

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Тамбовский государственный технический университет»

С. В. КАРПУШКИН, С. В. КАРПОВ, А. О. ГЛЕБОВ

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРЕССОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВ РЕЗИНОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ

Допущено Учебно-методическим объединением вузов по
университетскому политехническому образованию
в качестве учебного пособия для студентов
высших учебных заведений,
обучающихся по специальности
151701 «Проектирование технологических машин и комплексов» и
направлению 150700 «Машиностроение»



Тамбов
Издательство ТГТУ
2014

УДК 678.058.3
ББК Л728.0
К26

Рецензенты:

Председатель Научно-технического совета
ЗАО «Завод Тамбовполимермаш»
М. А. Смолин

Доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой «Машины и аппараты химических
производств» Ивановского государственного химико-
технологического университета
В. Н. Блиничев

Карпушкин, С. В.

К26

Проектирование прессового оборудования для производств резинотехнических изделий : учебное пособие для студентов, обучающихся по специальности 151701 «Проектирование технологических машин и комплексов» и направлению 150700 «Машиностроение» / С. В. Карпушкин, С. В. Карпов, А. О. Глебов. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2014. – 120 с. – 100 экз. – ISBN 978-5-8265-1258-6.

Знакомит студентов с основами моделирования тепловых и электромагнитных процессов в индукционных нагревательных плитах вулканизационных прессов, подходами к проектированию нагревательных плит и применением методики планирования эксперимента для оптимизации параметров их конструкции, методикой оценки эффективности конструкций пресс-форм.

Предназначено для студентов, обучающихся по специальности 151701 «Проектирование технологических машин и комплексов» и направлению 150700 «Машиностроение», дневной и дистанционной форм обучения, аспирантов, проводящих исследования в области оптимального конструирования технологического оборудования.

УДК 678.058.3
ББК Л728.0

ISBN 978-5-8265-1258-6

© Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет» (ФГБОУ ВПО «ТГТУ»), 2014

ВВЕДЕНИЕ

Необходимым условием обеспечения конкурентоспособности производственного сектора России на мировом рынке уже в настоящее время и, тем более, в перспективе, является развитие и применение супервычислений, массовых информационных технологий и нанотехнологий. Первоочередной задачей становится развитие отечественных технологий проектирования суперкомпьютеров на основе масштабируемой сети микропроцессоров, детального предсказательного моделирования и виртуального прототипирования в процессе создания перспективных изделий машиностроения, новых энергетических установок, а также технологий проектирования систем управления технологическими процессами на основе масштабируемых аппаратно-программных комплексов. Создание таких технологий предполагает проведение широкомасштабных фундаментальных и прикладных исследований в различных областях знаний, в том числе в математике, микроэлектронике, информационных технологиях, вычислительных системах, информатике и телекоммуникациях [1]. Проявление комплекса перечисленных проблем можно наблюдать при проектировании элементов конструкции гидравлических вулканизационных прессов для изготовления резинотехнических изделий (РТИ).

Производство резиновых изделий, согласно данным Центра развития Национального исследовательского университета – Высшей школы экономики [2], имеет устойчивую тенденцию к увеличению: индекс промышленного производства РТИ и пластмассовых изделий в ноябре 2010 г. относительно декабря 2009 г. составил 138,4%. В связи с этим возникает необходимость модернизации устаревшего и создания нового оборудования, выпускающего качественную продукцию с наименьшими издержками производства.

Основной проблемой в данной области является построение достоверных математических моделей нагрева элементов прессового оборудования и создание на их основе инженерных методик расчёта, проектирования и оптимизации, позволяющих снизить энергетические, временные и материальные затраты. На наш взгляд, решение подобных задач необходимо осуществлять с использованием современных систем инженерного анализа (CAE) во взаимодействии с системами автоматизированного проектирования (CAD).

В данном пособии рассмотрено применение CAE-систем ANSYS и COMSOL для моделирования индукционного нагрева плит вулканизационных прессов для изготовления РТИ, одиночных пресс-форм и систем «нагревательная плита–пресс-форма–РТИ», решения задач оптимального проектирования нагревательных плит прессов и пресс-форм.

1. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ВУЛКАНИЗАЦИОННЫХ ПРЕССОВ С ИНДУКЦИОННЫМИ НАГРЕВАТЕЛЬНЫМИ ПЛИТАМИ

В производстве РТИ наиболее часто применяется способ горячего прессования в пресс-формах на вулканизационных прессах. Вулканизационные прессы разделяются на гидравлические, гидропневматические, гидромеханические и механические. Наиболее распространены гидравлические прессы.

Плиты прессов нагревают паром, перегретой водой, маслом, высококипящими органическими теплоносителями (ВОТ) и электрическим током.

Применение электронагрева плит вулканизационных прессов сдерживалось долгое время тем, что перепад температур по рабочей поверхности плиты в прессах с электронагревом был значительно выше, чем у прессов с паровым нагревом. В последнее время за счёт улучшения конструкции плит удалось уменьшить этот перепад до $\pm(3\dots5)^\circ\text{C}$, что близко к перепаду температур у плит с паровым обогревом [3].

1.1. ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ВУЛКАНИЗАЦИОННЫЕ ПРЕССЫ ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ РЕЗИНОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ

Для вулканизации РТИ в металлических пресс-формах применяют в основном вулканизационные прессы с гидравлическим приводом. В зависимости от количества обогреваемых плит различают одно-, двух-, четырёх- и шестизэтажные прессы. Основными конструктивными параметрами прессов являются: номинальное усилие, размер нагревательных плит, расстояние между ними, число этажей.

1.1.1. КОНСТРУКЦИЯ ПРЕССА

На рисунке 1.1 изображён четырёхэтажный вулканизационный гидравлический пресс 250-600 Э4 производства ЗАО «Завод Тамбовполимермаш» с индукционным обогревом плит. Пресс этого типа развивает максимальное усилие 250 МН и имеет плиты размером 600×600 мм.

В начале технологического процесса нагревательные плиты 3 пресса разомкнуты: нижняя плита находится на подвижном столе 5, верхняя жёстко закреплена на верхней поперечине 2, между ними на упорах располагаются внутренние плиты. Собранные на столе пресс-формы с резиновыми заготовками размещаются между плитами. Далее в гидравлический цилиндр подаётся рабочая жидкость, плунжер 7 со столом начинает двигаться вверх. При этом происходит плотное замыкание пресс-форм между плитами и формование изделий.

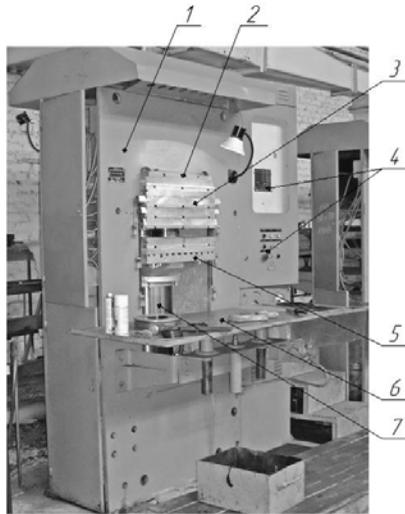


Рис. 1.1. Вулканизационный пресс с индукционными нагревательными плитами:

- 1 – корпус пресса; 2 – верхняя поперечина; 3 – нагревательные плиты;
 4 – панели индикаторов и регуляторов; 5 – подвижный стол;
 6 – стол для перезарядки пресс-форм; 7 – плунжер

Заданные при помощи регуляторов 4 необходимые температуры плит и давление смыкания, в том числе время подпрессовок, поддерживаются при помощи контроллеров. Регулирование температуры осуществляется по двухпозиционному закону на основе показаний контрольных термопар в нагревательных плитах. По окончании процесса вулканизации плиты размыкаются, пресс-формы выгружаются на стол 6, где происходит извлечение готовых РТИ и перезарядка пресс-форм. Более подробно конструкция аналогичного двухэтажного пресса изложена в работе [4].

К преимуществам плит с индукционным способом нагрева по сравнению с омическим относятся:

- существенное увеличение периода эксплуатации до выхода из строя;
- меньший расход электроэнергии;
- возможность концентрации значительных мощностей на малых площадях;
- повышение точности регулирования температуры.

Поэтому в последние годы вулканизационные гидравлические прессы, как правило, оснащаются плитами с индукционными нагревательными элементами.

1.1.2. КОНСТРУКЦИИ НАГРЕВАТЕЛЬНЫХ ПЛИТ И ИНДУКТОРОВ

Основными элементами индукционной нагревательной плиты являются (рис. 1.2):

- основание, в котором фрезеруются пазы под индукторы и под крепёжные пластины;
- индукторы, представляющие собой катушки из изолированных проводов в форме пазов;
- крышка, закрывающая индукторы.

Индукторы могут соединяться последовательно, параллельно и последовательно-параллельно (последовательно соединяются группы параллельно соединённых индукторов). Каждый метод соединения имеет свои преимущества и недостатки. При последовательном соединении индукторы имеют меньшее число витков, но резко возрастает сила тока в цепи, что приводит к необходимости использования специальных проводов и шин. При параллельном способе соединения ток в цепи минимален, но увеличивается число витков в индукторе, что приводит к увеличению его габаритов. Последовательно-параллельный способ, сглаживающий недостатки последовательного и параллельного, не получил широкого применения из-за небольшого числа индукторов в плитах.

По окончании монтажа пазы заливаются специальной композицией, свойства которой близки к свойствам материала плиты. На ЗАО «Завод Тамбовполимермаш» используется органосиликатная композиция ОС-82-05 [5] – антикоррозионное термостойкое защитное покрытие, соответствующее ТУ 84-725–78.

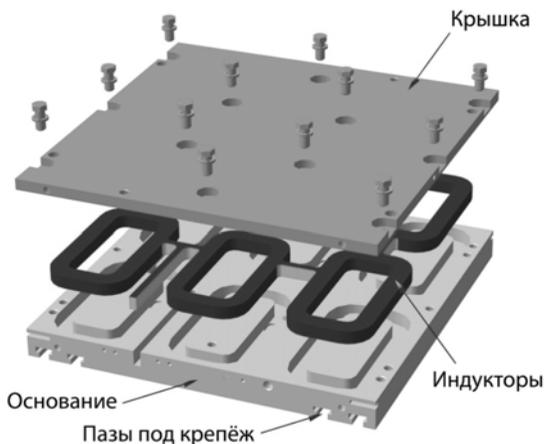


Рис. 1.2. Конструкция плиты с индукционными нагревателями

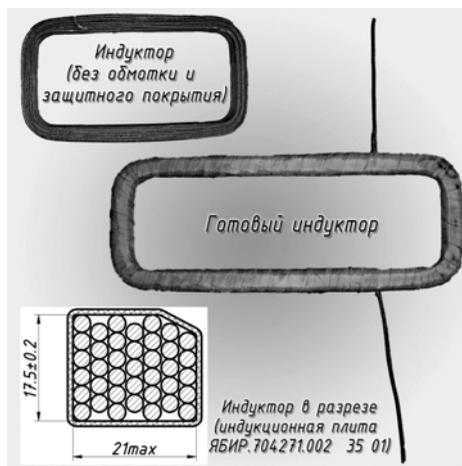


Рис. 1.3. Индукторы нагревательных плит

Примеры индукторов, изготавливаемых на ЗАО «Завод Тамбов-полимермаш», представлены на рис. 1.3.

1.1.3. КОНСТРУКЦИИ ПРЕСС-ФОРМ ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ РЕЗИНОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ

Конструкция пресс-форм определяется конфигурацией прессуемого изделия, а также типом прессового оборудования. Пресс-формы классифицируют по следующим признакам: характеру эксплуатации (съёмные и стационарные), методу прессования (компрессионные формы и формы литьевого прессования), числу плоскостей разъёма и конструктивному оформлению (одноместные и многоместные) [6].

Все элементы, из которых состоят пресс-формы, можно разделить на две группы: рабочие детали, непосредственно участвующие в формовании изделия и находящиеся в контакте с резиновой смесью; детали, осуществляющие фиксацию частей пресс-форм, связь с прессом и т.д.

К рабочим деталям относятся матрицы, пуансоны, вкладыши, сердечники и др. На рисунке 1.4 представлена конструкция пресс-формы для изготовления прокладок.

Матрица является основной частью пресс-формы. Она придаёт изделию необходимые наружные размеры и конфигурацию. Пуансон служит для передачи давления на резиновую смесь, иногда он также формирует часть наружной поверхности изделия (см. рис. 1.4). В некоторых пресс-формах используются сердечники, образующие внутреннюю поверхность в формируемом изделии.

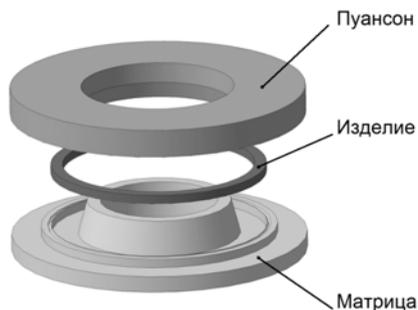


Рис. 1.4. Конструкция пресс-формы

Одним из важнейших требований к конструкции пресс-форм является унификация их основных элементов и размеров, позволяющая использовать их в прессах различных видов. Поэтому большинство пресс-форм для производства РТИ стандартизировано [6].

1.1.4. АВТОМАТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НАГРЕВАТЕЛЬНЫХ ПЛИТ

Процессы изготовления РТИ с применением вулканизационных гидравлических прессов весьма энергоёмки: затраты на электроэнергию сопоставимы с затратами на сырьё. Важным резервом снижения электропотребления при производстве РТИ является оптимальное управление температурой нагревательных плит прессов с учётом запаздывания. Большинство существующих алгоритмов управления не учитывают теплоаккумулирующие свойства конструкций аппаратов с электронагревом и погрешности в задании начальных условий, что ведёт к значительному перерасходу энергии в динамических режимах [7].

К особенностям вулканизационного гидравлического пресса с индукционными нагревательными плитами, как объекта управления, следует отнести:

- значительную долю времени работы пресса составляют процессы разогрева;
- качество продукции определяется температурным режимом вулканизации в течение всего цикла изготовления;
- процесс вулканизации относится к классу сложных химико-технологических процессов;
- основными возмущающими факторами при управлении процессом вулканизации являются колебания температуры окружающей среды и нестабильность теплофизических свойств сырья;

- на температурный режим вулканизации оказывают существенное влияние химический состав и габариты вулканизируемого изделия.

Следовательно, энергосберегающее управление процессом вулканизации является актуальной и исключительно сложной задачей. Основными трудностями её решения являются:

- 1) разработка модели динамики, которая, с одной стороны, адекватно отражает температурные режимы вулканизируемой среды, а с другой – пригодна для оперативного анализа и синтеза оптимального управления;

- 2) математическое описание теплоаккумулирующих свойств вулканизационного оборудования.

1.2. МЕТОДЫ РАСЧЁТА УСТРОЙСТВ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА

Для расчёта устройств индукционного нагрева ферромагнитной стали (ИНФС) разработаны инженерные методики, которые базируются на математическом описании (математических моделях) процесса нагрева. Разнообразие конфигураций электромагнитных полей в разных типах систем «индуктор–загрузка», нелинейные зависимости параметров материалов плит и индукторов от температуры, препятствуют созданию единой математической модели всех ИНФС, по крайней мере, в настоящее время. Кроме того, стремление получить наиболее удобную и точную математическую модель простейшим методом приводит к необходимости использования применения различных методов моделирования.

Методы расчёта устройств ИНФС можно подразделить на аналитические и численные, причём применение и тех и других предполагает наличие математической модели устройства, т.е.:

- основных уравнений (уравнения электромагнитного поля в дифференциальной или интегральной форме, уравнение теплопроводности);
- граничных и начальных условий;
- алгоритма решения уравнений;
- программы расчёта;
- результатов решения в виде формул, таблиц или графиков;
- доказательства адекватности полученных результатов;
- указания области применимости результатов и их точности.

Математическое моделирование процесса ИНФС позволяет учесть некоторые дополнительные факторы, например несинусоидальность магнитной индукции или магнитной напряжённости (тока или напряжения).

Аналитические методы, например, широко применяемые на практике расчётные методы с использованием электрических и магнитных

схем замещения системы «индуктор–загрузка» на основе интегральных уравнений электромагнитного поля, применимы при простых конфигурациях полей и дополняются экспериментально полученными поправками на концевые эффекты, неоднородность или нелинейность свойств среды и т.п. Применительно к ИНФС использование аналитических методов затруднительно, и в качестве удачного примера можно указать лишь работу Л. Р. Неймана [8], в которой рассмотрен процесс индукционного нагрева полубесконечного ферромагнитного тела.

Численные методы применяются для расчёта устройств индукционного нагрева с начала 1960-х гг. [9]. С их помощью успешно решены многочисленные задачи расчёта параметров электромагнитного поля в ферромагнитной загрузке различной формы, расчёта электрических и энергетических характеристик системы «индуктор–загрузка», расчёта как одномерных, так и двух- и трёхмерных температурных полей.

1.3. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Расчёт температурных полей индукционных нагревательных плит предусматривает решение системы дифференциальных уравнений в частных производных [10]. Как правило, подобные уравнения не имеют аналитического решения [11]. Среди численных методов их решения наибольшее распространение получили различные модификации метода конечных разностей (МКР) и метод конечных элементов (МКЭ).

Главное преимущество метода конечных разностей – возможность решения любой задачи, которая описывается дифференциальными уравнениями. Методы этой группы имеют простой физический смысл, однако для их практической реализации требуется решить множество математических задач. Основные проблемы – это доступность необходимых вычислительных мощностей и описание сложной геометрии тел. Существенное повышение мощности компьютеров в последние годы и разработка специальных численных методов для решения больших систем алгебраических уравнений при помощи нечётких множеств привели к широкому использованию МКР для моделирования электромагнетизма, термических и магнитогидродинамических процессов. Детальное описание применения МКР для решения различных задач индукционно-го нагрева было дано Немковым и Демидовичем [12].

МКЭ – универсальный метод решения дифференциальных уравнений. Его главными преимуществами перед другими методами являются универсальность и возможность аппроксимации конечными элементами тел сложной формы. Впервые он был опубликован в работе [13] приме-

нительно к решению задач космических исследований. Позднее появились работы по применению МКЭ к решению задач строительной механики и механики сплошных сред.

МКЭ с применением процедуры минимизации некоторого функционала широко используется при решении задач, описываемых уравнениями Лапласа или Пуассона. В первых публикациях [14, 15] с помощью МКЭ решались задачи распространения тепла. Затем метод был применён к задачам гидромеханики, в частности к задаче течения жидкости в пористой среде. Область применения МКЭ существенно расширилась, когда было показано [14, 15], что уравнения, определяющие элементы в задачах строительной механики, распространения тепла, гидромеханики, могут быть легко получены с помощью таких вариантов метода взвешенных невязок, как метод Галеркина [16] или метод наименьших квадратов, т.е. МКЭ можно применять при решении любых дифференциальных уравнений. Таким образом, МКЭ из численной процедуры решения задач аэродинамики и строительной механики превратился в общий метод численного решения дифференциальных уравнений в частных производных [17].

В настоящее время область применения МКЭ очень обширна и охватывает все физические задачи, которые могут быть описаны дифференциальными уравнениями. Наиболее важными преимуществами МКЭ, благодаря которым он широко используется, являются следующие:

- 1) свойства материалов смежных элементов не должны быть обязательно одинаковыми. Это позволяет применять метод к телам, составленным из нескольких материалов;
- 2) криволинейная область может быть аппроксимирована с помощью прямолинейных элементов или описана точно с помощью криволинейных элементов. Таким образом, методом можно пользоваться не только для областей с простой формой границы;
- 3) размеры элементов могут быть переменными. Это позволяет укрупнить или измельчить сеть разбиения области на элементы, если в этом есть необходимость;
- 4) с помощью МКЭ не представляет труда рассмотрение граничных условий с разрывной поверхностной нагрузкой, а также смешанных граничных условий.

К недостаткам МКЭ относятся высокие требования к аппаратным ресурсам компьютера при решении больших трёхмерных задач и сложность программной реализации. Последний недостаток перестал быть актуальным с появлением универсальных систем конечно-элементного анализа.

1.4. ОБЗОР ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО АНАЛИЗА

Первые программные комплексы, в которых реализован метод конечных элементов, были разработаны в 60-х годах прошлого века. К ним относятся STRUDL-II, SAP-IV, NONSAP, ASKA, NASTRAN, SESAM-69 и др. Появлению этих универсальных программных систем в силу особенностей метода конечных элементов предшествовало создание высокопроизводительных электронно-вычислительных машин, таких, например, как IBM-370. Начиная с конца 1970-х гг. в СССР появилось несколько десятков программных комплексов для разных ЭВМ, в которых был реализован МКЭ. К их числу относятся МИРАЖ, МОРЕ, КАСКАД-2, ПРОЧНОСТЬ-75, МКЭ/20, MAPC, ПАРСЕК, ЛИРА, СПРИНТ, FEA и ряд других программ [18].

Дальнейшее развитие МКЭ и необходимость в проведении расчётов конструкций на прочность способствовали дальнейшему развитию уже созданных программных комплексов и разработке новых. Были разработаны сотни программных комплексов, предназначенных для приближённого решения самых разнообразных задач не только из области механики деформируемого твёрдого тела, но и из таких областей, как гидродинамика, акустика, электротехника и т.д. Наибольшее распространение из них получили: ABAQUS, ADINA, ASKA/DYNAN, ANSYS, COMSOL, MARS, MSC/NASTRAN, EUFEMI, COSMOS, HERCULE, MODULEF, SAP-7, LS-DYNA, ELCUT.

Ниже приведено описание наиболее распространённых систем конечно-элементного анализа, позволяющих моделировать процесс индукционного нагрева.

COMSOL Multiphysics [19] – программный пакет, предназначенный для конечно-элементного анализа в различных областях физики и инженерного дела, включая рассмотрение связанных задач. Среди рассматриваемых дисциплин – механика конструкций, теплоперенос, инженерная химия (в том числе с учётом химической кинетики), электротехника, акустика, геофизика, связанные явления на микроуровне, оптические и высокочастотные эффекты.

Для анализа в рамках конкретной дисциплины предназначен специализированный модуль, а для расчёта связанных задач предусмотрено взаимодействие между всеми модулями.

Для моделирования и расчёта процесса индукционного нагрева в COMSOL Multiphysics используются модули AC/DC и Heat Transfer.

ELCUT [20] – комплекс программ для инженерного моделирования электромагнитных, тепловых и механических задач методом ко-

нечных элементов. Российская система конечно-элементного анализа, разработчик находится в С-Петербурге: ПК «ТОР». Преимущество – простота описания сложных моделей. Недостаток – невозможность моделирования трёхмерных полей.

ANSYS [21] – универсальная программная система конечно-элементного анализа, которая на протяжении последних 40 лет является одним из мировых лидеров в области компьютерного инжиниринга (CAE, Computer-Aided Engineering) и конечно-элементного решения линейных и нелинейных, стационарных и нестационарных пространственных задач механики деформируемого твёрдого тела и механики конструкций (включая нестационарные нелинейные задачи контактного взаимодействия элементов конструкций), задач механики жидкости и газа, теплопередачи и теплообмена, электродинамики, акустики, а также механики связанных полей. Программная система ANSYS используется на таких всемирно известных предприятиях, как BMW, Caterpillar, Daimler-Chrysler, Exxon, FIAT, Ford, General Electric, Lockheed Martin, Meyer Werft, Siemens, Shell, Volkswagen-Audi и др., а также применяется на многих ведущих предприятиях промышленности РФ.

Преимуществом данной системы является её универсальность, т.е. возможность решения практически любых физических задач, описываемых системами дифференциальных уравнений. Как и для большинства универсальных систем, для ANSYS характерно невысокое быстродействие по отношению к узкоспециализированным системам и высокая требовательность к вычислительным ресурсам.

2. РАЗРАБОТКА И ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ОДИНОЧНОЙ ПЛИТЫ

В этом разделе рассматривается математическое описание процессов индукционного нагрева основного элемента вулканизационного гидравлического прессы – нагревательной плиты, с помощью которой осуществляется нагрев пресс-форм и вулканизируемых РТИ: процесса разогрева плиты от начальной до рабочей температуры и процесса автоматического регулирования температуры плиты. Предлагается математическое описание процессов, методики расчёта температурного поля плиты методом конечных интегральных преобразований, методики связанного электромагнитного и теплового анализа температурного поля плиты в среде ANSYS. Приводятся результаты проверки адекватности математических моделей процессов.

2.1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗОГРЕВА ОДИНОЧНОЙ ПЛИТЫ

Процесс разогрева нагревательных плит вулканизационных прессы основан на возникновении в переменном электромагнитном поле вихревых электрических токов и представляет собой комбинацию электромагнитного и теплового процесса. Его математическое описание включает соотношения для определения мощности, выделяемой в пазах индукторов (электромагнитная задача), и соотношения, характеризующие процесс распространения тепла в материале плиты (тепловая задача). В [22] показано, что если требуемая температура нагрева плиты не превосходит температуру Кюри (750 °С), то эти задачи можно решать независимо друг от друга. Вначале рассмотрим математическую модель теплового процесса.

2.1.1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ТЕПЛООВОГО ПРОЦЕССА ПРИ РАЗОГРЕВЕ ПЛИТЫ

Процесс нагрева одиночной индукционной плиты описывается трёхмерным нестационарным дифференциальным уравнением теплопроводности в частных производных

$$\frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right) + \frac{q(x, y, z, T_{av})}{c_s \rho_s}, \quad (2.1)$$

где $T(x, y, z, \tau)$ – температура плиты (°С) в точке её объёма с координатами (x, y, z) в момент времени τ ; $a = \lambda_s / (c_s \rho_s)$ – коэффициент темпера-

туропроводности материала плиты; λ_s, c_s, ρ_s – теплопроводность (Вт/(м·К)), теплоёмкость (Дж/(кг·К)) и плотность (кг/м³) материала

плиты соответственно; $T_{av} = T_{av}(\tau) = \frac{1}{hsl} \int_0^h \int_0^s \int_0^l T(x, y, z, \tau) dx dy dz$ –

средняя температура (°С) плиты в момент времени τ ; l, s, h – длина, ширина и высота плиты соответственно (м), т.е. $x \in [0; l], y \in [0; s],$

$z \in [0; h]; q(x, y, z, T_{av}) = \begin{cases} q_{0j}, & \text{если } (x, y, z) \in v_j, \quad j = 1, \dots, ni \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$ – зави-

симость интенсивности внутренних тепловыделений от координат и средней температуры плиты, Вт/м³; q_{0j} – удельная мощность j -го индуктора при средней температуре плиты, Вт/м³; v_j – объём, в котором выделяется мощность j -го индуктора, м³; ni – число индукторов в плите.

Поскольку рассматривается только тепловая задача, будем считать, что тепловыделение каждого индуктора осуществляется равномерно в объёме паза под него, причём характеристики материала этого объёма, заполняемого катушкой индуктора и специальной пастой (например, органосиликатная композиция ОС-82-05 [23]), соответствуют характеристикам материала плиты.

Подавляющее большинство отечественных промышленных индукционных нагревательных плит вулканизационных прессов имеют индукторы в форме прямоугольника со скруглёнными углами (см. рис. 1.2). Наличие скруглений существенно усложняет решение уравнения (2.1), поэтому будем считать индукторы прямоугольными, причём общая длина прямоугольного индуктора равна длине реального. Тогда для нижней нагревательной плиты (см. рис. 1.2), $(x, y, z) \in v_j$, если

$$\begin{aligned} & (hk \leq z \leq hk + g_j) \wedge ((yc_j - 0,5s_j \leq y \leq yc_j + 0,5s_j) \wedge \\ & \wedge ((xc_j - 0,5l_j \leq x \leq xc_j - 0,5l_j + b_j) \vee (xc_j + 0,5l_j - b_j \leq x \leq xc_j + 0,5l_j))) \vee \\ & \vee ((xc_j - 0,5l_j + b_j \leq x \leq xc_j + 0,5l_j - b_j) \wedge \\ & \wedge ((yc_j - 0,5s_j \leq y \leq yc_j - 0,5s_j + b_j) \vee (yc_j + 0,5s_j - b_j \leq y \leq yc_j - 0,5s_j))), \end{aligned}$$

где hk – высота крышки плиты, м; g_j, b_j – глубина и ширина паза под j -й индуктор, м; l_j, s_j – длина и ширина j -го индуктора, м; xc_j, yc_j – абсцисса и ордината геометрического центра j -го индуктора, м, причём за точку $(0, 0)$ принят левый нижний угол плиты.

Следовательно, $q_{0j} = \frac{Q_{ij}}{2b_j g_j (s_j + l_j - 2b_j)}$, где Q_{ij} – мощность j -го индуктора. Значения $Q_{ij}, j = 1, \dots, ni$ при температуре T_{av} будем определять по методике [22], основанной на экспериментальных исследо-

ваниях индукционного нагрева ферромагнитной стали. Эта методика предусматривает решение системы уравнений:

$$Q_{i_j} = I_j U_j \cos \varphi, \quad (2.2)$$

где I_j – ток j -го индуктора, А; U_j – напряжение на j -м индукторе, В;

$$\cos \varphi = \min_j \left\{ \frac{P_{A_j}}{P_{Q_j}} \right\} - \quad (2.3)$$

коэффициент мощности индукционного нагрева;

$$P_{Q_j} = 3,95 \cdot 10^{-6} I w_j^2 f \cdot 2(l_j + s_j) b_j g_j + 0,6 Q_{i_j} - \quad (2.4)$$

реактивная мощность j -го индуктора, Вт; f – частота переменного тока в индукторах;

$$I w_j = \frac{1}{\sqrt{2}} H_j \cdot 2(b_j + g_j) - \quad (2.5)$$

магнитодвижущая сила j -го индуктора (ампер-витки);

$$H_j = 31,623 \sqrt{\frac{Q_{i_j} \eta}{8(l_j + s_j) b_j \sqrt{\rho_c \mu_c f}}} - \quad (2.6)$$

напряжённость магнитного поля в пазу j -го индуктора, А/м;

$$\eta = \min_j \left\{ \frac{Q_{i_j}}{P_{A_j}} \right\} - \quad (2.7)$$

КПД индукционного нагрева;

$$\rho_c = (2,048 + 0,00494 T_{av}) 10^{-7} - \quad (2.8)$$

удельное электросопротивление материала плиты, Ом·м (функция получена в результате аппроксимации экспериментальной графической зависимости [22]);

$$\mu_c = 59267,58 \left[\frac{Q_{i_j} \eta}{4(l_j + s_j)(b_j + g_j)} \right]^{-0,638} \left(\frac{\rho_c}{2 \cdot 10^{-7}} \right)^{0,25} - \quad (2.9)$$

относительная магнитная проницаемость материала плиты;

$$P_{A_j} = I_j^2 \rho_i \frac{8(l_j + s_j) n_j}{\pi d_i^2} + Q_{i_j} - \quad (2.10)$$

активная мощность j -го индуктора, Вт; d_i – диаметр провода индукторов, м; ρ_i – удельное электросопротивление материала провода индукторов, Ом·м;

$$n_j = \frac{Iw_j}{I_j} - \quad (2.11)$$

число проводов в j -м индукторе.

Начальное условие для решения уравнения (2.1) имеет вид

$$T(x, y, z, 0) = T_0, \quad (2.12)$$

где T_0 – температура окружающего воздуха, °C.

Форма записи граничных условий определяется конструкцией пресса. При отсутствии изоляции торцов нагревательной плиты, а также контакта её крышки с нажимной плитой используются граничные условия (ГУ) третьего рода:

$$\begin{aligned} \lambda_s \frac{\partial T(0, y, z, \tau)}{\partial x} - \alpha_1 (T(0, y, z, \tau) - T_0) &= 0; \\ \lambda_s \frac{\partial T(l, y, z, \tau)}{\partial x} + \alpha_2 (T(l, y, z, \tau) - T_0) &= 0; \\ \lambda_s \frac{\partial T(x, 0, z, \tau)}{\partial y} - \alpha_3 (T(x, 0, z, \tau) - T_0) &= 0; \\ \lambda_s \frac{\partial T(x, s, z, \tau)}{\partial y} + \alpha_4 (T(x, s, z, \tau) - T_0) &= 0; \\ \lambda_s \frac{\partial T(x, y, 0, \tau)}{\partial z} - \alpha_5 (T(x, y, 0, \tau) - T_0) &= 0; \\ \lambda_s \frac{\partial T(x, y, h, \tau)}{\partial z} + \alpha_6 (T(x, y, h, \tau) - T_0) &= 0. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Здесь $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha(t_{ct}) + \frac{\lambda_k}{l_k} \frac{n_{ks} h_k s_k}{hs}$; $\alpha_3 = \alpha_4 = \alpha(t_{ct}) + \frac{\lambda_k}{l_k} \frac{n_{kl} h_k s_k}{hl}$ – ком-

плексные коэффициенты теплоотдачи от торцов плиты, $\alpha_5 = B_n \alpha(t_{ct})$, $\alpha_6 = B_v \alpha(t_{ct})$ – коэффициенты теплоотдачи от рабочей поверхности плиты и поверхности её крышки соответственно, Вт/(м²·К); $\alpha(t_{ct}) = \alpha_{конв}(t_{ct}) + \alpha_{изл}(t_{ct})$ – коэффициент теплоотдачи от поверхностей плиты к окружающему воздуху конвекцией и излучением; t_{ct} – температура стенки плиты, °C; n_{ks} , n_{kl} – число крепёжных пластин в торцах плиты, соответствующих её ширине и длине, соответственно; λ_k – теплопроводность материала крепёжных пластин плиты, Вт/(м·К); s_k , h_k , l_k – ширина, высота сечения пластин и длина их части, выходящей за пределы плиты, соответственно, м; B_n , B_v – коэффициенты, учитывающие неодинаковые условия теплоотвода от нижней и верхней поверхности плиты, соответственно.

Для нахождения значений $\alpha_{\text{конв}}(t_{\text{ст}})$ использовались критериальные уравнения свободной конвекции согласно рекомендациям [24]:

$$\alpha_{kr} = \frac{\lambda_B(t_{\text{ст}})}{H_r} A_r B_r (\text{Gr}_r \text{Pr})^{\xi_r}, \quad (2.14)$$

где $\lambda_B(t_{\text{ст}})$ – коэффициент теплопроводности воздуха при температуре $(t_{\text{ст}} + T_0)/2$; $\text{Gr} = \frac{9,807 H^3 \beta_B(t_{\text{ст}}) \rho_B^2(t_{\text{ст}}) (t_{\text{ст}} - T_0)}{\mu_B^2(t_{\text{ст}})}$ – критерий Грасгофа;

$\text{Pr} = \frac{\mu_B(t_{\text{ст}}) c_B(t_{\text{ст}})}{\lambda_B(t_{\text{ст}})}$ – критерий Прандтля; $\rho_B(t_{\text{ст}})$, $\mu_B(t_{\text{ст}})$, $c_B(t_{\text{ст}})$, $\beta_B(t_{\text{ст}})$ –

плотность, динамическая вязкость, теплоёмкость и коэффициент объёмного расширения воздуха при температуре $(t_{\text{ст}} + T_0)/2$; H – характери-

стический размер: $H = \begin{cases} h + hk & \text{для торцов плиты;} \\ \frac{ls}{8(l+s)} & \text{для крышки и рабочей поверхности;} \end{cases}$

A и ξ – константы, зависящие от значения произведения критериев Грасгофа и Прандтля:

$$A = \begin{cases} 1,18, & \text{Gr Pr} < 500; \\ 0,54, & 500 \leq \text{Gr Pr} < 2 \cdot 10^7; \\ 0,135, & \text{Gr Pr} > 2 \cdot 10^7; \end{cases} \quad \xi = \begin{cases} 0,125, & \text{Gr Pr} < 500; \\ 0,25, & 500 \leq \text{Gr Pr} < 2 \cdot 10^7; \\ 0,33, & \text{Gr Pr} > 2 \cdot 10^7. \end{cases}$$

Среднюю температуру стенок плиты можно вычислить следующим образом:

$$t_{\text{ст}} = \begin{cases} \frac{1}{hs} \int_0^h \int_0^s T(0, y, z, \tau) dy dz & \text{для короткого торца;} \\ \frac{1}{hl} \int_0^h \int_0^s T(x, 0, z, \tau) dx dz & \text{для длинного торца;} \\ \frac{1}{ls} \int_0^l \int_0^s T(x, y, 0, \tau) dx dy & \text{для крышки;} \\ \frac{1}{ls} \int_0^l \int_0^s T(x, y, h + hk, \tau) dx dy & \text{для рабочей поверхности.} \end{cases} \quad (2.15)$$

Коэффициент лучистого теплообмена, согласно закону Стефана–Больцмана:

$$\alpha_{\text{конв}}(t_{\text{ст}}) = 5,67 \cdot 10^{-8} \varepsilon_s \psi \frac{(t_{\text{ст}} + 273)^4 - (T_0 + 273)^4}{t_{\text{ст}} - T_0}, \quad (2.16)$$

где ε_s – степень черноты поверхности плиты; ψ – коэффициент, зависящий от геометрии поверхности и условий лучеиспускания.

При решении модели (2.1) – (2.16) необходимо учитывать следующие ограничения:

– в момент времени τ_h , когда температура плиты в месте установки контрольной термопары достигнет заданной, значения температуры в точках рабочей поверхности плиты $T(x, y, h, \tau_h)$ могут отличаться от требуемых $T^*(x, y, h)$ не более чем на заданную величину $\Delta T(x, y)$, т.е.

$$\begin{aligned} |T(x, y, h, \tau_h) - T^*(x, y, h)| &\leq \Delta T(x, y); \quad x \in [0, 0,25; l - 0,025]; \\ y &\in [0, 0,25; s - 0,025]; \end{aligned} \quad (2.17)$$

– время нагрева плиты от начальной температуры до заданной должно быть ограничено (как правило, этот интервал времени задаётся технологами из соображений обеспечения требуемой производительности), т.е.

$$\tau_{h\min} \leq \tau_h \leq \tau_{h\max}; \quad (2.18)$$

– значения геометрических параметров индукторов ограничены размерами плиты, правилами их взаимного расположения, а также возможностями изготовления, т.е.

$$\begin{aligned} b_j &\in [b_{j\min}; b_{j\max}], \quad g_j \in [g_{j\min}; g_{j\max}], \quad l_j \in [l_{j\min}; l_{j\max}], \\ s_j &\in [s_{j\min}; s_{j\max}], \quad j = 1, \dots, ni; \end{aligned} \quad (2.19)$$

– число витков индуктора ограничено размерами прямоугольного паза, т.е.

$$n_j \leq \frac{4b_j g_j \chi}{\pi d i^2}, \quad j = 1, \dots, ni, \quad (2.20)$$

где χ – коэффициент заполнения паза;

– положения центров индукторов должны обеспечивать расстояния от краёв плиты до индукторов не менее 5 см, т.е.

$$\begin{aligned} xc_j &\in [0,05 + l_j / 2; l - 0,05 - l_j / 2]; \\ yc_j &\in [0,05 + s_j / 2; s - 0,05 - s_j / 2], \quad j = 1, \dots, ni; \end{aligned} \quad (2.21)$$

– суммарная мощность индукторов не должна превышать заданной максимальной мощности нагревательной плиты $Q_{p\max}$, Вт, т.е.

$$\sum_{j=1}^{ni} Qi_j \leq Q_{p\max}; \quad (2.22)$$

– коэффициент мощности и КПД индукционного нагрева не должны быть меньше минимально допустимых значений ($\cos\varphi_{\min}$ и η_{\min} соответственно), т.е.

$$\cos\varphi \geq \cos\varphi_{\min}, \quad \eta \geq \eta_{\min}. \quad (2.23)$$

Входными переменными математической модели (2.1) – (2.23) являются:

- геометрия плиты – её длина l , ширина s , высота h и высота крышки hk ;
- материал плиты, крышки и индукторов;
- диаметр провода индуктора di , м;
- параметры электрической сети – напряжение U и частота f .

Выходными переменными являются значения температуры в любой точке объёма плиты в любой момент времени (нестационарное температурное поле плиты).

Параметрами (независимыми переменными) математической модели (2.1) – (2.23) являются:

- количество индукторов ni ;
- положение центров индукторов x_c, y_c , м;
- геометрия индукторов, т.е. длина l_j и ширина s_j каждого из них, ширина b_j и глубина g_j паза, м;
- число витков индукторов n_j .

2.1.2. РАСЧЁТ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПЛИТЫ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Решение модели (2.1) – (2.23), т.е. получение нестационарного температурного поля нагревательной плиты вулканизационного гидравлического пресса, осложняется следующими факторами:

1) мощности индукторов Q_{ij} плиты нелинейно изменяются в процессе нагрева плиты. Пример такой зависимости показан на рис. 2.1;

2) в процессе нагрева плиты нелинейно изменяются коэффициенты теплоотдачи $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6$ от поверхностей плиты в окружающий воздух. Пример такой зависимости представлен на рис. 2.2.

В связи с этим получение аналитического решения математической модели (2.1) – (2.23) не представляется возможным.

Для численного решения задач теплопроводности, как правило, используется метод конечных разностей. Однако для трёхмерного нестационарного дифференциального уравнения теплопроводности в частных производных (2.1) с неоднородными граничными условиями (2.13) надёжные разностные схемы, позволяющие получать устойчивое решение, до настоящего времени не предложены. Поэтому использование метода конечных разностей для рассматриваемой задачи затруднительно.

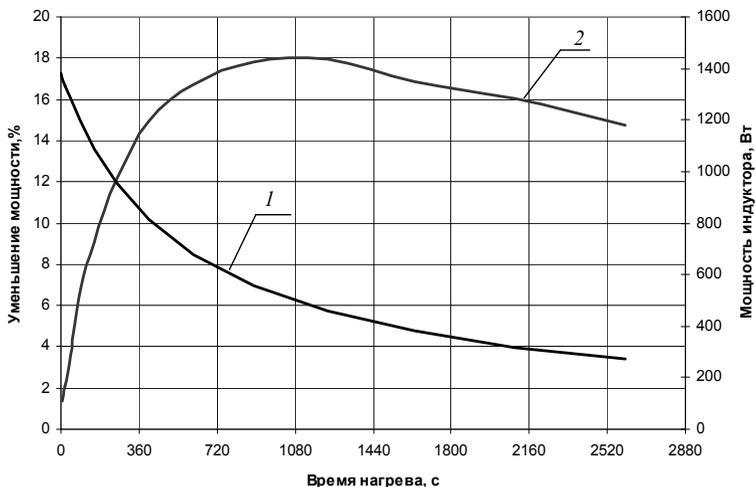


Рис. 2.1. Зависимость мощности индуктора от времени нагрева плиты:
 1 – мощность индуктора; 2 – скорость изменения мощности

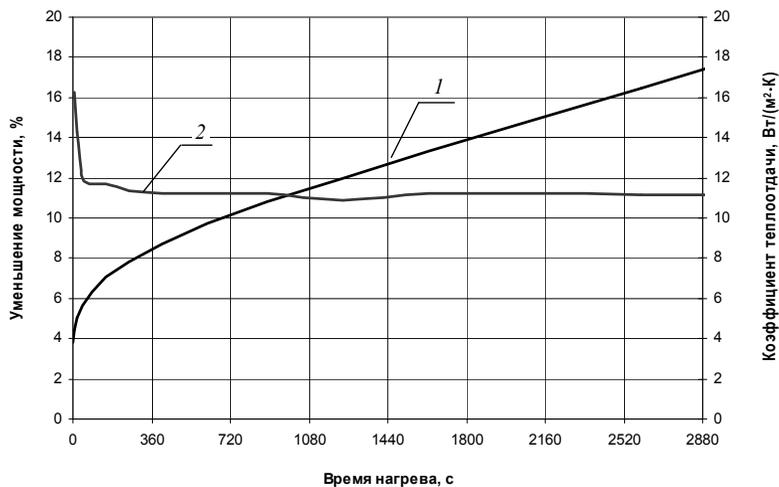


Рис. 2.2. Зависимость коэффициента теплоотдачи от времени нагрева:
 1 – коэффициент теплоотдачи от рабочей поверхности плиты;
 2 – скорость его изменения, %

В качестве метода решения задачи (2.1) – (2.23) будем использовать метод конечных интегральных преобразований (МКИП) [25, 26], так как он позволяет получать приближённое аналитическое решение

даже в случае неоднородных граничных условий с применением унифицированных приёмов последовательного исключения координат.

Для решения модели (2.1) – (2.23) введём следующее допущение: значения коэффициентов теплоотдачи от поверхностей плиты $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6$, а также значения мощностей индукторов $Q_{ij}, j = 1, \dots, ni$ не зависят от температуры в пределах интервалов времени, которые назовём расчётными. Тогда задачу распространения тепла в плите при фиксированных значениях параметров $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6$ и Q_{ij} следует решать многократно, т.е. последовательно находить решения для расчётных интервалов времени, в которых эти параметры можно считать константами. При этом начальным условием для всех решений, кроме первого, будет температурное поле плиты, соответствующее моменту окончания предыдущего интервала времени.

Решение задачи для начального интервала времени представим в виде суммы

$$T_1(x, y, z, \tau) = P(x, y, z, \tau) + T_0,$$

где $P(x, y, z, \tau)$ – решение уравнения

$$\frac{\partial P(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 P(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right) + \frac{q(x, y, z)}{c_s \rho_s} \quad (2.24)$$

при начальном условии

$$P(x, y, z, 0) = T_0 - T_0 = 0 \quad (2.25)$$

и однородных граничных условиях:

$$\begin{aligned} \lambda_s \frac{\partial P(0, y, z, \tau)}{\partial x} - \alpha_1 P(0, y, z, \tau) &= 0; \\ \lambda_s \frac{\partial P(l, y, z, \tau)}{\partial x} + \alpha_2 P(l, y, z, \tau) &= 0; \\ \lambda_s \frac{\partial P(x, 0, z, \tau)}{\partial y} - \alpha_3 P(x, 0, z, \tau) &= 0; \\ \lambda_s \frac{\partial P(x, s, z, \tau)}{\partial y} + \alpha_4 P(x, s, z, \tau) &= 0; \\ \lambda_s \frac{\partial P(x, y, 0, \tau)}{\partial z} - \alpha_5 P(x, y, 0, \tau) &= 0; \\ \lambda_s \frac{\partial P(x, y, h, \tau)}{\partial z} + \alpha_6 P(x, y, h, \tau) &= 0. \end{aligned} \quad (2.26)$$

При использовании метода конечных интегральных преобразований решение задачи (2.24) – (2.26) имеет вид, см. [26]:

$$T_1(x, y, z, \tau) = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{W(x, \mu_n)K(y, \nu_m)L(z, \omega_k)G_{n,m,k}(\tau)}{N_n D_m E_k}, \quad (2.27)$$

$$\text{где } W(x, \mu_n) = \sin(\mu_n x + \varphi_n), \quad \varphi_n = \operatorname{arctg}\left(\frac{\lambda_s \mu_n}{\alpha_1}\right);$$

$$K(y, \nu_m) = \sin(\nu_m y + \psi_m), \quad \psi_m = \operatorname{arctg}\left(\frac{\lambda_s \nu_m}{\alpha_3}\right);$$

$$L(z, \omega_k) = \sin(\omega_k z + \theta_k), \quad \theta_k = \operatorname{arctg}\left(\frac{\lambda_s \omega_k}{\alpha_5}\right);$$

$$N_n = \frac{1}{2\mu_n} (\mu_n l + \sin(\varphi_n)\cos(\varphi_n) - \sin(\mu_n l + \varphi_n)\cos(\mu_n l + \varphi_n));$$

$$D_m = \frac{1}{2\nu_m} (\nu_m s + \sin(\psi_m)\cos(\psi_m) - \sin(\nu_m s + \psi_m)\cos(\nu_m s + \psi_m));$$

$$E_k = \frac{1}{2\omega_k} (\omega_k h + \sin(\theta_k)\cos(\theta_k) - \sin(\omega_k h + \theta_k)\cos(\omega_k h + \theta_k));$$

μ_n, ν_m, ω_k – последовательные положительные корни уравнений

$$\alpha_2 \sin(\mu_n l + \varphi_n) + \lambda_s \mu_n \cos(\mu_n l + \varphi_n) = 0;$$

$$\alpha_4 \sin(\nu_m s + \psi_m) + \lambda_s \nu_m \cos(\nu_m s + \psi_m) = 0;$$

$$\alpha_6 \sin(\omega_k h + \theta_k) + \lambda_s \omega_k \cos(\omega_k h + \theta_k) = 0;$$

$$G_{n,m,k}(\tau) = \left(1 - e^{-a(\mu_n^2 + \nu_m^2 + \omega_k^2)\tau}\right) \frac{Q_{n,m,k}}{a(\mu_n^2 + \nu_m^2 + \omega_k^2)};$$

$$Q_{n,m,k} = \int_0^h \int_0^s \int_0^l \left[\frac{q(x, y, z)}{c_s \rho_s} W(x, \mu_n) K(y, \nu_m) L(z, \omega_k) \right] dx dy dz.$$

Решение задачи (2.24) – (2.26) для $(i+1)$ -го интервала времени удобно представить в виде суммы

$$T_{i+1}(x, y, z, \tau) = S(x, y, z) + P(x, y, z, \tau) + T_{s1},$$

где $S(x, y, z)$ – решение уравнения

$$\frac{\partial^2 S(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S(x, y, z)}{\partial z^2} = 0 \quad (2.28)$$

при неоднородных граничных условиях:

$$\begin{aligned}
\lambda_s \frac{\partial S(0, y, z)}{\partial x} - \alpha_1 S(0, y, z) &= 0; \\
\lambda_s \frac{\partial S(l, y, z)}{\partial x} + \alpha_2 S(l, y, z) &= 0; \\
\lambda_s \frac{\partial S(x, 0, z)}{\partial y} - \alpha_3 [S(x, 0, z) - t_{c2}] &= 0; \\
\lambda_s \frac{\partial S(x, s, z)}{\partial y} + \alpha_4 [S(x, s, z) - t_{c2}] &= 0; \\
\lambda_s \frac{\partial S(x, y, 0)}{\partial z} - \alpha_5 [S(x, y, 0) - t_{c3}] &= 0; \\
\lambda_s \frac{\partial S(x, y, h)}{\partial z} + \alpha_6 [S(x, y, h) - t_{c4}] &= 0,
\end{aligned} \tag{2.29}$$

а $P(x, y, z, \tau)$ – решение уравнения

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} &= a \left(\frac{\partial^2 P(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right) + \\
&+ \frac{q(x, y, z)}{c_s \rho_s}
\end{aligned} \tag{2.30}$$

при начальном условии

$$P(x, y, z, 0) = T_i(x, y, z, \tau_i) - S(x, y, z) - T_{s1} \tag{2.31}$$

и однородных граничных условиях (2.26). Здесь τ_i – момент окончания i -го интервала времени;

$$\begin{aligned}
T_{s1} &= 0,5 \left(\frac{1}{sh} \int_0^s \int_0^h T_i(0, y, z, \tau_i) dy dz + T_0 \right) = \\
&= 0,5 \left(\frac{1}{sh} \int_0^s \int_0^h T_i(l, y, z, \tau_i) dy dz + T_0 \right) -
\end{aligned}$$

средняя температура воздуха вблизи поверхности короткого торца плиты; $t_{s2} = T_{s2} - T_{s1}$;

$$\begin{aligned}
T_{s2} &= 0,5 \left(\frac{1}{lh} \int_0^l \int_0^h T_i(x, 0, z, \tau_i) dx dz + T_0 \right) = \\
&= 0,5 \left(\frac{1}{lh} \int_0^l \int_0^h T_i(x, s, z, \tau_i) dx dz + T_0 \right);
\end{aligned}$$

$$t_{s3} = 0,5 \left(\frac{1}{sl} \int_0^l \int_0^s T_i(x, y, 0, \tau_i) dx dy + T_0 \right) - T_{s1};$$

$$t_{s4} = 0,5 \left(\frac{1}{sl} \int_0^l \int_0^s T_i(x, y, h, \tau_i) dx dy + T_0 \right) - T_{s1}.$$

Согласно [26], решением задачи (2.28) – (2.31) является функция

$$T_{i+1}(x, y, z, \tau) = S(x, y, z) + P_{i+1}(x, y, z, \tau) + T_{s1} =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{W(x, \mu_n) K(y, \nu_m) M_{n,m}(z)}{N_n D_m} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{W(x, \mu_n) K(y, \nu_m) L(z, \omega_k) G_{n,m,k}(\tau)}{N_n D_m E_k} + T_{s1}, \quad (2.32)$$

где $M_{n,m}(z) = R_1 \text{ch}(\nu_m z) + R_2 \text{sh}(\nu_m z) + \frac{C}{\mu_n^2 + \nu_m^2}$; $R_2 = \frac{1}{\lambda_s \nu_m} \left(C_3 + R_1 \frac{\alpha_3 C}{\mu_n^2 + \nu_m^2} \right)$;

$$R_1 = \frac{C_4 - \frac{C \alpha_4}{\mu_n^2 + \nu_m^2} - C_3 \left(\frac{\alpha_4}{\lambda_s \nu_m} \text{sh}(\nu_m h) + \text{ch}(\nu_m h) \right)}{\text{ch}(\nu_m h) \left(\alpha_4 + \frac{\alpha_3 \lambda_s \nu_m C}{\mu_n^2 + \nu_m^2} \right) + \text{sh}(\nu_m h) \left(\lambda_s \nu_m + \frac{\alpha_3 \alpha_4 C}{\mu_n^2 + \nu_m^2} \right)};$$

$$C = \frac{2\alpha_2 t c_2}{\mu_n \nu_m} (\cos(\varphi_n) - \cos(\mu_n l + \varphi_n)) (\cos(\psi_m) - \cos(\nu_m s + \psi_m));$$

$$C_3 = -\frac{\alpha_3 t c_3}{\mu_n \nu_m} (\cos(\varphi_n) - \cos(\mu_n l + \varphi_n)) (\cos(\psi_m) - \cos(\nu_m s + \psi_m));$$

$$C_4 = \frac{\alpha_4 t c_4}{\mu_n \nu_m} (\cos(\varphi_n) - \cos(\mu_n l + \varphi_n)) (\cos(\psi_m) - \cos(\nu_m s + \psi_m));$$

$$G_{n,m,k}(\tau) = \left(G_{n,m,k}(\tau_i) - \frac{Q_{n,m,k}}{a(\mu_n^2 + \nu_m^2 + \omega_k^2)} \right) e^{-a(\mu_n^2 + \nu_m^2 + \omega_k^2)\tau} + \frac{Q_{n,m,k}}{a(\mu_n^2 + \nu_m^2 + \omega_k^2)};$$

$$G_{n,m,k}(\tau_i) = \int_0^h \int_0^s \int_0^l [P_i(x, y, z, \tau_i) W(x, \mu_n) K(y, \nu_m) L(z, \omega_k)] dx dy dz;$$

$$Q_{n,m,k} = \int_0^h \int_0^s \int_0^l \left[\frac{q(x, y, z)}{c_s \rho_s} W(x, \mu_n) K(y, \nu_m) L(z, \omega_k) \right] dx dy dz. \quad (2.33)$$

Таким образом, решение задачи (2.1), (2.12), (2.13) предлагается заменить решением задачи (2.24) – (2.26) и последовательным решением задач (2.28) – (2.31) для расчётных интервалов времени, в каждом из которых значения коэффициентов теплоотдачи от поверхностей плиты и мощностей индукторов отличаются от предыдущего не более чем на заданную величину.

Заметим, что аппроксимация индукторов отрезками прямых линий, общая длина которых равна длине реального индуктора, позволяет вычислять значения $Q_{n,m,k}$ по формуле (2.33) аналитически и существенно уменьшать объём вычислений при получении значений $T_i(x, y, z, \tau)$ по формулам (2.27), (2.32). Что касается суммирований в решениях (2.27), (2.32), то их предлагается осуществлять до тех пор, пока значения каждого из пяти последовательных слагаемых по абсолютной величине не станут меньше заданной точности вычислений.

При реализации этого подхода одной из основных проблем является определение расчётных интервалов времени. Анализируя кривые 2 на рис 2.1 и 2.2, можно сделать вывод, что в начальный период нагрева плиты скорость изменения коэффициентов теплоотдачи выше, чем скорость изменения мощности индукторов, а в конечный период наоборот. Поэтому решать задачу выбора шага по времени необходимо по результатам расчётов, как коэффициентов теплоотдачи, так и мощностей индукторов.

Для решения этой проблемы предлагается следующая методика. В начальный момент времени производится расчёт средних температур всех поверхностей плиты. При этих температурах определяются значения коэффициентов теплоотдачи и мощностей индукторов.

Далее значение времени нагрева увеличивается и производится пересчёт коэффициентов теплоотдачи от всех поверхностей плиты и мощностей индукторов, причём увеличение шага по времени нагрева производится до тех пор, пока разница между начальными и рассчитанными значениями коэффициентов теплоотдачи и мощностей индукторов не превысит заданной точности. Полученное таким образом значение времени нагрева станет начальным временем для следующей итерации.

По предложенной методике для индукционной нагревательной плиты с размерами 500×410 мм (см. рис. 2.3) при заданной точности 10% были получены результаты, представленные на рис. 2.4. Как видно, при такой точности оказалось необходимым разбить процесс первоначального нагрева плиты от температуры $T_0 = 12$ °С до рабочей температуры 170 °С на 14 расчётных интервалов времени. Аналогично были рассчитаны количества шагов для других значений точности: при точности 15% – 10 интервалов, 20% – 8 интервалов, 25% – 6 интервалов.

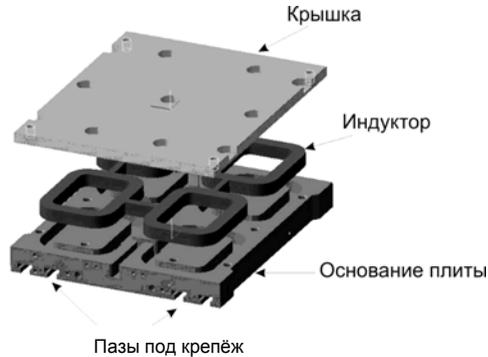


Рис. 2.3. Индукционная нагревательная плита 500×410 мм

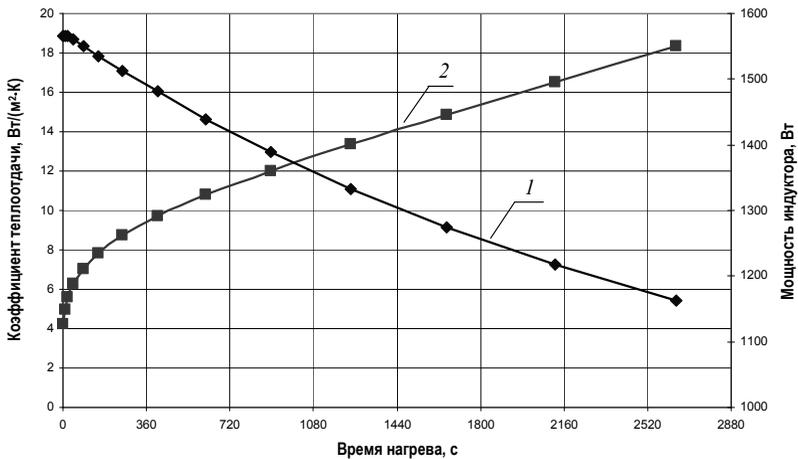


Рис. 2.4. Зависимость коэффициента теплоотдачи и мощности индукторов от времени нагрева плиты при точности 10%:
1 – мощность индуктора; *2* – коэффициент теплоотдачи

На наш взгляд, для реализации теплового расчёта индукционных нагревательных плит с применением метода конечных интегральных преобразований разница между предыдущим и последующим значениями коэффициентов теплоотдачи и мощностей индукторов в 20% оптимальна. Данная точность сопоставима с точностью расчёта коэффициентов теплоотдачи по критериальным уравнениям конвекции и точностью методики расчёта мощностей индукторов по соотношениям (2.2) – (2.11). В итоге при удовлетворительной точности достигается приемлемое время расчёта температурного поля плиты.

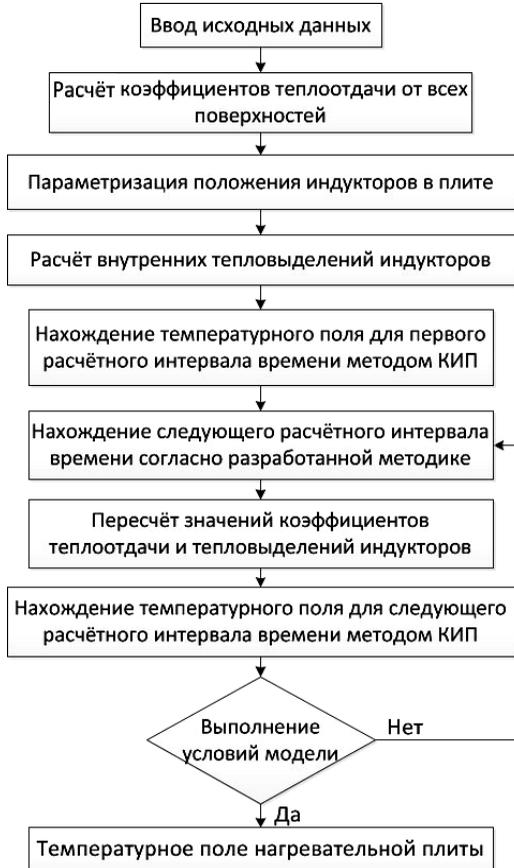


Рис. 2.5. Алгоритм решения модели (2.1) – (2.23) с помощью МКИП

Алгоритм МКИП, использованный для решения модели (2.1) – (2.23), представлен на рис. 2.5. В качестве условий окончания предыдущего расчётного интервала времени нагрева и начала следующего использовались неравенства:

$$\left| \alpha_k^{\text{pr}} - \alpha_k(\tau) \right| > 0,2\alpha_k^{\text{pr}}, \quad k = 1, \dots, 6 \quad \text{и} \quad \left| Q_{i_j}^{\text{pr}} - Q_{i_j}(\tau) \right| > 0,2Q_{i_j}^{\text{pr}}, \quad j = 1, \dots, n_i,$$

где α_k^{pr} , $Q_{i_j}^{\text{pr}}$ – значения k -го коэффициента теплоотдачи и мощности j -го индуктора для предыдущего расчётного интервала времени; $\alpha_k(\tau)$, $Q_{i_j}(\tau)$ – их текущие значения. Окончание текущего расчётного интервала времени регистрировалось при выполнении любого из этих условий.

2.1.3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ РАЗОГРЕВЕ ПЛИТЫ

В пункте 2.1.1 для нахождения внутренних тепловыделений или удельной мощности q используется эмпирическая методика, вносящая существенную погрешность в расчёт. Для более точного описания процесса индукционного нагрева плиты пресса дополним уравнения (2.1), (2.12), (2.13) системой векторных дифференциальных уравнений электромагнитного поля – уравнениями Максвелла.

Закон Ампера–Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (2.34)$$

Закон индукции Фарадея

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (2.35)$$

Закон Гаусса

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho. \quad (2.36)$$

Закон Гаусса для магнитного поля

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0. \quad (2.37)$$

Здесь ρ – плотность стороннего электрического заряда, Кл/м²; $\mathbf{j} = \mathbf{u}\rho$ – вектор плотности электрического тока, А/м²; \mathbf{u} – вектор скорости зарядов, м/с; \mathbf{E} – вектор напряжённости электрического поля, В/м; \mathbf{H} – вектор напряжённости магнитного поля, А/м; \mathbf{D} – вектор диэлектрической индукции, Кл/м²; \mathbf{B} – вектор магнитной индукции, Тл.

Приведённые выше уравнения Максвелла ещё не составляют полной системы уравнений электромагнитного поля, поскольку не содержат свойств среды, в которой возбуждено электромагнитное поле. Соотношения, связывающие величины \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{D} , \mathbf{H} и \mathbf{j} и учитывающие индивидуальные свойства среды, называются материальными уравнениями:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}; \quad (2.38)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}; \quad (2.39)$$

$$\mathbf{j} = \mathbf{E}\gamma, \quad (2.40)$$

где ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума, Ф/м; ε – относительная диэлектрическая проницаемость; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, Гн/м; μ – относительная магнитная проницаемость; γ – удельная электропроводность среды, Ом⁻¹·м⁻¹.

В практических расчётах принимают для проводников $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0$, а для непроводящих сред – $\mathbf{j} = 0$ [27].

Для определения удельной мощности запишем закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме [28]

$$q = j^2 / \gamma. \quad (2.41)$$

Тогда уравнение теплопроводности (2.1) запишется в следующем виде

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{j^2}{\gamma c_s \rho_s}. \quad (2.42)$$

Для того чтобы уравнения (2.34) – (2.37) имели единственное решение, они дополняются условиями однозначности, которые включают геометрические условия, начальные условия и условия на границах расчётной области.

Во многих случаях неоднородную среду можно представить в виде совокупности кусочно-непрерывных однородных областей, разделённых бесконечно тонкими границами. При этом можно решать уравнения Максвелла в каждой области, «сшивая» на границах получающиеся решения. В частности, при рассмотрении решения в конечном объёме необходимо учитывать условия на границах объёма с окружающим бесконечным пространством. Граничные условия получаются из уравнений Максвелла предельным переходом [27]:

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) \times \mathbf{n} &= 0 \\ (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) \times \mathbf{n} &= \mathbf{j}_S \end{aligned} \right\}, \quad (2.43)$$

где \mathbf{n} – единичный вектор нормали к поверхности, направленный из среды 1 в среду 2, 1/м; \mathbf{j}_S – плотность поверхностных токов вдоль границы, А/м².

Первое граничное условие системы (2.43) можно интерпретировать как непрерывность на границе областей тангенциальных компонент напряжённостей электрического поля. Из второго следует, что тангенциальные компоненты напряжённости магнитного поля непрерывны только при отсутствии поверхностных токов на границе [27].

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) \times \mathbf{n} &= -\rho_S \\ (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) \times \mathbf{n} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.44)$$

где ρ_S – поверхностная плотность зарядов, Кл/м³.

Граничные условия (2.44) характеризуют непрерывность нормальной компоненты вектора магнитной индукции при отсутствии на границе поверхностных зарядов.

Таким образом, полную модель индукционного нагрева плиты пресса можно представить в виде системы соотношений (2.42), (2.12) – (2.23), (2.34) – (2.40), (2.43), (2.44).

2.1.4. СВЯЗАННЫЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ И ТЕПЛОВОЙ АНАЛИЗ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПЛИТЫ В СРЕДЕ ANSYS

Процесс решения задач с помощью системы ANSYS включает множество этапов, реализация которых осуществляется в трёх основных модулях программы: *препроцессор* (PREP7), *решатель* (SOLUTION) и *постпроцессор общего назначения* (POST1). На стадии препроцессорной подготовки выполняется выбор типа расчёта, построение модели и приложение нагрузок (включая и граничные условия). Здесь задаются необходимые для решения исходные данные. Модуль SOLUTION предназначен для непосредственного решения задачи. В нём указывается вид анализа, задаются его опции и шаг решения. Заканчивается данный этап запуском процесса решения конечно-элементной задачи. Постпроцессорная обработка требуется для обращения к результатам и представления их в нужном виде.

Расчёт температурных полей индукционных нагревательных устройств относится к классу связанного анализа, состоящего из квазистационарной электромагнитной задачи и задачи нестационарного расчёта температурного поля [29]. Существуют два метода реализации связанного анализа: последовательный и прямой. Для трёхмерного моделирования индукционного нагрева может использоваться только последовательный метод анализа, блок-схема которого представлена на рис. 2.6.

Последовательный метод моделирования индукционного нагрева подразумевает создание двух моделей (физических сред): электромагнитной и тепловой. При этом результаты одного анализа используются в качестве граничных или начальных условий для другого. Рассмотрим элементы представленной блок-схемы более подробно.

Построение геометрии. Геометрическая модель, прежде всего, предназначена для последующего создания на её основе расчётной модели (сетки конечных элементов). Несмотря на то что в комплексе ANSYS объекты расчётной модели (узлы и элементы) могут создаваться и непосредственно, геометрическая модель способствует ускорению создания расчётной модели и при необходимости её изменения [30].

В системе ANSYS доступны два способа создания геометрической модели: нисходящий и восходящий. В первом случае указывается только самый высокий порядок сложности объектов модели. Используемые геометрические примитивы высшего порядка (сферы, призмы) могут быть созданы с помощью одной команды,



Рис. 2.6. Алгоритм расчёта температурных полей устройств индукционного нагрева в среде ANSYS

а примитивы более низкого порядка (поверхности, линии, ключевые точки) создаются автоматически. При «восходящем моделировании» сначала создаются точки, затем линии, а далее – поверхности и объёмы. При этом геометрические объекты препроцессора имеют иерархию, которая требует для создания линий наличия точек, для создания поверхностей – наличия линий, а для создания объёмов – наличия поверхностей.

Помимо методов построения геометрии, система ANSYS содержит средства импорта моделей, созданных CAD-системами, которые в дальнейшем могут быть использованы так же, как если бы они были созданы средствами препроцессора ANSYS. Достоинством импорта является возможность использования в расчётах твердотельных геометрических моделей, ранее созданных конструкторами. Недостаток – отсутствие возможности создания параметрической модели.

Система ANSYS позволяет выполнять прямой импорт твердотельных геометрических моделей из так называемых «тяжёлых» CAD: CATIAV5, CATIAV6 [31], Pro/ENGINEER и NX [32]. Для импорта геометрических моделей из «средних» CAD (AutoCAD, КОМПАС, SolidEdge, SolidWorks) можно применять форматы IGES, ACIS и Parasolid [33].

Независимо от используемого способа построения модели имеется возможность применять операции булевой алгебры для объединения наборов данных: сложение, вычитание, пересечение, деление, склеивание и объединение.

С нашей точки зрения, предпочтительнее использовать метод построения геометрии встроенными средствами системы ANSYS, так как имеется возможность параметризации моделей. Импорт можно применить только для расчётов элементов сложной конфигурации, например пресс-форм.

Под *вводом исходных данных* подразумевается выбор типов конечных элементов, ввод действительных констант и свойств материалов.

Библиотека системы ANSYS содержит более 170 типов КЭ, причём тип КЭ непосредственно связан с методом расчёта. Некоторые необходимые для расчёта параметры могут вводиться с помощью скалярных величин – действительных констант, которые представляют собой свойства, специфичные для данного типа КЭ. Далее подробно рассматриваются типы КЭ, используемые для связанного электромагнитного и теплового анализа процесса индукционного нагрева односторонней плиты вулканизационного пресса.

Для большинства типов конечных элементов требуются свойства материалов, зависимости которых от пространственных координат и температуры могут быть линейными или нелинейными [34].

Для проведения электромагнитного анализа необходимо задать относительную магнитную проницаемость и удельное сопротивление материалов, поскольку эти характеристики входят в материальные уравнения (2.38) и (2.39). Так как для проводников $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0$, то ввод относительной диэлектрической проницаемости не требуется.

Необходимо отметить, что магнитная проницаемость ферромагнитных сталей непостоянна и зависит от напряжённости магнитного поля \mathbf{H} , которая меняется в течение одного периода (для частоты промышленного тока период составляет 0,02 с) в широком диапазоне. При этом напряжённость \mathbf{H} в точке пространства также зависит от положения точки относительно источников магнитного поля, т.е. является функцией четырёх переменных: времени и трёх пространственных координат.

В случае задания постоянной магнитной проницаемости программой выполняется линейный квазистационарный электромагнитный анализ.

Система ANSYS позволяет выполнять нелинейный анализ с заданием кривой намагничивания, т.е. учитывающей зависимость магнитной проницаемости от напряжённости магнитного поля. Однако в этом случае тип анализа при моделировании трёхмерных объектов будет переходным или нестационарным. Нелинейный квазистационарный электромагнитный анализ реализован в системе ANSYS только для двумерных элементов.

Выполнение трёхмерного нелинейного нестационарного электромагнитного анализа сопряжено со следующими сложностями: время расчёта увеличивается на порядок, затрудняется передача значения тепловыделения из электромагнитного анализа в тепловую модель (требуется определить такой момент времени, для которого тепловыделение от вихревых токов соответствует среднему за период).

По этим причинам в данной работе принято допущение о постоянстве относительной магнитной проницаемости нагреваемой стали.

Для выполнения теплового расчёта необходимо ввести теплофизические свойства материалов – теплопроводность, теплоёмкость и плотность для трёх материалов: плиты, индукторов и воздуха. Данные по стали 45 (материал плиты) взяты из справочника [35]. Информация о свойствах других материалов получена из справочника [36]. При моделировании индукторов было принято допущение, что теплофизические свойства их материалов соответствуют свойствам стали.

Все свойства плиты и индукторов, за исключением магнитной проницаемости, задаются в виде таблиц как функции температуры. Для вычисления промежуточных значений автоматически выполняется линейная интерполяция.

В системе ANSYS предусмотрено четыре способа *генерации сетки*: использование метода экструзии, создание упорядоченной сетки, создание произвольной сетки и адаптивное построение.

Метод экструзии (выдавливания) используется для превращения областей двумерной сетки в трёхмерные объекты, состоящие из параллелепипедов, клиновидных элементов или их комбинации. Процесс экструзии осуществляется с помощью процедур смещения из плоскости, поступательного и вращательного перемещений.

Построение упорядоченной сетки [37] требует предварительного разбиения модели на отдельные составные части с простой геометрией, а затем производится выбор таких атрибутов элемента и соответствующих команд управления качеством сетки, чтобы можно было построить конечно-элементную модель с упорядоченной сеткой. Создаваемая системой ANSYS упорядоченная сетка может состоять из шестигранных, четырёхугольных и треугольных элементов, причём объёмная сетка может содержать только объёмные шестигранные элементы.

В качестве дополнительного способа построения упорядоченной сетки на некоторой поверхности используется деление противоположных граничных линий этой поверхности таким образом, чтобы можно было осуществить переход от одного размера сетки к другому. Построение упорядоченной сетки переменного размера возможно только для поверхностей, ограниченных четырьмя линиями. При большем числе ограничивающих линий можно выполнить операцию конкатенации.

Система ANSYS содержит генераторы произвольной сетки, с помощью которых сетка может наноситься непосредственно на модель достаточно сложной геометрии без необходимости строить сетку для отдельных частей и затем собирать их в единую модель. Произвольную сетку можно строить из треугольных, четырёхугольных и четырёхгранных элементов.

При построении произвольной сетки возможно также указание общего размера элемента, деление граничной линии, указание размеров в окрестностях заданных геометрических точек, коэффициентов растяжения или сжатия вдали от границ, задание ограничения на кривизну и возможность задания «жёстких» точек (т.е. задание точного положения узла вместе с размерами сетки в окрестности такой точки).

Адаптивное построение сетки состоит в том, что после создания геометрии и задания граничных условий программа генерирует конечно-элементную модель, выполняет расчёт, оценивает ошибку за счёт сеточной дискретизации и меняет размер сетки от решения к решению до тех пор, пока расчётная погрешность не станет меньше некоторой наперёд заданной величины (или пока не будет достигнуто установленное число итераций) [38].

В системе ANSYS предусмотрена возможность модификации конечно-элементной модели. Например, могут быть изменены атрибуты узлов и элементов. В частности, такой приём позволяет перейти от электромагнитного анализа к тепловому, «подменив» тип КЭ без изменений структуры сетки.

Основной трудностью на этапе создания расчётной модели нагревательной плиты вулканизационного пресса является разбиение на КЭ областей, вплотную прилегающих к индукторам. Глубина проникновения электромагнитной волны в сплошное ферромагнитное тело определяется по формуле [39]

$$S = \sqrt{\frac{1}{\pi f \gamma \mu_0 \mu}}, \quad (2.45)$$

где f – частота тока, Гц; γ – удельная проводимость материала, $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, Гн/м; μ – относительная магнитная проницаемость материала.

Для стали 45 с относительной магнитной проницаемостью $\mu = 140$ при температуре $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ и частоте тока $f = 50\text{ Гц}$ глубина проникновения волны составляет

$$S = \sqrt{\frac{1}{\pi f \gamma \mu_0 \mu}} = \sqrt{\frac{1}{3,14 \cdot 50 \cdot 4,81 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 140}} = 2,74 \cdot 10^{-3}\text{ м.}$$

Для получения адекватных результатов размеры КЭ вблизи индукторов не должны превышать полученного значения. В противном случае будет наблюдаться завышение выделяемой мощности из-за увеличения области тепловыделения.

После создания конечно-элементной модели реализуется этап **задания нагрузок**, настроек анализа и шага решения.

В системе ANSYS реализованы алгоритмы для двух формулировок электромагнитных задач: векторной (Magnetic Vector Potential – MVP) и скалярной (Magnetic Scalar Potential – MSP), причём метод скалярного магнитного потенциала может использоваться только для моделирования статических магнитных полей, т.е. непригоден для расчёта устройств индукционного нагрева.

Суть метода векторного магнитного потенциала состоит в том, что во всей расчётной области ищется такое решение, которое удовлетворяет уравнениям (2.34) и (2.35). Решение может быть получено при помощи ввода потенциалов, которые связаны с понятиями магнитной индукции и напряжённости электрического поля следующими соотношениями

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}; \quad (2.46)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad}U, \quad (2.47)$$

где \mathbf{A} – векторный магнитный потенциал, Вб/м; U – скалярный потенциал электромагнитного поля, В.

Метод векторного магнитного потенциала реализуется при помощи КЭ типа SOLID97, который применяется для моделирования трёхмерных магнитных полей. Элемент определяется восемью узлами, на каждый из которых приходится до пяти степеней свободы из шести имеющихся: составляющие векторного магнитного потенциала A_x, A_y, A_z , электрический ток, электрический потенциал или электродвижущая сила (ЭДС). Набор степеней свободы выбирается пользователем из числа предустановленных при помощи опций элемента и зависит от типа решаемой задачи. Геометрия элемента и расположение узлов показаны на рис. 2.7.

КЭ SOLID97 поддерживает дополнительно тетраэдрическую, призматическую и пирамидальную формы. Элемент может использоваться для моделирования как статических магнитных полей, так и для проведения гармонического, нестационарного или переходного электромагнитных анализов.

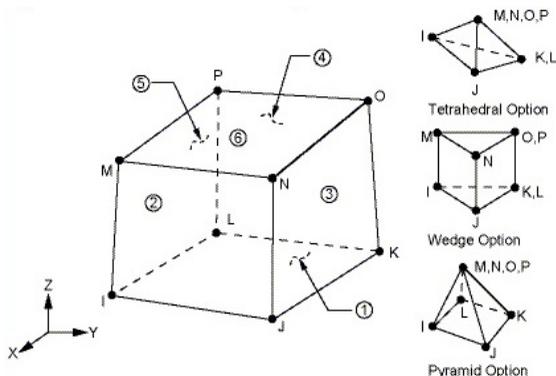


Рис. 2.7. КЭ SOLID97

В частности, элемент может применяться для исследования влияния вихревых токов. КЭ SOLID97 позволяет выполнять нелинейный электромагнитный анализ с заданием кривой намагничивания в качестве свойства материала.

Области тока в методе векторного магнитного потенциала являются частью конечно-элементной модели и их параметры задаются как константы КЭ SOLID97. При моделировании индукторов необходимо ввести следующие параметры: площадь поперечного сечения, число витков, объём индуктора, коэффициент симметрии, коэффициент заполнения и направление тока. Коэффициент симметрии используется в том случае, когда конструкция симметрична, и расчётная модель представлена отдельной её частью. Данный коэффициент показывает, во сколько раз реальный объём индуктора превосходит моделируемый. Коэффициент заполнения – это доля «чистого» провода в общем объёме индуктора. Направление тока задаётся при помощи трёх составляющих, каждая из которых представляет собой косинус угла между вектором тока и положительным направлением соответствующей координатной оси. Для удобства могут быть использованы различные системы координат: декартовы, цилиндрические и сферические. Также имеется возможность создания локальных систем координат.

Нагрузка при использовании метода векторного магнитного потенциала задаётся при помощи специальных элементов CIRCU124, которые предназначены для моделирования электрических цепей. Эти элементы позволяют составить схему замещения индуктора и нагрузки, в качестве которой использован источник напряжения, так как индукционные нагревательные плиты питаются от электрической сети, напряжение которой постоянно по амплитуде и не зависит от сопротивления нагрузки. Параметры нагрузки (амплитудное напряжение и частота тока) задаются через константы CIRCU124.

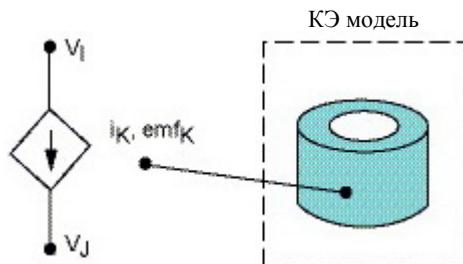


Рис. 2.8. Схема соответствия между индуктором и его аналогом

Соответствие между индукторами на схеме замещения и их «аналогами» в расчётной конечно-элементной модели указывается через общий узел, см. рис. 2.8.

Индуктор на электрической схеме определяется тремя узлами i , j и k . Узлы i и j служат для подключения индуктора к другим элементам электрической цепи (к источнику напряжения или другим индукторам). Общий узел k представляет собой любой узел, принадлежащий конечно-элементной модели соответствующего индуктора, следовательно составление электрической схемы не может предшествовать этапу разбиения геометрической модели на КЭ.

Пространственное расположение узлов, используемых для составления электрической схемы, не имеет принципиального значения. Поэтому их координаты могут быть одинаковыми. Однако при использовании различных координат система ANSYS позволяет графически отобразить составленную схему, что заметно упрощает проверку правильности подключения элементов цепи на этапе препроцессорной подготовки модели.

Направление тока в индукторах задаётся через координатные оси (см. выше). В случае круглой обмотки для задания направления достаточно сменить систему координат на цилиндрическую. Для моделирования индукторов сложной формы требуется создание специальной системы координат, которая повторяет контур обмотки. Для упрощения моделирования индуктор сложной формы можно разбить на простые участки и рассматривать каждый из них как независимую обмотку. При этом на схеме замещения эти обмотки соединяются последовательно. Далее этот подход рассматривается более подробно на примере моделирования индуктора прямоугольной формы.

На рисунке 2.9, а схематично показана геометрия исходного индуктора. Задать направление тока для всей обмотки через оси координат невозможно, поэтому индуктор разбивается на четыре прямолинейных участка L1, L2, L3 и L4 (рис. 2.9, б). Далее для каждого участка указы-

ваются константы КЭ SOLID97 (в том числе и направления токов), задаются атрибуты сетки и производится разбиение геометрической модели на КЭ. На рисунке 2.9, *в* представлена схема замещения исходного индуктора источником напряжения. Узлы электрической цепи пронумерованы арабскими цифрами от 1 до 6. Источник переменного напряжения E1 определяется тремя узлами: узлы 1 и 2 служат для соединения источника напряжения с другими элементами и содержат одну степень свободы – электрический потенциал, а степень свободы узла 3 – электрический ток, величина которого определяется в процессе расчёта.

Поскольку при генерации сетки узлы конечно-элементной модели нумеруются автоматически, то общие узлы сетки и схемы замещения в данном примере обозначены строчными буквами латинского алфавита. Например, обмотка L1 задаётся на схеме тремя узлами: 1, 4 и номером любого узла *a* из области L1 конечно-элементной модели. Аналогично задаются и остальные индукторы.

Заключительный этап моделирования индуктора – объединение степеней свободы узлов конечно-элементной модели. Если при создании модели заранее известно, что у группы узлов какая-либо степень свободы должна быть одинаковой, то осуществляется объединение узлов по этой степени свободы. Поэтому при создании моделей индукторов для обеспечения одинаковой плотности тока по объёму обмотки необходимо объединять все узлы индуктора по степеням свободы CURR (ток) и EMF (ЭДС).

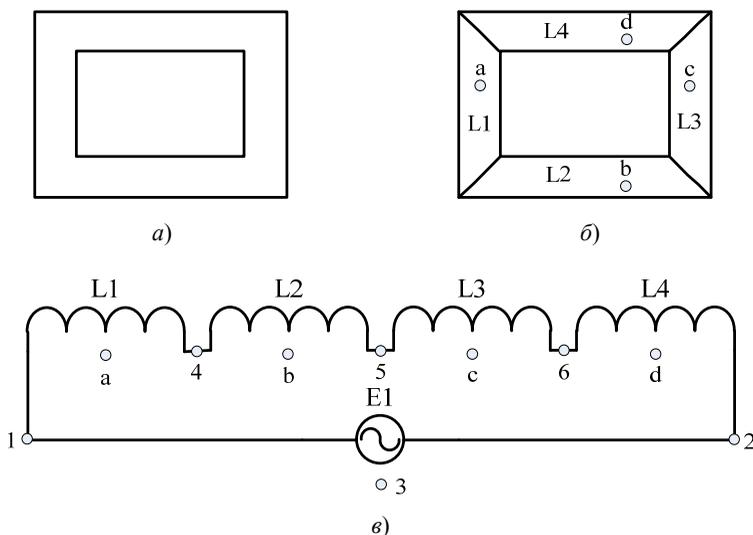


Рис. 2.9. Моделирование прямоугольного индуктора

Преппроцессорная подготовка электромагнитной модели заканчивается этапом задания граничных условий. В зависимости от геометрии модели магнитный поток может быть параллелен или перпендикулярен к границам анализируемой системы. Если геометрическая модель обладает циклической симметрией и рассматривается отдельная её часть, то для обеспечения правильной циркуляции вихревых токов в проводнике (в плите) требуется задание равных электрических потенциалов в узлах проводника, принадлежащих плоскостям симметрии.

После ввода всех граничных условий в модуле Solution выбирается тип анализа (гармонический), указывается частота (50 Гц) и записывается файл электромагнитной среды, который содержит все граничные условия и настройки, включая атрибуты сетки и опции решателя. Далее данные, сохранённые в файле физической среды, могут быть прочитаны и применены к расчётной модели. Такой подход позволяет организовать итерационный процесс последовательного связанного анализа, который предполагает чередование различных физических сред.

Затем происходит очистка всех граничных условий и настроек, и создаётся тепловая модель. Структура сетки при этом не изменяется. Вместо этого происходит «подмена» её атрибутов. Необходимым условием успешной «подмены» атрибутов является геометрическая совместимость типов КЭ. Поэтому в тепловом анализе используются КЭ SOLID70, геометрия которых аналогична представленной на рис. 2.7 для КЭ SOLID97. Элемент так же определяется восемью узлами, но на каждый из них приходится только одна степень свободы – температура. КЭ SOLID70 применим для трёхмерного расчёта как стационарных, так и нестационарных температурных полей.

В качестве нагрузки в тепловом анализе используется тепловыделение от вихревых токов, представляющее собой количество тепла, выделяющееся в единице объёма за единицу времени.

Помимо тепловыделения, которое в терминологии системы ANSYS относится к объёмному граничному условию, в тепловом анализе необходимо задать поверхностные граничные условия – конвекцию и излучение. Конвекция моделируется при помощи задания коэффициентов теплоотдачи. Если коэффициенты зависят от температуры, то данная зависимость задаётся в виде таблицы. При этом в качестве температуры может использоваться температура поверхности тела, температура среды, разность или среднее значение указанных температур. Излучение в системе ANSYS можно моделировать четырьмя методами:

- 1) с использованием элемента LINK31;
- 2) с использованием элемента SURF152 с поверхностным эффектом;

- 3) применяя метод радиационной матрицы AUX12;
- 4) используя радиационный решатель Radiosity Solver.

Линейный радиационный элемент LINK31 используется для простых задач, в которых теплообмен излучением происходит между двумя точками или несколькими парами точек. Элемент SURF152 используется для моделирования теплообмена излучением между поверхностью и точкой, имитирующей окружающую среду. Метод радиационной матрицы AUX12 применяется для более сложных задач, в которых теплообмен излучением происходит между двумя или более поверхностями. Последний метод наиболее универсален и поддерживается всеми элементами, имеющими температурную степень свободы. Однако этот метод сложнее других в реализации.

Коэффициенты конвективной теплоотдачи определяются из критериальных уравнений [24], точность которых невысока. Для индукционных нагревательных плит в условиях свободной конвекции значения этих коэффициентов порядка $10 \dots 20 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$. При этом доля излучения в суммарных коэффициентах теплоотдачи составляет менее 50%. В связи с этим численное моделирование теплообмена излучением встроенными средствами системы ANSYS применительно к индукционным нагревательным плитам нерационально, поскольку не может увеличить точность расчёта теплообмена с окружающей средой из-за сильного влияния конвекции на теплоотдачу. Целесообразнее задать в качестве конвективных коэффициентов теплоотдачи суммарные (с учётом излучения), вычисленные по (2.14) – (2.16).

В качестве начальных условий в тепловом анализе указывается температура модели в начале расчёта и температура окружающей среды. На этом препроцессорная подготовка тепловой модели заканчивается.

Далее в модуле SOLUTION выбирается тип анализа (нестационарный) и задаются параметры решателя: конечное время расчёта, величина временного шага, условие сходимости и др. Условие сходимости может учитывать только температуры, только тепловые потоки, либо и то, и другое.

При учёте температур программа анализирует изменение значения температуры узла в двух последовательных итерациях с заданной допустимой погрешностью. При учёте тепловых потоков со значением допустимой погрешности сравнивается несбалансированный вектор нагрузки (разность между заданным и рассчитанным тепловым потоком). Если решение не сходится после выполнения заданного числа итераций, система останавливает вычисления.

После настройки решателя производится запись файла тепловой среды и запускается последовательное решение двух подготовленных

моделей – электромагнитной и тепловой с передачей тепловыделения из электромагнитного анализа в тепловой. Процесс решения, как правило, требует значительных затрат процессорного времени. Для того чтобы получить решение за минимальное время, система ANSYS автоматически переупорядочивает расположение элементов и узлов.

В процессе нагрева растёт удельное сопротивление материалов, и, как следствие, снижается мощность индукционного нагревательного устройства. Поэтому процедуру электромагнитного анализа с последующим возобновлением теплового расчёта необходимо многократно повторять, т.е. расчёт температурных полей устройств индукционного нагрева носит итерационный характер (см. рис. 2.6). При этом в последующих электромагнитных анализах в качестве начального условия используется температурное поле, полученное из теплового расчёта. Цикл решения можно организовать путём написания соответствующей программы на командном языке APDL (ANSYS Parametric Design Language – язык параметрической разработки ANSYS).

Существуют два режима работы в системе ANSYS – интерактивный и пакетный. Первый осуществляется через графический интерфейс, представляющий собой совокупность окон ввода-вывода и различных меню. При пакетном режиме работы все действия, начиная от построения модели и заканчивая получением результатов, выполняются по программе, написанной на языке APDL [40]. В этом режиме не требуется взаимодействия человека и программы, что позволяет решать подготовленную задачу на удалённом компьютере с высокой производительностью (суперкомпьютере), либо на кластере (несколько компьютеров, объединённых сетью) [41].

На стадии *постпроцессорной обработки* имеется возможность обратиться к результатам решения и интерпретировать их нужным образом. Результаты решения электромагнитной задачи включают векторные поля вихревых токов, электромагнитной индукции и напряжённости магнитного поля для действительной и мнимой частей решения. Для тепловой модели – нестационарные поля температур, тепловых потоков и температурных градиентов.

На стадии получения решения результаты записываются в базу данных системы ANSYS и в так называемый «файл результатов». Результаты, полученные на каждом дополнительном шаге решения, накапливаются как наборы данных. Количество и тип данных определяются видом выполняемого анализа и выбором параметров, установленных на стадии получения решения. Итогом работы системы ANSYS на постпроцессорной стадии является графическое и (или) табличное представление результатов.

2.1.5. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЧИСЛА ИТЕРАЦИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО АНАЛИЗА НА ВРЕМЯ И ТОЧНОСТЬ РАСЧЁТА

Как показано в п. 2.1.4, расчёт температурных полей устройств индукционного нагрева в системе ANSYS представляет собой итерационный процесс: в ходе нагрева плиты мощность индукторов постепенно снижается, поэтому для уточнения тепловыделения процедуру электромагнитного анализа необходимо повторять. Поскольку квазистационарный электромагнитный анализ трёхмерных объектов требует значительных затрат процессорного времени, то представляет интерес зависимость точности и продолжительности расчёта от числа итераций электромагнитного анализа.

Исследование этой зависимости проведено на примере индукционной нагревательной плиты размерами 500×410×90 мм с четырьмя прямоугольными индукторами размерами 172×127 мм, см. рис. 2.3. Расчёты проводились для четверти плиты и отличались числом итераций электромагнитного анализа.

Расчётная сеточная модель с учётом окружающего воздуха, см. рис. 2.10, состояла из 299644 КЭ SOLID97 тетраэдрической формы и 120 КЭ INFIN111, имитирующих бесконечность. Сетка тепловой модели не включала воздух и насчитывала 213 403 тетраэдрических элемента SOLID70.

Расчёты производились на компьютере с процессором AMD Athlon 64 X2 6000+ (частота одного ядра 3,1 ГГц) и оперативной памятью 4 Гб. На рисунке 2.11, *a* представлена зависимость продолжительности расчёта нестационарного температурного поля от числа итераций электромагнитного анализа. Для данной зависимости построена линейная линия тренда (уравнение линии показано на диаграмме), которая позволяет сделать вывод о линейном характере зависимости времени расчёта от числа итераций. Расчёт с двумя итерациями превосходит по времени однократное выполнение анализа более чем в 2 раза. Такой прирост затрат времени может быть вызван возобновлением теплового расчёта, что, в свою очередь, приводит к появлению дополнительных операций ввода-вывода (чтение данных из файла с результатами предыдущего анализа), снижающих среднюю скорость расчёта.

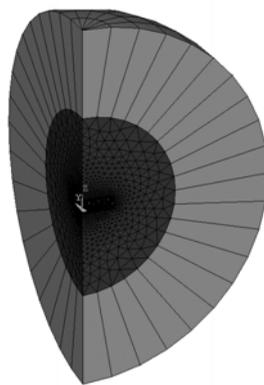
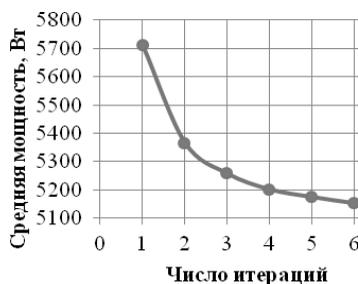
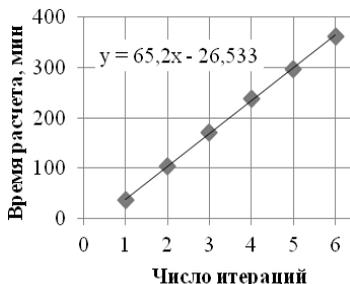


Рис. 2.10. Расчётная сеточная модель



а)

б)

Рис. 2.11. Зависимость времени расчёта (а) и средней мощности плиты (б) от числа итераций электромагнитного анализа

2.1. Относительные разности средних мощностей плиты

Сравниваемые варианты числа итераций	1 и 2	2 и 3	3 и 4	4 и 5	5 и 6
Разность мощностей, %	6,4	2,1	1,1	0,5	0,4

На рисунке 2.11, б представлен график зависимости средней мощности плиты от числа итераций электромагнитного анализа. Как видно, с увеличением числа итераций разница между результатами расчёта заметно сокращается. Этот вывод подтверждают и данные табл. 2.1, где приведены относительные разности средних мощностей для двух соседних вариантов расчёта.

На рисунке 2.12 изображена зависимость средней температуры рабочей поверхности нагревательной плиты от времени нагрева для шести вариантов расчёта. В случае однократного выполнения электромагнитного анализа мощность плиты неизменна, нелинейность роста температуры обусловлена только изменением теплофизических свойств материала плиты и повышением коэффициентов теплоотдачи в окружающую среду. Этому варианту расчёта соответствует верхняя кривая на графике. Для кривых, соответствующих итерационным расчётам, характерно усиление нелинейности (увеличение второй производной по модулю), происходящее за счёт постепенного снижения мощности плиты.

Увеличение числа итераций приближает расчётную кривую к динамике температуры реального объекта. Однако анализ полученных результатов показывает, что максимальное отклонение средних температур для конечного момента времени между расчётами при трёх и шести итерациях составило менее 2%. Разность средних мощностей между этими вариантами расчёта также не превысила 2%.

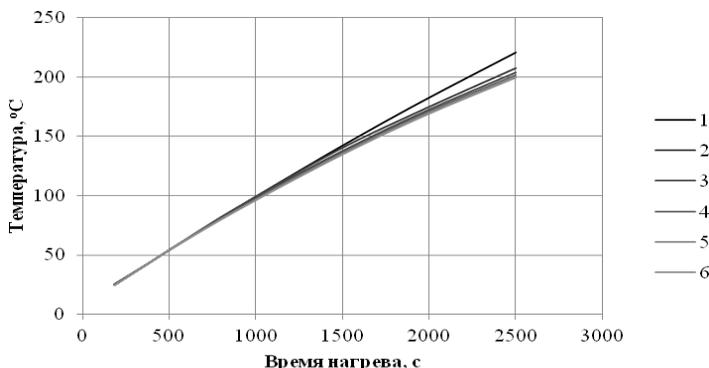


Рис. 2.12. Зависимость средней температуры плиты от времени нагрева для разного числа итераций электромагнитного анализа

Полученные отклонения соизмеримы с погрешностью определения электромагнитных и теплофизических свойств материалов. Следовательно, дальнейшее увеличение числа итераций приведёт к неоправданным затратам времени без существенного изменения результатов.

Таким образом, вариант расчёта температурных полей индукционных нагревательных плит с тремя итерациями электромагнитного анализа выглядит наиболее предпочтительным ввиду приемлемой точности расчёта и относительно небольших затрат времени на его проведение.

2.1.6. ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ НАГРЕВА ОДИНОЧНОЙ ПЛИТЫ ПРЕССА

Напомним, что при разработке методики решения математической модели индукционного нагрева плиты вулканизационного пресса (2.1) – (2.23) приняты следующие допущения:

1) тепловыделение каждого индуктора осуществляется равномерно во всём объёме паза плиты, в котором размещён индуктор. Характеристики материала этого объёма соответствуют характеристикам материала плиты;

2) значения коэффициентов теплоотдачи от поверхностей плиты $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6$ и мощностей индукторов $Q_j, j = 1, \dots, ni$ не зависят от температуры в пределах расчётных интервалов времени;

3) значения мощности индукторов при изменении средней температуры плиты определяются по соотношениям (2.2) – (2.11).

Допущения, принятые при разработке методики связанного электромагнитного и теплового анализа температурного поля плиты в среде ANSYS:

1) относительная магнитная проницаемость нагреваемой стали постоянна (не зависит от температуры);

2) теплофизические свойства материалов, размещённых в пазах индукторов, соответствуют свойствам материала плиты.

Для проверки адекватности математических моделей (2.1) – (2.23) и (2.42), (2.12) – (2.23), (2.34) – (2.40), (2.43) – (2.47) были использованы результаты эксперимента, проведённого в ОАО «АРТИ-завод», г. Тамбов в целях определения сравнительной эффективности плит с индукционными и омическими нагревателями (спиральными ТЭНами).

Эксперимент проводился на специально изготовленном столе в энергетическом цехе завода при температуре воздуха $T_0 = 12$ °С. Нагревательная плита размерами $l = 500$ мм, $s = 410$ мм, $h = 70$ мм с четырьмя индукторами прямоугольной формы размерами 184×142 мм в пазах сечением 25×25 мм (см. рис. 2.3) устанавливалась крышкой вниз на три опорных винта со сферической головкой, расположенных в вершинах треугольника с основанием 300 мм и высотой 260 мм. С помощью винтов обеспечивалось горизонтальное расположение плиты. Расстояние от стола до поверхности плиты – 150 мм. Индукторы соединены последовательно, число витков медного провода диаметром 1,8 мм в каждом из них – 60, их суммарная мощность при температуре T_0 – 5,35 кВт.

Температурные измерения проводились с помощью изготовленных и отградуированных службой КИП завода хромель-копелевых термопар с диаметром термоэлектродов 0,5 мм. Четыре рабочих термопары располагались по углам плиты на расстоянии 50 мм от краёв, пятая – в центре плиты. В точках расположения термопар со стороны рабочей поверхности плиты сверлились глухие отверстия диаметром 5,5 мм и глубиной 5 мм, в которые вставлялись и расклёпывались пробки из алюминиевой проволоки диаметром 5 мм. Рабочие спай термопар диаметром 1,5 мм зачеканивались в алюминиевые пробки на глубину 2 мм. Контрольная термопара вставлялась в специальное отверстие на коротком торце плиты и располагалась на глубине 16 мм от рабочей поверхности, на расстоянии 90 мм от короткого и 130 мм от длинного торцов. Схема расположения термопар в условиях эксперимента представлена на рис. 2.13.

Термопары подключались к одноточечному прибору А-565-003, измерения температуры на рабочей поверхности плиты проводились с помощью цифрового термометра контактного ТК-5.03, электрические параметры плиты контролировались с помощью измерительного комплекса К505 1621-75. Время разогрева контролировалось по секундомеру, контрольная температура нагрева плиты – 170 °С.

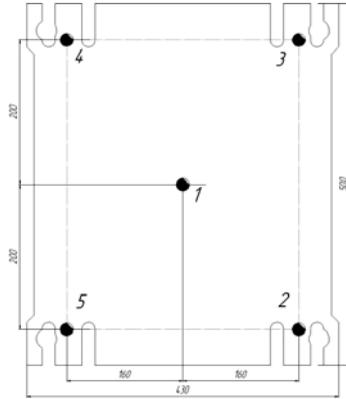


Рис. 2.13. Схема расположения термопар в условиях эксперимента

Для нагрева плиты до контрольной температуры в эксперименте потребовалось 32,8 мин (1968 с).

По методикам, описанным в п. 2.1.3, 2.1.4, в системах Mathcad и ANSYS были реализованы тепловая (2.1) – (2.23) и электромагнитно-тепловая (2.42), (2.12) – (2.23), (2.34) – (2.40), (2.43), (2.45) модели индукционного нагрева тестовой плиты соответственно. На рисунках 2.14 и 2.15 представлено сравнение результатов решения этих моделей с экспериментальными данными для центральной и угловой термопар соответственно.

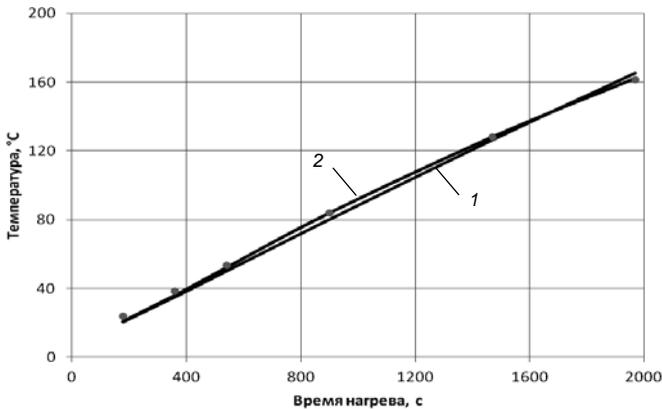


Рис. 2.14. Сравнение результатов моделирования с данными эксперимента для центральной термопары:

1 – электромагнитно-тепловая модель (ANSYS);

2 – тепловая модель (Mathcad);

● – эксперимент

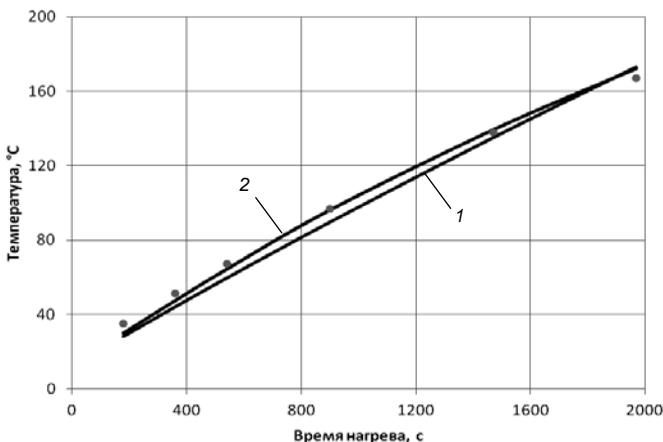


Рис. 2.15. Сравнение результатов моделирования с данными эксперимента для угловой термопары:
 1 – электромагнитно-тепловая модель (ANSYS);
 2 – тепловая модель (Mathcad);
 ● – эксперимент

По тепловой модели для центральной термопары максимальное абсолютное расхождение результатов расчёта с экспериментальными данными: $3,9\text{ }^{\circ}\text{C}$, – зафиксировано в конечный момент времени 1968 с, для боковой термопары – $8,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ в момент времени 540 с.

По электромагнитно-тепловой модели для центральной термопары максимальное отклонение расчётных данных от экспериментальных составило $2,9\text{ }^{\circ}\text{C}$ в момент времени 180 с, для боковой термопары – $5,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ в конечный момент времени 1968 с.

Таким образом, максимальная относительная погрешность расчётных данных по сравнению с экспериментальными для тепловой модели составила 11%, для электромагнитно-тепловой модели – 6,3%, что вполне допустимо при моделировании химико-технологических процессов [42].

2.1.7. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДИК МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ОДИНОЧНОЙ ПЛИТЫ

Для условий эксперимента, описанного в п. 2.1.6, проведено сравнение двух методик моделирования температурных полей индукционных нагревательных плит:

1) связанный электромагнитный и тепловой анализ, реализованный в системе ANSYS (см. раздел 2.1.4);

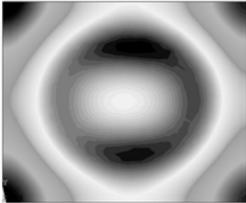
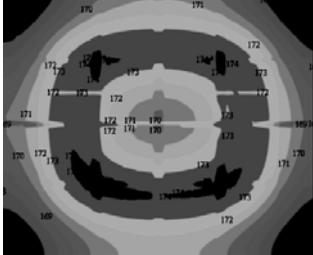
2) приближённое решение нестационарного уравнения теплопроводности методом конечных интегральных преобразований, реализованное в системе Mathcad (см. раздел 2.1.2).

В таблице 2.2 показаны температурные поля рабочей поверхности плиты, полученные с использованием обеих методик. Поскольку плита симметрична, то рассматривалась её четверть (левый нижний угол соответствует центру плиты). Результаты представлены для момента времени 1968 с, который соответствует времени разогрева плиты в месте установки контрольной термопары в условиях эксперимента до температуры 170 °С.

Как видно из таблицы, в температурных распределениях не наблюдается серьёзных расхождений. Непосредственно над индуктором находится зона локального перегрева, температура в которой примерно на 3 °С выше средней по плите. На краях плиты и в центре между индукторами наблюдаются зоны с пониженной температурой.

Средняя температура рабочей поверхности плиты, рассчитанная с использованием первой методики, для времени 1968 с составила 170,1 °С, что на 1,0 °С ниже средней температуры, полученной по второй методике. На рисунке 2.16 представлены графики зависимости средней температуры рабочей поверхности плиты от времени нагрева, полученные по обоим методикам.

2.2. Температурные поля рабочей поверхности плиты

	Методика № 1 (ANSYS)	Методика № 2 (Mathcad)
Температурные поля		
T_{\max} , °С	174,4	174,1
T_{\min} , °С	162,3	166,4
$T_{\text{ср}}$, °С	170,1	171,2
Дисперсия, К ²	10,7	5,8

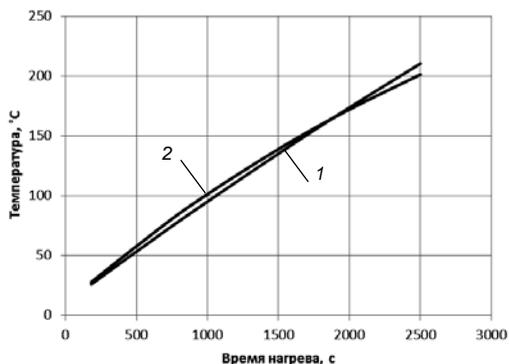


Рис. 2.16. Зависимость средней температуры поверхности плиты от времени:

1 – методика № 1 (ANSYS);
2 – методика № 2 (Mathcad)

Максимальное абсолютное расхождение средних температур, соответствующее конечному моменту времени 2500 с, составило 9,2 °С. Из анализа рис. 2.16 можно сделать вывод, что средняя температура рабочей поверхности модели плиты, разработанной в системе Mathcad, растёт линейно. Это, скорее всего, объясняется тем, что расчёты проводились при постоянной средней мощности плиты. При моделировании температурного поля плиты в среде ANSYS учитывалась зависимость удельного сопротивления стали 45 от температуры.

На рисунке 2.17 изображены графики зависимости дисперсий температур по рабочей поверхности плиты от времени нагрева для обеих методик. Для модели, сформированной по методике № 2, характерно монотонное увеличение дисперсии температуры. В модели, полученной по первой методике, дисперсия нелинейно возрастает в интервале времени 0...750 с, затем в интервале времени 750...2000 с наблюдается её постепенное снижение.

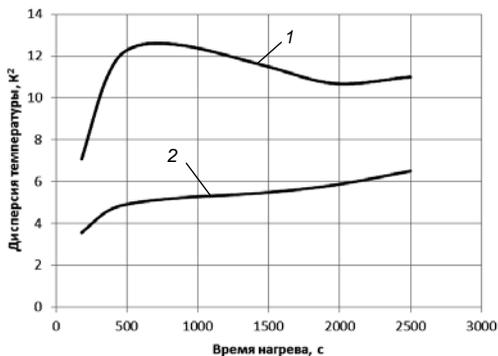


Рис. 2.17. Зависимость дисперсии температуры поверхности плиты от времени:

1 – методика № 1 (ANSYS);
2 – методика № 2 (Mathcad)

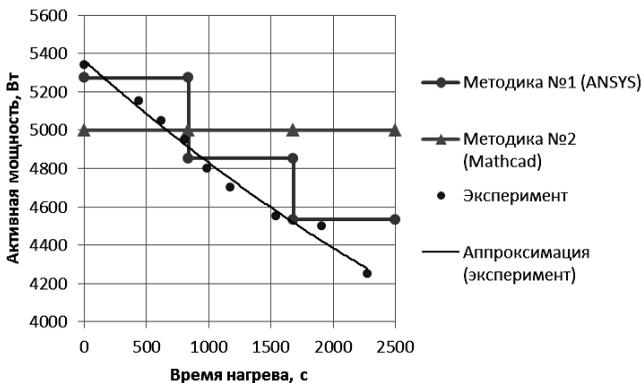


Рис. 2.18. Графики изменения мощности плиты

Наличие экстремума на кривой, полученной по первой методике, может быть объяснено следующим образом. В процессе нагрева мощность плиты постепенно понижается. В пункте 2.1.5 показано, что оптимальным с точки зрения точности решения и затрат времени является вариант моделирования температурных полей индукционных нагревательных плит, предусматривающий осуществление трёх итераций электромагнитного анализа при ступенчатом изменении мощности плиты после каждой итерации (рис. 2.18). Сопоставление графиков дисперсии температуры и мощности плиты показывает, что максимальное значение дисперсии наблюдается при ступенчатом изменении начальной мощности (840 с). Далее скорость нагрева снижается, что приводит к постепенному выравниванию температурного поля, т.е. понижению дисперсии.

На рисунке 2.18 также представлены экспериментальные данные по изменению мощности плиты в процессе нагрева. В результате их аппроксимации получена зависимость

$$P(\tau) = 4 \cdot 10^{-5} \tau^2 - 0,5757\tau + 5362,9.$$

Пренебрегая электромагнитными потерями, количество тепла, выделенного за время нагрева плиты от начальной температуры 12 °С до конечной 170 °С, которой соответствует время 1968 с, можно определить согласно выражению

$$Q = \int_0^{1968} P(\tau) d\tau = 9,54 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

Таким образом, средняя мощность нагрева составила

$$P_{\text{ср}} = \frac{9,54 \cdot 10^6}{1968} = 4848 \text{ Вт.}$$

По первой методике количество тепла, равное площади под изображённой на рис. 2.18 ломаной, на интервале 0...1968 с составило $9,81 \cdot 10^6$ Дж при средней мощности 4986 Вт, что отличается от экспериментального значения на 2,8%. По второй методике расчётное значение количества тепла за тот же период времени составило $9,84 \cdot 10^6$ Дж (средняя мощность – 5000 Вт, отличие от эксперимента – 3,1%).

Сравнение температур, рассчитанных с применением рассматриваемых методик, с результатами эксперимента по двум контрольным точкам проводилось в п. 2.1.6. Максимальное отклонение составило 8,0 °С для боковой термопары в момент времени 540 с (методика № 2).

Таким образом, в результате сравнения результатов моделирования температурного поля индукционной нагревательной плиты вулканизационного прессы, полученных с использованием двух различных методик, и экспериментальных данных можно сделать следующие выводы:

- 1) результаты моделирования полей температур рабочей поверхности промышленной нагревательной плиты по обеим методикам хорошо согласуются с результатами эксперимента;
- 2) различия в усреднённых характеристиках температурных полей незначительны и объясняются неодинаковыми допущениями об изменении расчётных мощностей плиты.

Преимуществом методики, основанной на решении уравнения теплопроводности методом конечных интегральных преобразований, являются меньшие затраты времени: решение рассматриваемой задачи заняло 12 мин, в то время как на решение задачи в системе ANSYS с применением того же компьютера было затрачено более 17 ч. К преимуществам методики, предусматривающей проведение электромагнитного анализа, относятся более высокая точность моделирования за счёт определения тепловыделений в результате анализа электромагнитного поля и возможность моделирования объектов с более сложной геометрией.

Вторую методику целесообразно использовать для оценки конструкций нагревательных плит при решении задач оптимизации. Первая методика может быть применена для получения более точного представления о температурном поле плиты оптимальной конструкции.

2.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЛИТЫ

Соотношения (2.1) – (2.23) моделируют процесс нагрева одиночной индукционной плиты от начальной до заданной рабочей температуры. Чаще всего решение этой модели осуществляется для момента времени τ_h , когда контрольная термопара фиксирует достижение заданной рабочей температуры. Решение модели (2.1) – (2.23) для $\tau > \tau_h$ не имеет практического смысла, однако возникает необходимость исследования процесса нагрева плиты с учётом автоматического управления температурой её рабочей поверхности.

2.2.1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЛИТЫ

В процессе нагрева регулирование температуры плит пресса осуществляется по двухпозиционному закону на основе измерения температуры плит с помощью термпар. В этом случае управляющим воздействием является мощность индукторов:

$$Q_{i_j}(\tau) = \begin{cases} Q_{i_j}, & T_{\text{sensor}} \leq T_{\text{down}}; \\ Q_{i_j}, & T_{\text{down}} < T_{\text{sensor}} \leq T_{\text{up}} \wedge \frac{dT_{\text{sensor}}}{d\tau} > 0; \\ 0, & T_{\text{down}} < T_{\text{sensor}} \leq T_{\text{up}} \wedge \frac{dT_{\text{sensor}}}{d\tau} \leq 0; \\ 0, & T_{\text{sensor}} \geq T_{\text{up}}; \end{cases} \quad j = 1, \dots, ni, \quad (2.48)$$

где T_{sensor} – текущая температура контрольной термопары, °C; T_{up} , T_{down} – верхний и нижний пороги срабатывания регулятора соответственно, °C.

Установкой на срабатывание двухпозиционного регулятора является заданное значение температуры контрольной термопары T_{set} . В качестве значений T_{set} можно использовать показания как одной термопары, так и среднее значение показаний нескольких термпар (для более точной оценки текущей картины распределения температур в плите). Как правило, значение T_{set} зависит от типа используемой резиновой смеси и подбирается опытным путём. Таким образом, верхний и нижний пороги срабатывания регулятора можно представить в следующем виде:

$$T_{\text{up}} = T_{\text{set}} + \Delta_T, \quad T_{\text{down}} = T_{\text{set}} - \Delta_T. \quad (2.49)$$

Величина $2\Delta_T$ характеризует зону нечувствительности двухпозиционного регулятора и является единственным параметром его настройки [43].

Отметим, что если возможно вычисление переменной sw – порядкового номера переключения регулятора, то управляющее воздействие $Q_{ij}(\tau)$ целесообразно представить в виде [44]

$$Q_{ij}(\tau) = 0,5Q_{ij}(1 + (-1)^{sw+1}); \tau_{sw-1} < \tau < \tau_{sw}; sw = 1, 2, \dots, sw^*, \dots, t_{\Sigma}, \quad (2.50)$$

где τ_{sw} – интервал времени номер sw , по окончании которого осуществляется переключение регулятора; $sw = 1$ – момент первоначального включения индукторов плиты, $sw = 2$ – момент разогрева плиты пресса до заданной температуры T_{set} .

Совместное решение соотношений (2.1), (2.12) – (2.23) и (2.48) – (2.50) позволяет смоделировать процесс нагрева одиночной плиты не только в период её разогрева до заданной температуры T_{set} , но и в наиболее важный период регулярного (стационарного) нагрева.

2.2.2. ПОДБОР ШАГА ПО ВРЕМЕНИ ПРИ РАСЧЁТЕ ПРОЦЕССА АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЛИТЫ

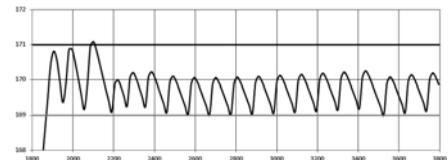
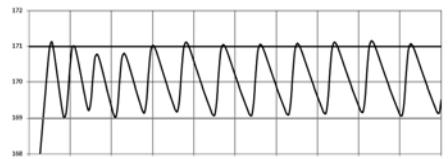
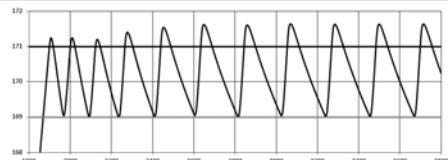
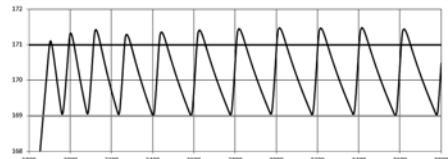
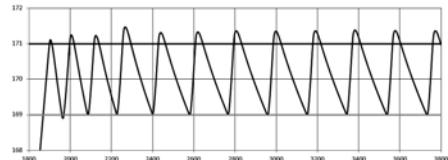
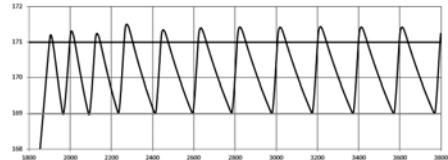
Для решения задачи (2.1), (2.12) – (2.23), дополненной выражениями (2.48) – (2.50), предлагается использовать МКЭ. Заметим, что при проведении нестационарного теплового анализа следует сопоставлять размер шага по времени Δt с минимальной продолжительностью события при изменении граничных условий, зависящих от времени [45].

С другой стороны, требования к величине шага по времени предъявляются к моделям с температурными датчиками, когда рассчитываемая температура датчика близка к предельному значению. В этом случае весьма незначительное изменение температуры, обусловленное варьированием шага, может привести к переключению датчика и радикально изменить состояние системы. В остальных случаях поведение датчика принципиально не зависит от величины Δt , которая влияет исключительно на точность расчёта.

По этим причинам проведены предварительные численные эксперименты для разных значений шагов по времени для $T_{set} = 170$ °С, $2\Delta = 2$ °С. Эти и последующие расчёты проводились на компьютере с конфигурацией: IntelCore i5 M430 CPU, 2,27GHz, 8 GbRAM, W7x64. Результаты сведены в табл. 2.3.

Отметим, что использование шага $\Delta t = 1$ с даёт результаты, аналогичные полученным при $\Delta t = 2$ с. Визуальный анализ графиков, представленных в табл. 2.1, позволяет сделать вывод, что численное решение уравнений математической модели при использовании значений расчётных шагов 15 и 10 с неадекватно описывают поведение модели: температура контрольной термопары не достигает значений T_{up} и T_{down} .

2.3. Подбор значения расчётного шага по времени

Расчётный шаг Δt , с	Температура контрольной термопары во время работы регулятора (график)	Число циклов «нагрев—охлаждение»	Максимальная инерционность по нагреву, °С	Время расчёта, мин
15		18	0,09	34,22
10		12	0,15	46,05
5		10	0,64	85,5
4		10	0,48	106,72
3		11	0,47	141,15
2		11	0,48	212,72

Результаты расчётов, полученные с использованием остальных расчётных шагов, не приводят к появлению ошибок. Логично утверждать, что расчётный шаг 2 с даёт наиболее точные результаты по сравнению с другими значениями Δt . Как было отмечено выше, дальнейшее уменьшение шага не приводит к видимому увеличению точности расчёта. Учитывая зависимость времени расчёта от величины Δt , было принято решение использования для дальнейших численных расчётов значения расчётного шага по времени 2 с.

2.2.3. ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЛИТЫ

Для проверки адекватности модели нагрева плиты с учётом автоматического регулирования температуры плиты (2.1), (2.12) – (2.23), (2.48) – (2.50) использованы результаты эксперимента, проведённого в ОАО «АРТИ-Завод», г. Тамбов. Описание эксперимента см. в п. 2.1.6.

Измерения проводились при задании на регулирующем приборе $T_{\text{set}} = 170\text{ }^{\circ}\text{C}$ и $T_{\text{set}} = 200\text{ }^{\circ}\text{C}$. Окружающая температура в процессе измерения $12\text{ }^{\circ}\text{C}$. Зона нечувствительности регулятора $2\Delta T$ составляла $2\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Отметим особенность проведённого эксперимента. Включение регулирующего прибора в случае $T_{\text{set}} = 170\text{ }^{\circ}\text{C}$ осуществлялось вручную в момент достижения контрольной термопарой температуры $T_{\text{уп}}$. Такой механизм проведения повлиял на точность эксперимента: автоматическое регулирование началось с температуры $173\text{ }^{\circ}\text{C}$. Очевидно, что такая погрешность повлияла на распределение температур в объёме плиты в целом, и на температуры всех термопар, в частности. Однако, как будет показано ниже, и в данном случае сравнение экспериментальных и расчётных данных возможно.

На рисунке 2.19 представлены графики изменения расчётных значений температур контрольной (кривая 1) и центральной (кривая 2) термопар в период разогрева плиты. Соответствующие им экспериментальные значения для контрольной термопары представлены в виде прямоугольных маркеров, для центральной термопары – в виде треугольных маркеров.

Максимальное отклонение расчётных данных от экспериментальных для контрольной термопары составило $6,06\text{ }^{\circ}\text{C}$ для момента времени 180 с (или 21,65%); для центральной термопары максимальное отклонение составило $5,33\text{ }^{\circ}\text{C}$ для аналогичного момента времени (или 22,23%). Средняя ошибка за весь рассматриваемый период для контрольной термопары составила 6,62%, для центральной – 6,9%.

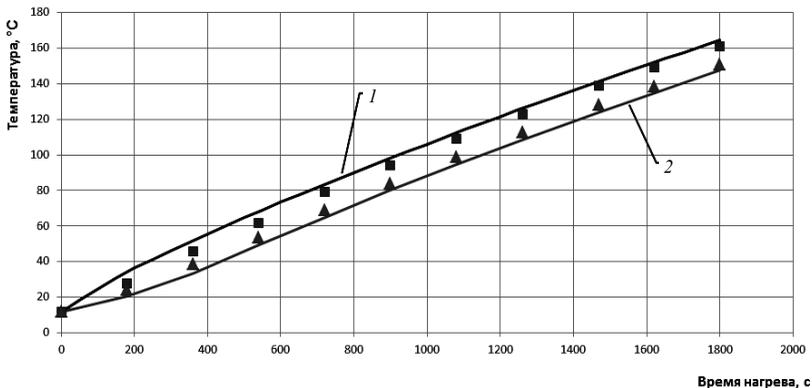


Рис. 2.19. Температура контрольной и центральной термопар в период разогрева плиты, °C:

- 1 – расчётная температура контрольной термопары;
 2 – расчётная температура центральной термопары

Отметим, что по мере прогрева плиты, начиная с момента времени 1470 с, отклонение температур составляет около 2% для контрольной термопары и около 3% для центральной. Таким образом, для начального периода нагрева расчётные температуры обеих термопар удовлетворительно согласуются с данными эксперимента.

На рисунке 2.20 представлено сравнение расчётных значений температур контрольной термопары (кривая 2) с экспериментальными (кривая 1) при установке на срабатывание регулятора 170 °C в течение периода стабилизации и регулярного режима. Как видно, отмеченная выше особенность проведения эксперимента повлияла на характер изменения температуры контрольной термопары в период стабилизации температуры. В связи с этим сравнение расчётных и экспериментальных данных в интервале 1900...3200 с некорректно. Справедливо будет предположить, что незначительный перегрев плиты на 2 °C при последующем использовании автоматического регулирования не повлиял на регулярный режим 3200...3800 с. Поэтому сравнение расчётных данных с экспериментальными проводили именно для этого интервала. В таблице 2.4 приведены результаты сравнения моментов достижения контрольной термопарой нижней и верхней установок на срабатывание в условиях эксперимента и найденного расчётным путём.

Как видно из табл. 2.4, отклонение значений расчётных моментов достижения контрольной термопарой нижней и верхней установок на срабатывание от экспериментальных не превышает 1%.

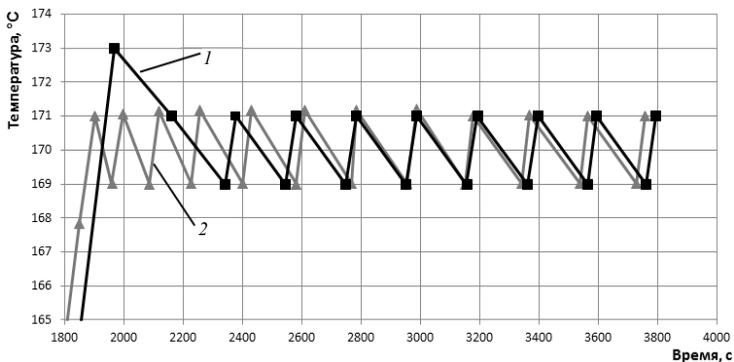


Рис. 2.20. Температура контрольной термопары в период стабилизации и регулирования температуры плиты, °C:
1 – эксперимент; *2* – расчёт

2.4. Сравнение моментов достижения контрольной термопарой нижней и верхней установок на срабатывание

$T_{\text{sensor}}, \text{°C}$	Время достижения, эксперимент, с	Время достижения, расчёт, с	Ошибка, с
169	3156	3150	6
171	3192	3177	15
169	3360	3342	18
171	3396	3369	27
169	3564	3537	27
171	3595	3564	31
169	3762	3729	33
171	3794	3759	35

На рисунке 2.21 представлены графики изменения расчётных значений температур центральной (кривая *1*) и боковой (кривая *2*) термопар в режиме регулирования температуры плиты. Соответствующие им экспериментальные значения для центральной термопары представлены в виде прямоугольных маркеров, для боковой термопары – в виде треугольных маркеров.

Максимальное отклонение расчётных данных от экспериментальных для центральной термопары составило $0,75 \text{ °C}$ для момента времени 3564 с (или $0,44\%$); для боковой термопары максимальное отклонение составило $5,18 \text{ °C}$ для момента времени 3768 с (или $3,19\%$). Средняя ошибка за весь рассматриваемый период для центральной термопары составила $0,35\%$, для боковой – $2,68\%$. Таким образом, для режима регулирования температуры значения расчётных температур обеих термопар хорошо согласуются с экспериментальными.

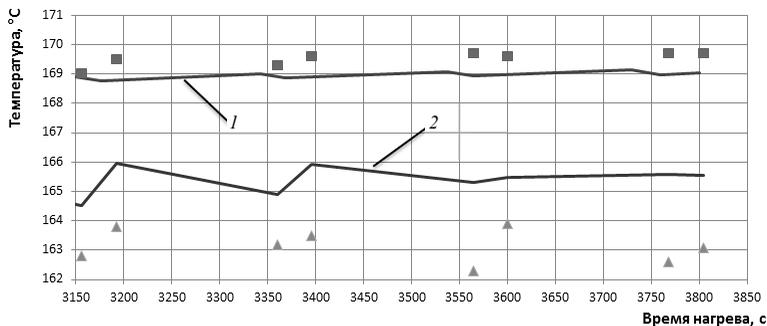


Рис. 2.21. Температура термопар в режиме регулирования температуры плиты, °C:
 1 – центральная термопара; 2 – боковая термопара

На рисунке 2.22 представлено сравнение расчётных значений температур контрольной термопары (кривая 2) с экспериментальными (кривая 1) в режиме регулирования температуры плиты для установки на срабатывание 200 °C.

Как видно из рис. 2.22, график расчётных значений температур отличается от графика экспериментальных значений только по фазе. Максимальное отклонение составило 45 с для первой точки, минимальное – 22,8 с для предпоследней точки. Средняя ошибка по времени составила 34 с (менее 1%). Таким образом, для режима регулирования температуры плиты при $T_{set} = 200$ °C расчётные значения температуры контрольной термопары удовлетворительно согласуются с данными эксперимента.

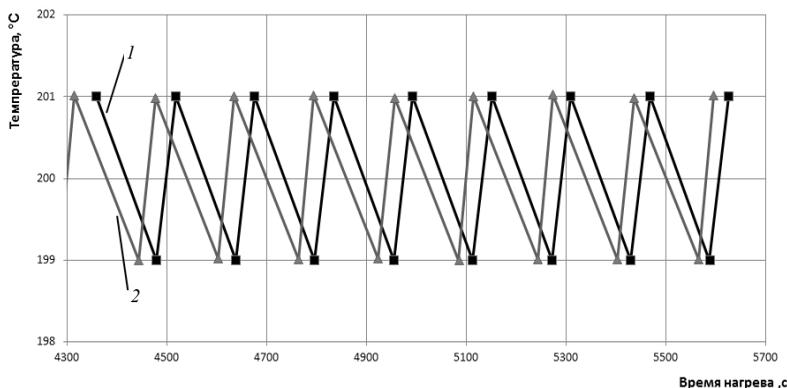


Рис. 2.22. Температура контрольной термопары в режиме регулирования температуры плиты, °C:
 1 – эксперимент; 2 – расчёт

Из материала данного раздела можно сделать вывод, что результаты решения моделей нагрева, стабилизации и регулирования температуры одиночной индукционной плиты гидравлического пресса с помощью методики, основанной как на МКИП, так и на МКЭ, удовлетворительно согласуются с данными эксперимента, проведённого в условиях реального производства. Следовательно, методика применения средств ANSYS и COMSOL Multiphysics для анализа нестационарного процесса индукционного нагрева адекватна и может быть использована для моделирования процессов нагрева и регулирования температуры как в пресс-формах, так и в системах «нагревательная плита–пресс-форма–РТИ».

2.2.4. ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА НАГРЕВА И АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЛИТЫ

Для плиты размерами $500 \times 410 \times 70$ с четырьмя прямоугольными индукторами, см. рис. 2.3, модели (2.1) – (2.23) и (2.1), (2.12) – (2.23), (2.48) – (2.50) последовательно решены в системе COMSOL Multiphysics. Расчётные значения температур термопар, см. рис. 2.10, при $\Delta t = 2$ с, $T_{\text{set}} = 170$ °С представлены на рис. 2.23.

С учётом графиков изменения значений температур термопар на рис. 2.23, рассмотренный период $0 \dots 3800$ с можно разделить на три периода:

1) $0 \dots 1900$ с – период достижения заданной температуры в результате линейного (исключая короткий начальный промежуток времени) увеличения температур всех термопар;

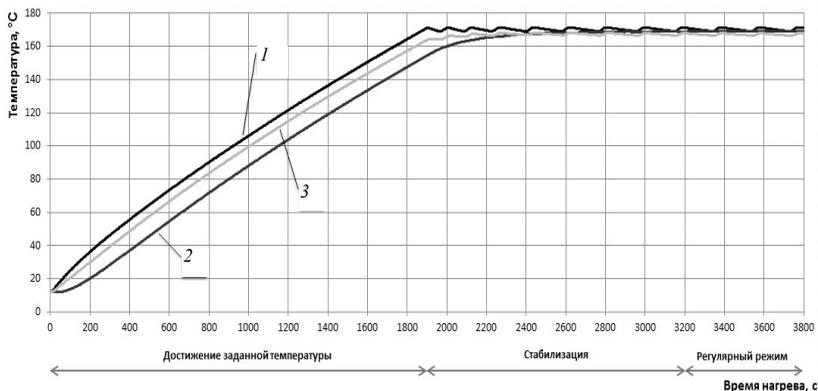


Рис. 2.23. Расчётные температуры термопар в режиме разогрева и регулирования температуры плиты, °С:
1 – контрольная термопара; *2* – центральная термопара; *3* – боковая термопара

2) 1900...3200 с – период стабилизации температур, причём температура центральной термопары (кривая 2 на рис. 2.17) плавно увеличивается, достигая к концу периода стационарного состояния, что свидетельствует о постепенном прогреве всего объёма плиты;

3) 3200...3800 с – период регулирования температуры плиты, где температура центральной термопары постоянна, а температура контрольной колеблется между нижней и верхней установками регулятора на срабатывание.

Заметим, что при промышленной реализации процесса вулканизации РТИ следует учитывать, что по длительности период стабилизации сравним с периодом достижения заданной температуры.

В случае $T_{set} = 200\text{ }^{\circ}\text{C}$ график изменения температур всех термопар аналогичен рис. 2.17: период достижения заданной температуры 0...2350 с, период стабилизации 2350...4500 с.

Для более детального анализа полученных результатов на рис. 2.24 представлены графики расчётных температур термопар при $T_{set} = 170\text{ }^{\circ}\text{C}$ для периодов стабилизации и регулирования температуры плиты (1800...3800 с).

Как видно, контрольная термопара достигает верхнего порога срабатывания к моменту времени 1899 с. В течение 9 с после этого её температура остаётся выше верхнего порога срабатывания регулятора $171\text{ }^{\circ}\text{C}$ (максимальное отклонение $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$). Дальнейшие периоды нагрева сопровождаются увеличением длительности и величины отклонения температуры контрольной термопары от верхнего порога срабатывания.

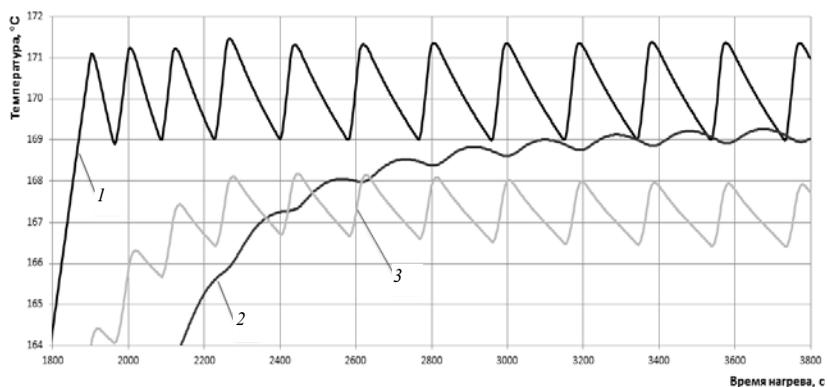


Рис. 2.24. Расчётные температуры термопар в период стабилизации и регулирования температуры плиты при $T_{set} = 170\text{ }^{\circ}\text{C}$, $^{\circ}\text{C}$:

1 – контрольная термопара; 2 – центральная термопара;
3 – боковая термопара

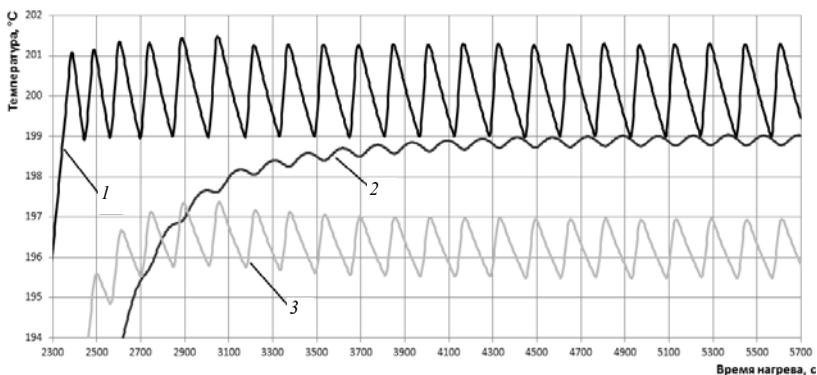


Рис. 2.25. Расчётные температуры термопар в период стабилизации и регулирования температуры плиты при $T_{set} = 200$ °C, °C:
 1 – контрольная термопара; 2 – центральная термопара; 3 – боковая термопара

Скорость первого уменьшения температуры контрольной термопары, вызванного отключением индукторов, соизмерима со скоростью нагрева. Отметим, что единственный раз за весь рассматриваемый период это уменьшение температуры сопровождается инерционностью: в течение 8 с температура контрольной термопары меньше нижнего порога срабатывания 169 °C. Это можно объяснить расходом поступающего в систему тепла на прогрев «холодных» областей в объёме плиты в начале периода стабилизации.

В течение периода стабилизации скорость уменьшения температуры контрольной термопары при отключении индукторов плавно снижается, а температуры центральной и боковой термопар приближаются к своим стационарным значениям.

Аналогичные выводы можно сделать в результате анализа графиков расчётных значений температур термопар для периодов стабилизации и регулирования температуры плиты (2300...5700 с) при $T_{set} = 200$ °C, см. рис. 2.25.

Таким образом, математическая модель процесса разогрева одноконтурной индукционной плиты вулканизационного гидравлического пресса (2.1) – (2.23), модель процесса автоматического регулирования рабочей температуры плиты (2.1), (2.12) – (2.23), (2.48) – (2.50), а также электромагнитно-тепловая модель индукционного нагрева плиты (2.43), (2.12) – (2.23), (2.34) – (2.40), (2.43), (2.45) хорошо воспроизводят результаты промышленного эксперимента и могут быть использованы для решения задач оптимального проектирования элементов прессового оборудования.

3. ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ НАГРЕВАТЕЛЬНЫХ ПЛИТ И ПРЕСС-ФОРМ

Прежде чем приступить к рассмотрению задач оптимизации конструкции нагревательных плит вулканизационных гидравлических прессов и пресс-форм для изготовления РТИ, остановимся на общих методологических подходах к оптимальному проектированию прессового оборудования.

3.1. ПОДХОДЫ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ ПРЕССОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Традиционно отечественные производители вулканизационных прессов прежде всего уделяют внимание равномерности температурного поля на рабочей поверхности плит [46]. Например, согласно паспортным данным, плиты пресса 250-600 4Э при средней температуре 170 °С должны иметь перепад температуры в различных точках рабочей зоны ± 3 °С, а при средней температуре 200 °С – ± 5 °С [47].

Заметим, что каучуки, используемые в промышленности, имеют различные температуры вулканизации [48]. Например, для каучуков, представленных в табл. 3.1, диапазон колебаний оптимальной температуры вулканизации составляет 37 °С.

3.1. Температуры вулканизации промышленных каучуков

Каучук	Оптимальная температура вулканизации, °С
Натуральный каучук (НК)	143
Изопреновый каучук (СКИ)	151
Хлоропреновый каучук (наирит)	151
Бутилкаучук	170
Бутадиен-стирольные каучуки (СКС-30А, СКС-30АМ-33, СКС-30-1)	180
Бутадиен-нитрильные каучуки (СКН-18, СКН-26, СКН-40)	180
Натрий-бутадиеновый каучук (СКБ)	180
Пипериленовый каучук	180
Метилвинилпиридиновый каучук (СК-МВП-15)	180

С другой стороны, при проектировании вулканизационного оборудования не учитывается зависимость градиента температуры от её абсолютного значения. Для иллюстрации важности этого обстоятельства проведены численные расчёты температурного поля нагревательной плиты 432.383.35, конструкция которой представлена на рис. 2.3. Получена зависимость разности температур по поверхности от средней температуры плиты (рис. 3.1).

Как видно из рис. 3.1, перепад температур по поверхности с ростом средней температуры нагрева плиты увеличивается. Для значений температур нагрева 150...250 °С, практически значимых для проведения процесса вулканизации, зависимость носит линейный характер. В этом диапазоне перепад температур увеличивается с 30,7 до 37,9 °С, т.е. на 19%.

Учитывая вышесказанное, можно сделать вывод, что при составлении технического задания на проектирование нагревательных плит для производства изделий из каучуков, вулканизуемых при повышенных температурах, необходимо задавать больший допустимый перепад температур по сравнению с каучуками, вулканизуемыми при пониженных температурах.

Что касается зарубежных производителей вулканизационных прессов, например BeierIndustryCo., Ltd. (Китай) [49], Jing Day Machinery Industrial Co., Ltd. (Тайвань) [50], то в технических характеристиках оборудования не приводятся данные о параметрах температурного поля на рабочей поверхности нагревательных плит. Можно предположить, что этими фирмами задача получения только равномерных температурных полей нагревательных плит не ставится.

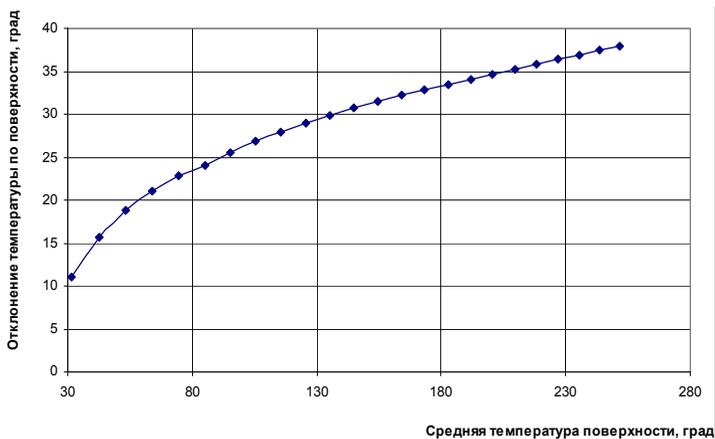


Рис. 3.1. Зависимость разности температур по поверхности плиты от средней температуры её нагрева

Практика показывает, что формирование заданного распределения температур на поверхности плиты не всегда является возможным из-за внешнего теплообмена [50]. Кроме того, плита пресса представляет собой сложную систему обогрева пресс-форм, задача которой – создание в объёме прессуемого изделия температурного поля, соответствующего требованиям технологического регламента. В общем случае, помимо системы обогрева, на температурное поле изделия влияют параметры пресс-формы (геометрия, теплофизические свойства материала) и её расположение на поверхности плиты.

С учётом вышесказанного, можно выделить три подхода к проектированию нагревательных плит:

1) **интегральный** – формирование температурного поля заданного профиля на рабочей поверхности плиты;

2) **дифференциальный** – формирование температурного поля рабочей поверхности плиты с учётом геометрии и свойств изготавливаемых изделий;

3) **комплексный** – проектирование плит и пресс-форм на основе моделирования процесса нагрева и автоматического регулирования рабочей температуры системы «нагревательная плита–пресс-форма–РТИ».

Далее формулируются постановки задач проектирования элементов прессового оборудования согласно каждому из этих подходов.

3.1.1. ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ПОДХОД

При использовании данного подхода ставится задача получения равномерного температурного поля на рабочей поверхности нагревательных плит пресса, причём ассортимент выпускаемых изделий и геометрия пресс-форм во внимание не принимаются. В некоторых случаях, согласно условиям технического задания, перепад температур по рабочей поверхности плиты не должен превышать ± 1 °С.

Задача формулируется следующим образом: необходимо при заданных геометрических размерах (длине l , ширине s и высоте h) плиты, материале плиты, крышки и провода индукторов, параметрах электрической сети (напряжении U и частоте f), диаметре провода индукторов d_i , найти число индукторов n_i , длину l_j и ширину s_j каждого индуктора, координаты центров всех индукторов на плоскости плиты $[x_{c_j}; y_{c_j}]$, число витков каждого индуктора n_j , ширину b_j и глубину g_j пазов под каждый индуктор, такие, что при достижении контрольной термпарой заданной температуры расчётный температурный профиль рабочей поверхности плиты $T(ihl, jhs, h)$ минимально отличается от заданного $T^*(ihl, jhs, h)$:

$$\sqrt{\frac{1}{k+m} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m |T(ihl, jhs, h) - T^*(ihl, jhs, h)|} \rightarrow \min, \quad (3.1)$$

где $hl = l/k$, $hs = s/m$ – заданная дискретность температурного профиля по длине и ширине плиты.

Поиск минимума функции (3.1) осуществляется при ограничениях (2.17) – (2.23).

Получение равномерного поля на всей рабочей поверхности плиты имеет существенное достоинство: спроектированные таким образом плиты универсальны и подходят для выпуска широкого ассортимента РТИ. В то же время опыт эксплуатации и результаты расчётов температурных полей плит показывают, что такой подход иногда оказывается неоправданным по следующим причинам:

- реальный разброс температур на рабочей поверхности нагревательной плиты в лучших случаях составляет около 10 °С, зачастую превышая 15 °С;
- нарушается принцип энергосбережения, поскольку приходится увеличивать суммарную мощность плиты для компенсации тепловых потерь индукторов, расположенных в углах и по краям плиты;
- пресс-формы РТИ в процессе вулканизации занимают площадь, существенно меньшую, чем вся рабочая поверхность плиты, поэтому нет смысла равномерно нагревать всю рабочую поверхность плиты.

Как видно, интегральный подход целесообразно использовать при изготовлении продукции, которая имеет размеры, соизмеримые с плитами пресса (конвейерные ленты, резиношифер).

3.1.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ ПОДХОД

При использовании дифференциального подхода получение равномерного температурного поля по всей рабочей поверхности плиты не требуется. Необходимо минимизировать перепады температур внутри определённых зон, соответствующих диапазонам размеров выпускаемых РТИ. Например, нередко можно разместить на рабочей поверхности нагревательной плиты несколько пресс-форм и осуществить вулканизацию всех находящихся в них РТИ за один цикл работы пресса. Поэтому для проведения процесса вулканизации согласно техническому заданию достаточно получения равномерного поля лишь в зонах, покрываемых пресс-формами, которые далее будем называть рабочими зонами.

Таким образом, достаточно сформировать зоны равномерного температурного поля только внутри рабочих зон, а остальная поверхность плиты может нагреваться неравномерно. Отметим, что для уменьшения тепловых потерь края плиты по возможности следует делать «холодными», так как при этом снижается необходимая мощность индукторов.

При использовании дифференциального подхода постановка задачи, приведённая в п. 3.1.1, будет дополнена разделением поверхности плиты на рабочие зоны, максимально соответствующие планируемому ассортименту продукции, а целью решения станет обеспечение минимального перепада температур внутри рабочих зон.

Для принятия решения о выборе дифференциального либо интегрального подхода введём критерий оценки степени заполнения рабочей поверхности нагревательной плиты

$$K_3 = \frac{S_{п.ф}}{S_{пл}^p}, \quad (3.2)$$

где $S_{п.ф} = \max\{S_{п.ф}\}_q$ – наибольшая площадь пресс-форм для серии изделий номер q , m^2 ; $S_{пл}^p = (l - 0,05)(s - 0,05)$ – площадь рабочей поверхности плиты, m^2 .

Использование дифференциального подхода оправданно, если в течение одного цикла работы пресса на нагревательной плите помещается минимум две пресс-формы максимальной площади. Поэтому если $0 < K_3 < 0,5$, то более приемлем дифференциальный подход, а при $0,5 < K_3 < 1$ – интегральный.

3.1.3. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ИНТЕГРАЛЬНОГО И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ПОДХОДОВ

Анализ проведём на примере промышленной индукционной нагревательной плиты 432.383.35 размерами 600×600 мм, спроектированной ЗАО «Завод Тамбовполимермаш» для вулканизационных прессов 250-600 2Э и 250-600 4Э и используемой на этом предприятии для производства резиновых прокладок.

Начальная температура плиты равна 20 °С, рабочая температура – 200 °С. Материал плиты – сталь 45, суммарная мощность плиты при средней температуре нагрева 6500 Вт. Плита имеет шесть прямоугольных индукторов, два более мощных центральных индуктора расположены ближе к краю плиты, см. рис. 3.2, а. Для реализации теплового расчёта использована математическая модель (2.1) – (2.23), которая решалась методом конечных интегральных преобразований, см. п. 2.1.2.

Результаты теплового расчёта этой плиты при использовании интегрального подхода, т.е. при решении задачи получения температурного поля всей рабочей поверхности плиты, представлены на рис. 3.2, б и в табл. 3.2. Сток тепла в воздух за период нагрева плиты от начальной до рабочей температуры составил 2294 Вт.

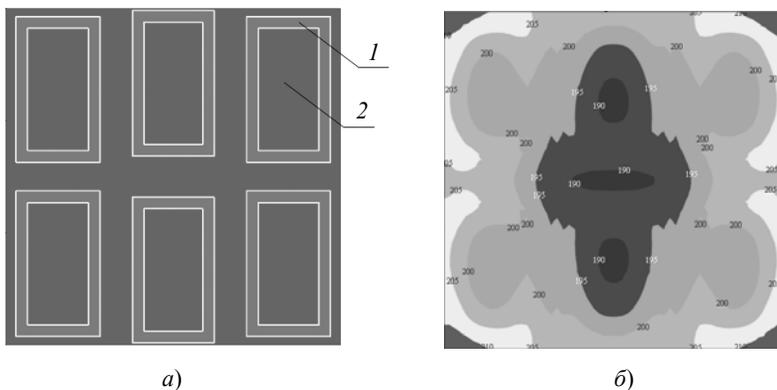


Рис. 3.2. Конфигурация (а) и температурное поле (б) индукционной нагревательной плиты 432.383.35:
1 – индуктор; 2 – плита

Анализируя данные табл. 3.2, можно сделать вывод, что полученное при использовании интегрального подхода температурное поле не удовлетворяет требованиям технического задания, так как максимальная разность температур по рабочей поверхности плиты (более 20 °С) больше допустимой.

Применение дифференциального подхода требует анализа геометрии пресс-форм, используемых для производства резиновых прокладок, см. рис. 3.3. Как видно, пресс-форму можно разместить внутри квадратного участка рабочей поверхности плиты 200×200 мм. Поэтому необходимо получить внутри каждой четверти поверхности плиты рабочую зону с перепадом температур $\pm 2,5$ °С относительно рабочей температуры 200 °С. Для достижения этой цели предложена конструкция плиты, конфигурация которой представлена на рис. 3.4, а. Плита имеет восемь прямоугольных индукторов: в каждой из четырёх рабочих зон размещены два concentric rectangular индуктора. Суммарная мощность плиты при средней температуре нагрева составила 5920 Вт.

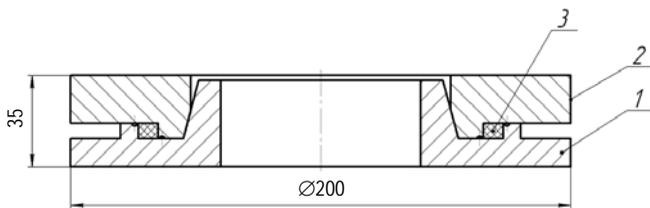


Рис. 3.3. Геометрия пресс-формы для изготовления прокладок:
1 – матрица; 2 – пуансон; 3 – прокладка

Температурное поле плиты модифицированной конструкции, полученное в результате решения математической модели (2.1) – (2.23) методом конечных интегральных преобразований, представлено на рис. 3.4, б. Результаты расчёта сведены в табл. 3.2.

Как видно, за счёт модификации конструкции плиты удалось уменьшить общую мощность плиты на 580 Вт (почти на 9%). Сток тепла в воздух в этом случае составил 2181 Вт, т.е. применение дифференциального подхода позволило уменьшить потери тепла примерно на 5%.

Заметим, что в пределах каждой рабочей зоны максимальная разность температур по поверхности составила 4,4 °С, а средний перепад температур – 0,74 °С.

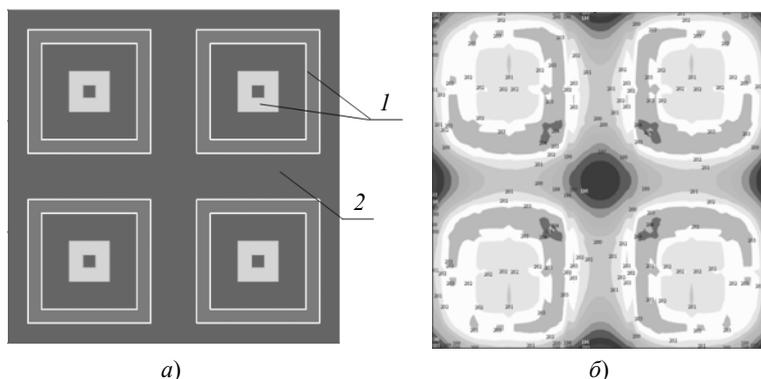


Рис. 3.4. Конфигурация (а) и температурное поле (б) плиты модифицированной конструкции:
1 – индукторы; 2 – плита

3.2. Результаты теплового расчёта плиты

Характеристика температурного поля	Интегральный подход	Дифференциальный подход
Продолжительность нагрева, с	2560	3550
Максимальная температура, °С	211,632	201,812
Минимальная температура, °С	189,058	191,642
Максимальная разница температур по поверхности, °С	22,574	10,17
Дисперсия температуры по рабочей поверхности, °С	5,308	2,426
Средний перепад температур по рабочей поверхности, °С	4,359	1,67

По результатам применения интегрального и дифференциального подходов к проектированию индукционных нагревательных плит вулканизационных гидравлических прессов можно сделать следующие выводы:

- применение дифференциального подхода к проектированию обеспечивает получение более равномерного температурного поля;
- дифференциальный подход обеспечивает энергосбережение: уменьшение суммарной мощности плиты и потерь тепла в окружающий воздух.

Для любого пресса можно подготовить набор типовых нагревательных плит под известную номенклатуру и диапазон типоразмеров выпускаемых РТИ. Это позволит оперативно работать с потребителем и иметь преимущество перед другими производителями за счёт возможности применять для выпуска конкретных РТИ нагревательные плиты оптимальной конструкции. Таким образом, дифференциальный подход целесообразно использовать при проектировании плит для производства известного ассортимента продукции.

3.1.4. КОМПЛЕКСНЫЙ ПОДХОД

В данном случае проектирование плит осуществляется с применением нестационарного теплового конечно-элементного анализа системы «плита–пресс–форма–РТИ». Целью является получение заданного температурного поля в объёме изделия за счёт изменения конструктивных параметров плит.

На рисунке 3.5 изображена трёхмерная геометрическая модель системы. Она состоит из следующих элементов (для наглядности элементы разнесены и включена прозрачность некоторых деталей). Между нижней (основание 1, крышка 2, индукторы 3) и верхней (основание 7, крышка 8, индукторы 9) плитами располагаются пресс-формы (матрица 4, пуансон 5) для производства резиновых прокладок 6.

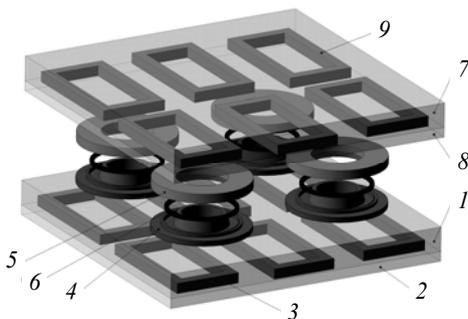


Рис. 3.5. Геометрическая модель системы «плита–пресс–форма–РТИ»

Габариты пресс-формы позволяют разместить на рабочей поверхности плиты 600×600 мм одновременно четыре пресс-формы.

Для описания процесса нагрева системы «плита–пресс-форма–РТИ» необходимо ввести следующие допущения:

1) тепловые эффекты вулканизации РТИ незначительны и ими можно пренебречь (справедливость этого допущения для изделий наибольшего объёма: прокладок, мембран, пробок и т.п. подтверждена расчётами по методике [52]);

2) между всеми элементами пресс-форм и изделиями, а также между элементами пресс-форм и нагревательными плитами имеет место идеальный тепловой контакт.

Математическую модель (2.1) – (2.23) необходимо дополнить уравнениями распространения тепла в элементах пресс-форм и изделиях:

$$\rho_m c_m \frac{\partial T_m}{\partial t} - \lambda_m \left(\frac{\partial^2 T_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_m}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_m}{\partial z^2} \right) = 0, m = 1, 2, \dots, n_{\text{molds}}; \quad (3.3)$$

$$\rho_{rp} c_{rp} \frac{\partial T_{rp}}{\partial t} - \lambda_{rp} \left(\frac{\partial^2 T_{rp}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{rp}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{rp}}{\partial z^2} \right) = 0, rp = 1, 2, \dots, n_{\text{products}}, \quad (3.4)$$

где $T_m = T(x_m, y_m, z_m)$, $(x_m, y_m, z_m) \in \Omega_m$ – температурное поле пресс-форм, °С; Ω_m – объём элементов пресс-форм; n_{molds} – суммарное число пресс-форм на всех этажах пресса; $T_{rp} = T(x_{rp}, y_{rp}, z_{rp})$, $(x_{rp}, y_{rp}, z_{rp}) \in \Omega_{rp}$ – температурное поле в изделиях, °С; Ω_{rp} – объём РТИ; n_{products} – общее число изделий во всех пресс-формах; ρ_m, ρ_{rp} – плотность материала пресс-формы и изделия, кг/м³; c_m, c_{rp} – теплоёмкость материала пресс-формы и изделия, Дж/(кг·К); λ_m, λ_{rp} – коэффициент теплопроводности материала пресс-формы и изделия, Вт/(м·К).

В качестве граничных условий для уравнений (3.9) и (3.10) используются соотношения, характеризующие:

- равенство температур и тепловых потоков на границе между пресс-формами и РТИ:

$$T_{m,b} = T_{rp,b}, \lambda_m \frac{\partial T_{m,b}}{\partial x} = \lambda_{rp} \frac{\partial T_{rp,b}}{\partial x}, \lambda_m \frac{\partial T_{m,b}}{\partial y} = \lambda_{rp} \frac{\partial T_{rp,b}}{\partial y}, \lambda_m \frac{\partial T_{m,b}}{\partial z} = \lambda_{rp} \frac{\partial T_{rp,b}}{\partial z}. \quad (3.5)$$

Здесь $T_{m,b} = T(x_{m,b}, y_{m,b}, z_{m,b})$ – температурное поле элементов пресс-форм на границе с изделиями; $T_{rp,b} = T(x_{rp,b}, y_{rp,b}, z_{rp,b})$ – температурное поле изделий на границе с элементами пресс-форм; $(x_{m,b}, y_{m,b}, z_{m,b}) \in \Omega_m$, $(x_{rp,b}, y_{rp,b}, z_{rp,b}) \in \Omega_{rp}$ – множество точек, принадлежащих элементам пресс-форм и изделий на границе их раздела;

- равенство температур и тепловых потоков между рабочими поверхностями нагревательных плит и матрицами пресс-форм:

$$T_{m.b1} = T_{pl.b2}, \lambda_m \frac{\partial T_{m.b1}}{\partial x} = \lambda_s \frac{\partial T_{pl.b2}}{\partial x}, \lambda_m \frac{\partial T_{m.b1}}{\partial y} = \lambda_s \frac{\partial T_{pl.b2}}{\partial y},$$

$$\lambda_m \frac{\partial T_{m.b1}}{\partial z} = \lambda_s \frac{\partial T_{pl.b2}}{\partial z}. \quad (3.6)$$

Здесь $T_{m.b1} = T(x_{m.b1}, y_{m.b1}, z_{m.b1})$ – температурное поле матриц пресс-форм на границе с плитами; $T_{pl.b2} = T(x_{pl.b2}, y_{pl.b2}, z_{pl.b2})$ – температурное поле плит на границе с матрицами пресс-форм; $(x_{m.b1}, y_{m.b1}, z_{m.b1}) \in \Omega_m$, $(x_{pl.b2}, y_{pl.b2}, z_{pl.b2}) \in \Omega_{pl.b2}$ – множество точек, принадлежащих матрицам пресс-форм и нагревательным плитам на границе их раздела; $pl = 1, \dots, n_{\text{platen}}$, где n_{platen} – число плит пресса;

- равенство температур и тепловых потоков между крышками нагревательных плит и пуансонами пресс-форм:

$$T_{m.b2} = T_{pl.b1}, \lambda_m \frac{\partial T_{m.b2}}{\partial x} = \lambda_s \frac{\partial T_{pl.b1}}{\partial x}, \lambda_m \frac{\partial T_{m.b2}}{\partial y} = \lambda_s \frac{\partial T_{pl.b1}}{\partial y},$$

$$\lambda_m \frac{\partial T_{m.b2}}{\partial z} = \lambda_s \frac{\partial T_{pl.b1}}{\partial z}. \quad (3.7)$$

Здесь $T_{m.b2} = T(x_{m.b2}, y_{m.b2}, z_{m.b2})$ – температурное поле пуансонов пресс-форм на границе с крышками; $T_{pl.b1} = T(x_{pl.b1}, y_{pl.b1}, z_{pl.b1})$ – температурное поле крышек плит на границе с пуансонами пресс-форм; $(x_{m.b2}, y_{m.b2}, z_{m.b2}) \in \Omega_m$, $(x_{pl.b1}, y_{pl.b1}, z_{pl.b1}) \in \Omega_{pl.b1}$ – множество точек, принадлежащих пуансонам пресс-форм и крышкам нагревательных плит на границе их раздела.

Конвективный ($q_{m.c}$) и лучистый ($q_{m.r}$) тепловые потоки от внешних поверхностей пресс-форм в окружающий воздух:

$$q_{m.c} = \alpha_{m.c}(T_0 - T_{m.s}); \quad (3.8)$$

$$q_{m.r} = \varepsilon_m \sigma (T_0^4 - T_{m.s}^4). \quad (3.9)$$

Здесь $\alpha_{m.c}$ – коэффициент стеснённой теплоотдачи от поверхностей пресс-форм в окружающий воздух, Вт/(м²·К) (см. [24]); $T_{m.s} = T(x_{m.s}, y_{m.s}, z_{m.s})$ – средняя температура внешних поверхностей пресс-формы, К; ε_m – степень черноты поверхностей пресс-форм; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ – постоянная Стефана–Больцмана, Вт/(м²·К⁴).

Таким образом, математическую модель процесса нагрева многоэтажного пресса без учёта электромагнитной составляющей можно представить в виде системы уравнений (2.1) – (2.23), (3.3) – (3.9).

В качестве метода решения модели предлагается использовать метод конечных элементов (система COMSOL Multiphysics).

Результаты конечно-элементного анализа системы, изображённой на рис. 3.5, в среде COMSOL Multiphysics представлены на рис. 3.6: на рис. 3.6, *а* показано температурное поле системы в момент времени 2500 с от начала нагрева, которому соответствует среднее значение объёмных температур резиновых изделий 147 °С, предписанное регламентом; на рис. 3.6, *б* показано температурное поле резиновой прокладки в тот же момент времени (поскольку рассматриваемая система симметрична, показана только одна прокладка).

Максимальный перепад температур по объёму моделируемой системы составил 26,9 °С. Наибольшая температура наблюдается в местах расположения двух центральных более мощных индукторов, минимальная – в объёме изделий и на внешних боковых и торцовых поверхностях плит.

Как видно из рис. 3.6, *б*, максимальный перепад температур по объёму изделия составляет 5,8 °С. Максимальная температура 144,6 °С соответствует части изделия, расположенной рядом с центральными мощными индукторами, минимальная 138,9 °С – противоположной части.

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что степень неравномерности температурных полей в изделиях удовлетворительна, т.е. в оптимизации системы обогрева пресс-форм нет необходимости.

С другой стороны, из данных рис. 3.3 и табл. 3.2 следует, что с точки зрения интегрального подхода плита 432.383.35 непригодна для эксплуатации. Можно сделать вывод, что комплексный подход, более полно учитывающий свойства системы «плита–пресс-форма–РТИ», позволяет более обоснованно оценить качество конструкции спроектированной плиты.

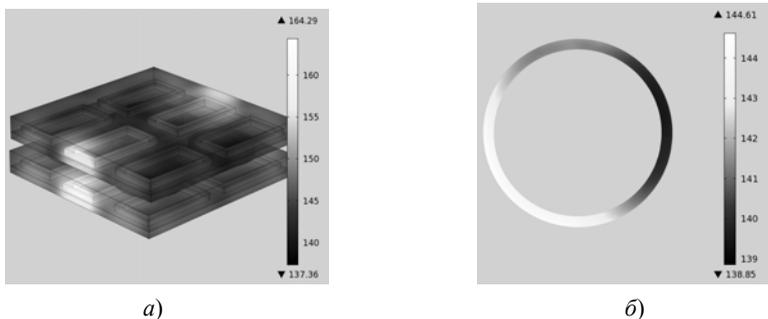


Рис. 3.6. Результаты конечно-элементного анализа системы:

а – температурное поле системы, °С;

б – температурное поле продольного сечения прокладки, °С

Таким образом, в каждом конкретном случае промышленного использования существующих и проектирования новых индукционных нагревательных плит следует принимать во внимание специальные требования к формируемому температурному полю в объёме нагреваемого изделия, целесообразность использования существующих технологий и ассортимент выпускаемой на прессе продукции.

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

1) интегральный подход целесообразно использовать при изготовлении продукции, имеющей размеры, соизмеримые с размерами плит прессы;

2) применение дифференциального подхода оправдано в случае производства известного ассортимента продукции и в целях уменьшения суммарной мощности плит;

3) использование комплексного подхода необходимо при изготовлении РТИ со сложной геометрией в массивных пресс-формах, а также в особых случаях, когда необходима информация об изменении температуры изделия в процессе вулканизации.

В заключение отметим особенности комплексного подхода при моделировании процессов нагрева многоэтажного прессы, пример геометрической модели которого представлен на рис. 3.7.

Сформированная на базе такой геометрии расчётная сетка неизбежно будет иметь большое число конечных элементов и узлов. Очевидно, что данное обстоятельство существенно осложнит проведение нестационарного теплового анализа. Поэтому актуальным является выполнение следующих рекомендаций:

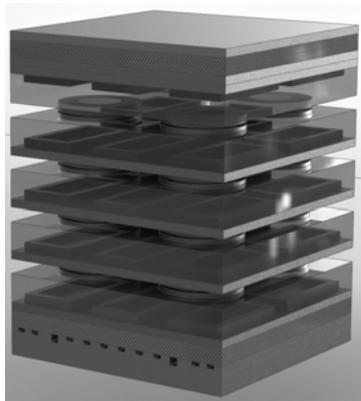


Рис. 3.7. Геометрическая модель четырёхэтажного вулканизационного прессы

1) если моделируемая система симметрична, можно ограничиться рассмотрением такой её части, которая позволит получить полную модель путём симметричных отражений рассмотренной части;

2) известно, что для описания распространения тепла между материалами с существенно различающимися теплофизическими свойствами необходимо формирование более плотной КЭ сетки. Поэтому наиболее точную расчётную сетку следует строить в РТИ и пресс-формах. В плитах и индукторах возможно формирование сетки с меньшей плотностью, это не повлияет на точность всего расчёта;

3) для изделий, находящихся на разных этажах пресса, имеют место несколько разные условия нагрева. Однако, как показали результаты решения задач (2.1) – (2.23), (3.3) – (3.9) для ряда промышленных прессов, для достоверной оценки температурных полей в изделиях в процессе вулканизации достаточно рассмотреть только один этаж пресса.

3.2. МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ КОНСТРУКЦИИ И РЕЖИМА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ НАГРЕВАТЕЛЬНЫХ ПЛИТ

В этом разделе подробно рассматривается методика решения задачи оптимизации параметров конструкции и режима функционирования нагревательных плит прессов, сформулированной в п. 3.1.1, т.е. в рамках интегрального подхода, предусматривающего моделирование процесса нагрева плиты в целях минимизации перепада температур по её рабочей поверхности.

Этот подход основан на предположении, что равномерное температурное поле плит будет обеспечивать равномерный прогрев элементов пресс-форм и, как следствие, получение равномерного температурного поля в РТИ. В каком-то смысле это компромисс, так как задача формирования требуемого температурного поля в изделиях существенного упрощается: моделируется только процесс нагрева одиночной плиты, состоящей из основания, крышки и индукторов, см. рис. 1.2 и 2.3.

3.2.1. ЭКСПЕРТНЫЙ АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ НАГРЕВАТЕЛЬНЫХ ПЛИТ

Применение классических методов [53] для решения задачи оптимизации конструктивных и режимных характеристик нагревательной плиты гидравлического вулканизационного пресса требует весьма значительных затрат машинного времени даже при использовании упрощённой математической модели нестационарного нагрева плиты (2.1) – (2.23), так как её приходится решать при каждом изменении параметров конструкции и режима функционирования плиты. При учёте электромагнитной составляющей, т.е. использовании модели (2.43), (2.12) – (2.23), (2.34) – (2.40), (2.43), (2.45), затраты времени многократно увеличиваются.

Для наглядности произведём оценку затрат машинного времени на оптимизацию параметров плиты методом наискорейшего спуска. В качестве примера возьмём модель четверти тестовой плиты (рис. 2.3) с пятью изменяемыми параметрами: координаты центра индуктора, длина, ширина и мощность индуктора. Для определения направления поиска методом наискорейшего спуска потребуется вычисление пяти частных производных. Количество изменений направления поиска для 5-мерной задачи может составить от нескольких десятков до сотни. Для определённости примем 30 шагов. На проведение одного трёхмерного теплового

расчёта нагревательной плиты на современном компьютере требуется около 10 мин. Таким образом, для решения задачи оптимизации методом наискорейшего спуска будет затрачено не менее $t = 5 \cdot 30 \cdot 10 = 1500$ мин или примерно сутки. Отметим, что верхняя оценка может превышать полученное значение на порядок. Более того, приведённый пример не является предельным в плане числа независимых переменных: в практических задачах число варьируемых параметров может превышать 10.

В связи с вышеизложенным для решения задачи оптимизации конструкции и режима работы нагревательной плиты вулканизационного прессы предлагается использовать метод экспертного анализа, не требующий вычисления и анализа частных производных целевой функции. Этот метод не имеет под собой математической основы и базируется только на личном опыте исследователя или эксперта в конкретной прикладной области (в данном случае – в области расчёта и проектирования прессового оборудования).

Суть метода применительно к поставленной задаче заключается в анализе трёхмерных температурных полей нагревательных плит в целях выявления факторов, способных улучшить распределение температур на рабочей поверхности плиты. Основным инструментом метода является мысленный эксперимент, формирующий гипотезу, которая затем проверяется по результатам численного эксперимента. При этом перед исследователем открываются широкие возможности по видоизменению конструкции плиты, например, он может использовать в качестве варьируемого параметра форму индуктора (круг, окружность, прямоугольник). Недостатки метода очевидны – отсутствие формального алгоритма решения задачи, необходимость привлечения эксперта с большим опытом решения подобных задач.

В качестве примера применения метода экспертного анализа рассмотрим решение задачи поиска оптимальной конструкции индукционной нагревательной плиты с размерами греющей поверхности 600×600 мм толщиной 90 мм. Целью решения задачи является получение равномерного температурного поля поверхности основания и крышки плиты, так как в гидравлических прессах плиты объединяются в многоэтажные конструкции.

В качестве исходной модели принята плита с концентрическими индукторами квадратной формы, см. рис. 3.8. Материал плиты – сталь 45. Температура окружающей среды – 12°C . Индукторы изготовлены из медного провода диаметром 2,5 мм. Длины и число витков индукторов перечислены в табл. 3.3.

Поскольку основание плиты представляет собой квадрат, то достаточно смоделировать только $1/8$ её часть. Геометрическая модель была построена средствами системы ANSYS, что позволило создать параметрическую модель на языке APDL.

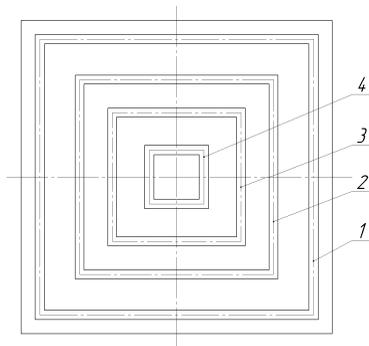


Рис. 3.8. Схема расположения индукторов исходной модели плиты

3.3. Параметры индукторов исходной модели плиты

№ индуктора	Длина витка, мм	Число витков	Ширина паза, мм	Глубина паза, мм
1	2112	34	19	19
2	1496	24	17	17
3	992	26	17	17
4	420	30	18	18

Расчёт проводился для модели с толщиной крышки 20 мм. Начальная мощность плиты составила 6029 Вт. Температурное поле поверхности основания плиты для момента времени 3000 с представлено на рис. 3.9.

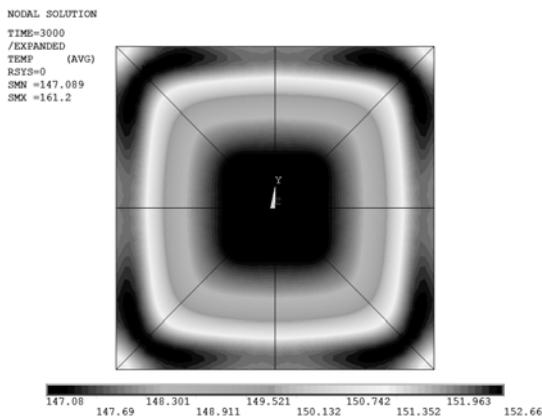


Рис. 3.9. Температурное поле поверхности основания исходной модели плиты

Максимальная разность температур на поверхности основания плиты составила 5,6 °С, на поверхности крышки – 8,4 °С. При этом в области, соответствующей индуктору № 1, наблюдается существенный перегрев.

Для выравнивания температурных полей толщина крышки была увеличена за счёт уменьшения толщины основания плиты. Перераспределяя мощности индукторов путём изменения числа витков, удалось получить температурное поле с максимальной разностью температур в 5,9 °С на обеих поверхностях, см. рис. 3.10.

Найденные в процессе оптимизации параметры индукторов представлены в табл. 3.4. Начальная мощность этой плиты составила 6560 Вт. Толщина основания плиты – 53 мм, толщина крышки – 37 мм. Таким образом, индукторы расположены практически симметрично относительно греющих поверхностей.

Перераспределение мощностей и изменение длин витков индукторов не позволили уменьшить перепад температур на греющих поверхностях. Поэтому в данную конструкцию были внесены принципиальные изменения.

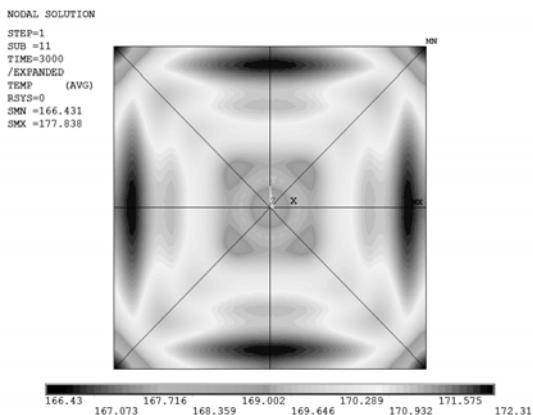


Рис. 3.10. Температурное поле поверхностей основания и крышки модифицированной модели плиты

3.4. Параметры индукторов модифицированной модели плиты

№ индуктора	Длина витка, мм	Число витков	Ширина паза, мм	Глубина паза, мм
1	2112	30	18	18
2	1496	26	17	17
3	992	26	17	17
4	420	28	18	18

«Слабым местом» конструкции плиты с концентрическими квадратными индукторами являются углы рабочих поверхностей, температура которых заметно ниже, так как расстояния между индукторами по диагоналям квадрата больше, чем по сторонам. По этой причине было решено скруглить концентрические индукторы и добавить по одному индуктору круглой формы в каждый угол. Схема такого расположения изображена на рис. 3.11. Форма прямоугольного индуктора с наименьшей длиной витка была заменена на круглую.

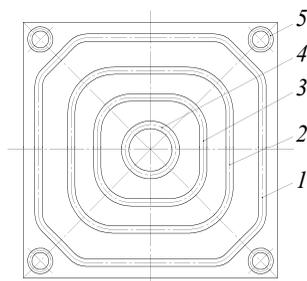


Рис. 3.11. Схема оптимизированного расположения индукторов

Проанализировано 16 вариантов конструкции плиты для схемы, изображённой на рис. 3.11. Варианты различались радиусами скруглений индукторов и числом витков. Из конструктивных соображений ширина паза для углового индуктора была принята равной 10 мм при глубине 18 мм. При этом для угловых индукторов был выбран медный провод диаметром 1,8 мм. В процессе оптимизации скругление индуктора с наибольшей длиной витка было заменено прямолинейным участком, что позволило равномернее распределить тепловыделение в объёме плиты. Эти изменения также учтены на рис. 3.11.

Для лучшего из рассмотренных 16 вариантов конструкций максимальный перепад температур на поверхностях основания и крышки плиты составил 2,2 °С, на поверхности крышки – 1,9 °С. Температурное поле поверхности основания этой модели изображено на рис. 3.12.

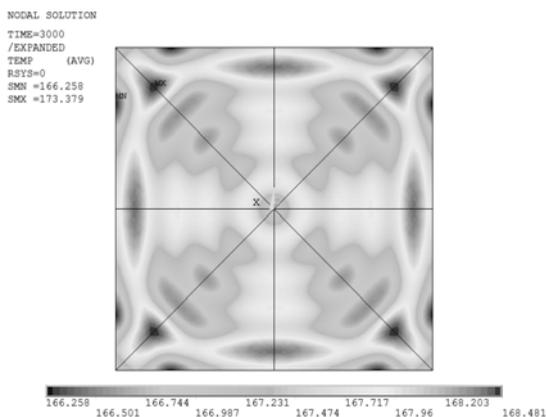


Рис. 3.12. Температурное поле поверхности основания оптимизированной модели плиты

3.5. Параметры индукторов оптимизированной модели плиты

№ индуктора	Мощность, Вт	Число витков	Ширина паза, мм	Глубина паза, мм
1	2845	29	18	18
2	1710	26	17	17
3	1104	26	17	17
4	529	28	18	18
5	152	21	10	18

Начальная мощность данной плиты составила 6797 Вт. Параметры индукторов представлены в табл. 3.5. Поскольку индукторы не квадратные, а расстояния между ними остались такими же, как и в исходной модели, то длины витков в таблице не указаны. Вместо этого добавлен столбец с рассчитанными начальными мощностями индукторов.

Очевидно, что полученное решение является условно оптимальным, поскольку перебор всех возможных вариантов конфигурации, расположения и мощности индукторов плиты реализовать невозможно из-за чрезвычайно большого объема вычислений.

Необходимым, но недостаточным признаком оптимального решения является наличие взаимозависимых областей, формирующих критерий оптимальности. Например, на рис. 3.12 области максимальной и минимальной температуры обозначены как МХ и МN соответственно (левый верхний угол плиты). Попытки устранения зоны минимальной температуры МN путём увеличения мощности первого и (или) пятого индукторов приводят к возрастанию максимальной температуры МХ. И наоборот: уменьшение максимальной температуры МХ понижает минимальную температуру МN.

3.2.2. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДИКИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ КОНСТРУКЦИИ И РЕЖИМА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ НАГРЕВАТЕЛЬНЫХ ПЛИТ

Методика планирования эксперимента применительно к оптимизации параметров нагревательных плит вулканизационных гидравлических прессов включает следующие этапы:

- 1) проведение вычислительных экспериментов на детерминированной математической модели нагрева плиты;
- 2) построение по результатам экспериментов поверхности отклика – зависимости, приближённо связывающей варьируемые переменные с целевой функцией;
- 3) проверка адекватности аппроксимации целевой функции поверхностью отклика;
- 4) поиск минимума поверхности отклика.

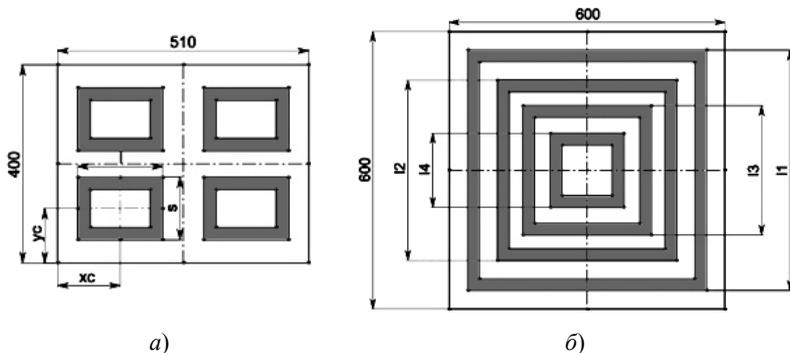


Рис. 3.13. Конфигурации исследуемых нагревательных плит:
a – с прямоугольными индукторами; *б* – с concentрическими индукторами

В качестве объектов исследования рассмотрены два разных вида плит, используемые для производства РТИ на ЗАО «Завод Тамбов-полимермаш»: с прямоугольными и с concentрическими индукторами, см. рис. 3.13.

Первая нагревательная плита (рис. 3.13, *a*) размерами $l = 500$ мм, $s = 410$ мм, $h = 70$ мм имеет четыре прямоугольных индуктора размерами 172×127 мм в пазах сечением 25×25 мм. Средняя мощность плиты составляет 5 кВт.

Вторая нагревательная плита (рис. 3.13, *б*) размерами $l = 600$ мм, $s = 600$ мм, $h = 70$ мм имеет четыре квадратных concentрических индуктора с длиной стороны 530, 375, 250 и 110 мм в пазах сечением 25×25 мм. Средняя мощность плиты составляет 6,5 кВт.

Предлагаемая методика оптимизации на этапе проведения численных экспериментов сводится к следующему.

1. *Выбор переменной состояния.* Поскольку целью оптимизации плиты является получение на её рабочей поверхности равномерного температурного поля, в качестве переменной состояния y , которая однозначно характеризует качество конструкции плиты, выбран перепад температур по её поверхности:

$$y = \Delta T = T_{\max} - T_{\min}. \quad (3.10)$$

В принципе возможно применение и других переменных состояния, например дисперсии или среднего перепада температуры по поверхности. Выбор именно переменной (3.10) обусловлен простотой её вычисления.

2. *Выбор факторов.* В качестве основных факторов, влияющих на величину перепада температур по поверхности плиты, выбраны:

– для плиты с прямоугольными индукторами 5 факторов: длина ($x_1 = l$) и ширина индуктора ($x_2 = s$), положение его центра по длине и ширине плиты ($x_3 = xc$, $x_4 = yc$ соответственно), мощность индуктора ($x_5 = Q$);

– для плиты с концентрическими индукторами 8 факторов: мощность каждого индуктора ($x_1 = Q_1$, $x_2 = Q_2$, $x_3 = Q_3$, $x_4 = Q_4$) и длины их сторон ($x_5 = l_1$, $x_6 = l_2$, $x_7 = l_3$, $x_8 = l_4$).

3. *Оценка области определения факторов.* Выбор интервалов варьирования факторов обусловлен следующими соображениями:

– интервалы варьирования размерами и положением центров индукторов должны обеспечивать минимальное расстояние между индукторами, а также между индуктором и краем плиты (равное 25 мм);

– интервал варьирования суммарной мощности плиты следует выбирать таким образом, чтобы обеспечить нагрев плиты до рабочей температуры за заданное время.

4. *Выбор нулевых уровней.* Во всех случаях центр экспериментального плана помещается в середину области определения факторов. Данный подход является универсальным для всех нагревательных плит.

5. *Выбор экспериментального плана,* т.е. правила варьирования всех факторов исследуемого объекта. Отметим, что порядок плана при этом должен быть не меньше порядка аппроксимирующей функции (поверхности отклика) d [54]. Другими словами, нужно иметь такую систему планирования, в которой каждый фактор принимает не менее $(d + 1)$ различных значений.

6. *Построение поверхности отклика.* Выбор аппроксимирующей функции и поиск её коэффициентов, проверка достоверности аппроксимации.

Аппроксимирующая функция устанавливает связь между факторами и переменной состояния. Как правило, она задаётся в виде полинома, который в случае двух факторов для плана первого порядка записывается в следующем виде:

$$f(x_1, x_2) = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2. \quad (3.11)$$

В данном случае задача аппроксимации сводится к нахождению коэффициентов полинома (3.11). В качестве метода аппроксимации используется метод наименьших квадратов, предусматривающий поиск значений коэффициентов, которые минимизируют сумму квадратов отклонений:

$$\Phi(b_0, b_1, \dots, b_{m-1}) = \sum_{i=0}^{N-1} [y_i - f(\mathbf{X}_i, b_0, b_1, \dots, b_{m-1})]^2 \rightarrow \min, \quad (3.12)$$

где y_i – результат i -го численного эксперимента; N – количество численных экспериментов; $\mathbf{X}_i = \{x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}\}$ – вектор факторов;

k – число факторов; m – число коэффициентов аппроксимирующей функции.

При любых b_0, b_1, \dots, b_{m-1} функция $\Phi(b_0, b_1, \dots, b_{m-1})$ имеет единственный минимум, необходимым условием которого является равенство нулю всех её частных производных:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b_0} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial b_1} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial b_{m-1}} = 0. \quad (3.13)$$

Если слагаемые аппроксимирующего многочлена, называемые также базисными функциями, линейно независимы, то равенства (3.13) можно преобразовать в систему линейных алгебраических уравнений порядка m [55].

7. *Поиск экстремума поверхности отклика.* Значения факторов состояния, соответствующие минимуму поверхности отклика, являются решением задачи оптимизации конструктивных характеристик нагревательной плиты.

От выбора общего вида аппроксимирующей функции зависит точность восстановления целевой функции и решения задачи оптимизации. Какие-либо стандартные методы и рекомендации по выбору вида этой функции отсутствуют, поэтому на практике, как правило, идут от простых зависимостей к сложным [56]. Поэтому проведён сравнительный анализ результатов, полученных с применением линейной, квадратичной и кубической зависимости, для которых были соответственно реализованы:

- двухуровневый полный факторный эксперимент (ПФЭ) первого порядка;
- трёхуровневый ПФЭ второго порядка;
- четырёхуровневый ПФЭ третьего порядка [57].

Рассмотрим применение линейной аппроксимирующей функции на примере оптимизации конструктивных характеристик нагревательной плиты с прямоугольными индукторами (рис. 3.13, а, факторы x_1, x_2, x_3, x_4):

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = b_0 + \sum_{i=1}^4 b_i x_i. \quad (3.14)$$

Напомним, что в качестве факторов эксперимента выбраны следующие параметры конструкции плиты: длина ($x_1 = l$) и ширина индуктора ($x_2 = s$), положение его центра по длине и ширине плиты ($x_3 = xc, x_4 = yc$ соответственно). При проведении предварительного двухуровневого ПФЭ число расчётов составило $N = 2^4 = 16$.

Используя уравнения (3.13), получим для функции (3.14) систему линейных алгебраических уравнений пятого порядка:

$$\left\{ \begin{array}{l} b_0 N + b_1 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} + b_2 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} + b_3 \sum_{i=0}^{N-1} x_{3i} + b_4 \sum_{i=0}^{N-1} x_{4i} = \sum_{i=0}^{N-1} y_i; \\ b_0 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} + b_1 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{2i} + b_3 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{3i} + b_4 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{4i} = \sum_{i=0}^{N-1} y_i x_{1i}; \\ b_0 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} + b_1 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{2i} + b_2 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i}^2 + b_3 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} x_{3i} + b_4 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} x_{4i} = \sum_{i=0}^{N-1} y_i x_{2i}; \\ b_0 \sum_{i=0}^{N-1} x_{3i} + b_1 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{3i} + b_2 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} x_{3i} + b_3 \sum_{i=0}^{N-1} x_{3i}^2 + b_4 \sum_{i=0}^{N-1} x_{3i} x_{4i} = \sum_{i=0}^{N-1} y_i x_{3i}; \\ b_0 \sum_{i=0}^{N-1} x_{4i} + b_1 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{4i} + b_2 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} x_{4i} + b_3 \sum_{i=0}^{N-1} x_{3i} x_{4i} + b_4 \sum_{i=0}^{N-1} x_{4i}^2 = \sum_{i=0}^{N-1} y_i x_{4i}. \end{array} \right. \quad (3.15)$$

Для решения системы уравнений (3.15) использовался метод LU -разложения, который представляет собой модификацию метода Гаусса [58]. Идея метода заключается в представлении матрицы системы в виде произведения нижней треугольной матрицы L и верхней треугольной матрицы U . Главное отличие метода LU -разложения от метода Гаусса состоит в том, что вектор свободных членов не изменяется.

Известно, что симметричная матрица систем вида (3.15) часто имеет очень большое число обусловленности [55], поэтому при её разложении на матрицы L и U необходимо использовать алгоритм выбора главного элемента. Отметим, что для решения плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений могут быть использованы другие методы, такие как метод сингулярного разложения [55] или метод QR -разложения [59]. Однако практические расчёты (см. ниже) показали, что метод LU -разложения обеспечивает высокую точность решения при относительно небольших порядках систем (менее 100).

Графически аппроксимирующая функция вида (3.14) представляет собой гиперплоскость. При фиксированных координатах центра индуктора ($x_3 = 128$ мм, $x_4 = 100$ мм) это поверхность, представленная на рис. 3.14.

Достоверность линейной аппроксимации иллюстрирует рис. 3.15: по оси абсцисс откладываются значения критерия оптимальности, полученные в результате экспериментов, по оси ординат – значения аппроксимирующей функции (3.14). Чем ближе точки к диагонали, тем выше достоверность аппроксимации. Максимальное отклонение результатов численных экспериментов от значений функции (3.14)

$$\Delta = \max_{i=1, \dots, N} \{f(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}) - y_i\} = 1,8 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

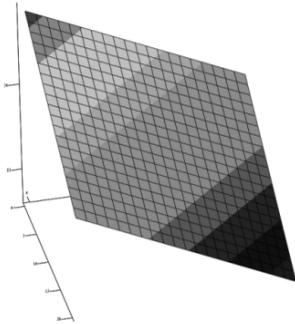


Рис. 3.14. Линейная поверхность отклика

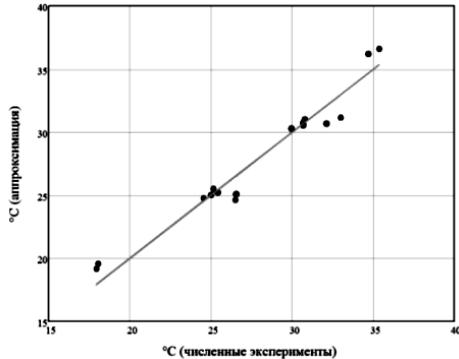


Рис. 3.15. Достоверность линейной аппроксимации

Минимум линейной функции (3.14) соответствует одной из точек пересечения границ области её определения. Значения критерия оптимальности в этих точках можно определить по результатам ПФЭ, т.е. в данном случае построение линейной поверхности отклика не имеет смысла.

Для квадратичной аппроксимации использовались результаты трёхуровневого ПФЭ. При этом число экспериментов составило: $N = 3^4 = 81$. Использовалась квадратичная аппроксимирующая функция вида

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = b_0 + \sum_{i=1}^4 b_i x_i + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij} x_i x_j . \quad (3.16)$$

Число слагаемых, и, следовательно, искомых постоянных коэффициентов этой функции $m_2 = 1 + k + k!$, т.е. при числе факторов $k = 4$ число коэффициентов $m_2 = 15$. Система линейных алгебраических уравнений в данном случае формируется аналогично линейной аппроксимации.

На рисунке 3.16 представлена поверхность отклика при фиксированных длине и ширине индуктора ($x_1 = 215$ мм, $x_2 = 170$ мм). Этот параболоид имеет единственный минимум во внутренней области, следовательно задание области изменения координат центра индуктора осуществлено корректно.

Рисунок 3.17 иллюстрирует достоверность квадратичной аппроксимации. Максимальное отклонение результатов численных экспериментов от значений функции (3.16) в этом случае составило $1,7$ °C.

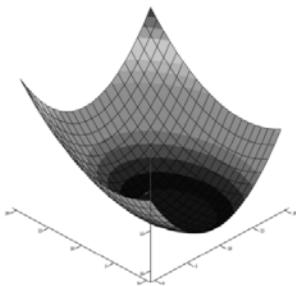


Рис. 3.16. Квадратичная поверхность отклика

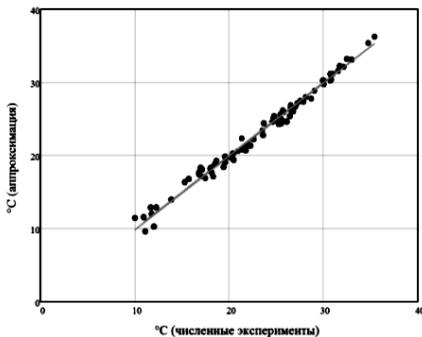


Рис. 3.17. Достоверность квадратичной аппроксимации

Аналогичным образом реализована кубическая аппроксимация, для которой использовались результаты четырёхуровневого ПФЭ. Число экспериментов составило $N = 4^4 = 256$, аппроксимирующая функция имеет вид

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = b_0 + \sum_{i=1}^4 b_i x_i + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 \sum_{p=j}^4 b_{ijp} x_i x_j x_p. \quad (3.17)$$

Число слагаемых и искоемых коэффициентов этой функции составило $m_3 = 1 + k! + 2k! = 35$. Найденная поверхность отклика при тех же фиксированных значениях x_1 и x_2 изображена на рис. 3.18. Анализ рис. 3.16 и 3.18 позволяет сделать вывод, что квадратичная и кубическая аппроксимации хорошо согласуются между собой.

Иллюстрация достоверности кубической аппроксимации приведена на рис. 3.19. Максимальное отклонение результатов численных экспериментов от значений функции (3.17) составило 2,2 °С.

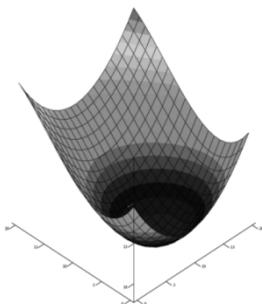


Рис. 3.18. Кубическая поверхность отклика

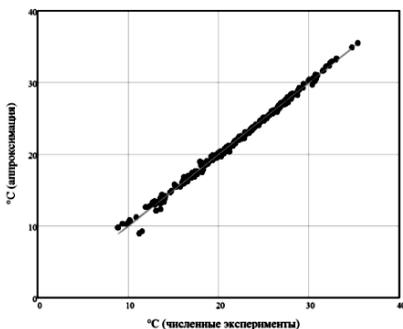


Рис. 3.19. Достоверность кубической аппроксимации

3.6. Результаты аппроксимации

Тип аппроксимации	Число расчётов N	Число определяемых коэффициентов m	Δ , °C	Оптимальные значения факторов, мм			
				x_c	y_c	l	s
Линейная	16	5	1,8	120	95	215	170
Квадратичная	81	15	1,7	127,9	99,4	215	170
Кубическая	256	35	2,2	127,7	99,0	212,8	170

С использованием встроенных средств системы Mathcad найдены оптимальные значения варьируемых переменных, при которых достигается минимум поверхности отклика, см. табл. 3.6.

Различия оптимальных значений факторов при квадратичной и кубической аппроксимациями не превышают 1%. Увеличение максимального отклонения результатов экспериментов от значений аппроксимирующей функции при кубической аппроксимации объясняется избыточностью экспериментальных данных (число расчётов N намного превосходит число определяемых коэффициентов m).

Как видно из табл. 3.6, в данном случае целесообразно применение квадратичной аппроксимации, поскольку увеличение порядка не приводит к существенным изменениям результатов, а затраты машинного времени на проведение численных экспериментов возрастают более чем в 3 раза.

Задача выбора оптимального экспериментального плана в большинстве случаев не имеет аналитического решения. Поиск оптимальных планов обычно осуществляется на основе анализа априорной информации об объекте исследования и результатов предварительных экспериментов [60]. Для проведения предварительных экспериментов были выбраны следующие планы эксперимента, см. рис. 3.20:

- трёхуровневый ПФЭ;
- пятиуровневый ограниченный ортогональный центральный композиционный план (ОЦКП);
- пятиуровневый вписанный ОЦКП;
- трёхуровневый гранецентрированный центральный композиционный план (ГЦКП) [61].

В качестве объекта исследования рассматривалась только плита с прямоугольными индукторами. Исключение из рассмотрения плиты с концентрическими индукторами объясняется большим числом факторов, и, как следствие, существенное увеличение количества численных экспериментов.

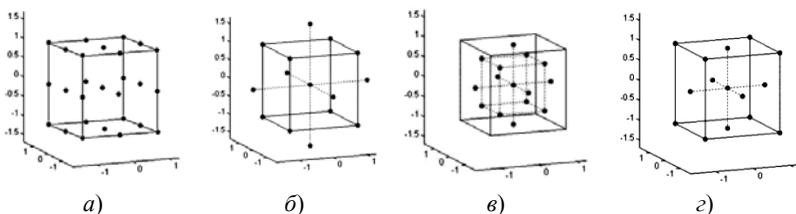


Рис. 3.20. Экспериментальные планы для трёх факторов:

a – трёхуровневый ПФЭ; *б* – ограниченный ОЦКП; *в* – вписанный ОЦКП; *г* – трёхуровневый ГЦКП

Результаты применения ПФЭ рассматривались в качестве базовых, поскольку этот план предполагает проведение наибольшего числа экспериментов 3^k (т.е. для плиты с прямоугольными индукторами 243 расчёта). Для остальных планов необходимо проведение $2^k + 2k + 1$, т.е. 43 расчёта.

Как видно из рис. 3.20, «звёздные» точки ограниченного ОЦКП выходят за область определения факторов состояния. Вписанный ОЦКП ограничен таким образом, чтобы «звёздные точки» принадлежали граням гиперкуба. Он недостаточно адекватно характеризует поведение поверхности отклика на границе области определения факторов, поскольку не содержит точек в вершинах гиперкуба. ГЦКП лишён этих недостатков и содержит намного меньше расчётных точек, чем ПФЭ. Сравнение коэффициентов аппроксимирующих функций, полученных с применением ПФЭ и ГЦКП, не выявило серьёзных отличий. Таким образом, для проведения численных экспериментов на детерминированной математической модели нагрева плиты был выбран ГЦКП, учитывающий варьирование факторов на трёх уровнях и содержащий 2^k точек «ядра» плана (вершины гиперкуба), одну точку в центре плана и $2k$ «звёздных» точек. Этот план позволяет построить аппроксимирующую функцию в виде полинома второй степени.

После определения коэффициентов этого полинома осуществляется проверка адекватности уравнения аппроксимации. Для этого используется метод регрессионного анализа результатов вычислительно-го эксперимента на детерминированной математической модели [60].

На первом этапе осуществляется определение среднего значения функции отклика

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i, \quad (3.18)$$

где y_i – значение функции отклика в i -й точке спектра плана; N – количество проведённых опытов, равное числу точек спектра плана, и дисперсия экспериментальных точек относительно среднего

$$S_y^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2. \quad (3.19)$$

Затем с помощью аппроксимирующего полинома вычисляются значения функции отклика в каждой точке спектра плана y_i^* и остаточная дисперсия, которая оценивает погрешность аппроксимации:

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{1}{N - N_B} \sum_{i=1}^N (y_i - y_i^*)^2, \quad (3.20)$$

где N_B – число коэффициентов аппроксимирующего полинома.

Качество аппроксимации оценивают по критерию Фишера

$$F = S_y^2 / S_{\text{ост}}^2 \quad (3.21)$$

и коэффициенту детерминации

$$R^2 = 1 - \frac{(N - N_B) S_{\text{ост}}^2}{(N - 1) S_y^2}. \quad (3.22)$$

Аппроксимирующая функция адекватно описывает результаты эксперимента, если найденное по формуле (3.21) значение F больше табличного значения критерия Фишера F_{α} , определяемого при принятом уровне значимости и числах степеней свободы $(N - 1)$ и $(N - N_B)$, с которыми определены дисперсии S_y^2 и $S_{\text{ост}}^2$.

Значение R^2 определяет долю рассеяния результатов численных экспериментов, учитываемую аппроксимирующей функцией. Функция считается приемлемой, если $R^2 > 0,75$.

Задача *поиска минимума поверхности отклика* относится к классу задач поиска экстремума функций многих переменных при наличии ограничений (области определения факторов). В качестве аппроксимирующей функции использовался квадратичный полином.

Для решения задачи применялись метод вычисления значений целевой функции на сетке значений аргументов и метод прямого поиска с возвратом [53]. При поиске минимума поверхности отклика обоими методами для плиты с прямоугольными индукторами (рис. 3.13, а) в случае использования двухуровневого ГЦКП получены одинаковые результаты. Однако предпочтение отдано методу прямого поиска с возвратом из-за меньшей чувствительности к выбору начального шага поиска и меньших затрат машинного времени на реализацию алгоритма.

Заключительный этап оптимизации – поверочный численный эксперимент в точке предполагаемого оптимума.

К недостаткам метода оптимизации, основанного на теории планирования эксперимента, следует отнести невысокую точность решения. Повысить точность можно за счёт сужения области определения факторов на основе результатов предварительных экспериментов.

Преимущество рассмотренного метода состоит в значительной экономии машинного времени.

3.2.3. РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДИКИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Вышеизложенная методика планирования эксперимента применена для оптимизации параметров конструкции и режима функционирования двух нагревательных плит: с четырьмя прямоугольными индукторами (см. рис. 3.12, *a*) и четырьмя concentрическими индукторами (см. рис. 3.12, *b*).

Численные эксперименты по исследованию влияния факторов состояния на переменную состояния проводились по методике нестационарного теплового анализа при допущении о равномерном распределении мощности в объёме пазов под индукторы (см. п. 2.1.1), что позволило избежать сложного и трудоёмкого электромагнитного анализа. В качестве метода решения уравнений математической модели разогрева плит использовался МКЭ.

В таблице 3.7 приведены интервалы варьирования факторов состояния.

3.7. Интервалы варьирования факторов состояния

Вид плиты	Наименование фактора	Минимальное значение	Максимальное значение
Плита с прямоугольными индукторами	$x_1 = Q$, Вт	1100	1400
	$x_2 = l$, мм	160	215
	$x_3 = s$, мм	115	170
	$x_4 = xc$, мм	95	110
	$x_5 = yc$, мм	120	136
Плита с concentрическими индукторами	$x_1 = Q_1$, Вт	3210	3310
	$x_2 = Q_2$, Вт	1440	1540
	$x_3 = Q_3$, Вт	1090	1190
	$x_4 = Q_4$, Вт	560	600
	$x_5 = l_1$, мм	500	550
	$x_6 = l_2$, мм	380	400
	$x_7 = l_3$, мм	250	280
	$x_8 = l_4$, мм	100	150

Предварительно в САПР SolidWorks были созданы две параметрические трёхмерные твердотельные модели четверти обеих плит, так как их конструкции плит являются симметричными. Это позволило сократить затраты времени на проведение одного численного эксперимента.

Расчёты проводились в системе инженерного анализа COMSOL Multiphysics с помощью расчётного модуля HeatTransfer. Цель расчётов – определение максимальной и минимальной температур рабочей поверхности плиты. В качестве реперной точки был выбран временной интервал 2000 с. Для промышленных нагревательных плит данный интервал времени приблизительно соответствует времени нагрева плиты от начальной температуры окружающего воздуха до рабочей температуры плиты (около 200 °С). Очевидно, что при изменении мощности индукторов максимальная и минимальная температуры рабочей поверхности плиты будут изменяться, однако данное обстоятельство мало влияет на величину перепада температур по рабочей поверхности.

Все параметры, необходимые для проверки адекватности найденных аппроксимирующих функций, сведены в табл. 3.8.

Как видно из табл. 3.8, для обоих типов плит значение критерия Фишера F больше табличного значения F_T , значения коэффициентов детерминации R^2 близки к 1. Следовательно, уравнения аппроксимации адекватно описывают результаты численного эксперимента. Кроме того, наблюдается весьма высокая сила связи между переменной состояния и факторами состояния.

Максимальное рассогласование результатов экспериментов и аппроксимации для плиты с прямоугольными индукторами составило 1,81 °С, для плиты с концентрическими индукторами – 4,71 °С.

Найденные оптимальные значения факторов состояния представлены в табл. 3.9. Значение переменной состояния (перепада температур по рабочей поверхности) для плиты с прямоугольными индукторами до оптимизации – 9,355 °С, после оптимизации – 4,085 °С. Для плиты с концентрическими индукторами: до оптимизации – 7,691 °С, после оптимизации – 3,587 °С.

3.8. Оценка адекватности уравнений аппроксимации

Вид плиты	\bar{y}	S_y^2	$S_{\text{ост}}^2$	F	F_T	R^2
Прямоугольные индукторы	24,66	65,17	0,615	105,93	1,72	0,995
Концентрические индукторы	22,92	129,65	1,216	106,62	1,15	0,992

3.9. Оптимальные значения факторов состояния

Вид плиты	Наименование фактора	Начальное значение	Оптимальное значение
Плита с прямоугольными индукторами	$x_1 = Q$, Вт	1250	1100
	$x_2 = l$, мм	172	215
	$x_3 = s$, мм	127	165
	$x_4 = xc$, мм	123	100
	$x_5 = yc$, мм	101	128
Плита с концентрическими индукторами	$x_1 = Q_1$, Вт	3280	3276
	$x_2 = Q_2$, Вт	1505	1483
	$x_3 = Q_3$, Вт	1140	1131
	$x_4 = Q_4$, Вт	614	564,5
	$x_5 = l_1$, мм	521	550
	$x_6 = l_2$, мм	378	400
	$x_7 = l_3$, мм	250	280
	$x_8 = l_4$, мм	116	139,7

Таким образом, применение методики планирования эксперимента для оптимизации плиты с прямоугольными индукторами позволило уменьшить перепад температур в 2,3 раза, для плиты с концентрическими индукторами – в 2,1 раза.

3.3. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРЕСС-ФОРМ ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ РЕЗИНОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ

Авторы большинства научных публикаций, посвящённых проблемам обеспечения температурных полей заданного профиля в элементах прессового оборудования, исследуют главным образом нагревательные плиты прессов в течение относительно небольших периодов их нагрева [62, 63]. Продолжительность этих периодов не обеспечивает достижения стационарного режима, так как по мнению авторов, этот режим не представляет интереса для практических целей.

На наш взгляд, при исследованиях температурных режимов изготовления РТИ на вулканизационных гидравлических прессах стационарный режим нагрева системы «плита–пресс-форма–РТИ» в условиях теплообмена с окружающим воздухом представляет особый интерес, поскольку позволяет найти температурные поля пресс-формы и изделия, которые характеризуют эффективность конструкции пресс-формы и системы её обогрева. В реальных (производственных) условиях имеют место нестационарные режимы нагрева пресс-форм, при кото-

рых градиенты температур в изделиях всегда будут больше, чем для стационарных режимов. Расчёты и анализ стационарных температурных полей в изделии, которое подвергается нагреву, позволяют более обоснованно выбирать конструкцию пресс-формы и режим работы системы обогрева пресса.

3.3.1. МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА НАГРЕВА ПРЕСС-ФОРМ И РЕЗИНОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ

Для расчётов температурных полей пресс-форм и вулканизируемых изделий необходима информация о теплофизических свойствах их материалов. Согласно конструкторской документации, детали всех пресс-форм изготавливаются из Стали 45, теплофизические свойства которой представлены в [35]. Теплофизические свойства резины зависят от свойств компонентов. Например, теплопроводность определяется аддитивно, пропорционально количеству ингредиентов [64]. Из-за низкой температуропроводности резины по мере увеличения размеров изделия возрастает разность температур его внутренних и внешних слоёв при нагревании или охлаждении (теплопроводность материала пресс-формы превышает теплопроводность резины более чем в 100 раз). Поэтому даже при постоянной температуре пресс-формы вулканизация протекает при переменных температурах, различных для разных частей изделия, следовательно, необходим учёт нелинейного изменения теплофизических свойств резиновой смеси в процессе вулканизации.

Расчёт свойств резиновых смесей ввиду их многокомпонентности является сложной задачей. Например, в качестве материала для изготовления резиновых колец используется резиновая смесь ИРП-1293, состав которой приведён в табл. 3.10. Помимо бутадиен-нитрильного каучука (СКН), смесь включает девять компонентов, причём более чем на 50% она состоит из каучука и на 38% – из двух видов технического углерода (сажи). Известно, что наполненные сажой смеси характеризуются большей (в 2–3 раза) теплопроводностью, чем ненаполненные [64]. Плотность и теплоёмкость смесей при наполнении сажой меняются незначительно. Следовательно, если допустить, что свойства резиновой смеси соответствуют свойствам каучука, то расчёт температурного поля изделия будет проведён при наихудшей температуропроводности его материала, т.е. даст нижнюю оценку эффективности пресс-формы.

В математической модели стационарного режима нагрева пресс-форм и РТИ использованы зависимости теплофизических свойств каучука от температуры, см. рис. 3.21, из встроенной в систему COMSOL Multiphysics библиотеки свойств материалов. Плотность является величиной постоянной, равной 935 кг/м^3 .

3.10. Рецептурная карточка смеси ИРП-1293

№	Наименование материала	На 100 частей каучука по массе
1	СКН-40СМ	100,00
2	Сера техническая природная 9990 кл. 1, 2; с. 9995	3,00
3	Каптакс с. 1	0,50
4	Альтакс	0,50
5	Неозон «Д»	2,00
6	Белила цинковые БЦО-М	4,00
7	Масло ПН-6	4,00
8	Канифоль МЭ-3	2,00
9	Углерод технический П-324 (ПМ-75)	50,00
10	Углерод технический П-803 (ПМ-15)	20,00

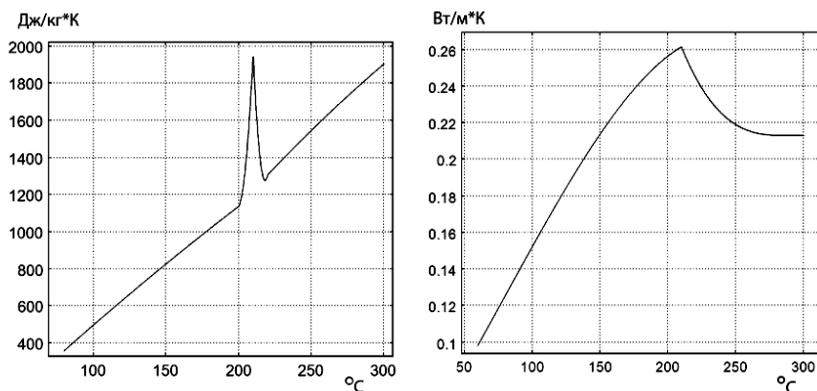


Рис. 3.21. Зависимость теплоёмкости (слева) и теплопроводности (справа) от температуры для каучука СКН-40

Сама модель представляет собой совокупность соотношений (3.3) – (3.9), дополненную условиями

$$T_{s,\text{matrix}} = T_h, \quad T_{s,\text{punch}} = T_h, \quad (3.23)$$

где $T_{s,\text{matrix}}$, $T_{s,\text{punch}}$ – температуры посадочной поверхности матрицы и пуансона соответственно, К; T_h – заданная рабочая температура поверхности нагревательной плиты прессы, К.

Это «идеальные» условия нагрева пресс-форм: предполагается, что температура греющих плит постоянна и равномерна на протяжении всего цикла нагрева.

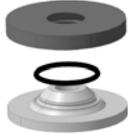
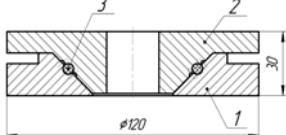
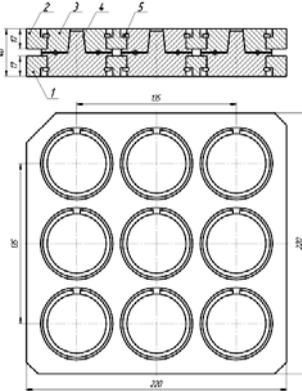
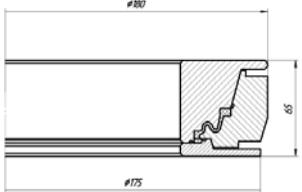
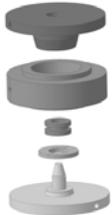
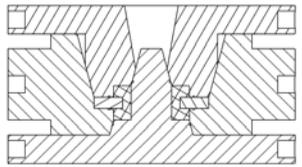
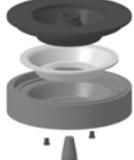
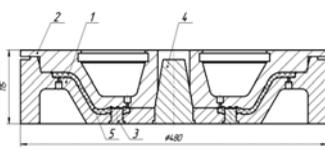
3.3.2. РАСЧЁТЫ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА НАГРЕВА ПРЕСС-ФОРМ И РЕЗИНОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ

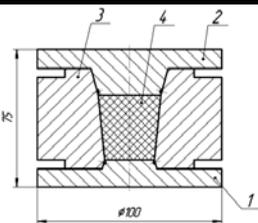
Для численного решения уравнений (3.3), (3.4) при условиях (3.5) – (3.9), (3.23), где $T_0 = 293$ К, $T_h = 473$ К, использованы системы COMSOL Multiphysics и ANSYS, которые реализуют метод конечных элементов. Как отмечалось выше, теплофизические свойства материалов пресс-формы и изделия сильно отличаются, поэтому для получения адекватных результатов решения модели (3.3) – (3.9), (3.23) необходимо формирование плотной конечно-элементной сетки на границе пресс-формы и изделия, причём при любом фиксированном числе элементов сетка должна наилучшим образом учитывать особенности геометрии каждой пресс-формы.

Для проведения расчётов тепловых режимов изготовления РТИ были использованы семь конструкций пресс-форм, используемых ЗАО «Завод Тамбовполимермаш». Геометрия пресс-форм представлена в табл. 3.11, их характеристики – в табл. 3.12. 3D-модели всех пресс-форм построены с использованием САПР КОМПАС-3D. Как видно из табл. 3.11, 3.12, в качестве объектов моделирования были выбраны пресс-формы, отличающиеся по сложности геометрии РТИ, сложности конструкции пресс-форм, объёму РТИ и массе пресс-форм. В таблице 3.12 площадь контакта – это площадь поверхности пресс-формы, соприкасающейся с нагревательной плитой.

Модель (3.3) – (3.9), (3.23) для всех пресс-форм, представленных в табл. 3.11, решалась в среде COMSOL Multiphysics в условиях трёхмерного моделирования. Для контроля правильности этих результатов те же задачи решались с помощью системы ANSYS, где было применено двумерное осесимметричное моделирование: поскольку все рассматриваемые пресс-формы, за исключением многоместной (№ 2 в табл. 3.11), представляют собой тела вращения, в уравнениях (3.3) и (3.4) декартова система координат была заменена на цилиндрическую.

3.11. Геометрия выбранных пресс-форм и изделий

№	Изделие	Геометрическая модель	Чертёж
1	Кольцо ЖДРУ 303.144.001.08		
2	Кольцо СТФ-1019.00		
3	Пыльник 7.01.P.0316.00		
4	Втулка 1169.200.00.03		
5	Мембрана BC-9471		

№	Изделие	Геометрическая модель	Чертёж
6	Пробка 29 ГОСТ 1852–76		
7	Прокладка АЦФ 01.003Р		

3.12. Характеристики моделируемых пресс-форм

№	Изделие	Пресс-форма	Объём изделия, см ³	Масса пресс-формы, кг	Площадь контакта, см ²
1	Кольцо ЖДРУ 303.144.001.08	Пуансон, матрица	3,54	2,303	217,56
2	Кольцо СТФ-1019.00	Пуансон, матрица, плита верхняя, плита нижняя, скобы	9,261	12,894	996,37
3	Пыльник 7.01.P.0316.00	Пуансон, матрица, обойма	117,8	26,394	1021,8
4	Втулка 1169.200.00.03	Матрица, пуансон, обойма, вставка	3,735	2,322	144,45
5	Мембрана ВС-9471	Матрица, пуансон, знак, вставка	903,709	97,651	2197,08
6	Пробка 29 ГОСТ 1852–76	Матрица, пуансон, обойма	26,05	4,117	157
7	Прокладка АЦФ 01.003Р	Матрица, пуансон	20,809	6,624	492,9

Упрощение постановки задачи позволило использовать более плотную конечно-элементную сетку, чем в системе COMSOL Multiphysics, и получить контрольные результаты.

Сравнение результатов производилось в целях корректировки параметров конечно-элементной сетки и числа элементов при решении задачи в системе COMSOL Multiphysics. Расхождение абсолютных значений максимальных и минимальных температур по сечению изделий не превысило $2\text{ }^{\circ}\text{C}$, причём распределение температур по сечению всех рассматриваемых изделий оказалось аналогичным. Таким образом, результаты, которые используются при дальнейшем анализе, хорошо согласуются с контрольными.

Как видно из табл. 3.13, наименьший разброс температур по сечению изделия в стационарном режиме даёт пресс-форма для изготовления одиночных резиновых колец ($0,05\text{ }^{\circ}\text{C}$), наибольший – пресс-форма для изготовления пыльника ($2,93\text{ }^{\circ}\text{C}$). Поскольку максимальный перепад температур по сечению всех изделий не превысил $10\text{ }^{\circ}\text{C}$, то формально режимы нагрева всех РТИ являются удовлетворительными.

Анализируя данные табл. 3.11 и 3.13, можно сделать вывод, что наибольшие градиенты температур по сечению изделия наблюдаются в пресс-формах, предназначенных для вулканизации РТИ со сложной геометрией (пыльник, мембрана), а также в изделиях большого объёма (пробка).

Отметим, что на практике граничное условие (3.23) принципиально невыполнимо, поэтому полученные оценки степени неравномерности температурного поля РТИ являются относительными. Например, согласно данным табл. 3.13, можно утверждать, что пресс-форма для изготовления прокладок (№ 7) более эффективна, чем пресс-форма для изготовления втулок (№ 4), так как последняя даёт больший перепад температур по сечению изделия. Однако для обоснованного вывода об эффективности применяемых пресс-форм на прессах с известной конструкцией нагревательных плит в каждом конкретном случае необходимо рассчитывать процессы распространения тепла в системе «плита–пресс-форма–изделие» в режиме автоматического регулирования температуры нагрева плит с учётом нелинейных зависимостей теплофизических свойств материалов плиты, пресс-формы и изделия от температуры нагрева.

Для оценки влияния геометрии пресс-формы на температурное поле вулканизуемого изделия были проведены дополнительные расчёты конструкций пресс-форм, результаты которых представлены в табл. 3.14 и 3.15. Первый вариант в приведённых таблицах – исходная конструкция пресс-формы. Далее геометрия изменялась таким образом, чтобы увеличить площадь контакта между всеми частями пресс-формы.

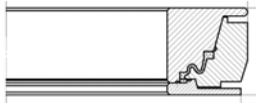
Дополнительно были исключены различные конструктивные элементы (фаски, канавки, зазоры). Результаты решения модели (3.3) – (3.9), (3.23) для этих конструкций приведены в табл. 3.16 и 3.17.

Как видно из данных табл. 3.16 и 3.17, с одной стороны, изменение геометрии пресс-форм позволило уменьшить значение температурного градиента по сечению изделий примерно в 2,5 раза. С другой стороны, при проектировании пресс-форм необходимо учитывать вопросы удобства зарядки и перезарядки пресс-форм, вывода излишней резиновой смеси, центрирования системы. По этим причинам практическое использование конструкций, представленных в табл. 3.14 и 3.15, проблематично.

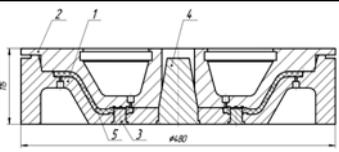
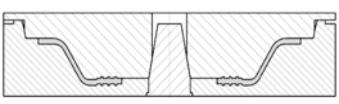
3.13. Результаты расчётов стационарного нагрева пресс-форм и РТИ

№	Изделие	Число КЭ	Время расчёта, с	T_{\max} , °C	T_{\min} , °C	ΔT , °C
1	Кольцо, поперечное сечение	396 893	271	199,96	199,91	0,05
2	Кольцо, продольное сечение	452 421	349	199,67	199,4	0,27
3	Пыльник, поперечное сечение	1 851 397	795	199,58	196,65	2,93
4	Втулка, поперечное сечение	348 216	245	199,48	198,93	0,55
5	Мембрана, поперечное сечение	1 019 141	899	199,82	197,02	2,8
6	Пробка, поперечное сечение	678 204	535	199,33	197,2	2,13
7	Прокладка, поперечное сечение	202 195	735	199,96	199,82	0,12

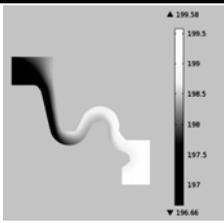
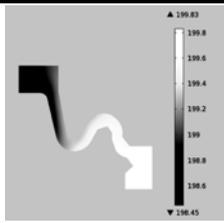
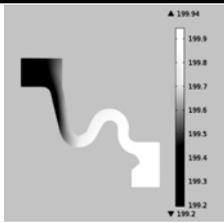
3.14. Конструкции пресс-формы для изготовления пыльников

№	Чертёж	Комментарий	Масса пресс-формы, кг	Поверхность контакта, см ²
3а		—	26,394	1021,8
3б		Убраны фаски и облойные канавки	25,782	1071,95
3в		Максимальная площадь контакта	50,03	1978,98

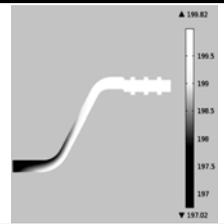
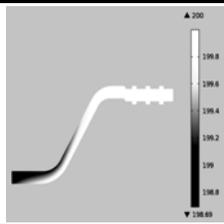
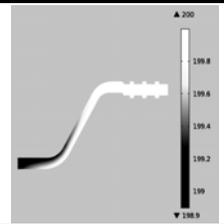
3.15. Конструкции пресс-формы для изготовления мембран

№	Чертёж	Комментарий	Масса пресс-формы, кг	Поверхность контакта, см ²
5а		Убраны ручки для переноски, упрощена геометрия облойных каналов	97,651	2197,08
5б		Убраны полости в конструкциях, облойные каналы и канавки	154,08	3597,65
5в		Обеспечение максимального контакта между деталями пресс-формы	155,636	3617,28

3.16. Температурные поля пресс-форм пыльника

№	3а	3б	3в
Температурное поле сечения изделия			
$T_{\max}, ^\circ\text{C}$	198,58	199,83	199,94
$T_{\min}, ^\circ\text{C}$	196,66	198,45	199,2
$\Delta T, ^\circ\text{C}$	1,92	1,38	0,74
$T_{\text{av}}, ^\circ\text{C}$	198,25	199,24	199,64

3.17. Температурные поля пресс-форм мембраны

№	5а	5б	5в
Температурное поле сечения изделия			
$T_{\max}, ^\circ\text{C}$	199,82	200	200
$T_{\min}, ^\circ\text{C}$	197,02	198,69	198,9
$\Delta T, ^\circ\text{C}$	2,8	1,31	1,1
$T_{\text{av}}, ^\circ\text{C}$	198,93	199,61	199,67

Из полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1) геометрия пресс-формы оказывает существенное влияние на получаемое в изделии температурное поле. Для существующих технических решений возможно решение моделей вида (3.3) – (3.9), (3.23) в целях оценки степени пригодности пресс-форм для изготовления изделий из данных резиновых смесей на конкретных вулканизационных прессах;

2) при проектировании новых конструкций пресс-форм целесообразно решать модели вида (3.3) – (3.9), (3.23) в целях оптимизации температурного поля в вулканизируемом изделии.

4. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Практикум включает варианты заданий для балансовых расчётов нагревательных плит вулканизационных прессов, расчёта необходимого числа витков индуктора заданной конфигурации и мощности, определения положения и тепловыделения индукторов конкретной нагревательной плиты, определения продолжительности нагрева плиты до рабочей температуры, оптимизации температурного поля рабочей поверхности плиты. Каждое задание предусматривает графическое представление полученных результатов.

4.1. БАЛАНСОВЫЕ РАСЧЁТЫ НАГРЕВАТЕЛЬНОЙ ПЛИТЫ ВУЛКАНИЗАЦИОННОГО ПРЕССА

С применением системы инженерных расчётов MathCAD определить:

- продолжительности нагрева плиты до рабочих температур в условиях свободной конвекции и в рабочих условиях;
- значения стока тепла в воздух при нагреве плиты до рабочих температур в условиях свободной конвекции и в рабочих условиях;
- значение стока тепла в крепёжные пластины плиты при её нагреве до рабочих температур;
- мощности плиты, необходимые для обеспечения нормативного времени её нагрева до рабочих температур в условиях свободной конвекции и в рабочих условиях.

В отчёт о выполнении задания включить его формулировку, необходимые комментарии к расчётным формулам и графики зависимостей стока тепла в воздух и крепёж от средней температуры нагрева плиты.

Условные обозначения:

l – длина плиты, м; s – ширина плиты, м; h – высота плиты, м; m – индекс материала плиты: 1 – углеродистая сталь, 2 – нержавеющая сталь, 3 – жаростойкая сталь; λ – коэффициент теплопроводности материала плиты, Вт/(м·К); c – теплоёмкость материала плиты, Дж/(кг·К); ρ – плотность материала плиты, кг/м³; ε – степень черноты материала плиты; φ – коэффициент лучеиспускания материала плиты; n_k – число крепёжных пластин; h_k – высота крепёжной пластины, м; s_k – ширина крепёжной пластины, м; l_k – длина части крепёжной пластины, находящейся в воздухе, м; m_k – индекс материала крепёжных пластин: 1 – нержавеющая сталь, 2 – титан, 3 – ванадий, 4 – константан, 5 – нихром; R – индекс

расположения плиты: 1 – верхняя, 2 – нижняя, 3 – промежуточная; t_0 – начальная температура плиты, °С; t_1, t_2, t_3 – рабочие температуры нагрева плиты, °С; Q_1, Q_2, Q_3 – мощности плиты при рабочих температурах, кВт; τ_n – нормативная продолжительность нагрева плиты, ч; α_c – комплексный коэффициент теплоотдачи от поверхностей плиты в окружающий воздух при стеснённой конвекции, Вт/(м²·К).

4.1. Данные для балансовых расчётов

№	l	s	h	m	R	n_k	m_k	h_k	s_k	l_k	Q_1	Q_2	Q_3	τ_n	α_c
1	0,6	0,6	0,06	1	1	4	1	0,01	0,03	0,025	6,75	6,5	6,15	2	8
2	0,8	0,6	0,07	2	2	4	2	0,01	0,04	0,03	5,85	5,7	5,1	1,5	7
3	1,4	0,7	0,08	3	3	6	3	0,015	0,05	0,03	11,7	11,3	10,5	3	6
4	1,2	1,2	0,08	2	1	6	4	0,01	0,04	0,025	15,8	15,1	14,3	3,5	6,5
5	1,2	1,2	0,07	3	2	6	5	0,015	0,04	0,3	17,5	16,9	16,1	3,5	7
6	0,8	0,8	0,06	1	3	4	2	0,01	0,035	0,25	12,5	12	10,8	2,5	9
7	1,2	0,7	0,07	3	1	6	3	0,015	0,05	0,03	11	10,5	9,8	3	7,5
8	0,4	0,4	0,05	1	2	2	4	0,01	0,025	0,02	3,8	3,4	2,8	1,25	8,5
9	0,4	0,4	0,06	2	3	2	5	0,01	0,03	0,03	4,1	3,8	3,4	1,5	9
10	1,4	0,6	0,07	1	1	6	1	0,015	0,045	0,035	11,4	10,8	10,1	3	7
11	1,12	0,7	0,07	2	2	6	3	0,02	0,04	0,03	13,4	12,8	12,1	3,5	8
12	0,5	0,41	0,07	3	3	4	4	0,01	0,03	0,025	4,5	4,25	3,9	0,75	9,5
13	2,0	0,65	0,08	2	1	8	5	0,015	0,05	0,03	20	19,2	18,7	4	6
14	1,8	0,9	0,09	3	2	8	1	0,015	0,045	0,035	18,5	17,9	17,4	3,75	7
15	2,4	0,8	0,09	1	3	8	2	0,02	0,05	0,03	25	24,2	23,4	4	8

Принять: $t_0 = 20$ °С, $t_1 = 170$ °С, $t_2 = 200$ °С, $t_3 = 250$ °С, $\varepsilon = 0,75$, $\varphi = 0,8$.

Порядок выполнения работы

1. Сформировать зависимость коэффициента теплоотдачи в воздух от температуры поверхности плиты при свободной конвекции:

$$\alpha_B(t_n, L) = \frac{\lambda_B}{L} A[\text{Gr}(t_n, L) \text{Pr}(t_n)]^n + 5,67 \cdot 10^{-8} \varepsilon \varphi \frac{(t_n + 273) - (t_0 + 273)}{t_n - t_0},$$

где $\text{Gr}(t_n, L) \text{Pr}(t_n) = gL^3 \beta_B(t)(t_n - t_0) \left(\frac{\rho_B(t)}{\mu_B(t)} \right)^2 \frac{c_B(t) \mu_B(t)}{\lambda_B(t)}$ – произведение критериев Грасгофа и Прандтля; t_n – температура поверхности плиты;

$t = (t_{\text{п}} + t_0)/2$ – определяющая температура; g – ускорение свободного падения; L – определяющий размер (ширина плиты s); $\lambda_{\text{в}}(t)$, $\beta_{\text{в}}(t)$, $\rho_{\text{в}}(t)$, $c_{\text{в}}(t)$, $\mu_{\text{в}}(t)$ – коэффициент теплопроводности, коэффициент объёмного расширения, плотность, теплоёмкость и динамическая вязкость воздуха при температуре t соответственно; A , n – коэффициенты, значение которых зависит от значения произведения $K = \text{Gr}(t_{\text{п}}, L)\text{Pr}(t_{\text{п}})$

$$\left(\begin{array}{l} \text{при } K < 500 \left\{ \begin{array}{l} A = 1,18 \\ n = 0,125 \end{array} \right., \text{ при } 500 \leq K < 2 \cdot 10^7 \left\{ \begin{array}{l} A = 0,54 \\ n = 0,25 \end{array} \right., \text{ при } K > 2 \cdot 10^7 \\ \left. \left\{ \begin{array}{l} A = 0,135 \\ n = 0,33 \end{array} \right\} \right).$$

2. Рассчитать массу плиты $M = lsh\rho$, площадь стока тепла в крепёж $F_{\text{к}} = s_{\text{к}}h_{\text{к}}$ и средние температуры плиты при её нагреве до каждой из заданных рабочих температур $t_{\text{ср}i} = (t_0 + t_i)/2$, $i = 1, 2, 3$.

3. Определить значения стока тепла в крепёж при нагреве плиты до каждой из заданных рабочих температур

$$\Delta Q_{\text{ки}} = n_{\text{к}}\lambda_{\text{к}} \frac{F_{\text{к}}}{l_{\text{к}}}(t_i - t_{\text{ср}i}), \quad i = 1, 2, 3.$$

4. Определить значения стока тепла в воздух

$$\Delta Q_{\text{в}i} = \alpha_{\text{в}}(t_{\text{ср}i}, s) \cdot 2(ls + sh + hl)(t_{\text{ср}i} - t_0), \quad i = 1, 2, 3$$

и продолжительности нагрева плиты до каждой из рабочих температур

$$\tau_i = \frac{Mc(t_i - t_0)}{Q_i - \Delta Q_{\text{в}i} - \Delta Q_{\text{ки}}}, \quad i = 1, 2, 3$$

в условиях свободной конвекции.

5. Определить значения стока тепла в воздух и продолжительности нагрева плиты до каждой из рабочих температур в рабочих условиях (в формуле п. 4 для расчёта $\Delta Q_{\text{в}i}$, $i = 1, 2, 3$ заменить $\alpha_{\text{в}}(t_{\text{ср}i}, s)$ на $\alpha_{\text{с}}$ для тех поверхностей плиты, где при заданном её расположении конвекция в рабочих условиях будет стеснённой, и на 0, где конвекции не будет совсем).

6. Рассчитать необходимые мощности плиты при рабочих температурах (Q_1 , Q_2 и Q_3) для заданной нормативной продолжительности её нагрева $\tau_{\text{н}}$ в условиях свободной конвекции и в рабочих условиях.

7. Построить графики зависимостей стока тепла в крепёж и в воздух (в условиях свободной конвекции и в рабочих условиях) от средней температуры нагрева плиты.

Контрольные вопросы

1. Перечислите основные промышленные способы разогрева нагревательных плит вулканизационных прессов. Укажите их достоинства и недостатки.
2. Перечислите основные критерии выбора материала нагревательной плиты вулканизационного пресса и крепёжных пластин.
3. Какая поверхность верхней нагревательной плиты пресса не учитывается при расчёте стока тепла в воздух в рабочих условиях? Для каких поверхностей этой плиты конвекцию можно считать свободной?
4. Назовите основной критерий выбора мощности нагревательных плит вулканизационного пресса.
5. В каких случаях необходимо предусматривать принудительное охлаждение нагревательных плит вулканизационного пресса?

4.2. РАСЧЁТ ЧИСЛА ВИТКОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ИНДУКТОРА НАГРЕВАТЕЛЬНОЙ ПЛИТЫ ПРЕССА

С применением системы инженерных расчётов MathCAD определить глубину области тепловыделения и число витков индуктора заданных размеров, обеспечивающие:

- выделение требуемой мощности;
- обеспечение требуемых значений коэффициента мощности $\cos\phi$ и электрического КПД индукционного нагрева η ;
- возможность размещения катушки индуктора в пазу заданных размеров.

В отчёт о выполнении задания включить его формулировку, необходимые комментарии к расчётным формулам и графики зависимостей глубины области тепловыделения и числа витков индуктора от $\cos\phi$ и η .

Условные обозначения:

U – напряжение сети, В; f – частота переменного тока, Гц; Q_n – максимальная мощность индуктора, кВт; n_n – число индукторов в плите; l_n – длина индуктора, см; s_n – ширина индуктора, см; s – ширина паза под индуктор, мм; h – высота паза под индуктор, мм; d – диаметр провода индуктора, мм; h_n – толщина изоляции провода индуктора, мм; $\cos\phi_r$ – требуемое значение $\cos\phi$; η_r – требуемое значение КПД индукционного нагрева; m – индекс материала плиты: 1 – углеродистая сталь, 2 – нержавеющая сталь, 3 – жаростойкая сталь; ρ – удельное электрическое сопротивление материала плиты, Ом·м; ρ_0 – удельное электрическое сопротивление материала плиты при 0 °С, Ом·м; ρ_m – удельное электрическое сопротивление материала провода индуктора, Ом·м.

4.2. Данные для расчёта числа витков индуктора

№	m	$\cos\varphi_r$	η_r	n_n	Q_n	l_n	s_n	s	h	d	h_n
1	1	0,87	0,85	6	1,25	25	17,5	25	25	1,8	0,25
2	2	0,85	0,86	3	2,5	45	17	23	25	2	0,2
3	3	0,86	0,87	14	0,85	25	17	25	24	1,5	0,3
4	1	0,88	0,84	24	0,67	24	16	24	24	1,8	0,24
5	2	0,85	0,88	24	0,75	23	17	23	23	2,2	0,22
6	3	0,89	0,86	8	1,625	30	16	22	24	2	0,27
7	1	0,87	0,84	24	0,5	23	15	23	22	1,5	0,28
8	2	0,88	0,85	2	2,0	32	15	25	23	2	0,21
9	3	0,86	0,87	4	1,1	15	15	24	25	1,8	0,23
10	1	0,85	0,88	14	0,9	12	16	23	22	2,2	0,26
11	2	0,89	0,85	4	1,3	17	12	25	25	1,5	0,29
12	3	0,86	0,86	10	2,4	55	17	24	23	2	0,25
13	1	0,88	0,84	20	1,0	35	15	25	22	2,2	0,24
14	2	0,87	0,88	12	1,1	25	10	24	24	1,8	0,27
15	3	0,86	0,87	8	1,25	12	25	23	25	1,5	0,2

Принять: $U = 220$, $f = 50$, соединение индукторов – последовательное, $\rho_m = 2,67 \cdot 10^{-8}$,

$$\rho = \begin{cases} 2,144 \cdot 10^{-7}, & m = 1; \\ 5,075 \cdot 10^{-7}, & m = 2; \\ 7,035 \cdot 10^{-7}, & m = 3; \end{cases} \quad \rho_0 = \begin{cases} 2 \cdot 10^{-7}, & m = 1; \\ 4,8 \cdot 10^{-7}, & m = 2; \\ 6,9 \cdot 10^{-7}, & m = 3. \end{cases}$$

Порядок выполнения работы

1. Рассчитать периметр $\Pi = 2h + 2s$ и площадь сечения $S = hs$ паза индуктора.

2. Рассчитать среднюю длину витка индуктора $l_B = 2(l_n + s_n - 2s)$.

3. Сформировать зависимости:

– удельной поверхностной мощности в загрузке от η – $P(\eta) = \frac{Q_i \eta}{\Pi l_B}$;

– относительной магнитной проницаемости материала плиты от η –

$$\mu(\eta) = A [P(\eta)]^n \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{0,25}, \quad \text{где } A = \begin{cases} 59\,267,6, & m = 1; \\ 24\,876,2, & m = 2; \\ 17\,687,7, & m = 3; \end{cases} \quad n = \begin{cases} -0,638, & m = 1; \\ -0,697, & m = 2; \\ -0,723, & m = 3; \end{cases}$$

– напряжённости магнитного поля в пазу индуктора от η –

$$H(\eta) = 31,623 \sqrt{\frac{P(\eta)}{\sqrt{\rho \mu(\eta) f}}};$$

– магнитной движущей силы индуктора от η – $I_w(\eta) = H(\eta)/\sqrt{2}$;

– тока индуктора от $\cos\varphi$ – $I(\cos\varphi) = \frac{n_{\text{и}} Q_{\text{и}}}{\cos\varphi U}$;

– числа витков индуктора от $\cos\varphi$ и η – $n_{\text{в}}(\cos\varphi, \eta) = \frac{I_w(\eta)}{I(\cos\varphi)}$;

– площади сечения катушки индуктора от $\cos\varphi$ и η –

$$S_{\text{и}}(\cos\varphi, \eta) = n_{\text{в}}(\cos\varphi, \eta)(d + 2h_{\text{и}})^2 ;$$

– активной мощности индуктора от $\cos\varphi$ и η –

$$P_{\text{А}}(\cos\varphi, \eta) = I(\cos\varphi)^2 \rho_{\text{м}} \frac{l_{\text{в}} n_{\text{в}}(\cos\varphi, \eta)}{0,25 \pi d^2} + Q_{\text{и}} ;$$

– реактивной мощности индуктора от η –

$$P_{\text{Q}}(\eta) = 3,95 \cdot 10^{-6} I_w(\eta)^2 f l_{\text{в}} S + 0,6 Q_{\text{и}} ;$$

– полной мощности индуктора от $\cos\varphi$ и η –

$$P_{\text{и}}(\cos\varphi, \eta) = \sqrt{P_{\text{А}}(\cos\varphi, \eta)^2 + P_{\text{Q}}(\eta)^2} .$$

4. Определить значения $\cos\varphi$ и η , удовлетворяющие неравенствам

$$\frac{P_{\text{А}}(\cos\varphi, \eta)}{P_{\text{Q}}(\eta)} \geq \cos\varphi_{\text{т}}, \quad \frac{Q_{\text{и}}}{P_{\text{А}}(\cos\varphi, \eta)} \geq \eta_{\text{т}}, \quad S_{\text{и}}(\cos\varphi, \eta) \leq S .$$

5. Рассчитать число витков индуктора и глубину области тепло-

выделения $\Delta = 503 \sqrt{\frac{\rho}{\mu(\eta) f}}$.

6. Построить графики зависимостей глубины области тепловыделения и числа витков индуктора от $\cos\varphi$ и η .

Контрольные вопросы

1. Перечислите преимущества индукционного способа нагрева плит вулканизационных прессов по сравнению с омическим.

2. Чем заполняют пазы в нагревательных плитах после монтажа в них катушек индукторов?

3. Каково минимально допустимое расстояние от края нагревательной плиты до ближайшего паза под индуктор?

4. Какой провод чаще всего используют для изготовления катушек индукторов?

5. Почему индукторы, расположенные у краёв нагревательной плиты, делают более мощными, чем расположенные ближе к середине плиты?

4.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЯ ИНДУКТОРОВ НАГРЕВАТЕЛЬНОЙ ПЛИТЫ ВУЛКАНИЗАЦИОННОГО ПРЕССА

С применением системы инженерных расчётов MathCAD аппроксимировать заданную форму сечения индукторов указанной нагревательной плиты вулканизационного пресса прямоугольниками, определить положение индукторов и интенсивность их тепловыделения.

В отчёт о выполнении задания включить его формулировку, необходимые комментарии к расчётным формулам и изображение сечения плиты, содержащее все индукторы.

Условные обозначения:

l – длина плиты, м; s – ширина плиты, м; h – высота плиты, м; n_n – число индукторов в плите; l_n – длина индуктора, см; s_n – ширина индуктора, см; $s_{пн}$ – ширина паза под индуктор, мм; $h_{пн}$ – высота паза под индуктор, мм; Q – средняя мощность плиты, кВт; p – минимально допустимое расстояние от края плиты до паза ближайшего индуктора, мм; r, R – меньший и больший радиусы скруглений индукторов, мм.

4.3. Данные для определения положения и тепловыделения индукторов

№	l	s	h	n_n	l_n	s_n	$s_{пн}$	$h_{пн}$	Q
1	0,6	0,6	0,06	6	25	17,5	25	25	6,75
2	0,8	0,6	0,07	3	45	17	23	25	5,85
3	1,4	0,7	0,08	14	25	17	25	24	11,7
4	1,2	1,2	0,08	24	24	16	24	24	15,8
5	1,2	1,2	0,07	24	23	17	23	23	17,5
6	0,8	0,8	0,06	8	30	16	22	24	12,5
7	1,2	0,7	0,07	24	23	15	23	22	11
8	0,4	0,4	0,05	2	32	15	25	23	3,8
9	0,4	0,4	0,06	4	15	15	24	25	4,1
10	1,4	0,6	0,07	14	12	16	23	22	11,4
11	1,12	0,7	0,07	10	55	17	25	25	13,4
12	0,5	0,41	0,07	4	17	12	24	23	4,5
13	2,0	0,65	0,08	20	35	15	25	22	20
14	1,8	0,9	0,09	12	25	10	24	24	18,5
15	1,3	0,35	0,06	8	12	25	23	25	15

Принять $p = 25, r = 15, R = r + s_n$.

Порядок выполнения работы

1. Определить длину средней линии каждого индуктора

$$l_{\text{ср}_i} = 2(l_i - r - R) + 2(s_i - r - R) + \pi(r + R), i = 1, \dots, n_i.$$

2. Скорректировать длину и ширину каждого индуктора при аппроксимации его сечения прямоугольником:

$$l_{\text{и}_i} = \frac{l_{\text{ср}_i}}{2 \left(1 + \frac{s_{\text{и}_i}}{l_{\text{и}_i}} \right)}, s_{\text{и}_i} = l_{\text{ср}_i} / 2 - l_{\text{и}_i}, i = 1, \dots, n_i.$$

3. Выбрать координаты центра каждого индуктора $x_{c_i}, y_{c_i}, i = 1, \dots, n_i$ с учётом изменения их размеров согласно п. 2 и минимально допустимого расстояния от края нагревательной плиты до паза ближайшего индуктора.

4. Рассчитать интенсивность тепловыделения индукторов

$$q = \frac{Q}{n_i 2h_{\text{п}} [h_{\text{п}}(s_{\text{и}} + s_{\text{п}}) + h_{\text{п}}(l_{\text{и}} - s_{\text{п}})]}.$$

5. Сформировать зависимость тепловыделений в сечении каждого индуктора от координат:

$$q_{\text{и}_i}(x, y) = q, \text{ если } ((y_{c_i} - 0,5s_i \leq y \leq y_{c_i} + 0,5s_i) \wedge \\ \wedge ((x_{c_i} - 0,5l_i \leq x \leq x_{c_i} - 0,5l_i + s_{\text{и}_i}) \vee (x_{c_i} + 0,5l_i - s_{\text{и}_i} \leq x \leq x_{c_i} + 0,5l_i))) \vee \\ \vee ((x_{c_i} - 0,5l_i + s_{\text{и}_i} \leq x \leq x_{c_i} + 0,5l_i - s_{\text{и}_i}) \wedge ((y_{c_i} - 0,5s_i \leq y \leq y_{c_i} - 0,5s_i + s_{\text{и}_i}) \vee \\ \vee (y_{c_i} + 0,5s_i - s_{\text{и}_i} \leq y \leq y_{c_i} - 0,5s_i))), \text{ иначе } q_{\text{и}_i} = 0, i = 1, \dots, n_i.$$

6. Изобразить сечение плиты, содержащее все индукторы: сформировать массив координат (x, y) точек сечения плиты с шагом 1...2 мм,

поставить в соответствие каждой из них значение $Q_{\text{и}} = \bigcup_{i=1}^{n_i} q_{\text{и}_i}(x, y)$ и

изобразить этот массив графически.

Контрольные вопросы

1. В какой части объёма индукционной нагревательной плиты вулканизационного прессы выделяется тепло?

2. При каком условии допускается решение задачи распространения тепла в объёме индукционной нагревательной плиты вулканизационного прессы без учёта распределения магнитной индукции?

3. Перечислите наиболее распространённые конфигурации индукторов нагревательных плит вулканизационных прессов.

4. Каков максимально допустимый разброс температур по рабочей поверхности нагревательной плиты вулканизационного прессы?

5. Чем определяется допустимый разброс температур в объёме вулканизируемого РТИ?

4.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ РАЗОГРЕВА НАГРЕВАТЕЛЬНОЙ ПЛИТЫ ВУЛКАНИЗАЦИОННОГО ПРЕССА ДО РАБОЧЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

С применением системы инженерных расчётов MathCAD определить продолжительность разогрева указанной нагревательной плиты вулканизационного пресса до рабочей температуры ($t_{\text{раб}}$), используя метод конечных интегральных преобразований.

В отчёт о выполнении задания включить его формулировку, необходимые комментарии к расчётным формулам и изображение поля температур рабочей поверхности плиты в момент окончания нагрева.

4.4. Данные для определения продолжительности разогрева плиты^{*}

№	$t_{\text{раб}}, ^\circ\text{C}$	Положение плиты	Условия нагрева	Контрольная термопара		
				$x_{\text{к}}, \text{мм}$	$y_{\text{к}}, \text{мм}$	$z_{\text{к}}, \text{мм}$
1	170	Нижняя	Свободная конвекция	300	300	30
2	170	Верхняя	Стеснённая конвекция	400	300	35
3	200	Нижняя	Стеснённая конвекция	700	350	40
4	250	Верхняя	Свободная конвекция	600	600	40
5	250	Нижняя	Свободная конвекция	600	600	35
6	200	Верхняя	Стеснённая конвекция	400	400	30
7	200	Нижняя	Стеснённая конвекция	600	350	35
8	170	Верхняя	Свободная конвекция	200	200	30
9	170	Нижняя	Свободная конвекция	200	200	30
10	200	Верхняя	Стеснённая конвекция	700	300	35
11	250	Нижняя	Стеснённая конвекция	560	350	35
12	170	Верхняя	Свободная конвекция	250	205	35
13	250	Нижняя	Свободная конвекция	1000	325	40
14	250	Верхняя	Стеснённая конвекция	900	450	45
15	200	Нижняя	Стеснённая конвекция	650	175	30

^{*} К данным соответствующих вариантов добавить данные из табл. 4.3.

Принять начальную температуру $t_0 = 20 ^\circ\text{C}$.

В качестве точки с координатами (0, 0, 0) принять нижний левый угол плиты.

Порядок выполнения работы

1. Добавить к рабочему файлу MathCAD, сформированному при выполнении предыдущего задания, следующие процедуры:

- определение коэффициентов теплоотдачи от поверхностей плиты в зависимости от рабочей температуры, положения плиты и условий нагрева, см. п. 4.1;
- поиск последовательных корней алгебраического уравнения методом бисекции;
- вычисление собственных чисел функции тепловыделения;
- вычисление значения интегральной функции тепловыделения;

– вычисление значения температуры в любой точке объёма плиты в любой момент времени.

2. Определить продолжительность нагрева плиты: момент времени с точностью до 1 с, когда температура в месте установки контрольной термопары будет равна $t_{\text{раб}} \pm 1$ °С.

3. Рассчитать температурное поле рабочей поверхности плиты с шагом 1...5 мм в зависимости от размеров плиты и изобразить его графически.

4. Определить минимальную, максимальную и среднюю температуры рабочей поверхности плиты, степень неравномерности её температурного поля по критерию

$$Cr = \frac{1}{nm} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (T_{ij} - t_{\text{раб}})^2,$$

где n, m – количество точек рабочей поверхности плиты по её длине и ширине, в которых рассчитано значение температуры; T_{ij} – значение температуры в точке объёма плиты с координатами

$$\begin{cases} (x_i, y_j, h) - \text{для нижней плиты;} \\ (x_i, y_j, 0) - \text{для верхней плиты.} \end{cases}$$

Контрольные вопросы

1. Какие допущения принимаются при расчёте температурного поля нагревательной плиты вулканизационного прессы методом конечных интегральных преобразований? Почему?

2. Почему для определения значений собственных чисел функции тепловыделения используется метод бисекции?

3. Можно ли определить значение интегральной функции тепловыделения аналитически, если не аппроксимировать реальную форму сечений индукторов прямоугольниками?

4. Какое условие используется в качестве признака прекращения суммирования бесконечного ряда, см. (2.27) или (2.33), при расчёте значения температуры в любой точке объёма плиты в любой момент времени?

5. Как чаще всего оценивается степень равномерности температурного поля рабочей поверхности нагревательной плиты?

4.5. ОПТИМИЗАЦИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ИНДУКТОРОВ НАГРЕВАТЕЛЬНОЙ ПЛИТЫ ПРЕССА

Повысить степень равномерности температурного поля рабочей поверхности нагревательной плиты, соответствующего моменту её разогрева до рабочей температуры ($t_{\text{раб}}$), путём изменения положения некоторых индукторов. Расчёты провести в системе MathCAD. В качестве начального приближения использовать температурное поле, полученное при выполнении предыдущей работы, см. п. 4.4.

В отчёт о выполнении задания включить его формулировку, необходимые комментарии к расчётным формулам, рекомендации по изменению положения индукторов и изображение поля температур рабочей поверхности плиты при исходном и рекомендуемом расположении индукторов.

Исходные данные взять из табл. 4.3 и 4.4.

Порядок выполнения работы

1. На основе анализа температурного поля рабочей поверхности плиты, полученного при выполнении предыдущей работы, определить зоны его наибольшей неравномерности.

2. Отобрать индукторы, изменение положения которых может привести к повышению степени равномерности поля.

3. Поочерёдно сдвигая каждый из этих индукторов влево, вправо, вниз, вверх с учётом обеспечения минимального расстояния от паза индуктора до края плиты (25 мм) и минимального расстояния между пазами соседних индукторов (50 мм), оценивать изменение степени неравномерности её температурного поля по критерию (4.1).

4. Выбрать наиболее перспективные направления изменения положения каждого из отобранных индукторов и осуществить их попарно, тройками и т.д., вычисляя для каждого из вариантов значение критерия (4.1).

5. Определить оптимальный вариант изменения положения индукторов по минимальному значению критерия, изобразить соответствующее ему поле температур рабочей поверхности плиты.

Контрольные вопросы

1. В каких точках рабочей поверхности нагревательных плит вулканизационных прессов обычно наблюдается наибольшая степень неравномерности температурного поля?

2. Для чего рабочий объём вулканизационного пресса, содержащий нагревательные плиты и пресс-формы, во время прессования РТИ закрывают металлическими шторками или даже герметизируют и создают в нём вакуум?

3. Почему при решении задач оптимизации температурного поля рабочей поверхности нагревательной плиты в качестве критерия обычно используют функцию вида (4.1), а не среднее абсолютное или среднеквадратичное отклонение температуры от заданной?

4. Как могут измениться требования к равномерности температурного поля нагревательных плит вулканизационного пресса, если пресс ориентирован на выпуск мелкосерийных партий РТИ небольших размеров?

5. Как изменится методика повышения степени равномерности температурного поля рабочей поверхности нагревательной плиты, если к возможности изменения положения индукторов добавить возможность изменения мощности каждого из них?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Авторы предлагаемого пособия ставили своей целью комплексное рассмотрение проблемы проектирования индукционных нагревательных плит вулканизационных прессов для изготовления РТИ.

В пособии рассмотрены конструкции прессов, нагревательных плит и индукторов, пресс-форм для изготовления РТИ. Дан краткий обзор методов расчёта устройств индукционного нагрева и компьютерных систем конечно-элементного анализа.

Большое внимание в пособии уделено математическому моделированию процесса разогрева одиночной нагревательной плиты от начальной до рабочей температуры. Рассматриваются математическое описание тепловых и электромагнитных процессов при разогреве плиты, методика расчёта температурного поля рабочей поверхности плиты методом конечных интегральных преобразований, методика связанного электромагнитного и теплового анализа температурного поля плиты в системе конечно-элементного анализа ANSYS.

Рассмотрены подходы к проектированию прессового оборудования:

- интегральный, позволяющий получить на рабочей поверхности плиты температурное поле заданного профиля;
- дифференциальный, ориентированный на формирование температурного поля рабочей поверхности плиты с учётом геометрии и свойств изготавливаемых на прессе изделий;
- комплексный, заключающийся в проектировании плит на основе моделирования процесса совместного нагрева плит, пресс-форм и вулканизуемых изделий.

Предложены две методики оптимизации параметров конструкции и режима функционирования нагревательных плит. Первая основана на экспертном анализе параметров плиты, вторая – на теории планирования вычислительного эксперимента. Приведены результаты применения обеих методик для оптимизации параметров нагревательных плит вулканизационных прессов, выпускаемых ЗАО «Завод Тамбовполимермаш».

Исследование эффективности конструкций пресс-форм для изготовления РТИ осуществлено для условий стационарного режима их нагрева вместе с формуемыми РТИ. В качестве критерия эффективности использована степень равномерности температурного поля в объёме изделий.

Лабораторный практикум содержит формулировки заданий, исходные данные, рекомендации по выполнению и контрольные вопросы к пяти лабораторным работам.

Авторы надеются, что предлагаемое пособие будет полезно для студентов, обучающихся по специальности 151701 «Проектирование технологических машин и комплексов» и направлению 150700 «Машиностроение», аспирантов, занимающихся проблемами технологических расчётов прессового оборудования, а также работников проектно-конструкторских отделов предприятий химического машиностроения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Отчётный** доклад Президиума РАН. Научные достижения Российской академии наук в 2008 году. – Москва : 2009. – С. 24–25.
2. **Индексы** интенсивности промышленного производства. Доклад: Центр развития [Электронный ресурс]. – URL : http://www.dcenter.ru/iipp/iipp_10-11.htm. – Загл. с экрана.
3. **Машины** и аппараты резинового производства / под ред. Д. М. Барскова. – Москва : Химия, 1975. – 600 с.
4. **Муратов, Э. О.** Оборудование для производства формовых резиновых изделий / Э. О. Муратов, В. В. Межуев, А. С. Нефёдов. – Москва : Машиностроение, 1978. – С. 47 – 51.
5. **ОС-82–05.** Морозовский химический завод [Электронный ресурс]. – URL : <http://tdmhz.ru/archives/1217/os-82-05>. – Загл. с экрана.
6. **Оборудование** и основы проектирования заводов резиновой промышленности / Н. Г. Бекин и др. ; под общ. ред. Н. Д. Захарова. – Ленинград : Химия, 1985. – 504 с.
7. **Кабанов, А. А.** Анализ и оперативный синтез оптимального управления тепловыми аппаратами с электронагревом : дис. ... канд. техн. наук / А. А. Кабанов. – Тамбов, 2003. – 164 с.
8. **Нейман, Л. Р.** Поверхностный эффект в ферромагнитных телах / Л. Р. Нейман. – Ленинград : Госэнергоиздат, 1949. – 190 с.
9. **Кувалдин, А. Б.** Новые методы расчёта распределения плотности переменного тока в проводниках / А. Б. Кувалдин // Электротехническая промышленность. Сер. Электротермия. – 1964. – Вып. 48. – С. 46 – 49.
10. **Бодажков, В. А.** Объёмный индукционный нагрев / В. А. Бодажков ; под ред. А. Н. Шамова. – Санкт-Петербург : Политехника, 1992. – 72 с.
11. **Самарский, А. А.** Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 320 с.
12. **Немков, В. С.** Теория и расчёт устройств индукционного нагрева / В. С. Немков, В. Б. Демидович. – Ленинград : Энергоатомиздат, 1988. – 280 с.
13. **Turner, M. J.** Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures / M. J. Turner, R. W. Clough, H. C. Martin, L. J. Topp // Journal of Aeronautics Science. – 1956. – № 23. – P. 805 – 824.
14. **Wilson, E. L.** Application of the Finite Element Method to Heat Conduction Analysis / E. L. Wilson, R. E. Nickell // Nuclear Engineering and Design. – 1966. – № 4. – P. 276 – 286.
15. **Стренг, Г.** Теория метода конечных элементов / Г. Стренг, Дж. Фикс. – Москва : Мир, 1977. – 352 с.

16. **Митчелл, Э.** Метод конечных элементов для уравнений с частными производными / Э. Митчелл, Р. Уэйт ; пер. с англ. В. Е. Кондрашова и В. Ф. Курякина ; под ред. Н. Н. Яненко. – Москва : Мир, 1981. – 214 с.
17. **Сегерлинд, Л.** Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд ; пер. с англ. – Москва : Мир, 1979. – 392 с.
18. **Назаров, Д.** Обзор современных программ конечно-элементного анализа / Д. Назаров // САПР и графика. – 2000. – № 2.
19. **Multiphysics Modeling and Simulation Software** – COMSOL [Электронный ресурс]. – URL : <http://www.comsol.com>. – Загл. с экрана.
20. **Сервер** поддержки программы ELCUT [Электронный ресурс]. – URL : <http://elcut.ru>. – Загл. с экрана.
21. **ANSYS** – Simulation Driven Product Development [Электронный ресурс]. – URL : <http://ansys.com>. – Загл. с экрана.
22. **Кувалдин, А. Б.** Индукционный нагрев ферромагнитной стали / А. Б. Кувалдин. – Москва : Энергоатомиздат, 1988. – 200 с.
23. **ОС-82-05.** Морозовский химический завод [Электронный ресурс]. – URL : <http://tdmhz.ru/archives/1217/os-82-05>. – Загл. с экрана.
24. **Романков, П. Г.** Методы расчёта процессов и аппаратов химической технологии / П. Г. Романков, В. Ф. Фролов, О. М. Флисюк, М. И. Курочкина. – Санкт-Петербург : Химия, 1998. – 496 с.
25. **Карташов, Э. М.** Аналитические методы в теории теплопроводности твёрдых тел / Э. М. Карташов. – Москва : Высшая школа, 1985. – 480 с.
26. **Туголуков, Е. Н.** Решение задач теплопроводности методом конечных интегральных преобразований : учебное пособие / Е. Н. Туголуков. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2005. – 116 с.
27. **Говорков, В. А.** Электрические и магнитные поля / В. А. Говорков. – Москва : Энергия, 1968. – 488 с.
28. **Геворкян, Р. Г.** Курс общей физики : учебное пособие для вузов / Р. Г. Геворкян, В. В. Шепель. – Москва : Высшая школа, 1972. – 600 с.
29. **Буль, О. Б.** Методы расчёта магнитных систем электрических аппаратов. Программа ANSYS : учебное пособие для студ. высш. учеб. заведений / О. Б. Буль. – Москва, 2006. – 288 с.
30. **Басов, К. А.** ANSYS в примерах и задачах / К. А. Басов. – Москва : КомпьютерПресс, 2002. – 225 с.
31. **CATIA** – программное обеспечение 3D CAD – Dassault Systèmes [Электронный ресурс]. – URL : <http://www.3ds.com/ru/products/catia>. – Загл. с экрана.
32. **Product Lifecycle Management (PLM): Siemens PLM Software** – РОССИЯ [Электронный ресурс]. – URL : http://www.plm.automation.siemens.com/ru_ru. – Загл. с экрана.
33. **Басов, К. А.** ANSYS: Справочник пользователя / К. А. Басов. – Москва : ДМК Пресс, 2005. – 640 с.

34. **Чигарев, А. В.** ANSYS для инженеров : справочное пособие / А. В. Чигарев, А. С. Кравчук, А. Ф. Смалюк. – Москва : Машиностроение-1, 2004. – 512 с.
35. **Марочник** сталей и сплавов / под общ. ред. А. С. Зубченко. – Москва : Машиностроение, 2003. – 784 с.
36. **Таблицы** физических величин : справочник / под ред. И. К. Кикоина. – Москва : Атомиздат, 1976. – 1008 с.
37. **Ерофеев, М. М.** Принцип построения структурированной гексаэдрической сетки в ANSYS / М. М. Ерофеев // САПР и графика. – 2008. – № 12.
38. **Каплун, А. Б.** ANSYS в руках инженера: Практическое руководство / А. Б. Каплун, Е. М. Морозов, М. А. Олферьева. – Москва : Едиториал УРСС, 2003. – 272 с.
39. **Жеребцов, И. П.** Электрические и магнитные цепи: Основы электротехники / И. П. Жеребцов. – Ленинград : Энергоатомиздат, 1982. – 216 с.
40. **Дубинский, С.** ANSYS и ANSYS/CivilFEM в строительстве / С. Дубинский // САПР и графика. – 2004. – № 12.
41. **Андреева, Е. Г.** Расчёт стационарных магнитных полей и характеристик электротехнических устройств с помощью программного пакета ANSYS / Е. Г. Андреева, С. П. Шамец, Д. В. Колмогоров // Нефтегазовое дело. – 2005. – Вып. 1.
42. **Ахназарова, С. Л.** Методы оптимизации эксперимента в химической технологии / С. Л. Ахназарова, В. В. Кафаров. – Москва : Высшая школа, 1985. – 327 с.
43. **Зайцев, Г. Ф.** Теория автоматического управления и регулирования. – 2-е изд., перераб. и доп. – Киев : Высшая школа, 1989. – 431 с.
44. **Pleshivtseva, Yu.** Time-optimal Control of Energy-efficient Heating of Aluminium Billet Srotating in DC Magnetic Field / Yu. Pleshivtseva, N. Zaikina, B. Nacke, A. Nikanorov // Przegląd Electrotechniczny (Electrical Review). – 2008. – R. 84 NR 11/2008. – P. 120 – 123.
45. **SolidWorks** 2007/2008. Компьютерное моделирование в инженерной практике / А. А. Алямовский и др. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2008. – 1040 с.
46. **Каталог** продукции ЗАО «Завод Тамбовполимермаш» [Электронный ресурс]. – URL : <http://tambovpolimer.ru/katalog/15>. – Загл. с экрана.
47. **Пресс** гидравлический вулканизационный 250-600 (1Э, 2Э, 4Э) [Электронный ресурс]. – URL : http://tambovpolimer.ru/katalog_id/33. – Загл. с экрана.
48. **Блох, Г. А.** Органические ускорители вулканизации каучуков / Г. А. Блох. – Москва–Ленинград : Химия, 1964. – 540 с.
49. **Platevulcanizingpressproductsfromalibaba.com** [Электронный ресурс] – URL : http://www.alibaba.com/product-gs/449198932/plate_vulcanizing_press.html – Загл. с экрана.

50. **Platevulcanizingpressproductsfromalibaba.com** [Электронный ресурс]. – URL : http://www.alibaba.com/product-gs/488304212/rubber_vulcanizing_press.html. – Загл. с экрана.
51. **Солодов, А. П.** MathCAD. Дифференциальные модели / А. П. Солодов, В. Ф. Очков. – Москва : Изд-во МЭИ, 2002. – 239 с.
52. **Кузнецов, Г. В.** Математическое моделирование температурных полей в процессе вулканизации типичных кабельных изделий / Г. В. Кузнецов, Е. В. Иванова // Известия Томского политехнического университета. – 2010. – Т. 316. – С. 38 – 41.
53. **Кафаров, В. В.** Методы кибернетики в химии и химической технологии / В. В. Кафаров. – Москва : Химия, 1985. – 448 с.
54. **Зедгинидзе, И. Г.** Планирование эксперимента для исследования многокомпонентных систем / И. Г. Зедгинидзе. – Москва : Наука, 1976. – 390 с.
55. **Форсайт, Дж.** Машинные методы математических вычислений / Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. – Москва : Мир, 1980. – 276 с.
56. **Айвазян, С. А.** Прикладная статистика: исследование зависимостей : справочное издание / С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин ; под ред. С. А. Айвазяна. – Москва : Финансы и статистика, 1985. – 487 с.
57. **Бондарь, А. Г.** Планирование эксперимента в химической технологии (основные положения, примеры и задачи) / А. Г. Бондарь, Г. А. Статюха. – Москва : Высшая школа, 1976. – 184 с.
58. **Форсайт, Дж.** Численное решение систем линейных алгебраических уравнений / Дж. Форсайт, К. Моулер. – Москва : Мир, 1969. – 167 с.
59. **Лоусон, Ч.** Численное решение задач метода наименьших квадратов / Ч. Лоусон, Р. Хенсон ; пер. с англ. – Москва : Наука, 1986. – 232 с.
60. **Тарасик, В. П.** Математическое моделирование технических систем : учебник для вузов / В. П. Тарасик. – Минск : ДизайнПРО, 2004. – 640 с.
61. **DesignXplorer** [Электронный ресурс]. – URL : www1.ansys.com/customer/content/documentation/130/wb_dx.pdf. – Загл. с экрана.
62. **Дмитриев, В. Г.** Тепловая модель вулканизационного прессы / В. Г. Дмитриев, П. Н. Мананников // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2002. – № 9. – С. 182 – 184.
63. **Заблодский, Н. Н.** Моделирование тепловых процессов сложных технологических устройств / Н. Н. Заблодский, И. А. Цодик, А. Д. Андрощук // Сборник научных трудов Донбасского ГТУ. – 2010. – Вып. 32. – С. 333 – 343.
64. **Махлис, Ф. А.** Терминологический справочник по резине : справочное издание / Ф. А. Махлис, Д. Л. Федюкин. – Москва : Химия, 1989. – 400 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ВУЛКАНИЗАЦИОННЫХ ПРЕССОВ С ИНДУКЦИОННЫМИ НАГРЕВАТЕЛЬНЫМИ ПЛИТАМИ	4
1.1. Гидравлические вулканизационные прессы для изготовления резинотехнических изделий	4
1.1.1. Конструкция прессы	6
1.1.2. Конструкции нагревательных плит и индукторов	7
1.1.3. Конструкции пресс-форм для изготовления резинотехнических изделий	8
1.1.4. Автоматическое регулирование температуры нагревательных плит	9
1.2. Методы расчёта устройств индукционного нагрева	10
1.3. Методы решения дифференциальных уравнений в частных производных	12
1.4. Обзор программных средств конечно-элементного анализа	14
2. РАЗРАБОТКА И ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ОДИНОЧНОЙ ПЛИТЫ	14
2.1. Математическое моделирование процесса разогрева одиночной плиты	14
2.1.1. Математическое описание теплового процесса при разогреве плиты	14
2.1.2. Расчёт температурного поля плиты методом конечных интегральных преобразований	20
2.1.3. Математическое описание электромагнитных процессов при разогреве плиты	29
2.1.4. Связанный электромагнитный и тепловой анализ температурного поля плиты в среде ANSYS	31
2.1.5. Исследование влияния числа итераций электромагнитного анализа на время и точность расчёта	43
2.1.6. Проверка адекватности математических моделей нагрева одиночной плиты прессы	45
2.1.7. Сравнительный анализ методик моделирования индукционного нагрева одиночной плиты	48
2.2. Моделирование процесса автоматического регулирования температуры плиты	53
2.2.1. Математическое описание процесса автоматического регулирования температуры плиты	53

2.2.2. Подбор шага по времени при расчёте процесса автоматического регулирования температуры плиты	54
2.2.3. Проверка адекватности математической модели автоматического регулирования температуры плиты	56
2.2.4. Особенности процесса нагрева и автоматического регулирования температуры плиты	60
3. ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ НАГРЕВАТЕЛЬНЫХ ПЛИТ И ПРЕСС-ФОРМ	63
3.1. Подходы к проектированию прессового оборудования	63
3.1.1. Интегральный подход	65
3.1.2. Дифференциальный подход	66
3.1.3. Сравнительный анализ интегрального и дифференциального подходов	67
3.1.4. Комплексный подход	70
3.2. Методика оптимизации параметров конструкции и режима функционирования нагревательных плит	75
3.2.1. Экспертный анализ параметров нагревательных плит	75
3.2.2. Применение методики планирования эксперимента для оптимизации конструкции и режима функционирования нагревательных плит	80
3.2.3. Реализация методики планирования эксперимента	90
3.3. Исследование эффективности пресс-форм для изготовления резинотехнических изделий	92
3.3.1. Моделирование стационарного режима нагрева пресс-форм и резинотехнических изделий	93
3.3.2. Расчёты стационарного режима нагрева пресс-форм и резинотехнических изделий	95
4. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ	102
4.1. Балансовые расчёты нагревательной плиты вулканизационного пресса	102
4.2. Расчёт числа витков прямоугольного индуктора нагревательной плиты пресса	105
4.3. Определение положения и тепловыделения индукторов нагревательной плиты вулканизационного пресса	108
4.4. Определение продолжительности разогрева нагревательной плиты вулканизационного пресса до рабочей температуры	110
4.5. Оптимизация положения индукторов нагревательной плиты пресса	111
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	113
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	114

Учебное издание

КАРПУШКИН Сергей Викторович
КАРПОВ Сергей Владимирович
ГЛЕБОВ Алексей Олегович

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРЕССОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВ РЕЗИНОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ

Учебное пособие

Редактор Л. В. Комбарова
Инженер по компьютерному макетированию Т. Ю. Зотова

ISBN 978-5-8265-1258-6



Подписано в печать 19.05.2014.
Формат 60×84 / 16. 6,98 усл. печ. л.
Тираж 100 экз. Заказ № 252

Издательско-полиграфический центр
ФГБОУ ВПО «ТГТУ»
392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106, к. 14
Тел. 8(4752) 63-81-08;
E-mail: izdatelstvo@admin.tstu.ru