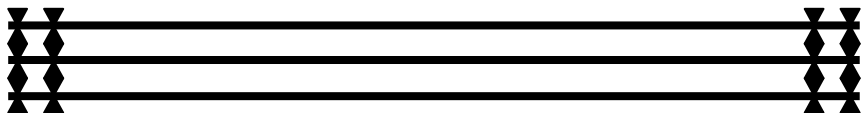


ОСНОВЫ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ И СВЯЗИ

◆ ИЗДАТЕЛЬСТВО ГОУ ВПО ТГТУ ◆



Учебное издание

ОСНОВЫ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ И СВЯЗИ

Методические рекомендации

Составители:

КАРПОВ Иван Георгиевич,
ГРИБКОВ Алексей Николаевич

Редактор И.В. Калистратова
Инженер по компьютерному макетированию Т.Ю. Зотова

Подписано в печать 28.03.2011.
Формат 60 × 84/16. 0,93 усл. печ. л. Тираж 100 экз. Заказ № 122

Издательско-полиграфический центр ГОУ ВПО ТГТУ
392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106, к. 14

Министерство образования и науки Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Тамбовский государственный технический университет»

ОСНОВЫ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ И СВЯЗИ

Методические рекомендации
для студентов дневного и заочного отделений,
обучающихся по направлению 210200 «Проектирование
и технология электронных средств»



Тамбов
Издательство ГОУ ВПО ТГТУ
2011

УДК 621.37
ББК 32.84
К26

Рекомендовано Редакционно-издательским советом университета

Рецензент

Доктор технических наук, заведующий кафедрой
«Технология машиностроения, металлорежущие станки
и инструменты» ГОУ ВПО ТГТУ
М.В. Соколов

Составители:

И.Г. Карпов, А.Н. Грибков

К26 Основы радиоэлектроники и связи : методические рекомендации / И.Г. Карпов, А.Н. Грибков. – Тамбов : Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2011. – 16 с. – 100 экз.

Приведены краткие теоретические сведения (обозначения, расчётные формулы и пояснения) и примеры решения задач по темам, входящим в раздел «Основы статистической радиотехники и теории связи».

Предназначены для студентов дневного и заочного отделений, обучающихся по направлению 210200 «Проектирование и технология электронных средств».

УДК 621.37
ББК 32.84

© Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Тамбовский государственный технический
университет» (ГОУ ВПО ТГТУ), 2011

ВВЕДЕНИЕ

«Основы радиоэлектроники и связи» является базовой учебной дисциплиной в системе подготовки дипломированных специалистов по направлению 210200 – «Проектирование и технология электронных средств».

Предметом изучения дисциплины «Основы радиоэлектроники и связи» являются методы анализа и синтеза радиотехнических систем, работающих в условиях помех. В ней рассматриваются способы математического представления сообщений, сигналов и помех, методы формирования и преобразования сигналов в радиотехнических цепях, вопросы анализа помехоустойчивости и оптимального приёма сообщений, основы теории информации и кодирования.

Знания, полученные в результате изучения дисциплины, являются базой для глубокого усвоения материала по существующим и перспективным методам передачи информации, сравнительному анализу этих методов и выявлению наиболее рациональных способов повышения эффективности радиоэлектронных систем.

В методических рекомендациях приведены краткие теоретические сведения (обозначения, расчётные формулы и пояснения) и примеры решения задач по темам, входящим в раздел «Основы статистической радиотехники и теории связи».

СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «ОСНОВЫ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ И СВЯЗИ»

ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ РАДИОТЕХНИКИ И ТЕОРИИ СВЯЗИ

Тема 1. Сигналы и помехи в системах связи

Классификация радиотехнических сигналов и помех. Случайные процессы. Способы описания случайных процессов. Стационарные и нестационарные случайные процессы. Эргодическое свойство стационарных случайных процессов. Корреляционная функция и спектральная плотность стационарного случайного процесса. Узкополосные случайные процессы. Основные статистические модели сигналов и помех. Прохождение случайных сигналов через линейные цепи. Нормализация случайных процессов в узкополосных линейных цепях.

Расчётные формулы по теме 1

Математическое ожидание $m_{\xi}(t)$, дисперсия $D_{\xi}(t)$ и корреляционная функция (КФ) $R_{\xi}(t_1, t_2)$ случайного процесса (СП) $\xi(t)$ определяются (при усреднении по ансамблю) выражениями

$$m_{\xi}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} xp_{\xi}(x, t)dx, \quad (1.1)$$

$$D_{\xi}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [x - m(t)]^2 p_{\xi}(x, t) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p_{\xi}(x, t) dx - m_{\xi}^2(t), \quad (1.2)$$

$$R_{\xi}(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x_1 - m_{\xi}(t_1)][x_2 - m_{\xi}(t_2)] p_{\xi}(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2, \quad (1.3)$$

где $p_{\xi}(x, t)$ и $p_{\xi}(x_1, x_2; t_1, t_2)$ – соответственно одномерная и двумерная плотности вероятности СП.

Для стационарного СП

$$m_{\xi}(t) = m_{\xi} = \text{const}, \quad (1.4)$$

$$D_{\xi}(t) = D_{\xi} = \sigma_{\xi}^2 = \text{const}, \quad (1.5)$$

$$R_{\xi}(t_1, t_2) = R_{\xi}(t_2 - t_1) = R_{\xi}(\tau) = \text{const}. \quad (1.6)$$

При усреднении по времени, располагая одной длинной реализацией $x(t)$ случайного процесса $\xi(t)$, имеем

$$\bar{m}_{\xi} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt, \quad (1.7)$$

$$\bar{D}_{\xi} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \bar{m}_{\xi}]^2 dt, \quad (1.8)$$

$$\bar{R}_{\xi}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \bar{m}_{\xi}][x(t - \tau) - \bar{m}_{\xi}] dt. \quad (1.9)$$

Если характеристики (1.4) – (1.6) по величине совпадают с соответствующими характеристиками (1.7) – (1.9), то говорят, что стационарный СП является эргодическим.

КФ $R_{\xi}(\tau)$ и спектральная плотность $S_{\xi}(f)$ стационарного СП связаны между собой преобразованиями Фурье

$$R_{\xi}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\xi}(f) \cos(2\pi f\tau) df, \quad (1.10)$$

$$S_{\xi}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\xi}(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau, \quad (1.11)$$

где $S_{\xi}(f)$ определена на интервале $-\infty < f < \infty$.

Связь между $R_{\xi}(\tau)$ и $S_{\xi}(f)$ можно представить в другом виде, если полагать, что $S_{\xi}(f)$ определена на интервале $0 < f < \infty$

$$R_{\xi}(\tau) = \int_0^{\infty} S_{\xi}^{+}(f) \cos(2\pi f\tau) df, \quad (1.12)$$

$$S_{\xi}^{+}(f) = 4 \int_0^{\infty} R_{\xi}(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau. \quad (1.13)$$

Интервал корреляции τ_k стационарного СП определяется выражением

$$\tau_k = \int_0^{\infty} |r_{\xi}(\tau)| d\tau, \quad (1.14)$$

где $r_{\xi}(\tau)$ – нормированная корреляционная функция, $-1 \leq r_{\xi}(\tau) \leq 1$.

Ширина $S_{\xi}^{+}(f)$ оценивается эффективной шириной спектра $\Delta f_{\text{эф}}$

$$\Delta f_{\text{эф}} = \frac{1}{S_{\xi \max}^{+}} \int_0^{\infty} S_{\xi}^{+}(f) df. \quad (1.15)$$

Если на входе дифференцирующей цепи действует стационарный СП $\xi(t)$ со средним значением m_{ξ} и КФ $R_{\xi}(\tau)$, то среднее значение, КФ и спектральная плотность СП $\eta(t)$ на её выходе определяются выражениями

$$m_{\eta} = 0, \quad R_{\eta}(\tau) = -a^2 \frac{d^2}{d\tau^2} R_{\xi}(\tau), \quad S_{\eta}(f) = a^2 f^2 S_{\xi}(f). \quad (1.16)$$

Физическая спектральная плотность $S_{\eta}^{+}(f)$ СП на выходе линейной цепи при известной её комплексной частотной характеристике (КЧХ) $K(jf)$ определяется по формуле

$$S_{\eta}^{+}(f) = |K(jf)|^2 S_{\xi}^{+}(f). \quad (1.17)$$

Формула для КФ стационарного СП на выходе линейной цепи имеет вид

$$R_{\eta}(\tau) = \int_0^{\infty} S_{\eta}^{+}(f) \cos(2\pi f\tau) df = \int_0^{\infty} |K(jf)|^2 S_{\xi}^{+}(f) \cos(2\pi f\tau) df, \quad (1.18)$$

а формула для шумовой полосы пропускания линейной цепи

$$\Delta f_{\text{ш}} = \frac{1}{K_0^2} \int_0^{\infty} |K(jf)|^2 df, \quad (1.19)$$

где K_0 – максимальное значение КЧХ на какой-то определённой частоте, например на $f = 0$.

КЧХ линейной цепи равна

$$K(j\omega) = \frac{Z_{\text{вых}}}{Z_{\text{вх}} + Z_{\text{вых}}}, \quad (1.20)$$

где $Z_{\text{вх}}$ и $Z_{\text{вых}}$ – соответственно входное и выходное комплексные сопротивления цепи.

Если известна импульсная характеристика (ИХ) $h(t)$ линейной цепи, то в этом случае её КЧХ определяется выражением

$$K(j\omega) = \int_0^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (1.21)$$

Тема 2. Введение в теорию оптимального радиоприёма

Помехоустойчивость и её основные задачи. Основные понятия теории статистических решений. Корреляционный приём. Оптимальный линейный фильтр по критерию минимума среднего квадрата ошибки. Согласованный фильтр и его основные характеристики.

Расчётные формулы по теме 2

Импульсная характеристика и комплексная частотная характеристика согласованного фильтра (СФ) при детерминированном сигнале $s(t)$ и белом шуме $n(t)$ на его входе определяются выражениями:

$$h_{\text{сф}}(t) = ks(t_0 - t), \quad (2.1)$$

$$K_{\text{сф}}(j\omega) = k S^*(j\omega) e^{-j\omega t_0}, \quad (2.2)$$

где k – коэффициент пропорциональности, имеющий смысл размерного коэффициента передачи (усиления); t_0 – момент времени, при котором достигается максимальное значение выходного сигнала (обычно совпадает со временем окончания сигнала на входе СФ); $S^*(j\omega)$ – комплексно-сопряжённый спектр входного сигнала.

Отношение сигнал/шум на выходе СФ

$$q_{\text{сф}} = \frac{2E_s}{N_0}, \quad (2.3)$$

где $E_s = \int_0^{t_0} s^2(t) dt$ – энергия сигнала; N_0 – физическая спектральная плотность белого шума.

Если на вход согласованного фильтра поступает пачка из n видеоимпульсов с амплитудой U_m , длительностью τ_u и периодом повторения τ , то выражение для КЧХ имеет вид

$$K(j\omega) = \frac{kU_m}{j\omega} (1 - e^{-j\omega\tau_u}) \left(1 + e^{-j\omega\tau} + e^{-j2\omega\tau} + \dots + e^{-j(n-1)\omega\tau} \right). \quad (2.4)$$

Тема 3. Обнаружение и различение сигналов

Критерии оптимального обнаружения и различения сигналов. Оптимальное обнаружение детерминированных и квазидетерминированных сигналов. Структурные схемы оптимальных обнаружителей. Показатели качества обнаружения. Различение детерминированных сигналов. Структурные схемы оптимальных различителей. Потенциальная помехоустойчивость оптимальных различителей при различных видах манипуляции.

Расчётные формулы по теме 3

Правило принятия решения по критерию Неймана-Пирсона при обнаружении детерминированного сигнала $s(t)$ на фоне белого шума $n(t)$ со спектральной плотностью N_0 :

$$y \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} h, \quad (3.1)$$

где

$$y = \frac{2}{N_0} \int_0^T x(t)s(t)dt - \quad (3.2)$$

достаточная статистика; $x(t) = \lambda s(t) + n(t)$ – наблюдаемая реализация СП; $\lambda = 0$ или 1 ; h – пороговый уровень.

Условные числовые характеристики гауссовской статистики y :

а) при $\lambda = 1$, $m_1 = q^2$, $D_1 = q^2$, $\sigma_1 = q$, где $q^2 = 2E_s / N_0$;

б) при $\lambda = 0$, $m_0 = 0$, $D_0 = q^2$, $\sigma_0 = q$.

Формулы для вероятностей правильного обнаружения $P_{\text{по}}$, ложной тревоги $P_{\text{лт}}$, пропуска $P_{\text{проп}}$

$$P_{\text{по}} = P(y > h / \lambda = 1) = \int_h^{\infty} p_{sn}(y) dy = 1 - \Phi\left(\frac{h - q^2}{q}\right), \quad (3.3)$$

$$P_{\text{лт}} = P(y > h / \lambda = 0) = \int_h^{\infty} p_n(y) dy = 1 - \Phi\left(\frac{h}{q}\right), \quad (3.4)$$

$$P_{\text{проп}} = P(y < h / \lambda = 1) = \int_{-\infty}^h p_{sn}(y) dy = \Phi\left(\frac{h - q^2}{q}\right), \quad (3.5)$$

где $p_n(y)$, $p_{sn}(y)$ – соответственно, плотности вероятности достижимой статистики для шума и смеси сигнала с шумом; $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-y^2/2) dy$ – интеграл вероятностей.

Правило принятия решения по критерию идеального наблюдателя при различении детерминированных сигналов $s_1(t)$ и $s_0(t)$ на фоне белого шума $n(t)$ со спектральной плотностью N_0 определяется выражением, аналогичному (3.1):

$$\begin{matrix} H_1 \\ y > h \\ H_0 \end{matrix}$$

где

$$y = \frac{2}{N_0} \int_0^T x(t)[s_1(t) - s_0(t)] dt - \quad (3.6)$$

достаточная статистика; $x(t) = s_i(t) + n(t)$, $i = 0$ или 1 ;

$$h = \ln \frac{P_0}{P_1} + \frac{1}{2}(q_1^2 - q_0^2) - \quad (3.7)$$

пороговый уровень; P_0 , P_1 – априорные вероятности появления на интервале наблюдения T соответственно сигнала $s_0(t)$ или $s_1(t)$; $q_i^2 = 2E_i / N_0$, где E_i – энергия сигнала $s_i(t)$.

Если $P_0 = P_1 = 0,5$, $E_0 = E_1 = E$, $q_0 = q_1 = q$, то $h = 0$ и условные числовые характеристики достаточной статистики y равны:

a) при приёме сигнала $s_1(t)$

$$m_1 = q^2(1 - r_s), \quad D_1 = 2q^2(1 - r_s), \quad \sigma_1 = q\sqrt{2(1 - r_s)}; \quad (3.8)$$

б) при приёме сигнала $s_0(t)$

$$m_0 = -q^2(1 - r_s), \quad D_0 = 2q^2(1 - r_s), \quad \sigma_0 = q\sqrt{2(1 - r_s)}, \quad (3.9)$$

где $r_s = \frac{2}{E} \int_0^T s_1(t)s_0(t)dt$ – коэффициент взаимной корреляции между сигналами $s_1(t)$ и $s_0(t)$. Для частотной манипуляции $r_{счм} = 0$, для фазовой манипуляции $r_{сфм} = -1$.

Помехоустойчивость оптимального различителя характеризуется зависимостью вероятности полной ошибки $P_{\text{ош}}$ от отношения сигнал/шум q :

$$P_{\text{ош}} = f(q).$$

При $P_0 = P_1 = 0,5$ и $q_0 = q_1 = q$

$$P_{\text{ош}} = P(s_1/s_0) = P(s_0/s_1),$$

где $P(s_1/s_0)$ – условная вероятность принять решение, что на входе $s_1(t)$, когда в действительности $s_0(t)$; $P(s_0/s_1)$ – условная вероятность принять решение, что на входе $s_0(t)$, хотя в действительности на входе $s_1(t)$. Поэтому

$$P_{\text{ош}} = \int_{-\infty}^h p_{s_0}(y)dy = \int_h^{\infty} p_{s_1}(y)dy = 1 - \Phi\left(q\sqrt{\frac{1 - r_s}{2}}\right), \quad (3.10)$$

где $p_{si}(y)$ – плотность вероятности достаточной статистики при приёме сигнала $s_i(t)$.

Если используются АМ_н-сигналы (амплитудно-манипулированные), когда приём «1» соответствует наличию $s_1(t) = s(t)$, а «0» соответствует отсутствию сигнала $s_0(t) = 0$, то $h = 1/2q^2$ и условные числовые характеристики, как в задаче обнаружения, соответственно равны:

а) при наличии сигнала $s(t)$: $m_1 = q^2, D_1 = q^2, \sigma_1 = q$;

б) при отсутствии сигнала $s(t)$: $m_0 = 0, D_0 = q^2, \sigma_0 = q$.

Вероятность ошибки при различении АМ_н-сигналов равна

$$P_{\text{ош}} = P(0|s) = P(s|0) = \int_{-\infty}^h p_{sn}(y)dy = \int_h^{\infty} p_n(y)dy = 1 - \Phi(q/2). \quad (3.11)$$

Тема 4. Оценка и фильтрация параметров сигнала

Основные методы оценки параметров сигнала. Оценка энергетических и неэнергетических параметров сигнала. Оптимальные схемы измерения параметров сигнала. Сигнальная и шумовая функции. Постановка задачи оптимальной фильтрации сообщений. Критерии оптимальности фильтрации. Получение сообщений из белого шума с помощью формирующих фильтров. Линейный фильтр Калмана.

Расчётные формулы по теме 4

Пусть на входе оптимального измерителя параметра сигнала действует аддитивная смесь

$$\xi(t) = s(t, \lambda) + n(t),$$

где $s(t, \lambda)$ – детерминированный сигнал с неизвестным, подлежащим оценке параметром λ ; $n(t)$ – белый шум с физической спектральной плотностью N_0 . Тогда сигнальная функция, подлежащего оценке неэнергетического параметра определяется выражением

$$S(\lambda) = \frac{2}{N_0} \int_0^T s(t, \lambda_0) s(t, \lambda) dt, \quad (4.1)$$

где T – интервал наблюдения; λ_0 – истинное значение оцениваемого параметра.

Выражение для сигнальной функции энергетического параметра имеет следующий вид:

$$S(\lambda) = \frac{2}{N_0} \int_0^T \left[s(t, \lambda_0) s(t, \lambda) - \frac{1}{2} s^2(t, \lambda) \right] dt. \quad (4.2)$$

За степень точности приближения оценки параметра $\hat{\lambda}$ к его истинному значению принимают дисперсию оценки. Если на входе оптимального измерителя действует аддитивная смесь детерминированного сигнала с параметром, подлежащим оценке, и белого шума, то дисперсия оценки обратно пропорциональна второй производной от сигнальной функции, взятой с отрицательным знаком в точке $\lambda = \lambda_0$

$$D_{\hat{\lambda}} = - \frac{1}{S''(\lambda)} \Big|_{\lambda = \lambda_0}. \quad (4.3)$$

Уравнения наблюдения и сообщения в непрерывном времени для аналоговой линейной фильтрации имеют вид

$$x(t) = H(t)\lambda(t) + n(t), \quad (4.4)$$

$$d\lambda(t)/dt = -\alpha\lambda(t) + n_{\lambda}(t), \quad (4.5)$$

где $H(t)$ – известная функция времени; α – полоса частот сообщения, определяемая на уровне 0,5 его спектральной плотности; $n_\lambda(t)$ – информационный белый шум.

Для дискретного времени

$$x_v = H_v \lambda_v + n_v, \quad (4.6)$$

$$\lambda_v = \beta_{v-1} \lambda_{v-1} + n_{\lambda v}, \quad (4.7)$$

где $v = 0, 1, 2, \dots, n$.

Уравнения аналоговой линейной фильтрации имеют вид

$$\frac{d\hat{\lambda}(t)}{dt} = -\alpha(t)\hat{\lambda}(t) + \frac{2H(t)R(t)}{N_0} [x(t) - H(t)\hat{\lambda}(t)], \quad (4.8)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = -2\alpha(t)R(t) + \frac{N_\lambda}{2} - \frac{2H^2(t)R^2(t)}{N_0}, \quad (4.9)$$

где $R(t)$ – апостериорная дисперсия оценки сообщения $\hat{\lambda}(t)$; N_λ и N_0 – спектральные плотности информационного и входного белых шумов соответственно.

Для дискретного времени уравнения фильтрации имеют вид

$$\hat{\lambda}_v = \beta_{v-1} \hat{\lambda}_{v-1} + \frac{H_v R_v}{D_v} [x_v - H_v \beta_{v-1} \hat{\lambda}_{v-1}], \quad (4.10)$$

$$R_v^{-1} = (\beta_{v-1}^2 R_{v-1} + D_{\lambda v})^{-1} + H_v^2 D_v^{-1}, \quad (4.11)$$

где $D_{\lambda v}$ и D_v – дисперсии информационного и входного гауссовских дискретных шумов соответственно.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Ошибка измерения дальности до цели с помощью РЛС распределена по гауссовскому закону со средним квадратическим отклонением 15 м и нулевым средним значением. Найти вероятность того, что ошибка измерения по модулю не превысит 20 м.

Решение:

Обозначим случайную ошибку через ξ . Имеем $m_\xi = 0$, $\sigma_\xi = 15$ м.

1. Найдём

$$P(|\xi| \leq 20 \text{ м}) = P(-20 \text{ м} \leq \xi \leq 20 \text{ м}) = \Phi(z_2) - \Phi(z_1),$$

где $\Phi(z) = (2\pi)^{-0,5} \int_{-\infty}^z \exp(-z^2/2) dz$ – интеграл вероятности.

2. С помощью таблицы для интеграла вероятности производим расчёт $\Phi(z_2)$ и $\Phi(z_1)$:

$$z_2 = \frac{\beta - m_\xi}{\sigma_\xi} = \frac{20 - 0}{15} = 1,33, \quad \Phi(1,33) = 0,9082,$$

$$z_1 = \frac{\alpha - m_\xi}{\sigma_\xi} = \frac{-20 - 0}{15} = -1,33, \quad \Phi(-1,33) = 1 - \Phi(1,33) = 1 - 0,9082 = 0,0918.$$

Следовательно

$$P(-20 \text{ м} \leq \xi \leq 20 \text{ м}) = \Phi(z_2) - \Phi(z_1) = 0,9082 - 0,0918 = 0,8164.$$

Ответ: 0,8164.

Пример 2. Оптимальный различитель по критерию идеального наблюдателя применяется в дискретной двоичной системе радиосвязи с использованием АМ_n-сигналов, когда наличие сигнала $s(t)$ соответствует получению «1», а отсутствие сигнала – получению «0».

Рассчитать числовые характеристики достаточной статистики, построить в масштабе её условные плотности вероятности, на этом графике указать пороговый уровень и вероятность ошибки $P_{\text{ош}}$, если различение проводится на фоне белого шума с $N_0 = 10^{-10} \text{ В}^2 \cdot \text{с}$, а сигналом является детерминированный радиоимпульс $s(t) = U_m \cos(\omega_0 t)$, $0 \leq t \leq \tau_u$, где $U_m = 1 \text{ мВ}$, $\tau_u = 1 \text{ мс}$. При этом появление «1» и «0» равновероятно.

Решение:

1. Определение отношения сигнал/шум q

$$q^2 = \frac{2E}{N_0} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} U_m^2 \tau_u}{N_0} = U_m^2 \frac{\tau_u}{N_0} = \frac{10^{-6} \cdot 10^{-3}}{10^{-10}} = 10, \quad q = \sqrt{q^2} = \sqrt{10} = 3,16.$$

2. Определение числовых характеристик достаточной статистики и порогового уровня h . Для АМ_n-сигналов $r_s = 0$. Поэтому:

а) если присутствует сигнал $s(t)$, то

$$m_1 = q^2 = 10; D_1 = q^2 = 10; \sigma_1 = q = 3,16;$$

б) если сигнал $s(t)$ отсутствует, то

$$m_0 = 0; D_0 = D_0 = q^2 = 10; \sigma_0 = q = 3,16;$$

в) если $P_1 = P_0 = 0,5$, то пороговый уровень

$$h = \ln \frac{P_0}{P_1} + \frac{1}{2} q^2 = \frac{1}{2} q^2 = \frac{1}{2} 10 = 5.$$

3. Построение $p_{sn}(y)$ и $p_n(y)$ (рис. 1).

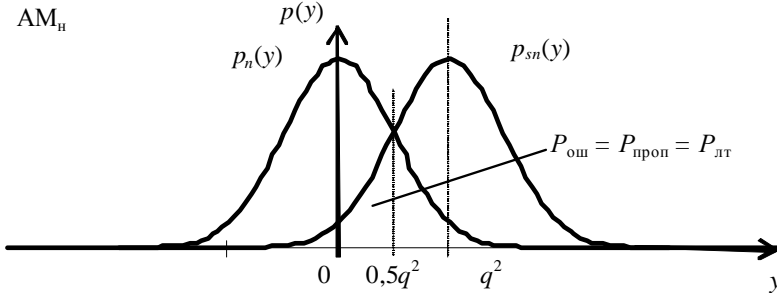


Рис. 1. Плотности вероятности достаточной статистики

4. Определение $P_{ош}$

$$P_{ош} = P(0 | s) = \int_{-\infty}^h p_{sn}(y) dy = \Phi\left(\frac{h - m_1}{\sigma_1}\right) = \Phi\left(\frac{0,5q^2 - q^2}{q}\right) = \Phi\left(-\frac{1}{2}q\right) = 1 - \Phi\left(\frac{q}{2}\right).$$

$$P_{ош} = 1 - \Phi(3,16/2) = 1 - \Phi(1,58) = 1 - 0,9429 = 0,0571.$$

На графике (рис. 1) $P_{ош}$ равно или $P(0/s)$ или $P(s/0)$.

Пример 3. Записать выражение для комплексной частотной характеристики согласованного фильтра и начертить его функциональную схему. Сигнал представляет собой одиночный прямоугольный видеоимпульс с длительностью τ_u .

Решение:

1. Определение комплексной частотной характеристики фильтра по формуле (2.2):

$$K_0(j\omega) = k S^*(j\omega) e^{-j\omega t_0}.$$

Комплексно-сопряжённый спектр входного сигнала $S^*(j\omega)$ получим на основе известных соотношений

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt = \int_0^{\tau_u} U_m e^{-j\omega t} dt = \frac{U_m}{-j\omega} (e^{-j\omega\tau_u} - 1),$$

$$S^*(j\omega) = S(-j\omega) = \frac{U_m}{j\omega} (e^{j\omega\tau_u} - 1).$$

Следовательно

$$K_0(j\omega) = \frac{kU_m}{j\omega} (e^{j\omega\tau_u} - 1) e^{-j\omega t_0}.$$

Полагая время наблюдения $t_0 = \tau_u$, получим

$$K_0(j\omega) = \frac{kU_m}{j\omega} (e^{j\omega\tau_u} - 1)e^{-j\omega\tau_u} = \frac{kU_m}{j\omega} (1 - e^{-j\omega\tau_u}).$$

2. Построение функциональной схемы фильтра. Выражение для $K_0(j\omega)$ позволяет реализовать фильтр двумя способами, представленными на рис. 2 (а, б).

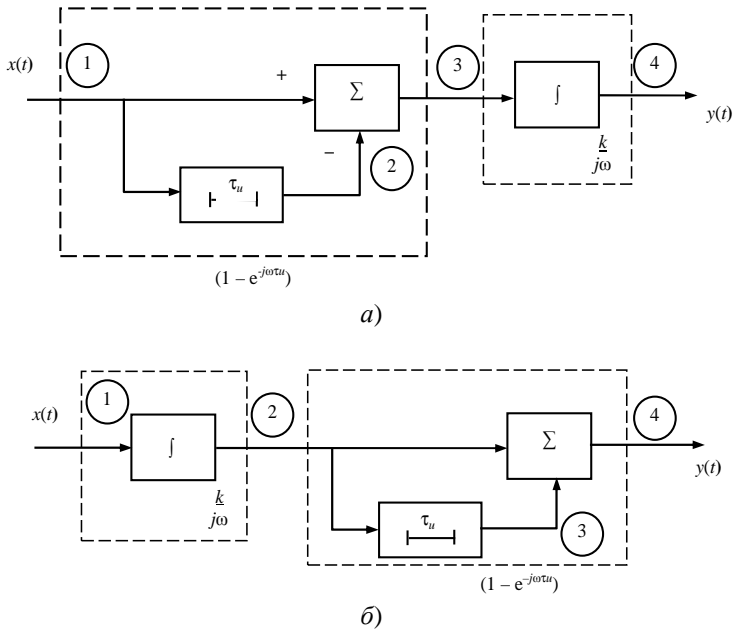


Рис. 2. Функциональная схема фильтра

Пример 4. На вход оптимального в смысле максимума правдоподобия измерителя поступает аддитивная смесь белого шума со спектральной плотностью $N_0/2$ и детерминированного радиоимпульса

$$s(t, \varphi) = a \sin(\omega t + \varphi), \quad 0 \leq t \leq \tau_u,$$

где a и ω – соответственно амплитуда и частота радиоимпульса; τ_u – длительность радиоимпульса; $\lambda = \varphi$ – начальная фаза радиосигнала, подлежащая оценке.

Определить дисперсию оценки начальной фазы радиоимпульса.

Решение:

1. Выбор исходной формулы. Выражение для дисперсии оценки параметра в соответствии с формулой (4.3) имеет вид

$$D_{\varphi} = \frac{-1}{S''(\varphi)|_{\varphi=\varphi_0}},$$

где φ_0 – истинное значение начальной фазы радиоимпульса.

2. Определение сигнальной функции начальной фазы радиоимпульса. Так как фаза φ является незнергетическим параметром, то сигнальная функция

$$\begin{aligned} S(\varphi) &= \frac{2}{N_0} \int_0^T s(t, \varphi_0) s(t, \varphi) dt = \frac{2a^2 \tau_u}{N_0} \int_0^{\tau_u} \sin(\omega t + \varphi) \sin(\omega t + \varphi_0) dt = \\ &= \frac{2a^2}{N_0} \frac{1}{2} \left[\int_0^{\tau_u} \sin(\varphi - \varphi_0) dt - \int_0^{\tau_u} \sin(2\omega t + \varphi_0 + \varphi) dt \right] = \\ &= \frac{a^2 \tau_u}{N_0} \cos(\varphi - \varphi_0) = q^2 \cos(\varphi - \varphi_0), \end{aligned}$$

где $q = \sqrt{\frac{2E}{N_0}} = \sqrt{\frac{a^2 \tau_u}{N_0}}$, $E = \frac{1}{2} a^2 \tau_u$.

При выводе формулы использовано выражение

$$\sin(\alpha) \sin(\beta) = [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)] / 2,$$

а также было учтено, что $\int_0^{\tau_u} \cos(2\omega t + \varphi + \varphi_0) dt$ при достаточно большом

τ_u или равен нулю (если $\tau_u = k \frac{2\pi}{\omega}$, где $k = 1, 2, 3, \dots$), или пренебрежимо мал по сравнению с первым интегралом.

3. Определение второй производной от сигнальной функции

$$\frac{d}{d\varphi} S(\varphi) = -q^2 \sin(\varphi - \varphi_0); \quad \frac{d^2}{d\varphi^2} S(\varphi) = -q^2 \cos(\varphi - \varphi_0).$$

При этом $\frac{d^2}{d\varphi^2} S(\varphi)|_{\varphi=\varphi_0} = -q^2$.

4. Определение дисперсии оценки амплитуды

$$D_{\varphi} = \frac{-1}{S''(\varphi)|_{\varphi=\varphi_0}} = \frac{1}{q^2}.$$

Ответ: $D_{\varphi} = 1/q^2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карпов, И.Г. Основы радиоэлектроники и связи. Ч I. Основы оптимального радиоприёма : учебное пособие / И.Г. Карпов, А.Н. Грибков. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2009. – 80 с.
2. Нефёдов, В.И. Основы радиоэлектроники и связи / В.И. Нефёдов. – М. : Высшая школа, 2005. – 506 с.
3. Баскаков, С.И. Радиотехнические цепи и сигналы / С.И. Баскаков. – М. : Высшая школа, 2000. – 462 с.
4. Каганов, В.И. Основы радиоэлектроники и связи / В.И. Каганов, В.К. Битюгов. – М. : Горячая линия – Телеком, 2006. – 542 с.
5. Радиотехнические цепи и сигналы : задачи и задания / Под ред. А.Н. Яковлева. – М. : ИНФРА-М, 2003. – 348 с.