c}{EI \lambda^2} \int_0^x q(t) [sh\lambda(x-t) - \lambda(x-t)] dt,$$

где C_1 и C_2 – произвольные постоянные, определяемые по граничных условиям и $\lambda = \sqrt{\xi \cdot \gamma}$. Для упрощения формул начало координат взято в середине балки.

В случае шарнирного закрепления по краям и приложенной равномерно-распределенной нагрузке получим:

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{q \cdot c}{2 \cdot \gamma \cdot \sum EI} (l^2 - x^2) - \frac{q \cdot c}{\gamma \cdot \lambda^2 \sum EI} \left(1 - \frac{ch\lambda x}{ch\lambda l} \right) \\ \tau = T' &= - \frac{q \cdot c}{\gamma \sum EI} x + \frac{q \cdot c}{\gamma \cdot \lambda \cdot \sum EI} \cdot \frac{sh\lambda x}{ch\lambda l} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Если элемент усиления приклеивается к брусу, то деформации взаимного сдвига смежных волокон будут отсутствовать, т.е. $\Gamma=0$. Следовательно по формуле (2) $\xi=\infty$. В этом случае равенство (3) примет вид

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{q \cdot c}{2 \cdot \gamma \cdot \sum EI} (l^2 - x^2) \\ \tau = T' &= - \frac{q \cdot c}{\gamma \sum EI} x \end{aligned} \right\}.$$

Главный недостаток теории Ржаницына заключается в том, что ее сложно применить в практических расчетах (при проверке несущей способности, предельных деформаций, подборе сечения по I или II-му предельному состоянию и т.д.), так как для каждого закрепления по концам и вида прилагаемой нагрузки необходимо выводить свою формулу. К тому же жесткость связей сдвига во многих случаях можно не учитывать, о чем говорил и сам А.Р. Ржаницын.

2-й подход к решению задачи.

Данный подход значительно упрощает решение подобных задач

Так как лист фанеры достаточно тонок по сравнению с усиливаемым брусом, то считаем, что в листе фанеры возникают только растягивающие усилия.

Нагрузка и изгибающий момент, воспринимаемая листом фанеры:

$$q_1 = \frac{q \cdot (EI)_1}{(EI)_1 + (EI)_2}; M_1 = \frac{M \cdot (EI)_1}{(EI)_1 + (EI)_2}. \quad (4)$$

Нагрузка и изгибающий момент, воспринимаемая брусом:

$$q_2 = \frac{q \cdot (EI)_2}{(EI)_1 + (EI)_2}; M_2 = \frac{M \cdot (EI)_2}{(EI)_1 + (EI)_2}.$$

Из условия равновесия найдем растягивающее усилие, воспринимаемое листом фанеры:

$$N_1 \cdot c_1 = M_1. \quad (5)$$

Подставляя (4) в (5), получим:

$$N_1 = \frac{M \cdot (EI)_1}{(EI)_1 + (EI)_2} \cdot \frac{1}{c_1}. \quad (6)$$

Найдем моменты инерции листа фанеры и бруса соответственно.

$$I_1 = \frac{b \cdot h_1^3}{12} + \frac{1}{4} \cdot (h - h_1)^2 \cdot b \cdot h_1, \quad I_2 = \frac{b \cdot h_2^3}{12} + \frac{1}{4} \cdot (h - h_2)^2 \cdot b \cdot h_2. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (6) и учитывая, что $c_1 = 0.5(h - h_1)$, получим

$$N_1 = \frac{2 \cdot M \cdot E_1}{(h - h_1) \cdot \sum EI} \cdot \left(\frac{b \cdot h_1^3}{12} + \frac{1}{4} \cdot (h - h_1)^2 \cdot b \cdot h_1 \right).$$

После преобразований получим формулу для определения растягивающих напряжений в листе

$$N_1 = \frac{M \cdot E_1 \cdot b \cdot h_1}{4 \cdot \sum EI} \cdot \left(\frac{h_1^2}{6 \cdot (h - h_1)} + h - h_1 \right). \quad (8)$$

Здесь $\sum EI = (EI)_1 + (EI)_2$ - суммарная жесткость.

В формуле (8) растягивающее усилие N_1 не зависит от условий закрепления и вида нагрузки, а лишь от геометрических характеристик сечения и значения изгибающего момента.

Т а б л и ц а 1

Результаты расчета бруса, усиленного листом фанеры

Пролет $l=1.2$ м, ширина сечения $b=125$ мм, нагрузка $q=20$ кН/м

Высота бруса (h_2), мм	Усилия N_1 (кН), T (кН), расхождение в результатах(%) при толщине листа фанеры (h_1), мм				
	6	8	9	10	12
150	12,4	14,1	14,8	15,4	16,3
	13,5	13,9	14,0	14,1	14,0
	-7,7	1,3	5,3	9,2	16,4
175	9,9	11,3	11,9	12,4	13,3
	11,2	11,8	11,9	12,0	12,1
	-11,9	-3,7	0,0	3,6	10,2
200	8,0	9,3	9,8	10,3	11,1
	9,5	10,1	10,3	10,4	10,5
	-15,3	-7,7	-4,2	-0,9	5,3

В дальнейшем планируется выявить эмпирическую зависимость между отношением высот стержней и погрешностью между точным и приближенным методом, а также подтвердить результаты экспериментально.

Список литературы

1. А.Р. Ржаницын. Составные стержни и пластинки. - М.: Стройиздат, 1985. – 315 с.