

**В.Ф. ПЕРШИН, В.Г. ОДНОЛЬКО, С.В. ПЕРШИНА**

# **ПЕРЕРАБОТКА СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ В МАШИНАХ БАРАБАННОГО ТИПА**

Москва  
"Машиностроение"  
2009

УДК 677.057.443:66.047.75  
ББК Л116-51  
П26

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор МГУИЭ  
*Д.А. Баранов*

Доктор технических наук, профессор ТГТУ  
*М.А. Промтов*

**Першин В.Ф., Однолько В.Г., Першина С.В.**

П26      Переработка сыпучих материалов в машинах барабанного  
типа. – М.: Машиностроение, 2009. – 220 с. – 400 экз.  
ISBN 978-5-94275-483-9

В монографии с единых позиций энергетического подхода рассмотрены закономерности движения сыпучего материала в машинах барабанного типа. Приведены математические модели процессов движения, смешивания, гранулирования, классификации сушки и дозирования.

Для инженерно-технических работников, занимающихся переработкой сыпучих материалов, преподавателей, аспирантов и студентов машиностроительных и технологических специальностей.

УДК 677.057.443:66.047.75

ББК Л116-51

ISBN 978-5-94275-483-9

© В.Ф. Першин, В.Г. Однолько,  
С.В. Першина, 2009

Научное издание

**ПЕРШИН Владимир Федорович,  
ОДНОЛЬКО Валерий Григорьевич,  
ПЕРШИНА Снежана Владимировна**

# **ПЕРЕРАБОТКА СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ В МАШИНАХ БАРАБАННОГО ТИПА**

Редактор Т.М. Глинкина  
Инженер по компьютерному макетированию Т.Ю. Зотова

Сдано в набор 20.03.2009 г. Подписано в печать 18.08.2009 г.  
Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Times New Roman.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 12,79. Уч.-изд. л. 12,5.  
Тираж 400 экз. Заказ 290

ООО «Издательство Машиностроение»,  
107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Подготовлено к печати и отпечатано в Издательско-полиграфическом центре  
Тамбовского государственного технического университета  
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

По вопросам приобретения книги обращаться по телефону 8(4752)638108  
E-mail: [izdatelstvo@admin.tstu.ru](mailto:izdatelstvo@admin.tstu.ru)

## ВВЕДЕНИЕ

---

---

Машины барабанного типа широко используются в народном хозяйстве для переработки мелкодисперсных сыпучих материалов со специфическими свойствами, часто затрудняющими проведение химических реакций и процессов тепло- и массообмена. К ним относятся реакторы, печи, сушилки, холодильники, смесители, грануляторы, грохоты и т.д. Характерной особенностью машин барабанного типа является то, что в них можно реализовать совмещенные процессы, например, грануляцию и сушку, измельчение и классификацию и т.п.

В данной монографии приводятся результаты многолетних теоретических и экспериментальных исследований авторов в области моделирования процессов переработки сыпучих материалов и создания новых конструкций машин и аппаратов барабанного типа. В основу описания движения сыпучего материала в барабане, которое определяет интенсивность и эффективность проводимых технологических процессов, положен энергетический принцип, отражающий общие закономерности движения дисперсных систем в сложном силовом поле.

Авторы выражают глубокую признательность кандидату технических наук М.М. Свиридову, доктору технических наук Ю.Т. Селиванову и кандидату технических наук В.Л. Негрову за совместные исследования, которые нашли отражения в книге.

Главы 1, 2, 3, 5, параграфы 8.1, 8.2, 8.3 подготовлены В.Ф. Першиным, глава 4 – В.Ф. Першиным и С.В. Першиной, главы 6, 7 – В.Ф. Першиным и В.Г. Однолько, параграф 8.4 – С.В. Першиной.

### Глава 1

## ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МАШИНАХ БАРАБАННОГО ТИПА И СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛАХ

---

---

### 1.1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ

Трудно назвать отрасль промышленности, в которой не используются машины, главным рабочим органом которых является горизонтальный или наклоненный под небольшим углом к горизонту вращающийся барабан. Разнообразны как технологическое назначение машин барабанного типа, так и их размеры: от грохотов, в которых реализуется чисто механический процесс, до реакторов, где проводятся тепло-массообменные процессы, химические и биологические превращения, и от смесителей с объемом барабана менее 1 м<sup>3</sup> до цементных печей с диаметром барабана до 7,5 м и длиной свыше 200 м. Однако, несмотря на такое различие, все эти машины относятся к одному классу. Общими признаками являются [1] однотипность конструкции; объект переработки – мелкодисперсный сыпучий материал; общие закономерности движения сыпучего материала. Рассмотрим несколько примеров использования машин и аппаратов барабанного типа.

В технологической схеме получения карбамида с серным покрытием [2] используются пять машин барабанного типа. Подогрев гранул, покрытие их плавом серы, а затем изолирующим слоем парафина или воска могут осуществляться в одном трехсекционном барабане. Учитывая, что процессы охлаждения могут быть успешно реализованы в барабанных грануляторах-сушилках – холодильниках известных конструкций [3, 4], весь технологический процесс можно реализовать в одном многосекционном барабане, при этом полностью отпадает необходимость использования промежуточных транспортных средств, в частности, элеваторов.

Применяются машины барабанного типа и при производстве сложносмешанных удобрений с использованием шламов станции нейтрализации сточных вод. Так, например, при получении удобрений на Гомельском химическом заводе [5] кроме барабанных сушилок и грануляторов используются барабаны для кондиционирования, т.е. для опудривания гранул. Машины барабанного типа широко применяются в технологических схемах обогащения полезных ископаемых [6].

С ростом промышленного и жилищного строительства значительно возрастает потребность в коагулянтах, предназначенных для водоочистки. Разработан [7] непрерывный способ получения сернокислого алюминия из коалина. Обжиг коалина осуществляется в барабанной печи, а грануляция – в барабанном грануляторе-сушилке. Гранулированный коагулянт по совокупности физико-химических и технологических показателей не уступает очищенному сульфату алюминия и в отличие от негранулированного коагулянта не гигроскопичен, не слеживается и не пылит.

При утилизации отходов производства также используются машины барабанного типа, например барабанные сушилки и смесители в технологической схеме получения из фосфогипса [8] серы и окиси кальция, серного газа и окиси кальция, сернистого газа и портландцемента, сульфата аммония и карбоната кальция.

Прокалочные барабанные печи используются, например, при производстве углекислого стронция способом восстановления целестиновой руды [9], метафосфата алюминия реактивной чистоты [10] и т.д.

В самых разных производствах нашли широкое применение барабанные грохоты, например, при получении ванадиевых катализаторов [11], при расसेве гранул полистирола [12], который необходим для изготовления точных отливок в магнитных формах и т.д. В биотехнологии производства ферментов, настоек культуры ткани и продуктов гидролиза широко используются барабанные экстракторы [13]. В технологической схеме переработки бытовых отходов применяются [14] биотермический барабан, барабанный грохот, барабанная сушилка, барабанная печь пиролиза. В порошковой металлургии, например при производстве порошковых проволок [15], нашли применение барабанные смесители.

Используются барабаны в пищевой промышленности, например при солодовании зерна [16], в сельском хозяйстве для классификации и сушки [17, 18].

Новые перспективы широкого применения машин барабанного типа открываются в связи с разработкой технологии гранулирования методом окатывания ультрадисперсных порошков при добавлении водорастворимых полимеров [19], а также при производстве наноматериалов.

## 1.2. КЛАССИФИКАЦИЯ МАШИН БАРАБАННОГО ТИПА

Прежде чем приступить к классификации машин барабанного типа, рассмотрим общую схему этих машин, выделив функциональные системы (рис. 1.1), характерные для любой машины [1].

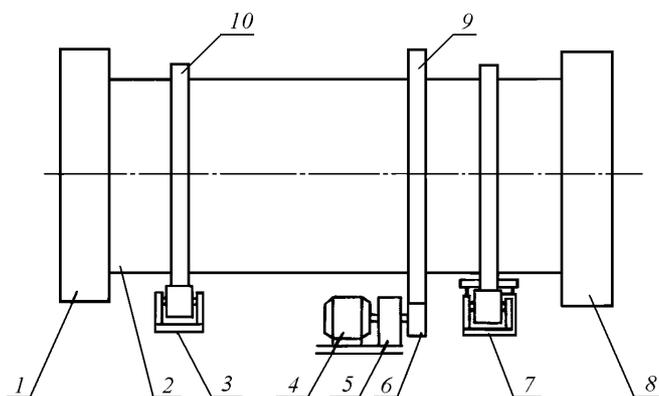


Рис. 1.1. Схема машины барабанного типа

1. Корпус. Это основная несущая конструкция машины, закрепленная на фундаменте или установленная другим способом. Корпус представляет собой цилиндрический барабан 2 (рис. 1.1). Барабан снабжен бандажными 10, передающими нагрузку от веса барабана, заполненного материалом, на ролики опорной 3 и опорно-упорной станции 7. На опорно-упорной станции имеются устройства, например упорные ролики, для предотвращения осевого перемещения барабана. Число опорных и опорно-упорных станций зависит, в основном, от размеров барабана.

2. Устройства для подачи и отвода основных и вспомогательных материалов. В машинах барабанного типа обычно используются две камеры для загрузки 1 и выгрузки 8 материала (рис. 1.1), а также для подвода и отвода газа. В грануляторах и реакторах имеются также устройства для подачи связующей жидкости, газообразных и жидких агентов. Иногда вместо камер устанавливают так называемые головки

[20], представляющие собой подвижные камеры, прижимаемые к барабану. Места соединений вращающегося барабана с неподвижными камерами или головками уплотняются специальными устройствами.

3. Исполнительные механизмы. Рабочие органы этих механизмов выполняют необходимые для реализации заданного технологического процесса кинематические и силовые функции, производя полезную работу. Применительно к машинам барабанного типа роль исполнительных механизмов играют различные внутренние устройства (лопасти, шнеки и т.д.).

4. Привод машины, включающий двигатели и передаточные механизмы. Чаще всего барабан приводится во вращение от электродвигателя 4 через редуктор 5, шестерню 6, сидящую на выходном валу редуктора, и венцовое колесо 9, которое укреплено на барабане 2 (см. рис. 1.1). Электродвигатель, редуктор и шестерня образуют приводную станцию. Барабан может также приводиться во вращение с помощью цепной передачи, фрикционной и т.д.

5. Система обогрева или охлаждения рабочих зон машин. Эта система может представлять собой узлы подачи и отвода газообразного теплоносителя, а при кондуктивном обогреве – камеры, установленные с наружной стороны барабана 2, нагревательные плиты, смонтированные внутри барабана, и т.д.

6. Система контроля технологических параметров и управления машиной. Чаще всего в качестве контролируемых и варьируемых параметров используют температуры материала и газа, давление газа.

7. Система и устройства для смазки. В машинах барабанного типа они установлены в приводе, опорных и опорно-упорных станциях.

Машины барабанного типа обычно классифицируют по виду реализуемых технологических процессов, конструктивным особенностям, непрерывности или периодичности работы, способу тепло- и массопереноса [1]. В технической литературе машины барабанного типа обычно рассматриваются как один из типов оборудования, применяемый в конкретной отрасли промышленности, или как устройство для реализации определенного процесса, например гранулирования. Такой узкий подход к машинам барабанного типа не позволил создать единую классификацию, которая необходима для разработки общих методик их расчета и могла быть использована для синтеза новых конструкций, например, методом морфологического ящика.

Представляется целесообразным использовать следующую классификацию машин барабанного типа [20].

1. По наличию внутренних устройств барабана и угловой скорости его вращения [1]: медленно вращающиеся барабаны без внутренних устройств (вращающиеся печи, охладительные барабаны и т.д.), быстро вращающиеся барабаны без внутренних устройств (грануляторы, смесители и т.д.); медленно вращающиеся барабаны с внутренними устройствами (сушилки, грануляторы-сушилки, дозаторы и т.д.).

2. По виду внутренних устройств: жестко соединенные с барабаном (лопасти, секторы, штыри и т.д.), подвижно соединенные с барабаном (лопасти, ковши, цепи и т.д.), неподвижные, не соединенные с барабаном (плиты, скребки и т.д.), подвижные, не соединенные с барабаном (роторные лопасти, шнеки и т.д.), подвижная насадка (шары, кресты, стержни и т.д.).

3. По схеме движения материала и по числу барабанов: одноходовые и многоходовые.

4. По приводу: с зубчатой, цепной, фрикционной, ременной передачей, с фрикционной через опорные ролики.

5. По конструкции узлов загрузки и выгрузки: с камерами, с откатными головками.

6. По числу опорных станций: двухопорные и многоопорные.

7. По способу крепления упорных роликов: с неподвижным упорным роликом, с подвижным упорным роликом и неподвижным гидроцилиндром, с подвижными упорными роликами и гидроцилиндром с закрепленным штоком.

8. По числу опорных роликов: с одинарными опорными роликами, с двойными опорными роликами.

9. По способу крепления венцового колеса к барабану: жесткое крепление, крепление тангенциальными пружинами, крепление аксиальными пружинами.

10. По способу крепления банджа: свободно надетый бандаж, крепление банджа на башмаках, жесткое крепление банджа к барабану.

11. По направлению движения сыпучего материала и обрабатываемого жидкого или газообразного агента: прямоточные, противоточные, с поперечной подачей обрабатываемого агента, комбинированные.

12. По типу установки: стационарные и передвижные.

13. По технологическому назначению: печи, сушилки, охладители, грануляторы, смесители, классификаторы, экстракторы, химические реакторы, биотермические барабаны, питатели, дозаторы.

14. По агрегатному состоянию обрабатывающих агентов:

твердое + твердое, твердое + жидкое, твердое + газообразное,  
твердое + жидкое + газообразное.

Следует отметить, что приведенная классификация не является детальной, поскольку, например, для внутренних устройств, жестко соединенных с барабаном, известны десятки различных конструкций, учитывающих специфику реализуемого в барабане процесса.

Если принять первые двенадцать признаков за оси морфологического ящика, можно получить миллионы вариантов сочетаний различных элементов. Реально полезное количество анализируемых вариантов, конечно, значительно меньше. Прежде чем анализировать сочетания узлов, раскрываемых морфологическим ящиком, необходимо в зависимости от заданных конкретных условий сократить до минимума количество анализируемых узлов тождественного назначения, т.е. относящихся к одной оси, и тогда число вариантов можно сократить до нескольких сотен, а в отдельных случаях до десятков.

Последние два признака классификации не учитываются, поскольку не содержат новых конструктивных признаков, а лишь конкретизируют выбор узлов машины в целом с учетом процесса, реализуемого в барабане, и агрегатного состояния обрабатывающих агентов. Именно эти признаки позволяют существенно сократить количество рассматриваемых вариантов. Морфологический анализ может привести к созданию новых рациональных конструкций, и это не противоречит задачам унификации по двум причинам. Во-первых, унификация дает наибольший эффект, когда в ее основу заложены наиболее прогрессивные варианты решения, а чтобы их найти, необходимо проанализировать все известные множества решений. Во-вторых, учитывая разнообразие процессов, реализуемых в барабанах, целесообразной является не только унификация машины в целом, но и унификация отдельных элементов конструкций, например опорных станций, что позволит у барабанов разного технологического назначения использовать одни и те же опорные станции. Высшим уровнем унификации в этом смысле является модульная конструкция машины барабанного типа.

### 1.3. СЫПУЧИЕ МАТЕРИАЛЫ КАК ОБЪЕКТ ПЕРЕРАБОТКИ

Под сыпучим материалом подразумевается дисперсная система, состоящая из твердых частиц произвольной формы, находящихся в контакте. В зависимости от диаметра  $d$  частиц сыпучий материал может быть в следующих состояниях [1]: пылевидном ( $d < 0,05$  мм), порошкообразном ( $0,05$  мм  $< d < 0,5$  мм), мелкозернистом ( $0,5$  мм  $< d < 2$  мм), крупнозернистом ( $2$  мм  $< d < 10$  мм), кусковым ( $d > 10$  мм).

Физико-механические свойства сыпучего материала, определяющие его динамическое поведение и структурообразование, изучены пока слабо [1] и нет единого мнения, какие из свойств надо регламентировать и учитывать при описании движения сыпучего материала.

Специалисты считают, что размер и форма частиц являются наиболее фундаментальными характеристиками сыпучего материала, и относят их к так называемым первичным свойствам [21]. Гранулометрический или дисперсный состав сыпучего материала – характеристика, показывающая, какую долю или процент по массе, объему, поверхности или числу частиц составляют определенные частицы или группы частиц во всей массе анализируемой пробы [1]. Гранулометрический состав определяют по ГОСТ 12536–79. Для экспериментального определения гранулометрического состава сыпучих материалов используются различные методы и соответствующие им приборы [22, 23].

К наиболее часто используемым на практике физическим свойствам сыпучих материалов относят [1] влажность, гигроскопичность, плотность, насыпную плотность, температуры плавления и воспламенения, взрыво- и пожароопасность и т.д. Способы определения физико-механических свойств подробно описаны в технической литературе [1, 3, 21, 23, 24, 26 – 31].

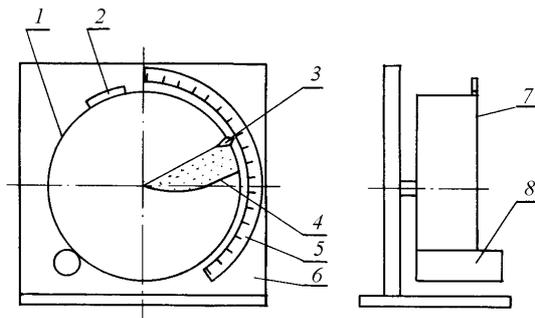
В качестве характеристик второго порядка обычно используют углы естественного откоса, обрушения, трения, шпателя, скольжения, трения о поверхность, предел текучести, начальное сопротивление сдвигу, модуль деформации, коэффициент Пуассона, слеживаемость и т.д. Способы определения этих характеристик и приборное оформление достаточно подробно описаны в литературе [1, 3, 21, 24, 25, 29]. Особый интерес представляют работы [32, 33], в которых исследуется взаимосвязь между параметрами сыпучих материалов и их поведением.

Выбор характеристик второго порядка, которые будут использованы при описании движения сыпучего материала, зависит от специфики этого движения, а также от применяемых математических моде-

лей. Нами для описания поведения сыпучего материала во вращающемся барабане использованы углы и коэффициенты трения движения и покоя [34 – 37].

Коэффициенты трения движения и покоя сыпучего материала являются комплексными величинами, характеризующими свойства частиц, включая влияние соударений между отдельными частицами в процессе их движения. Численно коэффициент трения движения равен тангенсу угла наклона открытой поверхности сыпучего материала к горизонту, при котором происходит переход частиц сыпучего материала от состояния движения к состоянию покоя, а коэффициент трения покоя – тангенсу угла, при котором происходит переход от покоя к движению.

В Тамбовском государственном техническом университете разработаны и внедрены конструкция и методика определения углов трения движения и покоя сыпучих материалов [34 – 37]. Устройство [34] (рис. 1.2) состоит из барабана 1 с прозрачным торцом 7. На внутренней поверхности обечайки барабана установлена лопасть 4, причем ее свободный край совпадает с осью вращения барабана, которое осуществляется приводом 8. Сыпучий материал загружается в барабан через люк 2



**Рис. 1.2. Схема устройства для определения углов трения покоя и движения**

с крышкой. Соосно с барабаном установлена угловая шкала 5, а на прозрачной торцевой стенке 7 имеется подвижный флажок 3. Барабан, привод и угловая шкала смонтированы на основании 6. Разработаны варианты ручного привода вращения барабана и привода от электродвигателя.

Последовательность определения углов следующая. Навеску исследуемого материала засыпают в барабан через люк 2. С помощью привода барабан приводят во вращение. Материал при вращении барабана попадает на вогнутую лопасть, поднимается вверх и при определенном положении лопасти ссыпается с нее. После начала ссыпания прекращают вращение барабана и, дождавшись, когда ссыпание закончится, совместив подвижный флажок с открытой поверхностью материала, находящегося на лопасти, по шкале 5 определяют угол наклона этой поверхности к горизонту. Как отмечалось выше, тангенс этого угла – есть коэффициент трения движения. Барабан повторно приводят во вращение, которое прекращают, как только материал начнет ссыпаться с лопасти. По положению флажка определяют угол трения покоя и затем коэффициент трения покоя.

Исследования, проведенные с различными сыпучими материалами, показали, что разница между коэффициентами трения движения и покоя может быть как незначительной (для гранулированного полиэтилена 0,7 и 0,81), так и весьма существенной (для чешуйчатого парафина 1 и 1,73), поэтому при расчете параметров, характеризующих движение сыпучих материалов, оба коэффициента необходимо учитывать.

Если углы отличаются незначительно, то барабан вращают с угловой скоростью  $\omega$ , равной 0,001 – 0,05 от критической, т.е. в режиме, когда наблюдаются периодические обрушения отдельных порций материала.

После определения угла трения движения  $\alpha_g$  повторно включают барабан и замеряют время  $\tau$ , за которое произошло пять обрушений материала. Среднее время между отдельными обрушениями будет равно  $\tau_{\text{ср}} = \tau / 5$ , а значение угла трения покоя  $\alpha_{\text{п}}$  определяется по формуле

$$\alpha_{\text{п}} = \alpha_g + \omega \tau_{\text{ср}}.$$

Опыт эксплуатации устройства позволяет сделать вывод о том, что его точность и производительность выше по сравнению с известными устройствами для определения аналогичных характеристик сыпучих материалов.

Анализ результатов определения углов трения движения и покоя углеродного наноматериала (УНМ) «Таунит» [38] показал, что наблюдается достаточно большой разброс численных значений, особенно при определении углов трения покоя. По всей видимости, причина возникновения ошибок за-

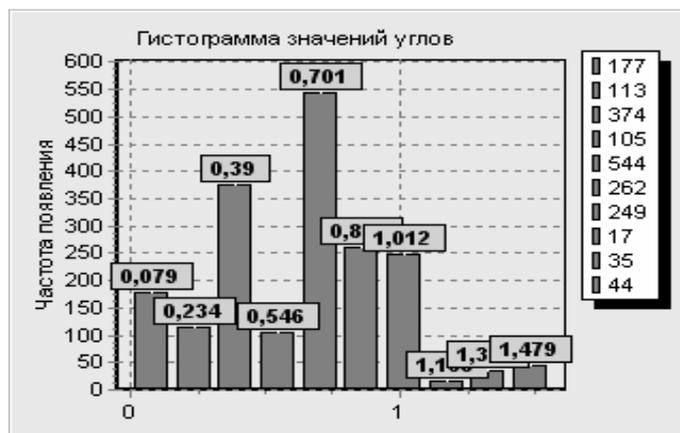
ключается в том, что момент начала устойчивого ссыпания материала с лопасти исследователь определяет визуально, т.е. оценка ситуации носит субъективный характер.

С целью устранения указанного недостатка разработан программно-аппаратный комплекс экспериментального определения углов и коэффициентов трения покоя и движения УНМ. Аппаратурной основой комплекса является прибор (рис. 1.2), персональный компьютер и цифровая видеокамера, соединенная с компьютером. Видеокамера установлена перед прибором таким образом, что ее оптическая ось совпадает с осью вращения барабана. Прибор дополнительно оснащен системой включения и выключения привода вращения, которая управляется компьютером.

Программой основой комплекса являются среда управления электронными таблицами Excel из состава Microsoft Office и специально разработанная программа для обработки графических изображений [39], базирующаяся на результатах предшествующих разработок [40, 41].

Определение угла трения движения в остановившемся барабане не представляет принципиальных сложностей, но при определении угла трения покоя необходимо зафиксировать угол наклона открытой поверхности материала во вращающемся барабане в том момент, когда начинается ссыпание материала с лопасти.

Для определения изображения, предшествующего моменту осыпания, осуществляется поиск, заключающийся в последовательном переборе изображений соответствующих состояний. При этом предыдущее состояние выступает трафаретом для сравнения с текущим состоянием. Таким образом выявляются точки несоответствия, из которых формируется карта изменений изображения текущего состояния. Поиск данных точек основан на совпадении цветов, т.е. всех их составляющих. Если разница между всеми составляющими меньше допустимой, то точки принимаются идентичными. В противном случае – нет. Увеличивая значение порога соответствия цвета, можно убирать шумы из интересующих изображений. На основе полученной карты вычисляется процент изменений, и если его значение превышает пороговое, то предыдущее изображение соответствует максимально возможному углу и начинается его дальнейшая обработка. Затем рассматривается первая четверть полученной карты, поскольку только она несет информационную нагрузку, так как именно в первой четверти находится исследуемый материал. Сканирование области осуществляется радиально с маленьким шагом по углу в пределах от 0 до  $\pi/2$ . При этом уравнением линии сканирования является уравнение прямой вида  $y = \text{tg}(\alpha)x$ . Для каждого значения угла считается число черных точек, лежащих на прямой. Так составляется выборочная совокупность. Для получившейся выборки считается математическое ожидание, которое и является искомым углом.



**Рис. 1.3. Пример результатов обработки экспериментальных данных**

Таким образом, применение методов математической статистики для обработки изображений позволяет работать даже с очень зашумленными изображениями (рис. 1.3).

Предлагаемая методика была использована при определении углов трения покоя и движения углеродного материала «Таунит» [42] и катализатора, который применяется при производстве УНМ. Полученные значения коэффициентов трения и покоя были использованы при расчете режимных и геометрических параметров барабанного грохота [43].

В принципе, представленный комплекс может быть использован для определения углов трения любых сыпучих материалов и если цвет материала не черный, то можно сменить цвет фона на приборе,

чтобы четче была видна граница исследуемого материала. Никаких изменений в программу вносить не надо, поскольку предусмотрена возможность автоматического определения цвета материала и фона.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 1

1. Конструирование и расчет машин химических производств / под ред. Э.Э. Кольман-Иванова. – М., 1985. – 408 с.
2. Способы получения удобрений с регулируемой растворимостью / М.Е. Позин, Р.Ю. Зинюк, Н.Н. Правдин, О.С. Авдякова // Химическая промышленность. – 1978. – № 2. – С. 29 – 33.
3. Классен, П.В. Основы техники гранулирования / П.В. Классен, И.Г. Гришаев. – М., 1982. – 272 с.
4. Отработка и внедрение процесса гранулирования диаммофоски / И.П. Шомин, А.А. Бродский, А.В. Кононов [и др.] // Химическая промышленность. – 1986. – № 6. – С. 23–24.
5. Использование шламов станции нейтрализации сточных вод для производства сложносмешанных удобрений / И.П. Наркевич, В.В. Печковский, С.В. Плышевский [и др.] // Химическая промышленность. – 1984. – № 1. – С. 32 – 34.
6. Практика внедрения трехпродуктового барабанного сепаратора для обогащения датолитовых руд в тяжелых суспензиях / А.О. Кожевников, А.М. Алехин, С.И. Петрунина [и др.] // Химическая промышленность. – 1978. – № 7. – С. 62–63.
7. Гиттис, Э.Б. Получение сульфата алюминия из каолина / Э.Б. Гиттис, Ф.И. Стригунов, Л.Ф. Васильева // Химическая промышленность. – 1985. – № 5. – С. 32–33.
8. Костыльков, И.Г. Эксергетическая оценка эффективности способов рекуперации серы из фосфогипса / И.Г. Костыльков, О.В. Рогачев // Химическая промышленность. – 1983. – № 11. – С. 36 – 40.
9. Гиттис, Э.Б. Восстановление целестина во вращающейся печи / Э.Б. Гиттис, Ф.И. Стригунов, С.К. Соляких // Химическая промышленность. – 1980. – № 4. – С. 60 – 62.
10. Непрерывный способ производства матафосфата алюминия реактивной чистоты / В.Г. Старенченко, Г.Г. Кошечев, В.Е. Козель [и др.] // Химическая промышленность. – 1982. – № 2. – С. 33–34.
11. Демин, В.В. Универсальная технологическая схема и аппаратурное оформление производства ванадиевых катализаторов различного типа / В.В. Демин, В.С. Бесков // Химическая промышленность. – 1985. – № 10. – С. 37 – 40.
12. Кравец, П.Т. Новый технологический процесс изготовления точных отливок в магнитных формах / П.Т. Кравец, А.А. Каширин, В.С. Гребельский // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1982. – № 12. – С. 33 – 35.
13. Гриншпун, В.Я. Развитие оборудования для экстрагирования продуктов микробиологического и растительного происхождения / В.Я. Гриншпун, В.Н. Жучкова, В.И. Медведева // Обзорная информация. Серия VII. Процессы и аппараты микробиологических производств. – М., 1985. – 52 с.
14. Пинчук, М. Нужное из ненужного / М. Пинчук // Наука и жизнь. – 1986. – № 7. – С. 56 – 61.
15. Разработка оборудования для транспортирования и смешивания порошкообразных материалов / А.Г. Червоненко, И.А. Шуляк, Ю.В. Заболотный [и др.] // Порошковая металлургия. – 1982. – № 11. – С. 96 – 100.
16. Валуйский, В.Я. Продвижение сыпучих продуктов через наклонный барабан / В.Я. Валуйский // Известия вузов. Сер. Пищевая технология. – 1965. – № 1. – С. 139 – 142.
17. Сушка пищевых растительных материалов / Г.К. Филоненко, М.А. Гришин, Я.М. Гольденберг [и др.]. – М., 1971. – 439 с.
18. Мальтри, В. Сушильные установки сельскохозяйственного назначения / В. Мальтри, Э. Петке, Б. Шнайдер. – М., 1979. – 525 с.
19. Витюгин, А.В. Метод окатывания в технологии ультрадисперсных порошков / А.В. Витюгин, О.А. Кайгородова, С.А. Цой // Применение аппаратов в порошковой технологии и процессов термосинтеза в народном хозяйстве. – Томск, 1987. – С. 95.
20. Першин, В.Ф. Машины барабанного типа: основы теории, расчета и конструирования / В.Ф. Першин. – Воронеж : Изд-во ВГУ, 1990. – 168 с.
21. Макаров, Ю.И. Аппараты для смешения сыпучих материалов / Ю.И. Макаров. – М., 1973. – 215 с.
22. Кафаров, В.В. Системный анализ процессов химической технологии. Процессы измельчения и смешения сыпучих материалов / В.В. Кафаров, И.Н. Дорохов, С.Ю. Арутюнов. – М., 1985. – 440 с.

23. Аоки, Р. Новая техника для исследований порошкообразных материалов / Р. Аоки // Кагаку когаку. – 1981. – Т. 45, № 2. – С. 63 – 71.
24. Коузов, П.А. Методы определения физико-химических свойств промышленных пылей / П.А. Коузов, Л.Я. Скрябина – Л., 1983. – 143 с.
25. Аоки, Р. Углы трения порошковых материалов / Р. Аоки // Кагаку когаку. – 1960. – Т. 24, № 8. – С. 598 – 600.
26. Кувшинников, И. М. Количественная оценка гигроскопичности удобрений / И. М. Кувшинников // Химическая промышленность. – 1985. – № 3. – С. 25 – 27.
27. Пестов, И.Е. Физико-химические свойства зернистых и порошкообразных химических продуктов / И.Е. Пестов. – М., 1947. – 32 с.
28. Мива, Сигэо Способы измерения объемной плотности частиц / Мива Сигэо // Кагаку кодзе. – 1973. – Т. 17, № 6. – С. 28 – 34.
29. Аракава, Р. Характеристики порошков и их измерения / Р. Аракава // Сэра-миккусу. – 1977. – Т. 12, № 5. – С. 399 – 412.
30. Зимон, А.Д. Аутогезия сыпучих материалов / А.Д. Зимон, Е.И. Андрианов. – М., 1978. – 288 с.
31. Зимон, А.Д. Адгезия пищевых масс / А.Д. Зимон. – М., 1985. – 272 с.
32. Карнаушенко, Л.И. Взаимосвязь напряжения в своде с основными параметрами сыпучих материалов / Л.И. Карнаушенко, Е.Г. Иоргачева // Применение аппаратов порошковой технологии и процессов термосинтеза в народном хозяйстве. – Томск, 1987. – С. 84–85.
33. Карнаушенко, Л.И. Экспериментальное исследование слеживаемости порошковых материалов / Л.И. Карнаушенко, П.Т. Новичкова, Н.К. Корнев // Применение аппаратов порошковой технологии и процессов термосинтеза в народном хозяйстве. – Томск, 1987. – С. 86 – 88.
34. А. с. 1083069 СССР, МКИ G 01 B 5/24. Устройство для определения углов естественного откоса и обрушения сыпучих материалов / М.П. Макевнин, В.Л. Негров, В.Ф. Першин, М.М.Свиридов (СССР). – № 3531902/25-28 ; заявл. 31.12.82 ; опубл. 30.03.84, Бюл. № 12. – 3 с.
35. А. с. 1430819 СССР, МКИ G 01 B 3/56. Способ определения угла трения покоя сыпучих материалов / В.Ф. Першин, Г.А. Минаев, В.Л. Негров (СССР). – № 4190913/25-28 ; заявл. 04.02.88 ; опубл. 15.10.88, Бюл. № 38. – 3 с.
36. Автоматизированное определение углов трения покоя и движения сыпучих материалов / А.И. Шершукова, С.В. Першина, А.М. Каменский, А.Г. Ткачев // Сборник научных трудов по материалам междунар. науч.-практ. конф. «Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании'2007». – Одесса, 2007. – Т. 3. – С 94 – 97.
37. А. с. 1478101 СССР, МКИ G 01 N 19/02. Способ определения коэффициента трения движения сыпучего материала / В.Ф. Першин, Г.А. Минаев. – № 4191624/25-28 ; заявл. 06.02.87 ; опубл. 07.05.89, Бюл. № 17. – 2 с.
38. Ткачев, А.Г. Углеродный наноматериал «Таунит» – структура, свойства, производство и применение / А.Г. Ткачев // Перспективные материалы. – 2007. – № 3. – С. 5 – 9.
39. Свидетельство № 2008610877 о государственной регистрации программ для ЭВМ. Определение углов трения движения и покоя сыпучего материала / А.М. Каменский, В.Ф. Першин, С.В. Першина, А.Г. Ткачев, А.И. Шершукова (РФ). – № 2007615274 ; заявл. 24.12.07 ; зарег. 20.02.08.
40. Автоматизированное определение углов обрушения зернистых материалов / А.И. Шершукова, Е.Ю. Чулков, А.В. Мороз, А.А. Селезнев // Сборник научных трудов по материалам междунар. науч.-практ. конф. «Современные направления теоретических и прикладных исследований'2007». – Одесса, 2007. – Т. 5. – С. 91–92.
41. Совершенствование метода автоматизированного определения углов обрушения сыпучих материалов / С.В. Першина, А.И. Шершукова, А.Б. Зобин, А.Г. Ткачев, В.Ф. Першин // Сборник научных трудов по материалам междунар. науч.-практ. конф. «Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании'2007». – Одесса, 2007. – Т. 3. – С. 92 – 94.
42. К вопросу промышленного использования углеродных наноматериалов / С.В. Першина, В.Ф. Першин, А.Г. Ткачев, А.И. Шершукова // Приборы. – 2007. – № 10. – С. 57 – 60.
43. Ткачев, А.Г. Механическая классификация катализаторов для производства углеродных наноматериалов / А.Г. Ткачев, С.В. Маслов, В.Ф. Першин // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2007. – Т. 13, № 3. – С. 741 – 746.

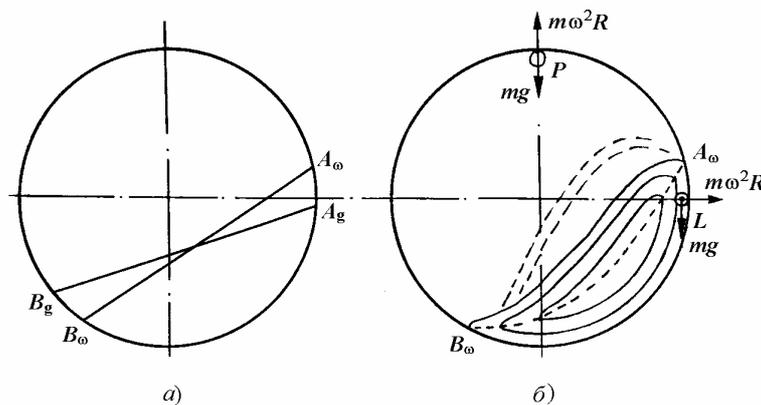
## ДВИЖЕНИЕ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В ГЛАДКОМ ВРАЩАЮЩЕМСЯ БАРАБАНЕ

### 2.1. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА

При вращении горизонтального или наклоненного под небольшим углом к горизонту барабана, частично заполненного сыпучим материалом, в его поперечном сечении можно наблюдать следующие режимы движения материала [1, 2, 3]:

- движение с обрушением, при котором периодически происходит перераспределение материала из положения с открытой поверхностью  $A_\omega B_\omega$  (рис. 2.1, а) в положение  $A_g B_g$ ;
- циркуляционное движение, при котором материал образует замкнутый циркуляционный контур (рис. 2.1, б), при этом часть материала движется либо по открытой поверхности искривленного сегмента, либо находится в полете (на рис. 2.1, б показано пунктиром);
- закритический режим движения, при котором весь материал вращается вместе с барабаном.

Возможно также движение с колебаниями, при котором сегмент материала, вращаясь вместе с барабаном, периодически поднимается на некоторую высоту, а затем перемещается вниз, проскальзывая относительно обечайки барабана. Данный режим возможен при малых угловых скоростях вращения барабана, малом заполнении барабана материалом



**Рис. 2.1. Схемы движения:**

а – с обрушениями; б – циркуляционного

и когда коэффициент трения частиц о внутреннюю поверхность барабана меньше коэффициента трения между частицами. При промышленной эксплуатации барабанов этот режим используется редко. Движение с обрушением также наблюдается довольно редко, в основном в медленно вращающихся печах.

На практике наиболее часто используется циркуляционное движение, поэтому рассмотрим более подробно именно этот режим. Обычно данный режим движения устойчиво существует при угловых скоростях вращения барабана  $(0,1 \dots 0,6) \omega_{кр}$ , где  $\omega_{кр}$  – критическая угловая скорость, при которой частица начинает вращаться вместе с обечайкой барабана.

Для определения численного значения  $\omega_{кр}$  рассмотрим условия равновесия отдельной частицы в поперечном сечении гладкого вращающегося барабана в точках  $L$  и  $P$  (см. рис. 2.1, б):

- для точки  $L$

$$mg - f_{тр} m \omega_{кр}^2 R = 0 \Rightarrow \omega_{кр} = \sqrt{\frac{g}{f_{тр} R}};$$

- для точки  $P$

$$mg - m \omega_{кр}^2 R = 0 \Rightarrow \omega_{кр} = \sqrt{\frac{g}{R}},$$

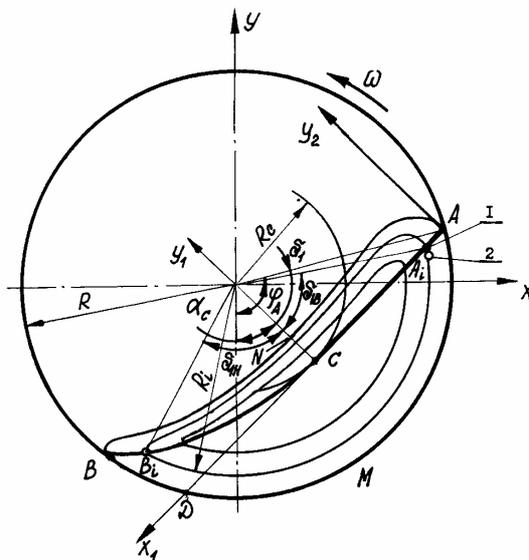
где  $m$  – масса частицы;  $g$  – ускорение свободного падения;  $f_{тр}$  – коэффициент трения частицы о внутреннюю поверхность барабана;  $R$  – расстояние от оси вращения барабана до центра тяжести частицы диаметром  $d$  (поскольку  $R \gg d$ , значение  $R$  принимают равным внутреннему радиусу барабана).

Если степень заполнения барабана материалом равна  $\xi$ , то угловая скорость вращения барабана, при которой весь материал будет вращаться вместе с ним, определяется по следующим формулам:

$$\omega_{кр} = \sqrt{\frac{g}{Rf_{тр.м}(1-\xi)^{0,5}}}; \quad \omega_{кр} = \sqrt{\frac{g}{R(1-\xi)^{0,5}}},$$

где  $f_{тр.м}$  – коэффициент внутреннего трения материала.

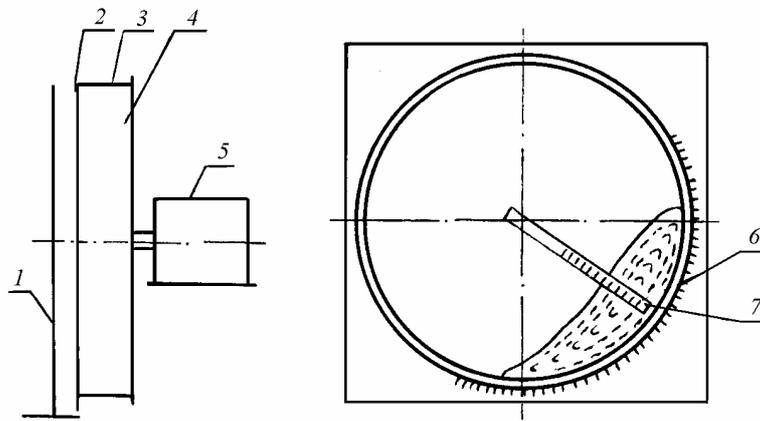
Очевидно, что с теоретической точки зрения численное значение критической скорости вращения будет равно большему из значений, полученных по приведенным выше формулам. На практике используют более простую формулу:  $\omega_{кр} = \sqrt{g/R}$ .



**Рис. 2.2. Схема к определению параметров движения сыпучего материала**

При циркуляционном движении в поперечном сечении барабана (рис. 2.2) весь материал можно разделить на поднимающийся (зона  $ACBM$ ) и скатывающийся (зона  $ACBN$ ) слои. Линия  $ACB$  – граница раздела слоев. Точка  $C$  – центр циркуляции, вокруг которого сыпучий материал движется по замкнутому контуру. На участке  $AC$  происходит переход частиц из поднимающегося слоя в скатывающийся, а на участке  $CB$ , наоборот, из скатывающегося в поднимающийся. В поднимающемся слое частицы движутся по concentric окружностям с центром на оси вращения барабана и с угловыми скоростями, равными угловой скорости вращения барабана.

Исследования движения сыпучего материала в поперечном сечении гладкого вращающегося барабана проводились на лабораторной установке (рис. 2.3). Установка включает барабан, состоящий из прозрачного диска 2, обечайки 3 и металлического диска 4, соединенного с приводом 5. Перед барабаном установлен прозрачный щит 1, на котором нанесена угловая шкала 6 и установлена подвижная линейка 7. Наличие прозрачного диска 2 позволило не только осуществить визуальное наблюдение за процессом движения, но и проводить фото- и киносъемку.



**Рис. 2.3. Схема лабораторной установки**

Качественный анализ процесса движения сыпучего материала в поперечном сечении гладкого вращающегося барабана позволяет сделать следующие выводы:

- после прекращения вращения барабана сыпучий материал принимает форму сегмента, причем открытая поверхность наклонена к горизонту под углом трения движения;
- переход сыпучего материала от покоя к движению и наоборот определяется равновесием отдельных частиц на открытой поверхности сегмента материала;
- материал образует замкнутый поток вокруг центра циркуляции и состоит из поднимающегося и скатывающегося слоев;
- граница раздела слоев несимметрична относительно центра циркуляции, причем с увеличением угловой скорости вращения барабана верхний участок границы укорачивается, а нижний – удлиняется, заметно искривляясь при этом;
- с увеличением угловой скорости вращения объем материала, находящегося в поднимающемся слое, уменьшается, а высота подъема его центра тяжести увеличивается.

Последний вывод послужил основанием для выдвижения гипотезы о постоянстве потенциальной энергии материала, находящегося в поднимающемся слое, при наличии установившегося режима движения [4], что позволило предложить энергетический метод описания движения сыпучего материала во вращающемся барабане.

Одной из основных задач при проектировании машин и аппаратов непрерывного действия является расчет распределения сыпучего материала по объему барабана и времени его пребывания в барабане. Экспериментально установлено [5], что при одинаковой производительности и скорости вращения степень заполнения барабана материалом в поперечных сечениях, равноудаленных от разгрузочного конца барабана, в барабанах разной длины практически одинакова, т.е. профиль сыпучего материала во вращающемся барабане формируется, начиная с разгрузочного конца. Установлено также, что поверхность сыпучего материала выпуклая, т.е. по мере удаления от разгрузочного конца барабана увеличение степени заполнения барабана материалом становится меньше.

Движение частиц в скатывающемся слое осуществляется по линии максимального ската, которая в общем случае зависит от угла наклона оси барабана к горизонту и распределения сыпучего материала по объему барабана. Следует отметить, что по толщине скатывающегося слоя положение линии максимального ската изменяется.

Расчет распределения сыпучего материала по объему барабана заключается в следующем. Барабан по длине разбивают на участки и последовательно, начиная от разгрузочного конца барабана, исходя из равенства производительностей, определяют степень заполнения барабана материалом на каждом участке.

## **2.2. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА**

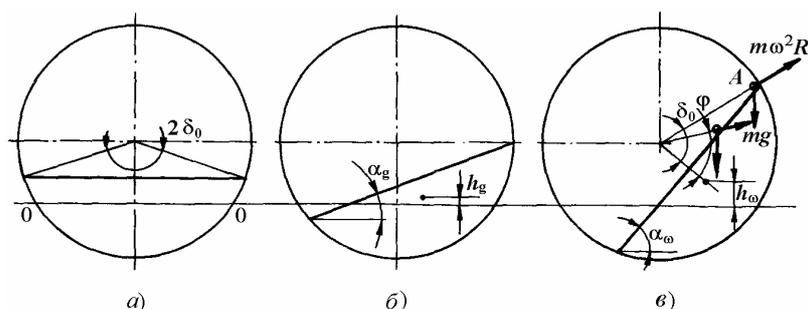
В настоящее время при описании движения сыпучего материала во вращающемся барабане используется либо "одночастичный" подход [7], при котором рассматривается равновесие отдельной частицы, либо метод "вязких течений" [2], согласно которому движение сыпучего материала рассматривается как течение вязкопластичной среды.

Первый подход успешно можно использовать только при описании свободного движения, например при сыпани материала с лопастей, а основной недостаток второго подхода заключается в том, что зависимости, которые в нем используются, содержат эмпирические коэффициенты, требующие определения на лабораторных установках. Кроме этого, метод "вязких течений" описывает симметричную относительно центра циркуляции границу раздела слоев, что не соответствует реальной картине, особенно при скоростях вращения барабана больших 0,2 от критической.

Поместим некоторое количество материала в горизонтальный барабан и рассмотрим его поперечное сечение (рис. 2.4, а). Горизонтальную линию, проведенную через центр тяжести сегмента материала, открытая поверхность которого горизонтальна, примем за "нулевой уровень" (линия 0-0, рис. 2.4, а). Данное положение системы соответствует теоретическому минимуму потенциальной энергии. Здесь и в дальнейшем под системой будем понимать совокупность частиц, неподвижных относительно обечайки барабана. Система самостоятельно не может занять указанное положение, поскольку существует трение между отдельными частицами, а также между частицами и обечайкой. Если барабан привести во вращение, а затем остановить, то открытая поверхность материала будет наклонена к горизонту под углом трения движения  $\alpha_g$  (рис. 2.4, б). Данное положение соответствует реальному минимуму потенциальной энергии, который система может достигать самостоятельно.

Если барабан снова привести во вращение, то некоторое время все частицы будут неподвижны относительно обечайки барабана, т.е. будут вращаться вместе с ней. Движение частиц по открытой поверхности сегмента начнется в тот момент, когда эта поверхность будет наклонена к горизонту под углом  $\alpha_\omega$  (рис. 2.4, в). В общем случае численное значение угла  $\alpha_\omega$ , зависит от коэффициента трения покоя сыпучего материала  $\alpha_n$ , угловой скорости вращения барабана и коэффициента заполнения его материалом. При малых угловых скоростях вращения барабана (меньше 0,1 от критической) угол  $\alpha_\omega$  равен углу трения покоя  $\alpha_n$ .

Положение системы (рис. 2.4, в) соответствует реальному максимуму потенциальной энергии системы для данного сочетания геометрических и режимных параметров, поскольку большее значение потенциальной энергии системы невозможно, так как неизбежно начнется движение частиц по открытой поверхности и, следовательно, масса системы уменьшится. Напомним, что под системой мы условились понимать совокупность частиц, неподвижных относительно обечайки барабана. Итак, часть частиц начинает двигаться после того, как система достигает определенного максимума потенциальной энергии. Как уже отмечалось выше, с увеличением угловой скорости вращения барабана объем материала, находящегося в поднимающемся слое, а следовательно, и его масса уменьшаются.



**Рис. 2.4. Схемы к определению значений потенциальной энергии**

Была выдвинута гипотеза [4] о том, что потенциальная энергия материала, находящегося в поднимающемся слое, при установившемся режиме движения есть величина постоянная, равная потенциальной энергии всего материала в неподвижном барабане, т.е.  $M_1gh_1 = M_2gh_2 = \dots = M_jgh_j = \dots = M_g h_g$ , где  $M$  – общая масса материала в барабане;  $M_j$  – масса материала, неподвижного относительно обечайки барабана;  $h_j$  – высота подъема центра тяжести материала относительно "нулевого уровня";  $h_g$  – высота подъема центра тяжести сегмента материала, когда его открытая поверхность наклонена к горизонту под углом  $\alpha_g$  (см. рис. 2.4, б).

Проверка данной гипотезы осуществлялась на лабораторной установке (см. рис. 2.3) с использованием фотосъемки. Фотосъемка осуществлялась через прозрачный диск. Фотоаппарат ориентировался оптической осью вдоль оси вращения барабана. Время экспозиции подбиралось таким, чтобы на негативах движущиеся частицы оставляли след в виде штриха. Полученные негативы проецировались на экран, где визуально определялась граница раздела слоев. Планометрированием определялась площадь, занимаемая поднимающимся споем. Вычислялись масса материала поднимающегося слоя, высота

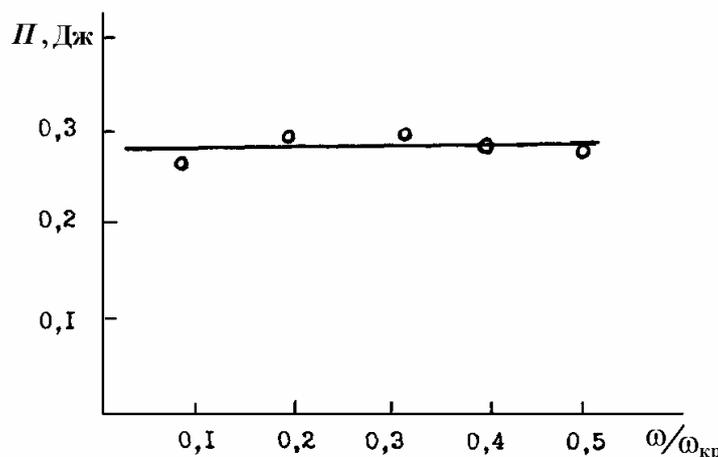
подъема центра тяжести и далее потенциальная энергия. Контроль за точностью определения границы раздела слоев осуществлялся выборочно, с использованием скоростной киносъемки

Статистическая обработка результатов эксперимента осуществлялась по общепринятым методикам [8]. На рис. 2.5 показаны характерные результаты определения потенциальной энергии поднимающегося слоя при различных угловых скоростях вращения барабана. В качестве сыпучего материала в данном случае использовались стеклянные шарики. Как видно из графика, при установившемся режиме движения, в данном случае при  $\omega / \omega_{кр}$  от 0,1 до 0,5, потенциальная энергия поднимающегося слоя практически постоянна и равна реальному минимуму потенциальной энергии (на рис. 2.5 реальный минимум показан сплошной линией). Во всех опытах расхождение значений реального минимума и экспериментальных значений потенциальной энергии не превышало 5 % и объяснялось в основном погрешностью измерений.

Результаты проведенных исследований позволяют сделать выводы:

а) для сыпучего материала, находящегося в преобладающем гравитационном поле, характерны два энергетических уровня – минимальный и максимальный;

б) система, состоящая из частиц, неподвижных относительно друг друга и совершающих движение в плоскости действия гравитационных сил, стремится, а при установившемся движении достигает возможного минимума потенциальной энергии за счет уменьшения своей массы путем перевода частиц за границы системы, т.е. в состояние движения относительно этой системы.



**Рис. 2.5. Зависимость потенциальной энергии материала поднимающегося слоя от скорости вращения барабана**

Наиболее наглядно это свойство сыпучих материалов проявляется при их движении в поперечном сечении гладкого вращающегося цилиндра. С увеличением угловой скорости вращения цилиндра неизбежно увеличивается высота подъема центра тяжести системы, поэтому для достижения устойчивого состояния система уменьшает свою массу, переводя большее количество частиц в скатывающийся слой, т.е. в состояние движения относительно системы.

Этот эффект саморегулирования наблюдается в довольно широком диапазоне изменения угловой скорости вращения цилиндра. Следует также особо отметить, что система переходит от состояния покоя к движению только после того, как достигнет максимального уровня потенциальной энергии, т.е. перейдет энергетический барьер.

## 2.3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА

### 2.3.1. ДВИЖЕНИЕ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ БАРАБАНА

Как уже отмечалось ранее, переход сыпучего материала от покоя к движению определяется равновесием отдельных частиц. При вращающемся барабане на частицу, находящуюся на открытой поверхности сегмента материала, будут действовать гравитационные и центробежные силы (см. рис. 2.4, в). Составим уравнение равновесия частицы:

$$mgs \sin \alpha_{\omega} - f_n mg \cos \alpha_{\omega} - m\omega^2 R \frac{\cos \delta_0}{\cos \varphi} (\sin \varphi + f_n \cos \varphi) = 0. \quad (2.1)$$

Численное значение угла  $\alpha_\omega$ , при котором частица начинает двигаться, зависит от ее положения на открытой поверхности, т.е. от величины угла  $\varphi$ . В наиболее неблагоприятных условиях с точки зрения перехода от покоя к движению находится частица, расположенная в точке  $A$ , т.е. при  $\varphi = \delta_0$ , так как на нее действует максимальная тормозящая составляющая от центробежной силы. Переход в движение именно этой частицы характеризует устойчивое движение всех частиц, находящихся на открытой поверхности сегмента материала. Из уравнения (2.1) угол  $\alpha_\omega$ , при котором начинается это движение, будет равен:

$$\alpha_\omega = \arccos \left\{ \left[ \frac{-f_n \omega^2 R (\sin \delta_0 + f_n \cos \delta_0) / g +}{+ \sqrt{f_n^2 + 1 - \omega^4 R^2 (\sin \delta_0 + f_n \cos \delta_0) / g^2}} \right] / (f_n^2 + 1) \right\}. \quad (2.2)$$

Таким образом, положение точки  $A$  можно охарактеризовать углом  $\Theta_A$ , который равен сумме углов  $\alpha_\omega$  и  $\delta_0$ .

Рассмотрим движение сыпучего материала в поперечном сечении гладкого вращающегося цилиндра [9]. В системе декартовых координат  $X_1 C Y_1$  (см. рис. 2.2) верхний участок границы раздела слоев совпадает с осью  $CX_1$ , а нижний с точностью, достаточной для практических расчетов, описывается следующим уравнением:

$$y_1 = a X_1^2, \quad (2.3)$$

$$\text{где } a = \frac{2R \sin \delta_0 \sin(\delta_0 - \delta_1)}{[2R \sin \delta_0 \sin(\delta_0 - \delta_1) - R \sin \delta_1]^2}.$$

Определим площадь поперечного сечения ( $S_n$ ) материала, неподвижного относительно обечайки, и координаты его центра тяжести ( $X_1^+$ ,  $Y_1^+$ ) [10]. Площадь  $S_n$  есть сумма двух площадей: площади кругового сегмента  $S_{AD}$  и фигуры, ограниченной прямой  $CD$ , дугой окружности  $BD$  и кривой  $CB$ ,  $S_{CDB}$ :

$$S_{AD} = 0,5 R^2 (2\delta_1 - \sin 2\delta_1 - \sin 2\delta_0); \quad (2.4)$$

$$S_{CDB} = \iint_S dS = \int_0^{y_{1B}} [f_1(y_1) - f_2(y_1)] dy, \quad (2.5)$$

где  $y_{1B} = 2R \sin \delta_0 \sin(\delta_0 - \delta_1)$  – ординаты точки  $B$  в системе координат  $X_1 C Y_1$ ;  $f_1(y_1) = \sqrt{R^2 - (y_1 - R \cos \delta_1)^2}$ ;  $f_2(y_1) = \sqrt{y_1/a}$ .

После подстановок, интегрирования и несложных преобразований выражение (2.5) принимает вид:

$$S_{CDB} = 0,5(y_{1B} - R \cos \delta_1) \cdot (R^2 \sin^2 \delta_1 + 2y_{1B} R \cos \delta_1 - y_{1B}^2)^{0,5} + 0,5 R^2 \left[ \cos \delta_1 \sin \delta_1 - \arcsin \left( \frac{R \cos \delta_1 - y_{1B}}{R} + \frac{\pi}{2} - \delta_1 \right) \right] - \frac{2y_{1B}^{1,5}}{3a^{0,5}}. \quad (2.6)$$

Координаты центра тяжести найдем по следующим формулам:

$$X_1^+ = \frac{S_{AD} X_{1AD} + S_{CDB} X_{1CDB}}{S_n}; \quad (2.7)$$

$$Y_1^+ = \frac{S_{AD} Y_{1AD} + S_{CDB} Y_{1CDB}}{S_n}. \quad (2.8)$$

Координаты центра тяжести кругового сегмента равны:

$$X_{1AD} = 0; \quad (2.9)$$

$$Y_{1AD} = R \cos \delta_1 - \frac{4}{3} R \frac{\sin^3 \delta_1}{2\delta_1 - \sin 2\delta_1}. \quad (2.10)$$

Координаты определим по следующим формулам:

$$x_{1CDB} = \frac{\iint x dS}{S_{CDB}} = \frac{1}{2S_{CDB}} \int_0^{y_{1B}} [f_1^2(y_1) - f_2^2(y_1)] dy; \quad (2.11)$$

$$y_{1CDB} = \frac{\iint y dS}{S_{CDB}} = \frac{1}{S_{CDB}} \int_0^{y_{1B}} y_1 [f_1(y_1) - f_2(y_1)] dy. \quad (2.12)$$

После подстановок, интегрирования и преобразований выражения (2.11, 2.12) принимают вид:

$$x_{1CDB} = \frac{1}{2S_{CDB}} \left[ R^2 y_{1B} \sin^2 \delta_1 + y_{1B}^2 \left( R \cos \delta_1 - \frac{1}{2a} \right) - \frac{y_{1B}^3}{3} \right]; \quad (2.13)$$

$$y_{1CDB} = \frac{1}{S_{CDB}} \left\{ \frac{R^3 \sin^3 \delta_1}{3} - \frac{[R^2 - (y_{1B} - R \cos \delta_1)^2]^{3/2}}{3} + R \cos \delta_1 \left[ \frac{y_{1B} - R \cos \delta_1}{2} \sqrt{R^2 - (y_{1B} - R \cos \delta_1)^2} + 0,5 R^2 \arcsin \left( \frac{y_{1B} - R \cos \delta_1}{R} + \frac{\pi}{2} - \delta_1 \right) + 0,5 R^2 \cos \delta_1 \sin \delta_1 \right] - \frac{2 y_{1B}^{2,5}}{5 a^{0,5}} \right\}. \quad (2.14)$$

Подставив (2.9 – 2.14) в формулы (2.7, 2.8), нетрудно определить значения  $x_1^+$ ,  $y_1^+$ .

В системе координат  $XOY$  (см. рис. 2.2) координаты центра тяжести материала, неподвижного относительно обечайки, будут равны:

$$x^+ = x_1^+ \cos(\alpha_\omega - \delta_0 - \delta_1) - (y_1^+ - R \cos \delta_1) \cdot \sin(\alpha_\omega + \delta_0 - \delta_1); \quad (2.15)$$

$$y^+ = x_1^+ \sin(\alpha_\omega + \delta_0 - \delta_1) + (y_1^+ - R \cos \delta_1) \cdot \cos(\alpha_\omega + \delta_0 - \delta_1). \quad (2.16)$$

Потенциальная энергия, которой обладает материал поднимающегося слоя, будет равна:

$$\Pi_n = LS_n \rho g \left( \frac{4}{3} R \frac{\sin^3 \delta_0}{2\delta_0 - \sin 2\delta_0} + y^+ \right), \quad (2.17)$$

где  $L$  – длина барабана;  $\rho$  – насыпная плотность материала.

Реальный минимум потенциальной энергии для данной системы

$$\Pi_{\min} = 0,5 L \rho g R^2 (2\delta_0 - \sin 2\delta_0) \left( \frac{4}{3} R \frac{\sin^3 \delta_0}{2\delta_0 - \sin 2\delta_0} \right) (1 - \cos \alpha_g). \quad (2.18)$$

Подставив в уравнение (2.17) значения  $S_n$  из формул (2.4),(2.5) и  $y^+$  из (2.16) и приравняв  $\Pi_n$  к  $\Pi_{\min}$  (2.18), получим уравнение с одним неизвестным  $\delta_1$ . Данное уравнение трансцендентно относительно  $\delta_1$ , поэтому значение  $\delta_1$  находится численным методом. Отметим, что  $\delta_1 \in [\delta_1; 0]$ .

При известном значении  $\delta_1$  координаты центра циркуляции  $\alpha_c$ ,  $R_c$  и толщину скатывающегося слоя  $CN$  можно определить по следующим формулам:

$$\alpha_c = \alpha_\omega + \delta_0 - \delta_1; \quad R_c = R \cos \delta_1; \quad (2.19)$$

$$CN = R \cos \delta_1 - R \frac{\cos \delta_0}{\cos(\delta_0 - \delta_1)}. \quad (2.20)$$

Координаты точек  $A$  и  $B$  в системе координат  $XOY$  определим по зависимостям

$$\begin{aligned}x_A &= R \sin(\alpha_\omega + \delta_0); \quad y_A = -R \cos(\alpha_\omega - \delta_0); \\x_B &= -R \sin(\delta_0 - \alpha_\omega); \quad y_B = -R \cos(\delta_0 - \alpha_\omega).\end{aligned}\quad (2.21)$$

Для машин барабанного типа периодического действия коэффициент заполнения барабана материалом постоянен по его длине, поэтому массу материала, находящегося в барабане, можно найти так:

$$M_0 = \frac{0,5 L \rho R^2}{2\delta_0 - \sin 2\delta_0}.\quad (2.22)$$

Масса материала поднимающегося слоя будет равна:

$$M_n = L \rho S_n,\quad (2.23)$$

где  $S_n$  – сумма площадей  $S_{AD}$  и  $S_{CDB}$ , определенных по формулам (2.4) и (2.6).

Массу материала, находящегося в скатывающемся слое, можно определить как разность  $M_0$  и  $M_n$  (2.22, 2.23). Отметим, что при таком подходе не делается никаких допущений о степени разрыхления материала скатывающегося слоя, а тот факт, что материал поднимающегося слоя имеет определенную постоянную удельную плотность  $\rho$ , не вызывает сомнений.

Зависимости (2.1) – (2.23) позволяют описать распределение сыпучего материала в поперечном сечении гладкого вращающегося барабана.

Экспериментальные данные [11] позволяют сделать вывод о том, что движение частиц, находящихся в скатывающемся слое, можно считать равноускоренным на участке разгона (выше сечения  $CN$ , рис. 2.2) и равнозамедленным на участке торможения (ниже сечения  $CN$ ).

Как показывают результаты фото- и киносъемки, скатывающийся слой материала состоит из ряда подслоев. При допущении, что толщина каждого подслоя равна диаметру частиц и что взаимодействия между отдельными частицами, в том числе и соударения, учитываются коэффициентами трения  $f_g$   $f_n$ , уравнение для определения скорости их движения, полученное с использованием методов механики многофазных концентрированных дисперсных систем [12], упрощается до уравнения, получаемого при одночастичном подходе [13]. Учитывая это, сделаем соответствующие допущения и используем одночастичный подход.

Уравнение движения частицы скатывающегося слоя в системе координат  $X_1 A Y_2$  запишем в следующем виде (см. рис. 2.2):

$$\ddot{x}_1 m + f_g m g \cos \alpha_c - m g \sin \alpha_c = 0,\quad (2.24)$$

где  $\ddot{x}$  – ускорение движения частицы.

Из уравнения (2.24) имеем:

$$\ddot{x}_1 = g \sin \alpha_c - f_g g \cos \alpha_c.\quad (2.25)$$

Последовательным интегрированием уравнения (2.25) получим выражения для определения скорости движения частицы и пройденного ею пути:

$$\dot{x}_1 = v_c = (g \sin \alpha_c - f_g g \cos \alpha_c) \tau + C_1;\quad (2.26)$$

$$x_1 = 0,5(g \sin \alpha_c - f_g g \cos \alpha_c) \tau^2 + C_1 \tau + C_2.\quad (2.27)$$

Постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  находятся из уравнений (2.26) и (2.27) при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{1(0)} &= -\omega R_c; \\x_{1(0)} &= (R^2 - R_c^2)^{0,5} - (R_j^2 - R_c^2)^{0,5},\end{aligned}$$

где  $R_j$  – радиус, на котором находится точка перехода частицы из поднимающегося слоя в скатывающийся.

Подставив в уравнение (2.27) значение  $x_i$ , равное расстоянию до центрального сечения, можно определить время движения  $i$ -й частицы на участке разгона:

$$\tau_{pi} = \frac{\omega R_c}{\ddot{x}} + \sqrt{\left(\frac{\omega R_c}{\ddot{x}}\right)^2 + \frac{2}{\ddot{x}} \sqrt{R_i^2 - R_c^2}}. \quad (2.28)$$

Совместное решение уравнений (2.26) и (2.28) дает выражение для определения скорости, которую имеет частица при прохождении центрального сечения:

$$v_{иц} = \sqrt{\omega^2 R_c^2 + 2\ddot{x} \sqrt{R_i^2 - R_c^2}}. \quad (2.29)$$

Ординату  $y_{иц}$  точки, через которую  $i$ -я частица проходит центральное сечение, можно найти, используя выражение, аналогичное полученному в работе [14]:

$$y_{иц} = R_c - R_i \frac{\cos \delta_i}{\cos(\alpha_c - \alpha_{\omega i})}. \quad (2.30)$$

Численное значение  $\alpha_{\omega i}$  находится по формуле (2.2) при подстановке вместо  $\delta_0$  значения  $\delta_i$ , а вместо  $R - R_i$ .

При принятом допущении о том, что на участке торможения частицы движутся равнозамедленно, время  $\tau_{ti}$  торможения  $i$ -й частицы можно определить из выражения:

$$\tau_{ti} = L_{ti} \frac{\left(1 + \frac{v_{жк}}{v_{иц}}\right)}{\left(\frac{v_{иц}}{2} - \frac{v_{жк}^2}{v_{иц}}\right)}, \quad (2.31)$$

где  $L_{ti}$  – путь торможения частицы;  $v_{жк}$  – проекция скорости частицы, в момент перехода ее из скатывающегося слоя в поднимающийся, на границу раздела слоев.

Учитывая вывод, полученный в работе [15], о том, что длину пути частицы в скатывающемся слое можно принимать равной длине участка границы раздела слоев между точками переходов частицы из слоя в слой, значение  $L_{ti}$  можно определить следующим образом:

$$L_{ti} = \int_0^{x_{1Bi}} \sqrt{1 + \dot{y}_1^2} dx = a x_{1Bi} \left(x_{1Bi} + \frac{1}{4a^2}\right)^{0,5} + \frac{1}{4a} \ln \left(x_{1Bi} + \sqrt{x_{1Bi} + \frac{1}{4a^2}}\right) + \sqrt{R_i^2 - R^2 \cos^2 \delta_i}. \quad (2.32)$$

Для нахождения  $x_{1Bi}$  необходимо совместно решить уравнение (2.3) и уравнение окружности радиуса  $R_i$ :

$$x_{1Bi} = \sqrt{\frac{2aR \cos \delta_1 - 1 - \sqrt{(2aR \cos \delta_1 - 1)^2 - 4a^2(R_i^2 - R^2 \cos^2 \delta_1)}}{2a^2}}.$$

Значение  $v_{жк} = \omega R_i \cos \xi_j$ , где  $\xi_j$  – угол между вектором окружной скорости и касательной к нижнему участку границы раздела слоев в точке перехода  $i$ -й частицы из скатывающегося слоя в поднимающийся.

Время  $\tau_{ci}$  пребывания  $i$ -й частицы в скатывающемся слое определяется как сумма времени разгона  $\tau_{pi}$  и торможения  $\tau_{ti}$  в поднимающемся слое будет равно  $\tau_{pi} = 2\delta_i/\omega$ , а время цикла  $i$ -й частицы, за которое она совершит один оборот вокруг циркуляции – сумме времен  $\tau_{ci}$  и  $\tau_{pi}$ .

При движении в скатывающемся слое сыпучий материал разрыхляется, т.е. увеличиваются зазоры между частицами. Степень разрыхления можно характеризовать коэффициентом  $K$ . Объемный коэффи-

коэффициент разрыхления  $K$  показывает, во сколько раз увеличивается объем, занимаемый сыпучим материалом в движении, по сравнению с объемом той же массы материала, находящегося в покое. Коэффициент разрыхления является важной характеристикой состояния сыпучего материала. В сушилках, охладителях, реакторах он во многом характеризует условия контакта обрабатывающего агента с обрабатываемым сыпучим материалом. В смесителях от коэффициента разрыхления зависит вероятность перехода частиц из одного движущегося подслоя в другой.

Для выявления причины возникновения разрыхления материала при его движении в скатывающемся слое рассмотрим движение двух соседних частиц, вышедших из поднимающегося слоя с одного и того же радиуса последовательно одна за другой (см. рис. 2.2). Вторая частица перейдет из поднимающегося слоя в скатывающийся через некоторое время  $\tau_{21}$  после перехода первой частицы. Время  $\tau_{21} = d/R\omega$ , где  $d$  – диаметр частиц. После перехода в скатывающийся слой частицы начинают двигаться равноускоренно, поэтому за время  $\tau$ , с момента перехода второй частицы в скатывающийся слой, они пройдут разные расстояния. Расстояние между частицами к моменту времени  $\tau$  будет равно:

$$\Delta\ell = \ddot{x}\tau_{12} + 0,5\ddot{x}\tau_{12}^2 - \omega R_c \tau_{12} \tau. \quad (2.33)$$

Линейный коэффициент разрыхления  $K_L$  будет равен:  $K_L = \Delta\ell/d$ .

При определении коэффициента разрыхления  $K_L$  в центральном сечении в выражение (2.33) необходимо подставить значение  $\tau$ , соответствующее времени движения второй частицы до центрального сечения.

Следует отметить, что объемный коэффициент разрыхления  $K$  не равен линейному  $K_L$ , так как при увеличении  $K_L$  больше двух наблюдается проникновение частиц вышележащих слоев в нижележащие. Отметим также, что коэффициент  $K_L$  увеличивается с увеличением длины открытой поверхности сегмента материала и с уменьшением угловой скорости вращения барабана.

Для нахождения среднего коэффициента разрыхления в центральном сечении скатывающегося слоя определим объем, который занимает определенное количество материала в движении:

$$V_d = CNv_{c.ср}L\tau,$$

где  $v_{c.ср}$  – средняя скорость движения частиц в центральном сечении скатывающегося слоя.

Объем  $V_n$ , который занимает такое же количество материала в поднимающемся слое, можно определить, учитывая, что частицы поднимающегося слоя движутся по концентрическим окружностям с угловой скоростью, равной скорости вращения барабана:

$$V_n = 0,5\omega(R^2 - R_c^2)L\tau. \quad (2.34)$$

В соответствии с определением коэффициент разрыхления будет равен:

$$K = \frac{V_d}{V_n} = \frac{2CNv_{c.ср}}{\omega(R^2 - R_c^2)}. \quad (2.35)$$

Зависимости (2.24) – (2.35) позволяют определить параметры, характеризующие движение сыпучего материала в поперечном сечении гладкого вращающегося барабана, необходимые для расчета машин периодического действия. Для расчета и проектирования машин и аппаратов непрерывного действия, которые все шире используются в промышленности, необходимо знать особенности движения материала вдоль оси барабана.

### 2.3.2. ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛА ВДОЛЬ ОСИ БАРАБАНА

При проектировании новых машин барабанного типа и модернизации действующих необходимо рассчитать производительность, распределение сыпучего материала и время пребывания его в барабане, так как именно эти параметры связывают размеры и режим работы барабана с процессом, реализуемым в нем [1].

Одной из характерных особенностей гладкого вращающегося барабана с подпорными кольцами на торцах является возможность изменения производительности, т.е. транспортирующей способности при постоянных геометрических параметрах барабана и угловой скорости его вращения за счет перераспределения сыпучего материала по объему барабана. Исходя из этого можно сделать вывод о том, что если

производительность задается питателем, который подает сыпучий материал в барабан, то расчет сводится либо к выяснению, может ли барабан при данных геометрических размерах и угловой скорости вращения обеспечить требуемую производительность и какими будут распределение сыпучего материала и время его пребывания в барабане, либо к определению геометрических размеров и угловой скорости вращения, обеспечивающих требуемое время пребывания.

Среднее время пребывания ( $\tau_c$ ) сыпучего материала в барабане можно определить по формуле:

$$\tau_c = V/Q, \quad (2.36)$$

где  $V$  – объем материала, находящегося в барабане;  $Q$  – объемная производительность.

При заданной производительности вопрос сводится к определению  $V$ , т.е. распределению сыпучего материала по объему барабана.

Рассмотрим движение сыпучего материала в гладком вращающемся цилиндре, ось которого наклонена к горизонту под углом  $\alpha$ . Разобьем барабан по длине на  $N$  участков длиной  $\Delta L$  и введем нумерацию участков, начиная от разгрузочного края. Принимаем, что заполнение сыпучим материалом поперечного сечения барабана, которое будем характеризовать углом  $2\delta_{0j}$  (см. рис. 2.2), изменяется ступенчато вдоль оси барабана ( $j$  – номер участка).

Будем считать, что за одно пребывание в скатывающемся слое частицы, находящиеся на открытой поверхности, переместятся вдоль оси на расстояние  $\Delta L$ . Данное условие всегда может быть обеспечено за счет изменения соотношения заполнения барабана материалом на соседних участках. При построении модели принимаем также следующие допущения:

1) все частицы мало отличаются друг от друга по форме, размерам и плотностям, т.е. рассматриваемый сыпучий материал не склонен к сегрегации;

2) при движении истирания, дробления и агломерации частиц не происходит.

Рассмотрим два соседних участка  $j$  и  $j+1$ .

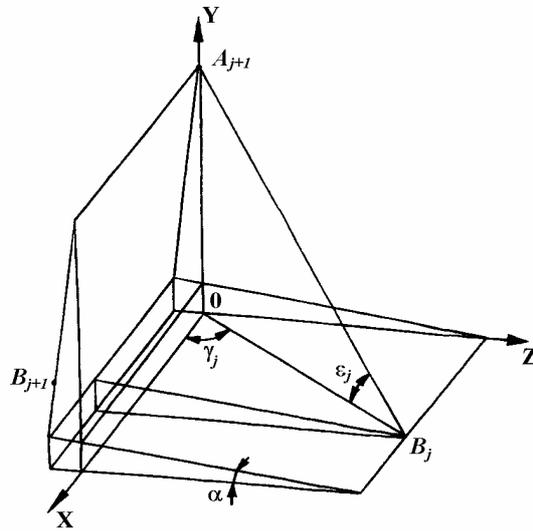
Как известно [11], движение частиц вдоль оси происходит по линии максимального ската. На рис. 2.6 дана схема для определения угла максимального ската  $\varepsilon_j$ , т.е. угла между линией  $A_{j+1}B_j$  и ее проекцией на горизонтальную плоскость, проведенную через точку  $O$  и точку  $B_j$ .

Из чисто геометрических соотношений получим:

$$\varepsilon = \arctg \frac{[(y_{A_{j+1}} - y_{B_j})/\cos \alpha] + [\Delta L - (y_{A_{j+1}} - y_{B_j}) \operatorname{tg} \alpha] \sin \alpha}{\sqrt{(x_{A_j} - x_{B_j})^2 + [\Delta L \cos \alpha - (y_{A_{j+1}} - y_{B_j}) \sin \alpha]^2}}. \quad (2.37)$$

Угол  $\gamma_j$  отклонения линии максимального ската от плоскости  $YXO$  в проекции на плоскость  $ZOX$  равен:

$$\gamma_j = \arctg \frac{\Delta L}{R[\sin(\alpha_{\omega, j+1} + \delta_{0, j+1}) + \sin(\delta_{0, j} - \alpha_{\omega, j})]}. \quad (2.38)$$



**Рис. 2.6. Схема к определению максимального угла ската**

Будем считать, что частица из точки  $A_{j+1}$  в точку  $B_j$  перемещается, двигаясь равноускоренно по прямой. В действительности движение частицы до центра циркуляции, т.е. на участке  $AC$ , будет близким к равноускоренному, а на участке  $CB$  – к равнозамедленному, однако средний угол наклона плоскости, по которой происходит скатывание частицы, будет равен углу  $\epsilon_j$ , что является обоснованием сделанному допущению.

Средняя скорость движения частицы будет равна:

$$v_{cpj} = 0,5\sqrt{2a_j L_{AB}}, \quad (2.39)$$

где  $L_{AB}$  – длина отрезка  $AB$ ;  $a_j$  – ускорение движения частицы,  $a_j = g(\sin \epsilon_j - f_d \cos \epsilon_j)$  (здесь  $g$  – ускорение свободного падения,  $f_d$  – коэффициент трения движения).

Скорость движения частиц по толщине скатывающегося слоя неодинакова и в первом приближении можно записать следующую зависимость:

$$v_{cpj} = 0,5\sqrt{\frac{2a_j L_{AB}(R - R_{cj})}{R_8 - R_{cj}}}, \quad (2.40)$$

где  $R$  – текущий радиус движения частицы в поднимающемся слое,  $R \in [R_8, R_{cj}]$ .

Скорость движения частиц вдоль оси барабана в зависимости от радиуса их движения в поднимающемся слое будет равна:

$$v_{ocj} = 0,5 \sin \gamma_j \sqrt{\frac{2a_j L_{AB}(R - R_{cj})}{R_8 - R_{cj}}}. \quad (2.41)$$

В зависимости от радиуса движения частиц в поднимающемся слое изменяется их количество, поступающее в единицу времени в скатывающийся слой. Если рассмотреть движение части кольца радиусом  $R$  и толщиной  $dR$ , то можно записать:

$$dq = \omega R dR, \quad (2.42)$$

где  $dq$  – площадь поперечного сечения материала, поступающего в скатывающийся слой в единицу времени с участка границы раздела слоев шириной  $dR$  и находящегося на расстоянии  $R$  от оси вращения барабана.

С учетом (2.42) средняя скорость скатывающегося слоя в осевом направлении барабана будет равна:

$$v_{\text{cp.oc } j} = \frac{\omega \int_{R_{c j}}^{R_{\delta}} R \cdot 0,5 \sin \gamma_j \sqrt{\frac{2a_j L_{AB}(R - R_{c j})}{R_{\delta} - R_{c j}}} dR}{\omega \int_{R_{c j}}^{R_{\delta}} R dR}. \quad (2.43)$$

После интегрирования формулы (2.43) и несложных преобразований получим:

$$v_{\text{cp.oc } j} = \frac{\sin \gamma_j \sqrt{2a_j L_{AB}} \cdot (6R_{\delta} + 4R_{c j})}{15(R_{\delta} + 4R_{c j})}. \quad (2.44)$$

Расчетная производительность барабана по  $j$ -му участку будет равна:

$$Q_{p j} = C_j N_j \Delta L v_{\text{cp.oc } j}. \quad (2.45)$$

С другой стороны, производительность ( $Q_3$ ) барабана задана и должно выполняться равенство:

$$Q_{p j} = Q_3. \quad (2.46)$$

При заданных или принятых диаметре барабана, угловой скорости его вращения и угле наклона оси к горизонту численные значения  $C_j N_j$  и  $v_{\text{cp.oc } j}$  зависят от  $\Delta L$  и коэффициента заполнения барабана материалом на  $j$ -м участке ( $2\delta_{0 j}$ ). Следовательно, задавшись величиной  $\Delta L$ , можно всегда найти такое значение  $2\delta_{0 j}$ , при котором выполняется равенство (2.46).

С учетом изложенного выше последовательность расчета распределения сыпучего материала и времени его пребывания в барабане следующая. Исходя из радиуса отверстия подпорного кольца, установленного на разгрузочном краю барабана, диаметра барабана, угловой скорости его вращения и физико-механических характеристик сыпучего материала рассчитывается заполнение барабана материалом на первом участке, т.е. определяется величина  $2\delta_{01}$ . При этом должно выполняться условие, что  $R_{c1} = R_k$ , где  $R_k$  – радиус отверстия подпорного кольца. В качестве физико-механических характеристик сыпучего материала используются углы и коэффициенты трения, движения и покоя. Определение численного значения угла  $2\delta_{01}$  может быть выполнено путем последовательного увеличения  $2\delta_{01}$  от величины  $2 \arccos \frac{R_k}{R_{\delta}}$  до тех пор, пока  $R_{c1}$  не станет равным  $R_k$ .

Далее рассматривается второй участок. Задается значение  $2\delta_{02} = 2\delta_{01} + i\Delta\delta_0$  и рассчитывается значение  $Q_{p2}$ , при этом  $i$  изменяется от 1 до  $n$  до тех пор, пока не будет выполняться равенство (2.46). Изменяя значение  $j$  от 1 до  $N$ , где  $N$  – количество участков по длине барабана, рассчитывают распределение сыпучего материала по объему барабана. Объем материала, находящегося на  $j$ -м участке, можно определить по следующей формуле:

$$V_j = 0,5 R^2 (2\delta_{0 j} - \sin 2\delta_{0 j}) \Delta L. \quad (2.47)$$

Общий объем материала в барабане будет равен:

$$V = \sum_{j=1}^N V_j. \quad (2.48)$$

Зависимости (2.36) – (2.48) представляют собой математическую модель процесса распределения и движения сыпучего материала в гладком вращающемся барабане. Адекватность предлагаемой модели проверена экспериментально на лабораторной установке с барабаном диаметром 0,25 м и длиной 0,4 и 0,6 м. Угловую скорость вращения барабана изменяли в интервале 0,1...0,6 от критической. В качестве

сыпучего материала использовали дробленый кварц с частицами размером 0,5 мм и гранулированный полиэтилен с частицами диаметром 2 мм.

Расчетный объем материала, находящегося в барабане, отличался от определенного экспериментально не более чем на 5...10 %, а расхождение экспериментальных и расчетных значений времени пребывания меченых частиц в барабане не превышало 15...20 %.

Движение сыпучего материала во вращающемся барабане с эллиптическим поперечным сечением рассмотрено в работе [16], осевое движение в работах [17 – 19]. Результаты данных исследований были положены в основу методик расчета режимов движения сыпучих материалов в гладких вращающихся барабанах [20 – 22].

В последние годы для расчета параметров движения и распределения сыпучих материалов во вращающихся барабанах используются компьютерные технологии [23], что существенно упрощает задачи проектировщиков при определении оптимальных геометрических и режимных параметров машин барабанного типа.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 2

1. Макевнин, М.П. Исследование движения сыпучих материалов во вращающихся барабанах : дис. ... канд. техн. наук / М.П. Макевнин. – М., 1963.
2. Трофимов, А.В. Исследование движения сыпучих материалов во вращающихся барабанах без внутренних устройств : дис. ... канд. техн. наук / А.В. Трофимов. – М., 1973.
3. Коротич, В.И. Движение сыпучего материала во вращающемся барабане / В.И. Коротич // Сталь. – 1962. – № 8. – С. 680 – 686.
4. Першин, В.Ф. Исследование, разработка и методика расчета режимных и геометрических параметров машин барабанного типа : дис. ... канд. техн. наук / В.Ф. Першин. – М., 1979.
5. Коротич, В.И. Анализ движения сыпучего материала во вращающемся цилиндрическом барабане / В.И. Коротич // Горный журн., 1964. – № 12. – С. 134 – 141.
6. Конструирование и расчет машин химических производств / под ред. Э.Э. Кольман-Иванова. – М., 1985. – 408 с.
7. Свиридов, М.М. Исследование движения сыпучего материала на внутренних устройствах машин с вращающимися барабанами : дис. ... канд. техн. наук / М.М. Свиридов. – М., 1976.
8. Саутин, С.Н. Планирование эксперимента в химии и химической технологии / С.Н. Саутин. – Л., 1975. – 48 с.
9. Першин, В.Ф. Энергетический метод описания движения материала в поперечном сечении гладкого вращающегося цилиндра / В.Ф. Першин // Теоретические основы химической технологии. – 1988. – Т. 22, № 2. – С. 255 – 260.
10. Першин, В.Ф. Расчет распределения сыпучего материала в гладком вращающемся барабане / В.Ф. Першин // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1988.
11. Першин, В.Ф. Машины барабанного типа: основы теории, расчета и конструирования / В.Ф. Першин. – Воронеж : Изд-во ВГУ. – 1990. – 168 с.
12. Гольдштик, М.А. Элементарная теория концентрированных дисперсных систем / М.А. Гольдштик, Б.Н. Козлов // Прикладная механика и техническая физика. – 1973. – № 4. – С. 67–77.
13. Макаров, Ю.И. Основы расчета процессов смешения сыпучих материалов // Исследование и разработка смесительных аппаратов : дис. ... д-ра техн. наук / Ю.И. Макаров. – М., 1975.
14. Рахлин, З.Н. Исследование работы и расчет барабанных грануляторов : дис. ... канд. техн. наук / З.Н. Рахлин. – М., 1974.
15. Гусев, Ю.И. Гранулирование мелкодисперсных материалов в грануляторе барабанного типа : дис. ... канд. техн. наук / Ю.И. Гусев. – М., 1967.
16. Першин, В.Ф. Использование энергетического подхода при определении режимов движения сыпучего материала во вращающемся барабане / В.Ф. Першин, Г.А. Минаев // Теоретические основы химической технологии. – 1989. – Т. 23, № 5. – С. 659 – 662.
17. Першин, В.Ф. Использование энергетического метода для описания движения сыпучего материала в трубчатом питателе / В.Ф. Першин, С.В. Барышникова, А.Г. Ткачев // Тезисы докладов междунар. науч.-техн. конф. «Холод и пищевые производства». – 1996. – С. 219.

18. Першин, В.Ф. Экспериментальное исследование характера движения сыпучего материала вдоль оси барабанного смесителя / В.Ф. Першин, Ю.Т. Селиванов, А.В. Орлов // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2002. – Т. 8, № 2. – С. 265 – 271.
19. Селиванов, Ю.Т. Исследование влияние осевого движения на процесс непрерывного смешивания сыпучего материалов во вращающемся барабане / Ю.Т. Селиванов, В.Ф. Першин // Известия вузов. Химия и химическая технология. – 2003. – Т. 46, вып. 7. – С. 42 – 45.
20. Барышникова, С.В. Энергетическая теория движения сыпучего материала во вращающемся барабане / С.В. Барышникова, В.Ф. Першин // Творчество молодых в науке и образовании : тезисы интернет-конф. – М. : МГУИЭ, 2003. – Ч. 1. – С. 114.
21. Использование вычислительной техники при исследовании движения зернистого материала / В.Ф. Першин, А.А. Ковынев, Д.В. Бабанин, Н.Г. Пунин, А.В. Сапожников // Современные направления теоретических и прикладных исследований : сб. науч. трудов по материалам междунар. науч.-практ. конф. – Одесса : Черноморье, 2006. – Т. 2. – С. 35 – 39.
22. Першина, С.В. Расчет режима движения зернистого материала в поперечном сечении вращающегося барабана / С.В. Першина, В.Г. Однолько, В.Ф. Першин // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-21 : сб. трудов XXI Междунар. науч. конф. В 10 т. – Саратов : Изд-во Саратов. гос. техн. ун-та, 2008. – Т. 6. – С. 7 – 9.
23. Свидетельство № 2008613905 о государственной регистрации программ для ЭВМ РФ. Расчет параметров распределения сыпучего материала в барабанном вибрационном грохоте / С.В. Маслов, О.В. Мартынова, А.Ю. Савельев, В.Ф. Першин (РФ). – № 2008612685 ; заявл. 16.06.08 ; зарег. 15.08.08.

### Глава 3

## **ДВИЖЕНИЕ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В БАРАБАНЕ С ВНУТРЕННИМИ УСТРОЙСТВАМИ**

---

В соответствии с классификацией машин и аппаратов барабанного типа (см. гл. 1) внутренние устройства могут быть четырех основных типов: 1) неподвижные; 2) движущиеся; 3) неподвижные относительно обечайки барабана; 4) подвижные относительно обечайки барабана. На практике чаще используются внутренние устройства, неподвижные относительно обечайки барабана, поскольку они просты в изготовлении и надежны в эксплуатации. Наиболее распространенным среди этих устройств является лопастная насадка, поэтому в данной главе рассматривается движение сыпучего материала в барабанах с лопастной насадкой.

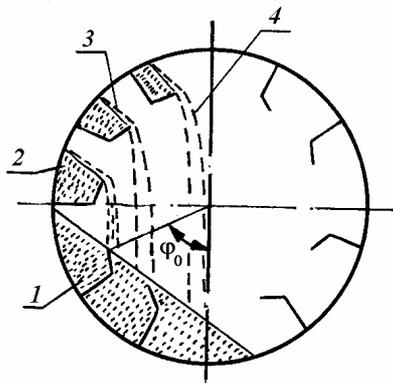
Данному вопросу посвящено большое количество работ, касающихся как экспериментальных, так и теоретических исследований [1 – 10]. Основное внимание в этих работах уделялось исследованию влияния формы и размеров лопастей на распределение сыпучего материала по объему барабана и определению таких форм и размеров лопастей, которые максимально интенсифицируют технологический процесс, реализуемый в барабане. Однако в большинстве указанных работ рассматриваются аппараты конкретного технологического назначения, в основном сушилки, и результаты исследований не могут быть использованы для расчета машин и аппаратов другого технологического назначения, например смесителей.

### **3.1. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В БАРАБАНЕ С ЛОПАСТНОЙ НАСАДКОЙ**

Рассмотрим распределение и движение сыпучего материала в поперечном сечении барабана с лопастной Г-образной насадкой (рис. 3.1). Цикл движения частицы можно разделить на четыре стадии: 1) движение в завале; 2) движение вместе с лопастью; 3) движение по лопасти; 4) свободное падение с лопасти.

Такая детализация процесса движения обусловлена, прежде всего, тем, что интенсивность и эффективность технологических процессов, реализуемых в барабане, различны на разных стадиях движения сыпучего материала. Так, например, в работах Н.М. Михайлова [1], Л.А. Мамруковой [2], Н.А. Чемарда, Е.И. Васючкова и М.И. Бейлина [8] показано, что передача тепла на поверхность падающих частиц про-

исходит на порядок эффективнее, чем на наружную поверхность слоя частиц, находящихся на лопастях и в завале, и на два порядка эффективнее, чем к частицам, находящимся внутри завала.



**Рис. 3.1. Поперечное сечение барабана с лопастной Г-образной насадкой**

Рассмотрим более подробно каждую из указанных стадий движения. В зависимости от степени заполнения барабана сыпучим материалом, формы и размера лопастей возможны два предельных случая: 1) лопасть полностью перекрывается материалом, находящимся в завале; 2) ссыпающийся край лопасти находится выше линии завала.

В первом случае, т.е. при большом заполнении барабана материалом, движение материала в завале можно рассматривать, не учитывая влияния лопастей. Во втором случае можно вообще не рассматривать завал и ограничиться только рассмотрением остальных трех стадий движения. Учитывая, что для практических расчетов в основном требуются интегральные характеристики движения сыпучего материала, такие, например, как общее количество материала и время его пребывания на каждой из указанных стадий, нет необходимости детально рассматривать движение отдельных частиц в завале.

Рассмотрим движение частиц сыпучего материала вместе с лопастью. Зная степень заполнения барабана материалом, форму и размер лопастей, нетрудно определить положение лопасти (угол  $\varphi_0$  на рис. 3.1), при котором ее ссыпающийся край выйдет из завала. Объем материала  $V_{л}$ , находящегося на лопасти, можно определить по следующей формуле:

$$V_{л} = L \int_S dS, \quad (3.1)$$

где  $L$  – длина барабана;  $S$  – область интегрирования, т.е. площадь, ограниченная лопастью, дугой обечайки барабана и открытой поверхностью материала, находящегося на лопасти.

Первые две границы области интегрирования нетрудно найти, поскольку они определены размерами барабана и лопасти, а также формой последней. Открытая поверхность материала, находящегося на лопасти в поперечном сечении барабана, образует линию, в общем случае отличную от прямой [10]. Эту линию можно определить, рассмотрев условия перехода отдельных частиц из состояния покоя в состояние движения относительно лопасти, используя подход, аналогичный примененному в гл. 2, при определении угла наклона к горизонту открытой поверхности сегмента материала, находящегося в барабане, соответствующего началу движения отдельных частиц. Зная режимные и геометрические параметры барабана, а также физико-механические характеристики сыпучего материала, можно однозначно определить объем материала, находящегося на лопасти, как функцию ее положения, т.е. угла  $\varphi$ .

Результаты экспериментальных исследований с использованием фото- и киносъемки [5, 6] позволяют сделать следующие допущения при описании движения частиц сыпучего материала по лопасти: частицы ссыпаются с лопасти потоком, который состоит из ряда параллельных подслоев; в момент отрыва от лопасти частицы, находящиеся в одном подслое, имеют одинаковые скорости. Как следствие из сделанных допущений вытекает предположение, что после отрыва от лопасти частицы не соударяются друг с другом, поэтому при описании движения сыпучего материала в поперечном сечении барабана с лопастной насадкой может быть использован одночастичный подход.

Обычно барабаны с лопастной насадкой имеют малые угловые скорости вращения, и поэтому угол наклона к горизонту границы раздела движущегося и неподвижного относительно лопасти материала практически не зависит от положения лопасти. Исходя из этого, можно считать, что на частицу, движу-

щуюся относительно лопасти, действует только сила гравитации, в то время как на частицу, неподвижную относительно лопасти, действует еще и центробежная сила. Уравнение равновесия движущейся частицы в подвижной системе координат  $X_1BY_1$  (рис. 3.2) можно записать в виде:

$$\ddot{x}_1 m + f_d mg \cos \alpha - mg \sin \alpha = 0, \quad (3.2)$$

где  $\ddot{x} = a$  – ускорение движения частицы.

Система координат располагается таким образом, чтобы ось совпадала с подслоем, в котором движется частица, а начало координат – с точкой перехода рассматриваемой частицы из неподвижного слоя в движущийся.

Из уравнения (3.2) найдем ускорение, с которым движется частица

$$\ddot{x} = a = g \sin \alpha - f_d g \cos \alpha. \quad (3.3)$$

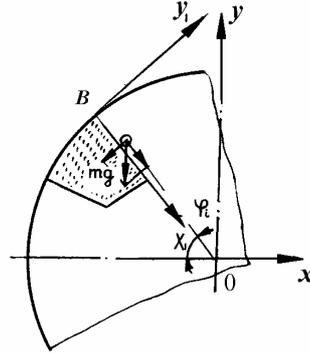


Рис. 3.2. Схема действия сил на частицу

Последовательным интегрированием (3.3) получим зависимости для определения скорости движения частицы и пройденного ею пути [5]:

$$\dot{x}_1 = v_{\text{ск}} = g(\sin \alpha - f_d \cos \alpha) \tau + C_1; \quad (3.4)$$

$$x_1 = \ell = 0,5g(\sin \alpha - f_d \cos \alpha) \tau^2 + C_1 \tau + C_2. \quad (3.5)$$

Постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  находим из уравнений (3.4) и (3.5) при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(0) &= \omega R_f \cos(\varphi_i - \alpha); \\ x_1(0) &= 0, \end{aligned}$$

где  $R$  – расстояние от оси вращения барабана до начала координат;  $\varphi_i$  – угол, характеризующий положение точки перехода частицы из неподвижного слоя в движущийся (см. рис. 3.2);  $\alpha$  – угол наклона плоскости, по которой движется частица.

При движении относительно лопасти сыпучий материал разрыхляется. Природа разрыхления аналогична, описанной в гл. 2 для материала скатывающегося слоя. Для количественной оценки разрыхления можно использовать формулы вида (2.33) – (2.35).

Движение частицы в сечении барабана после отрыва ее от лопасти можно рассматривать как свободное падение тела в гравитационном поле с некоторой начальной скоростью. Уравнение траектории движения  $i$ -й частицы в системе координат  $XOY$  можно записать так (см. рис. 3.2):

$$x = -R_{\text{п}} \cos \varphi_{\text{п}} + \frac{h_i}{\sin \alpha} + \tau v_{0i} \cdot \cos \alpha; \quad (3.6)$$

$$y = R_{\text{п}} \sin \varphi_{\text{п}} - \frac{h_i}{\cos \alpha} - \tau v_{0i} \sin \alpha - \frac{g\tau^2}{2}, \quad (3.7)$$

где  $h_i$  – расстояние между частицей и сыпающим краем лопасти в момент отрыва частицы от лопасти в направлении, нормальном к вектору скорости частицы;  $\tau$  – текущее время с момента отрыва частицы от лопасти.

Время падения частиц с лопасти  $\tau_n$  определяется с момента отрыва их от лопасти до момента соприкосновения с открытой поверхностью завала. Для определения численного значения  $\tau_n$  необходимо решить совместно уравнения (3.6), (3.7) и уравнение открытой поверхности завала.

Перемещение частицы вдоль оси барабана будет складываться из ее перемещения при движении по лопасти, в падении и при движении по открытой поверхности завала [9]. Во время падения с лопасти поток частиц сыпучего материала разрыхляется. Степень разрыхления потока численно можно характеризовать коэффициентом разрыхления. По аналогии с коэффициентом разрыхления в скатывающемся слое  $K$  – коэффициент разрыхления потока частиц, сыпающихся с лопасти, можно представить в виде отношения объема  $V_g$ , который занимает сыпучий материал массой  $M$  в падении, к объему  $V_d$ , занимаемому таким же количеством материала в покое, т.е. на лопасти.

### 3.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЦ ВЕЕРА ЧАСТИЦ, ПАДАЮЩИХ С ЛОПАСТЕЙ

В большинстве случаев при расчете процесса, реализуемого в барабане с внутренними устройствами, необходимо знать параметры движения не только отдельной частицы, но и всей совокупности частиц, падающих с лопастей. Так, например, при расчете барабанных сушилок необходимо знать количество частиц, находящихся в состоянии падения с лопастей, время их падения и степень разрыхления, т.е. расстояния между отдельными частицами [12]. Параметры веера частиц сыпучего материала при падении их с лопастей необходимо знать и при описании процесса дозирования барабанным питателем [13].

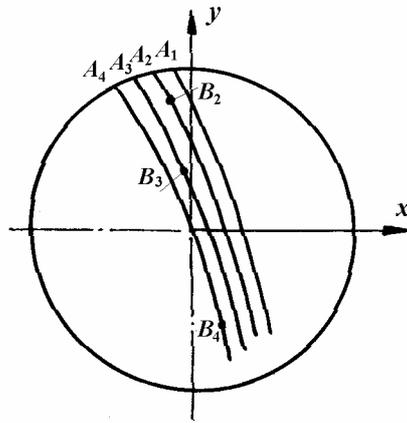
Рассмотрим образование веера сыпучим материалом, сыпающимся с лопасти вращающегося барабана. В работе [14] показано, что при сыпании материала с лопасти наиболее удаленные на момент начала движения от сыпающего края лопасти частицы движутся в потоке материала на лопасти по более близким к свободной поверхности слоям потока и имеют в момент отрыва от лопасти большие скорости. Границы веера падающего материала образуют частицы с  $h_j = 0$  и  $h_j = h_{\max}$ , где  $h_j$  – расстояние между частицей и сыпающим краем лопасти в момент отрыва частицы от лопасти в направлении, нормальном к вектору скорости частицы. Таким образом, границы веера падающего с лопасти материала образуют частицы, которые на момент начала движения на лопасти находятся на максимальном и минимальном удалении от сыпающего края. Частицы с  $h_{\max} > h_j > 0$  во время падения находятся внутри веера материала, а положение их в веере определяется, как следует из сказанного выше, расстоянием частиц до сыпающего края на момент начала движения их на лопасти.

На рис. 3.3 изображена окружность, образуемая сыпающим краем лопасти при вращении барабана. Точки  $A_1, A_2, A_3, A_4$  на окружности – положения сыпающего края лопасти в различные моменты времени  $t$ , причем  $t_A - t_{A_2} = t_{A_2} - t_{A_3} = t_{A_3} - t_{A_4} = \Delta t$ .

Параболы, проходящие через точки  $A_i$ , есть траектории движения частиц, оторвавшихся от лопасти в соответствующие моменты времени с максимальными начальными скоростями из всей совокупности частиц, оторвавшихся от лопасти в момент  $t_i$ , т.е. эти частицы на момент начала движения на лопасти были удалены от сыпающего края на максимальное расстояние.

Точки  $B_i$  – положения этих частиц в момент времени  $t_{A_i}$ . Точки  $A_1, B_2, B_3, B_4$  образуют верхнюю границу веера, которая может быть получена при соединении этих точек плавной кривой. Очевидно, что точность такого определения границы веера определяется величиной  $\Delta t$ . В неподвижной декартовой системе координат положение точек  $B_i$  определится координатами  $x$  и  $y$ . Тогда линия границы веера будет параметрически определена.

Подобным образом определяется нижняя граница веера, образуемая частицами, оторвавшимися в момент времени  $t_i$  с минимальными начальными скоростями.



**Рис. 3.3. Схема траектории падения отдельных частиц**

Изложенный на примере определения границ веера падающего с лопасти материала подход применим для более детального изучения веера, например для определения коэффициента разрыхления материала в веере, площади поперечного сечения веера и т.д.

Рассмотрим положение сыпающегося края, характеризуемого углом  $\varphi(j)$  (рис. 3.4). Частица находится в данный момент на сыпающемся краю, начало движения на лопасти при угле  $\varphi(j) - \tau\omega$ , где  $\tau$  – время движения частицы по лопасти;  $\omega$  – угловая скорость вращения барабана;  $\alpha_{т.п}$  – угол трения покоя.

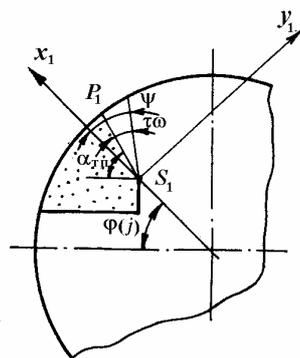
Будем считать, что движение частицы на лопасти осуществляется по закону движения тела на наклонной плоскости, т.е. это движение равноускоренное с ускорением  $a$  [14]:  $a = f[f_{п}, f_{д}, \varphi(j)]$ , где  $f_{п}$ ,  $f_{д}$  – коэффициенты трения покоя и движения.

Время движения на лопасти  $\tau = \sqrt{\frac{2L}{a}}$ , где  $L$  – длина пути.

Длина поверхности сыпания сыпучего материала на лопасти в сечении, перпендикулярном оси барабана  $l(j)$ , определяется только положением сыпающегося края относительно центра барабана, т.е. углом  $\varphi(j)$ :  $r(j) = f_2[\varphi(j)]$ .

Подставляя в качестве  $L$  в уравнение (3.8)  $r$ , соответствующее углу  $\varphi(j) - \tau\omega$ , т.е.  $r(j) = f_3[\varphi(j) - \tau\omega]$ , получим в результате решения уравнения время, которое затратит частица, самая удаленная от сыпающегося края, на движение по лопасти.

По найденному времени рассчитывается угол  $\tau\omega$  и определяется положение частицы на лопасти в системе координат, жестко связанной с лопастью, например в системе  $X_1S_1Y_1$  (рис. 3.4).



**Рис. 3.4. Схема распределения материала на лопасти**

$$S_1P_1 = r = f_3[\varphi(j) - \tau\omega];$$

$$x_1 = r \cos \psi;$$

$$y_1 = r \sin \psi;$$

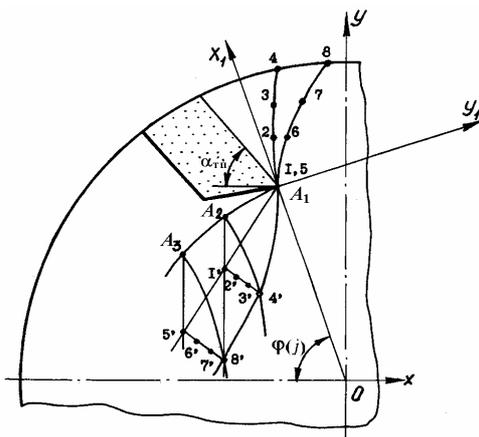
$$\psi = \alpha_{т.п} - \varphi(j) + \tau\omega.$$

Так определяются координаты частицы на лопасти, которая в положении лопасти  $\varphi(j)$  будет находиться на сыпающемся краю и при падении вместе с другими частицами образует верхнюю границу веера. Подобным образом можно определить положения всех частиц на лопасти, которые в положении ло-

пасти  $\varphi(j)$  будут находиться на сыпающем краю, но ввиду трудоемкости такой работы следует ограничиться небольшим их количеством.

На рис. 3.5 изображена часть окружности, образованной сыпающим краем лопасти при вращении барабана. Координаты  $XOY$  жестко связаны с лопастью, они неподвижны, их начало – в центре барабана. Точки  $A_1, A_2, A_3$  – положения сыпающего края в моменты времени  $t_{A1}, t_{A2}, t_{A3}$ . Точки 1 – 8 – положение частиц материала на лопасти на начало их движения по ней, точки 1' – 8' – положение этих частиц в момент времени  $t_{A1}$ . Частицы 1 – 4 находятся на сыпающем краю в момент  $t_{A2}$ , точки 5 – 8 – момент  $t_{A3}$ .

Частицы, оторвавшиеся от лопасти в моменты  $t_{A2}, t_{A3}$ , движутся по параболическим траекториям. Ограничившись количеством рассматриваемых одновременно оторвавшихся частиц равным, например, 4, расположив частицы на лопасти насколько возможно равномерно, определив их координаты на лопасти, рассчитав время их движения на лопасти, начальные скорости при отрыве от лопасти с учетом окружной



**Рис. 3.5. Схема образования веера материалом, падающим с лопасти**

скорости сыпающего края, определив их координаты в момент времени  $t_{A1}$ , можно определить, таким образом, при фиксированном положении лопасти  $\varphi(i)$  все необходимые характеристики веера.

Вводом допущения о прямолинейности участков траекторий частиц между соседними частицами, что недалеко от истины при малых  $\Delta t (\Delta t = t_{A1} - t_{A2} = t_{A2} - t_{A3})$ , задача значительно упрощается.

Зависимости, приведенные в данном разделе, позволяют не только определить параметры, характеризующие стадию падения сыпучего материала с лопастей (объем падающего материала, время падения, коэффициент разрыхления и т.д.), но и исследовать влияние формы и размера лопастей на эти параметры. В последующих главах будут показаны пути оптимизации конструкции внутренних устройств с использованием полученных зависимостей.

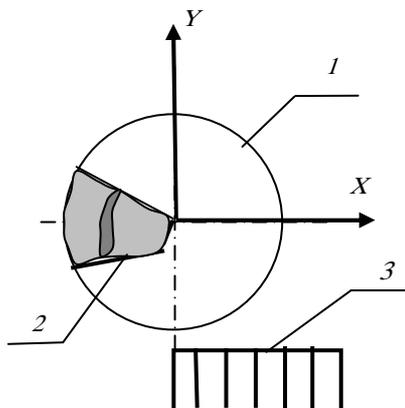
### **3.3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В БАРАБАНЕ С ЛОПАСТНОЙ НАСАДКОЙ**

Первые экспериментальные исследования проводились на лабораторной установке, у которой лопасть заканчивалась на оси вращения барабана [5].

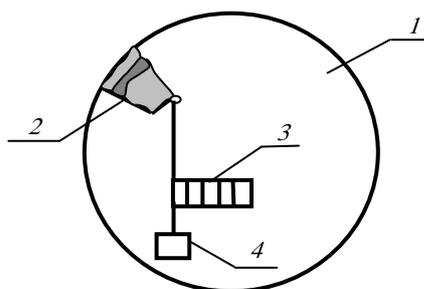
Сыпучий материал, отличающийся по цвету засыпали на лопасть 2, жестко соединенную с диском 1, как это показано на рис. 3.6. Под сыпающим краем лопасти устанавливали секционированный пробоотборник 3. При вращении диска 1 материал сыпался в ячейки секционированного пробоотборника 3. Зная первоначальные координаты  $X_0, Y_0$  нахождения цветной засыпки на лопасти 2 и координаты  $X, Y$  распределения цветных частиц в пробоотборнике 3, рассчитывали скорости частиц в момент отрыва их от лопасти. Изменяя положение цветной засыпки на лопасти, определяли скорости отрыва частиц по подслоям. Результаты экспериментов показали, что для описания движения частиц на лопасти можно использовать зависимости 3.2 – 3.5.

Для исследования движения частиц после их отрыва от лопасти использовали подвижный пробоотборник и устройство для загрузки цветных частиц [15]. В данном случае лопасть 2 (рис. 3.7) оканчивалась не на оси вращения, а к ее сыпающему краю шарнирно закреплялся секционированный пробоотборник 3.

Для того, чтобы пробоотборник всегда находился в горизонтальном положении, использовали противовес 4. Результаты экспериментальных исследований подтвердили правомерность использования зависимостей (3.6), (3.7) для описания движения частиц в поперечном сечении вращающегося барабана после отрыва их от лопасти [16].



**Рис. 3.6. Схема лабораторного барабана с неподвижным пробоотборником**



**Рис. 3.7. Схема барабана с подвижным пробоотборником**

Описанные установки использовались также для определения склонности к сегрегации сыпучих материалов, отличающихся размерами частиц и/или удельными плотностями материалов, из которых состоят частицы [17]. В данном случае материал с частицами меньшего размера или большей плотности засыпался на лопасть вместо цветной засыпки и по концентрации этих частиц в ячейках пробоотборника рассчитывался коэффициент склонности данного компонента к сегрегации. Об эффекте сегрегации и его влиянии на процессы, реализуемые в барабане, будет сказано в последующих главах.

Экспериментальные исследования движения частиц в барабанах с лопастной насадкой позволили предложить ряд новых конструкций. Так, например, было предложено для интенсификации процесса смешивания использовать лопасти разной длины [18], а для увеличения поверхности теплообмена – подвижные насадки на лопасти [19] или лопасти с изменяющейся длиной вдоль оси барабана [20].

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 3**

1. Михайлов, Н.М. Вопросы сушки топлива на электростанциях / Н.М. Михайлов – М. ; Л., 1957. – 152 с.
2. Мамрукова, Л.А. Экспериментальное исследование и усовершенствование методики теплового расчета барабанных сушилок : автореф. дис. ... канд. техн. наук / Л.А. Мамрукова. – М., 1971.
3. Валуйский, В.Я. Расчет профиля лопатки барабанной сушилки / В.Я. Валуйский // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1973. – № 12. – С. 3–4.
4. Определение рациональных геометрических размеров подъемно-лопастной насадки в барабанных вращающихся печах / Э.В. Любимов, И.Л. Резников, Ю.А. Поляков, Г.Е. Краев // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1972. – № 8. – С. 8 – 10.

5. Свиридов, М.М. Исследование движения сыпучего материала на внутренних устройствах машин с вращающимися барабанами : автореф. дис. ... канд. техн. наук / М.М. Свиридов. – М., 1976.
6. Першин, В.Ф. Исследование, разработка и методика расчета режимных и геометрических параметров машин барабанного типа : дис. ... канд. техн. наук / В.Ф. Першин. – М., 1979.
7. Филипов, В.А. Интенсификация процесса сушки угольных флотационных концентратов в барабанных газовых сушилках / В.А. Филипов // Обогащение и брикетирование. – 1962. – № 28. – С. 15 – 20.
8. Чемарда, Н.А. Об интенсификации работы барабанных сушилок / Н.А. Чемарда, Е.И. Васючков, М.И. Бейлин // Кокс и химия. – 1974. – № 1. – С. 41 – 43.
9. Porter, S.I. The design of rotary driers and collers / S.I. Porter // Trans. Instn. Chem. Engrs. – 1963. – Vol. 41, № 8. – P. 272 – 280.
10. Schofield, F.R. Rotary driers and collers for granular fertilizers / F.R. Schofield, P. C. Glavin // Trans. Instn. Chem. Engrs. – 1962. – Vol. 40, № 1. – P. 183 – 190.
11. Выгодский, М.Я. Справочник по элементарной математике / М.Я. Выгодский. – М., 1979. – 335 с.
12. Лыков, М.В. Сушка в химической промышленности / М.В. Лыков – М., 1970. – 178 с.
13. Першин, В.Ф. Влияние режимных и геометрических параметров барабанного питателя на точность дозирования / В.Ф. Першин, В.Л. Негров // Тез. докл. VIII Всесоюз. науч.-техн. конф. "Новые технологические процессы и оборудование для производства электрических машин малой мощности". – Тбилиси, 1987. – С. 3–4.
14. Макевнин, М.П. К вопросу исследования динамики потока сыпучего материала на лопасти вращающейся машины барабанного типа / М.П. Макевнин, В.Ф. Першин, М.М. Свиридов // Процессы и оборудование химических производств. – М., 1975. – С. 60 – 62.
15. А. с. 1742668 СССР, МКИ G 01 N 1/20. Устройство для исследования движения сыпучего материала на лопасти машины барабанного типа / В.Ф. Першин, В.Л. Негров, Ю.Т. Селиванов. – № 4823470/26 ; заявл. 23.03.90 ; опубл. 23.06.92, Бюл. № 23. – 4 с.
16. Макевнин, М.П. Расчет времени падения частиц сыпучего материала в барабанных сушилках с лопастной насадкой / М.П. Макевнин, В.Ф. Першин, М.М. Свиридов // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1984. – № 9. – С. 31 – 33.
17. Determination of mixture inclination to segregation / V.F. Pershin, Y.T. Selivanov, S.V. Barishnikova, A.A. Pasko // Abstracts of Papers World Congress on Particle Technology 3. – Brighton, UK, 1998. – P. 173.
18. А. с. 1162471 СССР, МКИ B 01 F 9/02. Барабанный смеситель / М.П. Макевнин, В.Ф. Першин, М.М. Свиридов. – № 33618221/23-29 ; заявл. 12.07.83 ; опубл. 23.06.85, Бюл № 23. – 3 с.
19. А. с. 1201639 СССР, МКИ F 26 B 25/16. Насадка сушильного барабана / В.Ф. Першин, М.М. Свиридов, В.И. Солодков. – № 3530481/24-06 ; заявл. 30.12.82 ; опубл. 30.12.85, Бюл. № 48. – 2 с.
20. А. с. 1592023 СССР, МКИ B 01 F 9/02. Аппарат для переработки сыпучих материалов / В.Ф. Першин, В.Л. Негров, Ю.Н. Липидин, Ю.И. Остапенко. – № 4420208/31–26 ; заявл. 03.05.88 ; опубл. 15.09.90, Бюл. № 34. – 4 с.

## Глава 4

### БАРАБАНЫЕ СМЕСИТЕЛИ

При движении сыпучего материала во вращающемся барабане независимо от основного технологического процесса, реализуемого в нем, происходят смешивание и сегрегация, т.е. разделение частиц, отличающихся между собой по размерам или другим признакам, например по химическому составу. Именно от смешивания и сегрегации во многом зависят интенсивность и эффективность основного процесса. Так, например, в барабанных грануляторах [1] конечный размер гранулы зависит от суммарной длины пути ее в скатывающемся слое. За время пребывания в барабане каждая гранула совершает большое число циклов циркуляции, и если организовать интенсивное смешивание, исключив сегрегацию, то суммарная длина пути у всех гранул будет примерно одинаковой, и все они будут иметь одинаковый размер. При сушке тепло наиболее интенсивно подводится к частицам, находящимся на открытой поверхности скатывающего слоя. При конструировании вращающегося барабанного реактора необходимо знать механизм не только теплопередачи, но и смешивания сыпучего материала [2]. Кроме

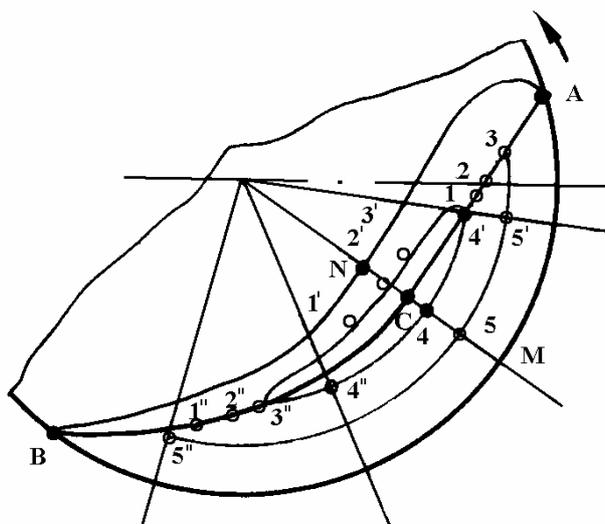
этого, машины барабанного типа используются в качестве смесителей как периодического, так и непрерывного действия [3].

#### 4.1. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА СМЕШИВАНИЯ

Процесс смешивания следует рассматривать как сложную физико-механическую систему (ФМС). Стратегия комплексного системного анализа процесса смешивания предполагает на первом этапе качественный анализ ФМС [4]. При этом выделяются два уровня иерархии физико-механических эффектов и явлений, имеющих место при протекании процесса смешивания сыпучих материалов: 1) совокупность физико-механических явлений в локальном объеме (микроуровень); 2) то же в объеме всего аппарата (макроуровень). Под локальным в данном случае понимается некоторый элементарный объем, в котором содержится достаточно много частиц дисперсных фаз. Структурная схема эффектов первого уровня иерархии ФМС для совмещенного процесса смешивание – измельчение подробно рассмотрена в работе [4], и она может быть использована при анализе процесса смешивания после внесения соответствующих упрощений. Остановимся более подробно на анализе второго уровня иерархии с учетом специфики барабанных смесителей.

Рассмотрим поперечное сечение вращающегося барабана, частично заполненного сыпучим материалом (рис. 4.1). Можно считать [5], что смешивание материала в поперечном сечении барабана происходит за счет перемещения частиц в радиальном и угловом направлениях. Перемещение в радиальном направлении происходит в основном за счет того, что толщина скатывающегося слоя (отрезок  $CN$ ) меньше толщины поднимающегося слоя (отрезок  $CM$ ), и поэтому несколько частиц (1, 2, 3), находящихся на разных радиусах в поднимающемся слое, попадают в один скатывающийся подслой ( $1', 2', 3'$ ). При повторном попадании в поднимающийся слой частицы могут изменить свое взаимное расположение на  $1'', 2'', 3''$ . Очевидно, что чем больше отношение  $CM$  к  $CN$ , тем существеннее частица может изменить свое положение за один оборот вокруг центра циркуляции.

Угловое смещение частиц происходит за счет того, что частицы 4, 5, первоначально находящиеся в одном радиальном сечении поднимающегося слоя, не одновременно переходят в скатывающийся слой (положение  $4', 5'$ ), в результате чего после скатывания они попадают в разные радиальные сечения поднимающегося слоя ( $4'', 5''$ ). В скатывающемся слое реализуются одновременно оба механизма смешивания, поэтому они могут как усиливать друг друга, так и ослаблять. Кроме этого, при движении в скатывающемся слое частицы соударяются друг о друга и их траектории изменяются. Поскольку соударения имеют случайный характер, то и изменения траекторий также случайны. Таким образом, процесс смешивания сыпучих материалов в поперечном сечении барабана следует рассматривать как детерминированно-стохастический.



**Рис. 4.1. Схема движения частиц сыпучего материала в поперечном сечении гладкого вращающегося барабана**

Если частицы смешиваемых компонентов отличаются по размерам или удельной плотности, то в результате длительного вращения барабана более мелкие или тяжелые частицы сконцентрируются вокруг центра циркуляции (см. рис. 4.1, точка  $C$ ), независимо от того, как первоначально были загружены

компоненты, т.е. произойдет сегрегация частиц по размерам или по удельным плотностям материалов, из которых они состоят. Это происходит потому, что при движении в скатывающемся слое мелкие или тяжелые частицы "проваливаются" или "тонут" в зазоры между нижележащими частицами, тем более, что в скатывающемся слое материал разрыхляется, как отмечалось в главе 2. Аналогичная сегрегация происходит в сушилках, где влажные, а следовательно, более тяжелые частицы образуют ядро вокруг центра циркуляции [6]. Таким образом, для более тяжелых и более мелких частиц вероятность перехода в подслой, находящийся ближе к центру циркуляции, будет больше вероятности перехода в подслой, находящийся ближе к обечайке барабана.

Если частицы отличаются только по цвету, то процесс смешивания носит чисто стохастический характер. Движущая сила процесса отсутствует, так как вероятность перехода из одного подслоя в другой не зависит от концентрации компонентов в этих подслоях. Иначе обстоит дело, когда компоненты отличаются друг от друга, например, размерами частиц. В этом случае, чем меньше концентрация мелкой фракции в подслоях, находящихся ближе к центру циркуляции, тем больше вероятность перехода мелких частиц в эти подслои из подслоев, прилежащих к обечайке барабана. Исходя из этого, целесообразно в первую очередь рассматривать процесс сегрегации, поскольку именно ему присуща движущая сила процесса, а смешивание компонентов рассматривать как результат сегрегации.

Учитывая, что при качественном анализе структуры процесса смешения, формализуемого как сложная ФМС, выделяются два аспекта: смысловой и математический [4]. В рамках математического аспекта проведем качественный анализ математических подходов, которые могут быть положены в основу описания процесса смешивания сыпучих материалов в барабанных смесителях. Для описания процесса смешивания сыпучих материалов наиболее часто используют диффузионную и ячеечную математические модели.

Диффузионная модель [7] соответствует потоку с поршневым движением материала при наличии продольного и поперечного перемешивания частиц. Основное уравнение имеет вид:

$$\frac{dC}{dt} = -v \frac{dC}{dx} - \bar{D}_L \frac{d^2 C}{dx^2} + \frac{\bar{D}_R}{R} \frac{d}{dR} \left( R \frac{dC}{dR} \right),$$

где  $C$  – концентрация ключевого компонента;  $t$  – время;  $v$  – линейная скорость потока;  $x$  – координата вдоль потока;  $\bar{D}_L$  и  $\bar{D}_R$  – коэффициенты продольного и поперечного перемешивания (аналоги коэффициентов диффузии);  $R$  – радиус поперечного сечения потока.

Основной недостаток данного подхода заключается в сложности решения уравнения двухпараметрической диффузионной модели и необходимости экспериментального определения значений  $\bar{D}_L$  и  $\bar{D}_R$  на опытных установках.

Сущность второго подхода заключается в том, что процесс смешивания представляется как результат перераспределения частиц при их движении в потоке материала через систему цепочек, составленных из ячеек идеального смешивания и образующих циркуляционный контур смесителя. Данный подход подробно рассмотрен в работе [8]. Используя его, можно составлять уравнения для расчета конечной концентрации циркуляционного контура практически с любым соединением зон, но для многоконтурных схем конечные выражения для концентраций, преобразованных по Лапласу, получаются сложными, возникают затруднения обратного их преобразования в оригиналы и расчета истинных значений концентраций.

При построении математического описания на втором уровне иерархической структуры ФМС с учетом закономерностей, имеющих место не в локальном объеме аппарата, а во всем его рабочем пространстве, наиболее эффективным является математический аппарат случайных марковских процессов [8 – 10].

Как известно [11], марковские процессы подразделяют на три вида: 1) дискретные в пространстве и во времени; 2) дискретные в пространстве и непрерывные во времени; 3) непрерывные в пространстве и во времени.

Для случая барабанного смесителя, учитывая, что одновременно не весь материал участвует в процессе смешивания, а только тот, который находится в данный момент времени в скатывающемся слое, представляется достаточно обоснованным использовать наиболее простой первый вид марковских процессов.

Пусть поднимающийся и скатывающийся слои состоят из  $n$  подслоев равной объемной производительности, а каждый подслой – из  $N_i$  элементарных объемов  $V_i$  ( $i$  – номер подслоя,  $1 < i < n$ ). Принимаем, что за один оборот вокруг центра циркуляции частица может перейти только в близлежащий "верх-

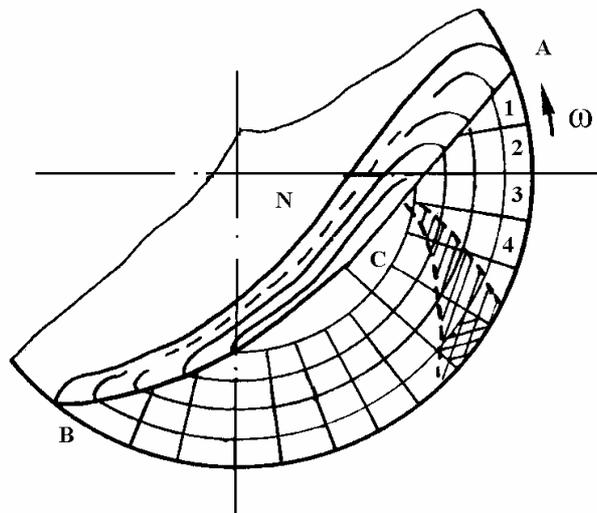
ний" или "нижний" элементарный объем. Именно за счет этих переходов осуществляется перемещение частиц в радиальном направлении. Угловое смещение происходит за счет того, что число элементарных объемов в каждом подслое различно, и слои "проскальзывают" один относительно другого. Следует отметить, что проскальзывание происходит только при скатывании, равно как и переход из одного элементарного объема в другой.

В соответствии с изложенным разделим сыпучий материал на подслои и элементарные объемы (рис. 4.2). Нумерацию подслоев начнем от обечайки барабана, а нумерацию элементарных объемов – от линии  $AC$  в направлении, противоположном вращению барабана.

Пусть система состоит из  $k$  элементарных объемов. Состояние системы после  $m$ -го перехода определим вектором состояния  $E_{(m)}$ . Координаты вектора есть вероятность нахождения ключевого компонента в элементарном объеме после  $m$ -го перехода. Вектор можно определить, используя соотношения

$$\begin{aligned} E(1) &= E(0)P_1; \\ E(2) &= E(1)P_2; \\ &\dots \\ E(m) &= E(m-1)P_m, \end{aligned} \quad (4.1)$$

где  $E(0)$  – вектор начального состояния системы, координаты которого равны вероятностям нахождения ключевого компонента (при  $m = 0$ ) в 1-м, 2-м и т.д. элементарных объемах;  $P_m$  – матрица переходных вероятностей, соответствующих  $m$ -му переходу. За один переход будем считать такое положение системы, при котором линию  $AC$  пересекут по одному элементарному объему каждого подслоя.



**Рис. 4.2. Схема разбиения на подслои и объемы и распределения ключевого компонента в поперечном сечении барабана**

Для рассматриваемой системы матрица переходных вероятностей имеет вид:

$$P_m = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & \dots & P_{1k} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & \dots & P_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{k1} & P_{k2} & P_{k3} & \dots & P_{kk} \end{pmatrix}, \quad (4.2)$$

где  $P_{ij}$ ,  $P_{ij}$  – вероятности того, что за один переход частица ключевого компонента останется в  $i$ -м объеме и перейдет из  $i$ -го объема в  $j$ -й;  $i$  и  $j$  – номера объемов при единой нумерации.

Для удобства использования матриц введена единая нумерация объемов. В первом подслое нумерация идет от 1 до  $N_1$ , во втором – от  $(N_1 + 1)$  до  $(N_1 + N_2)$  и т.д. Объем  $\beta$  подслоя  $\alpha$  будет иметь номер  $u_{\beta\alpha}$ :

$$u_{\beta\alpha} = \sum_{i=1}^{\alpha-1} N_i + \beta. \quad (4.3)$$

Для нахождения матрицы  $P_m$  необходимо определить отдельные ее элементы. Если количество подслоев  $n$ , то при одном переходе будет происходить обмен частицами ключевого компонента между  $n$  элементарными объемами. Возможны три варианта: 1) частица осталась в своем элементарном объеме; 2) частица перешла в соседний объем вышележащего подслоя; 3) частица перешла в соседний объем нижележащего подслоя. Исключения составляют первый подслей, для частиц которого возможны только варианты 1-й, 2-й, и последний – варианты 1-й и 3-й.

Таким образом, в матрице  $P_m(k-n) + (3n-2)$  элементов будут отличны от нуля. Из них численное значение  $(k-n)$ , равное единице, соответствует числу объемов, не участвующих в обмене частицами во время данного перехода. Численные значения  $(3n-2)$  элементов могут находиться в диапазоне от 0 до 1. Это касается вероятностей  $P_{ii}, P_{ij}$  для объемов, участвующих в обмене частицами ключевого компонента при данном переходе. Номера элементарных объемов, участвующих в процессе обмена частицами при данном переходе, определяются по выражению

$$u_{\alpha}^{+} = \sum_{i=1}^{\alpha-1} N_i + \left[ m - N_{\alpha} \text{entier} \left( \frac{m-1}{N_{\alpha}} \right) \right], \quad (4.4)$$

где  $u_{\alpha}^{+}$  – номер объема подслоя  $\alpha$ , участвующего в процессе смешения при переходе  $m$ ;  $N_{\alpha}$  – количество объемов в подслое; выражение "entier" означает, что берется целая часть от числа, находящегося в круглых скобках.

Если частицы не отличаются друг от друга размерами, формой и удельными плотностями, т.е. компоненты не склонны к сегрегации, то вероятности перехода частиц ключевого компонента в вышележащие и. нижележащие элементарные объемы равны, т.е.

$$P_{ij} = P_{ji} = P_{01}; \quad (4.5)$$

$$P_{ii} = 1 - 2P_{01}. \quad (4.6)$$

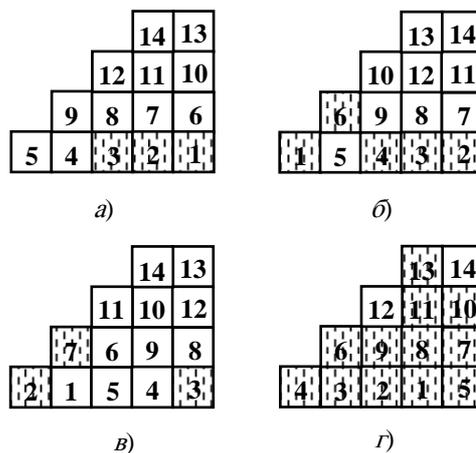
Если в качестве ключевого компонента принять частицы меньшего размера, то вероятность перехода частиц ключевого компонента в элементарные объемы, находящиеся ближе к обечайке, т.е. при  $j < i$ , равна нулю, а вероятность перехода частиц в объемы, находящиеся ближе к центру циркуляции, т.е. при  $j > i$ , можно определить по следующей формуле:

$$P_{ij} = P_{01}(1 - C_{j,m-1}), \quad (4.7)$$

где  $P_{01}$  – постоянный коэффициент, который определяется при идентификации параметров математической модели реальному процессу, равный вероятности перехода частиц ключевого компонента в элементарный объем, находящийся ближе к центру циркуляции при нулевой концентрации в нем ключевого компонента;  $C_{j,m-1}$  – концентрация ключевого компонента в  $j$ -м элементарном объеме после перехода  $m-1$ .

Когда концентрация ключевого компонента в  $j$ -м элементарном объеме равна единице, обмен частицами не приводит к изменению концентраций в объемах  $i$  и  $j$ . Именно поэтому в формулу (4.7) введен множитель  $(1 - C_{j,m-1})$ .

Механизм процесса смешивания поясним на конкретном примере. Пусть циркуляционный контур состоит из четырех подслоев и количество элементарных объемов в каждом подслое  $N_1 = 5$ ;  $N_2 = 4$ ;  $N_3 = 3$ ;  $N_4 = 2$ . Представим циркуляционный контур в развернутом виде (рис. 4.3). Введем единую нумерацию объемов. Пусть в начальный момент времени, т.е. при  $m = 0$ ,  $C_1 = C_2 = C_3 = 1$ , а в остальных объемах ключевой компонент отсутствует. При  $m = 1$  в зону смешивания перейдут первые объемы каждого подслоя, т.е. при единой нумерации это объемы 1, 6, 10, 13 (рис. 4.3, а). Именно между этими объемами на первом переходе произойдет обмен частицами. Поскольку ключевой компонент находился только в первом объеме, то после первого перехода



**Рис. 4.3. Схема распределения ключевого компонента в элементарных объемах**

частицы ключевого компонента будут присутствовать и в объеме 6 (рис. 4.3, б). При  $m = 2$  в зону смешивания выйдут объемы 2, 7, 11, 14 (рис. 4.3, б), и ключевой компонент перейдет в объем 7. Таким образом, осуществляется радиальное перемещение частиц, т.е. радиальное смешивание компонентов. На третьем переходе произойдет проскальзывание четвертого подслоя относительно третьего, и объем 13 будет обмениваться частицами с объемом 12, т.е. осуществится угловое перемещение частиц (рис. 4.3, в). На рисунке 4.3, г показано состояние системы на десятом переходе.

Для выяснения механизма осевого смешивания сыпучих материалов разделим барабан по длине на участки с шириной, соизмеримой с размерами смешиваемых частиц. Рассмотрим движение отдельной частицы на  $i$ -м участке. При движении в поднимающемся слое частица неподвижна относительно обечайки барабана и осевого перемещения, следовательно, и смешивания не происходит. В скатывающемся слое частица соударяется с другими частицами, в результате чего траектория ее движения будет не прямолинейной, и она может перейти на соседние участки  $i - 1$  или  $i + 1$ . За один цикл движения в скатывающемся слое частица может переместиться на несколько участков, но может и остаться на первоначальном участке. В общем случае можно сказать, что чем больше длина пути частицы в скатывающемся слое, тем вероятнее большее отклонение частицы от первоначального состояния.

Следует отметить, что осевое смешивание в барабанных смесителях периодического действия осуществляется значительно медленнее, чем радиальное. Осевое смешивание играет большую роль для смесителей непрерывного действия, поскольку именно от интенсивности осевого смешивания во многом зависит сглаживающая способность смесителя, а следовательно, требования к дозаторам исходных компонентов и в конечном счете качество готовой смеси.

## 4.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СМЕШИВАНИЯ

Вопросам исследования и моделирования процесса смешивания сыпучих материалов в барабанных смесителях посвящено большое количество работ. Ряд работ [12 – 16] касается в основном экспериментальных исследований, и их результаты могут быть использованы при уточнении механизма процесса смешивания, а также при проверке адекватности математической модели реальному процессу. Особый интерес представляют работы, касающиеся исследования процесса смешивания частиц различных размеров [16] или неправильной геометрической формы [15]. Известны также работы, в которых приводятся различные математические модели процесса смешивания, например модель диффузионного смешивания твердых частиц, базирующаяся на теории вероятностей [17], стохастическая диффузионная модель не идеального процесса смешения в горизонтальном барабанном смесителе твердых частиц различных размеров и плотностей [18], диффузионные и вероятностные модели [19], модель регулярных марковских цепей [20].

Вопросам экспериментального исследования и численного моделирования процесса смешивания твердых частиц в поперечном сечении горизонтального барабана посвящена работа [21]. В этой работе достаточно подробно исследовано как радиальное перемещение частиц, так и угловое.

Анализ литературных данных показывает, что наиболее перспективным при моделировании процесса смешивания сыпучих материалов в барабанном смесителе является математический аппарат мар-

ковских цепей. Именно такой подход и использован в данной монографии, однако, в отличие от используемых ранее вариантов [8] рассматривается случай, когда структура соединений ячеек в контур меняется во времени, т.е. когда матрица переходных вероятностей непостоянна, что позволяет учитывать специфику движения частиц в барабанном смесителе и процесса смешивания, реализуемого в нем.

#### 4.2.1. СМЕШИВАНИЕ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ БАРАБАНА

**Ячеечная модель процесса смешивания.** Рассмотрим поперечное сечение гладкого вращающегося барабана на  $j$ -м участке, частично заполненного материалом (см. рис. 4.1). Параметры, характеризующие распределение сыпучего материала, в частности, координаты точек  $A, B, C, N$  определим по зависимостям (2.19 – 2.21, 2.30), приведенным в гл. 2. Разделим весь материал на подслои и определим их количество:

$$n \leq \frac{CN}{d_{\max}}, \quad (4.8)$$

где  $d_{\max}$  – максимальный диаметр смешиваемых частиц.

Найдем границы раздела подслоев  $R_c$  из условия равенства производительности по подслоям. Общая объемная производительность по поднимающемуся слою, т.е. объем материала, переходящий из поднимающегося слоя в скатывающийся за единицу времени при единичной длине барабана, равна:

$$Q_n = \frac{\omega(R^2 - R_c^2)}{2}. \quad (4.9)$$

Производительность одного подслоя будет в  $n$  раз меньше, т.е.

$$q = \frac{\omega(R^2 - R_c^2)}{2n}. \quad (4.10)$$

С учетом (4.10) для подслоя  $i$  можно записать:

$$R_i = \left[ \frac{nR_{i-1}^2 - R^2 + R_c^2}{n} \right]^{0,5}. \quad (4.11)$$

Для первого подслоя  $R_1 = R$ . Изменяя  $i$  от 1 до  $n$ , по формуле (4.11) можно определить границы для всех подслоев. Найдем объемы поднимающихся подслоев:

$$V_{ni} = 0,5L(R_i^2 - R_{i-1}^2)(\delta_{1i} - \delta_{2i}), \quad (4.12)$$

где  $\delta_{1i}, \delta_{2i}$  – углы, характеризующие точки перехода частиц из слоя в слой (см. рис. 2.2).

Значение угла  $\delta_{1i}$  определим по формуле

$$\delta_{1i} = \arccos \left[ \frac{R \cos \delta_1}{0,5(R_i - R_{i-1})} \right]. \quad (4.13)$$

Для нахождения численного значения угла  $\delta_{2i}$  необходимо решить уравнение нижнего участка границы раздела слоев  $CB$  в системе координат  $X_1C Y_1$  при  $x_1 = 0,5(R_i + R_{i-1}) \sin \delta_{2i}$  и  $y_1 = R \cos \delta_j - 0,5(R_i + R_{i-1}) \cos \delta_{2i}$ .

После преобразований получим:

$$\delta_{2i} = \arccos \left[ \frac{1}{aR_{ic}} - \left( \frac{1}{a^2 R_{ic}^2} - \frac{4R \cos \delta_1}{aR_{ic}^2} + 1 \right)^{0,5} \right], \quad (4.14)$$

$$\text{где } a = \frac{2R \sin \delta \cdot \sin(\delta - \delta_1)}{[2R \sin \delta \cdot \cos(\delta - \delta_1) - R \sin \delta_1]^2}; \quad R_{ic} = 0,5(R_j + R_{j-1}).$$

Подставив выражения (4.13), (4.14) в уравнение (4.12), можно найти объем любого  $i$ -го поднимающегося подслоя. Учитывая конфигурацию скатывающегося слоя, сделаем допущение о том, что по скатывающимся подслоям материал распределяется прямо пропорционально объемам поднимающихся подслоев. Общий объем  $i$ -го подслоя будет равен:

$$V_i = 0,5R^2L(2\delta - \sin 2\delta) \frac{V_{\pi i}}{\sum_{i=1}^n V_{\pi i}}. \quad (4.15)$$

Пусть общее количество ячеек в системе равно  $K$ , тогда объем одной ячейки равен  $V = 0,5R^2L(2\delta - \sin 2\delta)/K$  и в  $i$ -м подслое будет  $N_i$  ячеек.

Отметим, что значения  $N_i$  необходимо округлить до целых чисел. С учетом производительности подслоя (4.10) время одного перехода  $\Delta\tau$  равно

$$\Delta\tau = V/q.$$

Зная начальное распределение ключевого компонента по зависимостям (4.1), можно рассчитать состояние системы в любой момент времени  $\tau = m\Delta\tau$ .

Использование предлагаемой модели для расчета процесса смешивания сыпучих материалов рассмотрим на конкретном примере, приведенном в разд. 4.1 (см. рис. 4.3). Для определения вероятностей переходов частиц из слоя в слой воспользуемся в данном случае упрощенными формулами:

$$\text{при } j > i \quad P_{ij} = C_{j,m-1}(0,333 - P_0) + P_0; \quad (4.16)$$

$$\text{при } j < i \quad P'_{ij} = 0,333C_{j,m-1}, \quad (4.17)$$

$$P_{ii} = 1 - P_{ij} - P'_{ij}, \quad (4.18)$$

$$P_0 = 1 - \frac{2}{3} \frac{K_0}{K_k}, \quad (4.19)$$

где  $K_0, K_k$  – плотность материала частиц основного и ключевого компонентов.

Формулы (4.16) – (4.19) полностью учитывают качественную сторону процессов смешивания и сегрегации. Так, при увеличении отношения плотностей увеличивается склонность к сегрегации, а при их равенстве все вероятности равны, что соответствует специфике смешивания сыпучих материалов во вращающемся барабане.

Итак, пусть циркуляционный контур состоит из четырех подслоев и количество элементарных объемов в каждом подслое:  $N_1 = 5; N_2 = 4; N_3 = 3; N_4 = 2$ . Представим циркуляционный контур в развернутом виде (рис. 4.3, а) и введем единую нумерацию объемов. Пусть в начальный момент времени, т.е. при  $m = 0$ ,  $C_1 = C_2 = C_3 = 1$ , а в остальных объемах ключевой компонент отсутствует. Вектор начального состояния системы будет иметь вид:  $E(0) = \{1; 1; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0\}$

Очевидно, что при  $m = 1$  в зону смешивания перейдут первые объемы каждого подслоя, т.е. при единой нумерации это объемы 1, 6, 10, 13. Определим элементы матрицы переходных вероятностей. Если плотность ключевого компонента в два раза больше плотности основного, а размеры частиц равны, то по формуле (4.19) значение  $P_0$  будет равно 0,670, по формуле (4.16) получим  $P_{1,6} = 0,33$ , по уравнению (4.17) –  $P_{6,1} = 0,33$ , а по выражению (4.18) –  $P_{1,1} = 0,67$  и  $P_{6,6} = 0,67$ . Для первого перехода остальные вероятности  $P_{i,i} = 1$ , а  $P_{i,j} = 0$ .

Матрица будет иметь вид  $P_1$ :

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0,67 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,33 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,33 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,67 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Умножив вектор начального состояния на матрицу  $P_1$  [см. формулы (4.1) – (4.3)], получим  $E(1) = \{0,67; 1; 1; 0; 0; 0,33; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0\}$ . Состояние системы после первого перехода показано на рис. 4.3, б. Аналогично рассчитываются состояния системы на последующих переходах. Пусть  $m = 6$ . Перед данным переходом состояние системы определяется вектором

$$E(5) = \{0,33; 0,33; 0,33; 0; 0; 0,22; 0,67; 0,67; 0; 0; 0,44; 0; 0; 0\}.$$

По формуле (4.4) вычислим номера объемов, участвующих в обмене частицами при данном переходе:

$$\begin{aligned} u_1 &= 6 - 5 \text{entier}[(6-1)/5] = 1; \\ u_2 &= 5 + \{6 - 4 \text{entier}[(6-1)/4]\} = 7; \\ u_3 &= 9 + \{6 - 3 \text{entier}[(6-1)/3]\} = 12; \\ u_4 &= 12 + \{6 - 2 \text{entier}[(6-1)/2]\} = 14. \end{aligned}$$

Далее по формуле (4.16) определим  $P_{7,1} = 0,55$ ;  $P_{7,12} = 0,67$ . По уравнению (4.17)  $P_{12,7} = 0,22$ . Так как  $C_{12}$  и  $C_{14}$  равны нулю, принимаем  $P_{12,14} = 0$  и  $P_{14,12} = 0$ . Тогда по выражению (4.18)  $P_{1,1} = 0,45$ ;  $P_{7,7} = 0,11$ ;  $P_{12,12} = 0,78$ . Следовательно, остальные вероятности  $P_{i,i} = 1$ , а  $P_{i,j} = 0$ . Матрица переходных вероятностей будет иметь вид  $P_6$ :

$$P_6 = \begin{pmatrix} 0,45 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,55 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,11 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,67 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,78 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Перемножив вектор  $E(5)$  на  $P_6$ , получим

$$E(5) = \{0,33; 0,33; 0,33; 0; 0; 0,22; 0,67; 0,67; 0; 0; 0,44; 0; 0; 0\}.$$

Таким образом, изменяя  $m$  и зная время, за которое происходит один переход, можно последовательно определить состояние системы в любой момент времени.

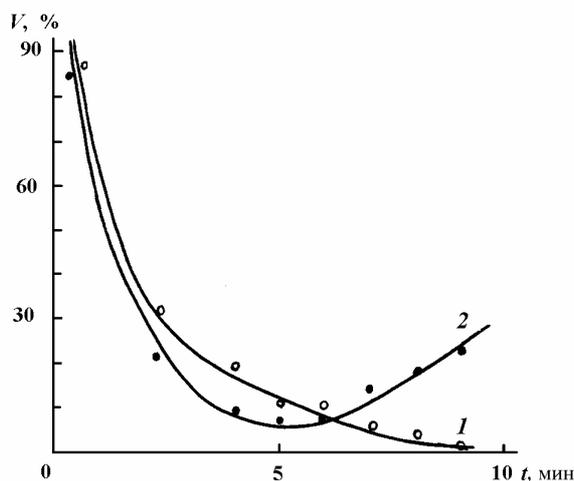
Как видно из сравнения, матрицы  $P_1$  и  $P_6$  имеют разный вид на разных переходах, что позволяет учитывать наличие двух слоев в замкнутом циркуляционном контуре – поднимающегося и скатывающегося.

Экспериментальную проверку предлагаемой модели проводили на лабораторном барабане диаметром 0,6 м. Ключевой компонент загружали в один или несколько элементарных объемов (см. рис. 4.2, двойная штриховка). Барабан приводили во вращение и по истечении определенного времени оценивали качество смеси. В качестве критерия оценки был выбран коэффициент неоднородности [7]:

$$\hat{V}(\tau) = \frac{K \cdot 100}{\sum_{i=1}^K C_i(\tau)} \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^K \left[ C_i(\tau) - \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K C_i(\tau) \right]^2}, \quad (4.20)$$

где  $C_i(\tau)$  – концентрация ключевого компонента в  $i$ -м элементарном объеме в момент времени  $\tau$ .

На рис. 4.4 показаны характерные результаты сравнения экспериментальных данных и рассчитанных на ЭВМ по предлагаемой модели. Кривая 1 – теоретическая зависимость коэффициента неоднородности  $\hat{V}$  от времени смешивания для компонентов, отличающихся только по цвету, а кривая 2 – для компонентов с частицами одинаковых диаметров, но с плотностями, отличающимися в два раза.



**Рис. 4.4. Изменение коэффициента неоднородности смеси во времени**

Как видно из рис. 4.4, при смешивании частиц, отличающихся плотностями, имеет место оптимальное время смешивания. Предлагаемая модель позволяет также оценить изменение интенсивности процесса смешивания во времени и его влияние на протекание других процессов, проводимых в барабане.

Ячеечная модель процесса приготовления многокомпонентных смесей основана на методике, описанной выше, но имеет ряд существенных отличий, особенно в части осуществления процесса смешивания и связанного с этим этапа формирования матриц вероятностей перехода [22].

Для формирования подслоев и ячеек необходимо воспользоваться зависимостями, характеризующими разделение сыпучего материала на поднимающийся и скатывающийся слои, а также рядом других зависимостей.

Зная толщину скатывающегося слоя  $CN$  (см. рис. 4.5), можем произвести деление всего материала на ряд подслоев. Их количество можно определить, используя следующее выражение [23]:

$$n = CN/d_{\max}. \quad (4.21)$$

где  $d_{\max}$  – максимальный из диаметров смешиваемых компонентов.



Для успешного функционирования модели потребуются также коэффициенты  $P_{0,1,2}$ ,  $P_{0,1,3}$ ,  $P_{0,2,3}$ , определяющие вероятность перехода одного из компонентов в ячейку, лежащую ближе к центру циркуляции и содержащую другой компонент.

Первоначальное состояние системы, т.е. содержание исходных компонентов в каждой из ячеек, определяется характером и последовательностью их загрузки в смеситель.

В процессе обмена частицами между различными соприкасающимися ячейками возможны три варианта: 1) частица компонента, участвующего в обмене на данной фазе перехода, перешла в соседний объем вышележащего подслоя; 2) частица перешла в соседний объем нижележащего подслоя; 3) частица осталась в данной ячейке.

Как отмечалось ранее, исключение составляет лишь первый подслой, частицы которого могут обмениваться с ячейками вышележащего подслоя или оставаться в той же элементарной ячейке, а также подслоем, расположенным непосредственно вокруг центра циркуляции (последний подслей). Для ячеек этого подслоя возможны два варианта: 1) остаться в данной ячейке данного подслоя; 2) перейти в соседнюю ячейку нижележащего подслоя.

Для случая приготовления многокомпонентных смесей эти варианты обмена должны рассчитываться на каждой фазе перехода, причем обмен будет осуществляться лишь с той частью объема элементарной ячейки, которая заполнена компонентом, участвующим в обмене на данной фазе перехода.

Пусть коэффициенты вероятности перехода компонентов смеси располагаются в порядке убывания, в соответствии с неравенством  $P_{0,1,3} > P_{0,2,3} > P_{0,1,2}$ .

Рассмотрим все фазы перехода частиц из первого подслоя во второй. В данном переходе участвуют элементарные объемы  $i$  и  $j$ . В этом случае объем  $i$  соприкасается с обечайкой барабана, а объем  $j$  располагается непосредственно над ним во втором подслое.

Концентрацию первого компонента в ячейках  $i$  и  $j$  обозначим через  $C_1^{(i,m)}$  и  $C_1^{(j,m)}$ , второго компонента  $C_2^{(i,m)}$  и  $C_2^{(j,m)}$ , концентрация третьего компонента в этих ячейках может быть найдена по зависимостям:

$$C_3^{(i,m)} = 1 - (C_1^{(i,m)} + C_2^{(i,m)}); \quad (4.23)$$

$$C_3^{(j,m)} = 1 - (C_1^{(j,m)} + C_2^{(j,m)}). \quad (4.24)$$

Однако эти концентрации непосредственно в расчетах представлены не будут.

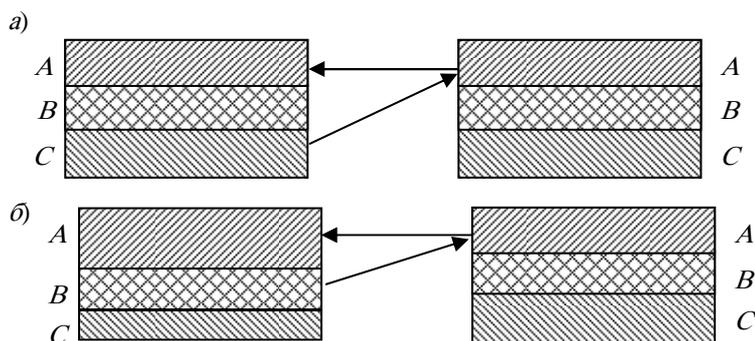
В соответствии с механизмом процесса приготовления многокомпонентной смеси, изображенным на рис. 4.6, компоненту  $C$  будет соответствовать номер 1, компоненту  $B$  – номер 2, а компоненту  $A$  – номер 3.

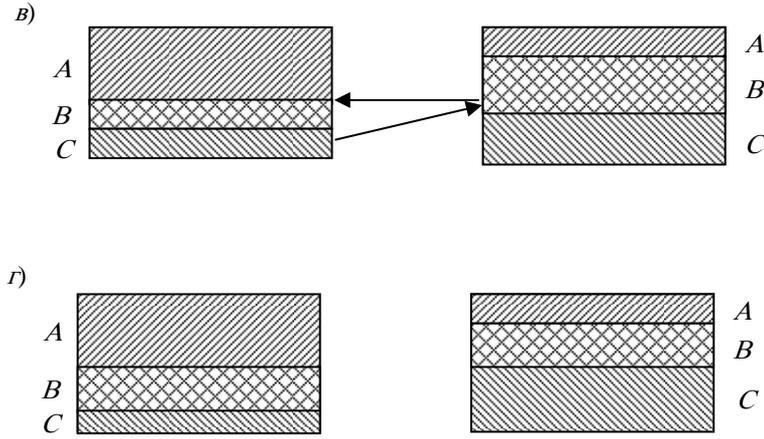
Первой фазой перехода будем считать переход первого компонента из элементарного объема  $i$  в элементарный объем  $j$  с последующим вытеснением из последнего третьего компонента.

Вероятность перехода  $P_{1,3}^{(i,j,m)}$  компонента 1 из ячейки  $i$  в ячейку  $j$  на данной фазе перехода в момент времени  $\tau = m \cdot \Delta t$  равна:

$$P_{1,3}^{(i,j,m)} = P_{0,1,3} \left( 1 - (C_1^{(j,m-1)} + C_2^{(j,m-1)}) \right), \quad (4.25)$$

где  $P_{0,1,3}$  – вероятность перехода компонента 1 в ячейку, содержащую компонент 3;  $C_1^{(j,m-1)}$ ,  $C_2^{(j,m-1)}$  – концентрация компонентов 1, 2, соответственно, в ячейке  $j$  в момент времени  $\tau = (m-1) \cdot \Delta t$ ;  $m=1, 2, \dots, k$ .





**Рис. 4.6. Механизм процесса приготовления многокомпонентных смесей**

Как видно из этой формулы, вероятность обмена непосредственно зависит от двух параметров: коэффициента вероятности перехода первого компонента в ячейку, содержащую третий компонент  $P_{0,1,3}$ , и от объема, занятого третьим компонентом в ячейке  $j$ , причем с увеличением этого объема увеличивается и вероятность  $P_{1,3}^{(i,j,m)}$ .

Тогда количество компонента 1, содержащегося в ячейке  $j$ , после этой фазы перехода будет равно:

$$C_1^{(j,m)} = P_{1,3}^{(i,j,m)} C_1^{(i,m-1)} + C_1^{(j,m-1)}. \quad (4.26)$$

Левая часть суммы представляет собой объем первого компонента, перешедшего из ячейки  $i$  в ячейку  $j$ . Она равна произведению вероятности обмена  $P_{1,3}^{(i,j,m)}$  на концентрацию, а, следовательно, и объем первого компонента в элементарной ячейке  $i$ .

Вторая часть суммы представляет собой содержание компонента 1 в ячейке  $j$  перед данной фазой обмена.

Как видно из этой зависимости, на данной фазе перехода содержание первого компонента, более склонного к сегрегации, чем третий компонент, в ячейке, лежащей ближе к центру циркуляции, увеличивается. Это отражает влияние механизма сегрегации на процесс обмена компонентами.

Так как величина объема каждой из элементарных ячеек после любой фазы перехода должна оставаться неизменной, количество третьего компонента, перешедшего из ячейки  $j$  в ячейку  $i$ , должно строго соответствовать количеству первого компонента, перешедшего из ячейки  $i$  в ячейку  $j$ , т.е. объемы вытесняемого и вытесняющего компонентов равны на любой фазе перехода:

$$C_3^{(i,m)} = P_{1,3}^{(i,j,m)} C_1^{(i,m-1)} + C_3^{(i,m-1)}, \quad (4.27)$$

где  $P_{1,3}^{(i,j,m)} C_1^{(i,m-1)}$  – объем третьего компонента, вытесненного из элементарной ячейки  $j$  первым компонентом.

Рассмотрим вторую фазу перехода. Результатом этой фазы должно быть вытеснение вторым компонентом из ячейки  $i$ , третьего компонента, содержащегося в ячейке  $j$ . Эта фаза полностью соответствует механизму процесса смешивания многокомпонентных смесей, изображенному на рис. 4.6, б.

Зная величину вероятности перехода  $P_{0,2,3}$ , можно определить вероятность обмена  $P_{2,3}^{(i,j,m)}$ :

$$P_{2,3}^{(i,j,m)} = P_{0,2,3} \left( 1 - \left( C_1^{(j,m-1)} + C_2^{(j,m-1)} \right) \right), \quad (4.28)$$

где  $C_1^{(j,m-1)}$  – содержание первого компонента в ячейке  $j$  после первой фазы перехода.

Содержание второго компонента в ячейке  $j$  после второй фазы перехода можно определить по зависимости:

$$C_2^{(j,m)} = P_{2,3}^{(i,j,m)} C_2^{(i,m-1)} + C_2^{(j,m-1)}. \quad (4.29)$$

Объем вытесненного третьего компонента равен  $P_{2,3}^{(i,j,m)} \cdot C_2^{(i,m-1)}$  и его содержание в ячейке  $i$  еще увеличится:

$$C_3^{(i,m)} = P_{2,3}^{(i,j,m)} C_2^{(i,m-1)} + C_3^{(i,m-1)}. \quad (4.30)$$

На третьей фазе перехода произойдет вытеснение второго компонента из ячейки  $j$  первым компонентом из ячейки  $i$ .

Вероятность этой фазы обмена определяется зависимостью:

$$P_{1,2}^{(i,j,m)} = P_{0,1,2} C_2^{(j,m-1)}. \quad (4.31)$$

Содержание первого и второго компонентов после этой фазы перехода определяется по зависимостям:

$$C_1^{(j,m)} = P_{1,2}^{(i,j,m)} C_1^{(i,m-1)} + C_1^{(j,m-1)}; \quad (4.32)$$

$$C_2^{(i,m)} = P_{1,2}^{(i,j,m)} C_1^{(i,m-1)} + C_2^{(i,m-1)}. \quad (4.33)$$

Чтобы полностью охарактеризовать состояние системы после последней фазы перехода необходимо определить концентрации  $C_1^{(i,m)}$  и  $C_2^{(i,m)}$ :

$$C_1^{(i,m)} = C_1^{(i,m-1)} - P_{1,2}^{(i,j,m)} C_1^{(i,m-1)}; \quad (4.34)$$

$$C_2^{(j,m)} = C_2^{(j,m-1)} - P_{1,2}^{(i,j,m)} C_1^{(i,m-1)}. \quad (4.35)$$

В реальных расчетах концентрация  $C_3^{(i,m)}$  на первых двух фазах перехода не рассчитывается, а вместо нее рассчитывается содержание первого компонента, оставшегося в ячейке  $i$  после первой фазы перехода:

$$C_1^{(i,m)} = C_1^{(i,m-1)} - P_{1,3}^{(i,j,m)} C_1^{(i,m-1)}, \quad (4.36)$$

а также содержание второго компонента, оставшегося в ячейке  $i$  после второй фазы перехода:

$$C_2^{(i,m)} = C_2^{(i,m-1)} - P_{2,3}^{(i,j,m)} C_2^{(i,m-1)}. \quad (4.37)$$

На практике процесс смешивания не носит ярко выраженного фазового характера, но очевидно, что в механизме сегрегации в первую очередь будут участвовать компоненты, наиболее склонные к ней и лишь затем компоненты, менее склонные к сегрегации.

Допущение о фазовом характере процесса сегрегации при приготовлении многокомпонентных смесей не обнаруживает большого расхождения между реальным процессом и результатами расчета по данной модели и, следовательно, имеет законное право на существование.

Из анализа ячеечной модели процесса смешивания следует, что в результате длительного смешивания нескольких компонентов, имеющих разную склонность к сегрегации, вокруг центра циркуляции будет расположен компонент, наиболее к ней склонный. Результаты экспериментальных исследований наглядно подтверждают данное утверждение.

**Послойная модель процесса смешивания.** При моделировании процессов сушки, грануляции и классификации полидисперсных материалов во вращающемся гладком барабане необходимо учитывать процессы смешивания и сегрегации этого материала в поперечном сечении барабана, поскольку от распределения частиц, т.е. от их взаимного расположения, во многом зависят интенсивность и эффективность реализуемого процесса.

Ячеечная модель смешивания сыпучего материала, в которой весь материал разбивался на подслои и элементарные объемы, в данном случае может быть значительно упрощена. Как показали результаты экспериментальных исследований, концентрация ключевого компонента (гранул определенного диапазона размеров) в поперечном сечении барабанного гранулятора изменяется по подслоям, а в элементарных объемах каждого подслоя концентрацию ключевого компонента можно считать одинаковой. Ана-

логичные результаты получены при определении концентрации ключевого компонента (частиц с определенной удельной плотностью) в элементарных объемах и подслоях в поперечном сечении барабанной сушилки. Такая же ситуация складывается в поперечном сечении барабанного смесителя, если в него сначала загрузить основной компонент, а затем во вращающийся барабан, равномерно по его длине, произвести загрузку ключевого компонента. В результате такой операции ключевой компонент равномерно распределится в одном или нескольких (в зависимости от соотношения объемов основного и ключевого компонентов) наружных подслоях циркуляционного контура. Учитывая это, достаточно определить концентрацию ключевого компонента в каждом подслое, чтобы охарактеризовать состояние системы.

Как и в ячеечной модели, принимаем, что циркуляционный контур состоит из ряда подслоев. Пусть первоначальное состояние системы (при  $\tau = 0$ ) характеризуется значениями концентрации ключевого компонента в каждом подслое, т.е. известны величины  $C_1(0), C_2(0), \dots, C_l(0)$ . Нумерацию подслоев от 1 до  $l$  и проведем, начиная от обечайки барабана. Будем считать, что в процессе смешивания переход системы из одного состояния в другое происходит скачкообразно. За один переход принимаем такое положение системы, при котором подслою, имеющий самый малый объем, совершит один оборот вокруг центра циркуляции – точки  $C$  (см. рис. 4.2). Обозначим объем материала, находящегося в подслое через  $V_i$ .

Поскольку рассматривается процесс смешивания компонентов, склонных к сегрегации, принимаем, что за один переход частица ключевого компонента либо останется в том же подслое, либо перейдет в соседний подслою, расположенный ближе к центру циркуляции.

Вероятность этих переходов можно определить по формулам, аналогичным (4.6), (4.7):

$$P_{i,i+1,m} = P_0 \cdot (1 - C_{i+1,m-1}); \quad (4.38)$$

$$P_{i,i,m} = 1 - P_{i,i+1,m}, \quad (4.39)$$

где  $C_{i+1,m-1}$  – концентрация ключевого компонента в подслое после перехода ( $m - 1$ );  $P_0$  – вероятность перехода частиц ключевого компонента в подслою, находящийся ближе к центру циркуляции, при нулевой концентрации в нем ключевого компонента. Численное значение  $P_0$  определяется при идентификации параметров модели эксперименту.

Концентрацию  $C_{i,k}$  ключевого компонента в  $i$ -м подслое после перехода  $K$  можно определить по следующей формуле:

$$C_{i,k} = V_{\text{кл}, i, k} / V_i, \quad (4.40)$$

где  $V_{\text{кл}, i, k}$  – объем ключевого компонента в  $i$ -м подслое после перехода.

Объем  $V_{\text{кл}, i, k}$  складывается из объема ключевого компонента  $V_{\text{кл}, i, i, k}$ , оставшегося в  $i$ -м подслое, и объема  $V_{\text{кл}, i-1, i, k}$ , который перешел из соседнего нижележащего подслоя  $i - 1$ . Эти объемы равны:

$$V_{\text{кл}, i, i, k} = V_i C_{i, k-1} - V_n C_{i, k-1} P_{i, i+1, k}; \quad (4.41)$$

$$V_{\text{кл}, i-1, i, k} = V_n C_{i-1, k-1} P_{i-1, i, k}. \quad (4.42)$$

Концентрации ключевого компонента в момент времени  $\tau = \Delta\tau \cdot k$  можно определить, последовательно используя следующие соотношения:

для  $n$ -го подслоя

$$C_{n, k} = C_{n, k-1} + P_{n-1, n} C_{n-1, k-1}; \quad (4.43)$$

для первого подслоя

$$C_{1, k} = (C_{1, k-1} V_1 - P_{1, 2} C_{1, k-1} V_n) / V_1; \quad (4.44)$$

для остальных подслоев

$$C_{i, k} = (C_{i, k-1} V_i - P_{i, i+1} C_{i, k-1} V_n + P_{i-1, i} C_{i-1, k-1} V_n) / V_i, \quad (4.45)$$

где  $k$  – номер перехода,  $k = 1, 2, 3, \dots, m$ .

Число подслоев  $n$ , производительность  $q$ , границы раздела подслоев  $R_i$  и их объемы  $V_i$  найдем, как и для ячеечной модели, т.е. используя формулы (4.8) – (4.15). Время одного перехода в данном случае равно

$$\Delta\tau = \frac{2nV_n}{\omega L(R^2 - R_c^2)}.$$

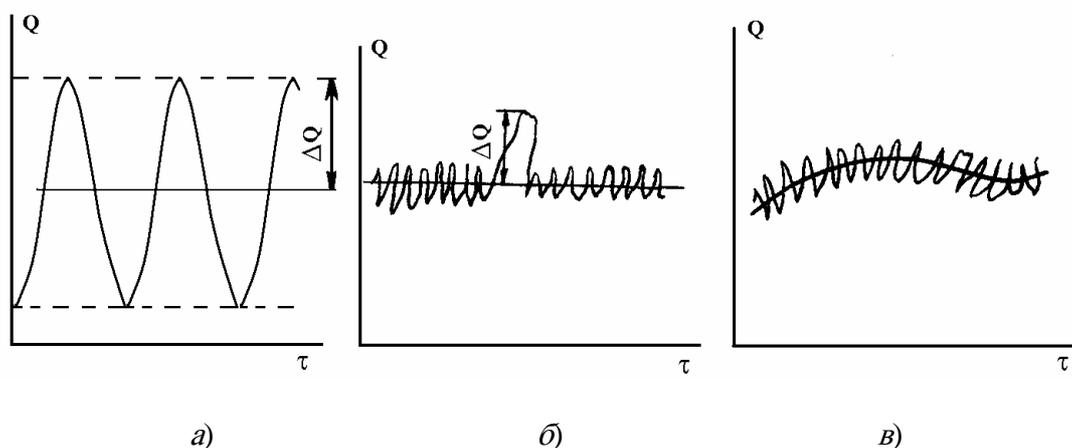
Уравнения (4.38) – (4.45) совместно с уравнениями для определения распределения и движения сыпучего материала во вращающемся барабане представляют собой математическую модель процесса смешивания сыпучих материалов.

Идентификация параметров математической модели сводится к определению по экспериментальным данным наилучшей оценки константы  $P_0$ .

#### 4.2.2. СМЕШИВАНИЕ В ОСЕВОМ НАПРАВЛЕНИИ

Как уже отмечалось (см. разд. 4.1), для непрерывно действующих смесителей особое значение имеет величина сглаживающей способности. При описании осевого смешивания воспользуемся результатами работы [27]. Экспериментальные исследования показывают, что большинство непрерывно действующих смесителей обладают сглаживающей способностью по отношению к флуктуациям входных питающих потоков, и это позволяет комплектовать смесительные установки более дешевыми и надежными в работе питателями объемного принципа действия, например шлюзовыми, шнековыми, ленточными, тарельчатыми.

Возможны следующие три вида потоков сыпучего материала, выходящего из питателя (рис. 4.7): *a* – изменение мгновенной весовой производительности  $Q$  питателя носит периодический характер, причем средняя весовая производительность  $\bar{Q}$  постоянна во времени  $\tau$ ; *б* – колебания мгновенной весовой производительности носят случайный характер и происходят с большой частотой около постоянной средней весовой производительности; *в* – изменение мгновенной производительности носит периодический или случайный характер, но среднее значение  $\bar{Q}$  колеблется во времени с малой частотой.



**Рис. 4.7. Основные виды потоков сыпучего материала, выходящего из питателя**

Во всех трех случаях в каждый момент в смеситель поступают компоненты в соотношении, отличном от необходимого. Однако отклонения в питающих потоках первых двух видов можно сгладить в смесителе, а питатели, дающие поток третьего вида, непригодны для непрерывно-действующих смесителей.

Сглаживающая способность барабанного смесителя, зависящая от продольного смешивания, определяется объемом материала, находящегося в барабане, и характером его движения через смеситель.

Для описания процесса осевого смешивания частиц может быть использована диффузионная модель [26], согласно которой изменение концентрации ключевого компонента во времени и вдоль оси барабана описывается следующим уравнением:

$$\frac{dC}{d\tau} = D \frac{d^2 C}{dx^2} - w \frac{dC}{dx}, \quad (4.46)$$

где  $C$  – концентрация ключевого компонента;  $\tau$  – продолжительность процесса;  $D$  – коэффициент продольного перемешивания;  $x$  – расстояние вдоль оси барабана от места ввода ключевого компонента до распределительного сечения;  $w$  – линейная скорость потока материала через барабан.

При допущении о том, что во времени  $D$  и  $w$  постоянны, использовано следующее решение уравнения (4.46):

$$C(\tau) = \frac{G}{Q\tau\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\lg \tau - \lg \bar{\tau})^2}{2 \cdot 0,43^2 \sigma^2}\right], \quad (4.47)$$

где  $C(\tau)$  – мгновенная концентрация ключевого компонента, импульсно введенного в аппарат, при проходе материала через определенное поперечное сечение;  $G$  – количество мгновенно введенного ключевого компонента;  $Q$  – весовой расход материала через барабан;  $\sigma^2$  – относительная дисперсия времени пребывания частиц ключевого компонента, импульсно вводимого в аппарат;  $\bar{\tau}$  – среднее время пребывания частиц материала в аппарате.

Для определения численных значений  $\bar{\tau}$  и  $\sigma^2$  предложены следующие формулы:

$$\bar{\tau} = \frac{L}{w}; \quad \sigma^2 = \frac{2D\bar{\tau}}{L^2}, \quad (4.48)$$

где  $L$  – длина барабана.

Возмущение во входном потоке заменено "ступенькой" шириной  $\tau_b$  и высотой  $G/\tau_b$ . При этом величина относительной дисперсии времени пребывания частиц в аппарате определялась по формуле

$$\sigma_c^2 = \sigma^2 + \frac{\tau_b^2}{12\bar{\tau}^2}. \quad (4.49)$$

Подставив выражения (4.49) в уравнение (4.47), с учетом формулы (4.48) получим [26]:

$$C(\tau) = \frac{G}{Q\tau\sqrt{\pi \frac{4D\bar{\tau}w^2 + \tau_b^2}{6}}} \exp\left[-\frac{(\lg \tau - \lg \bar{\tau})^2}{0,37 \cdot \left(\frac{2D\bar{\tau}}{L^2} + \frac{\tau_b^2}{12\bar{\tau}^2}\right)}\right]. \quad (4.50)$$

По уравнению (4.50) можно рассчитать длину барабана  $L$ , необходимую для сглаживания входных возмущений, поскольку максимальное значение концентрации ключевого компонента в потоке на расстоянии  $L$  от места ввода достигается при  $\tau = \bar{\tau}$ . Для случая, когда величина максимального отклонения концентрации на входе равна  $\Delta C_{\max}^{\text{вх}}$ , а на выходе  $\Delta C_{\max}^{\text{вых}}$ , получена следующая формула для определения длины барабана, обеспечивающей сглаживание  $\Delta C_{\max}^{\text{вх}}$  до  $\Delta C_{\max}^{\text{вых}}$ :

$$L = \frac{w^3}{4D} \left( \frac{G^2}{Q^2 \Delta C \pi} - \frac{\tau_b^2}{6} \right). \quad (4.51)$$

Как видно из формулы (4.51), при прочих равных условиях необходимая длина барабана зависит только от значения коэффициента осевого смешивания  $D$ , для расчета которого используется следующая эмпирическая формула [27]:

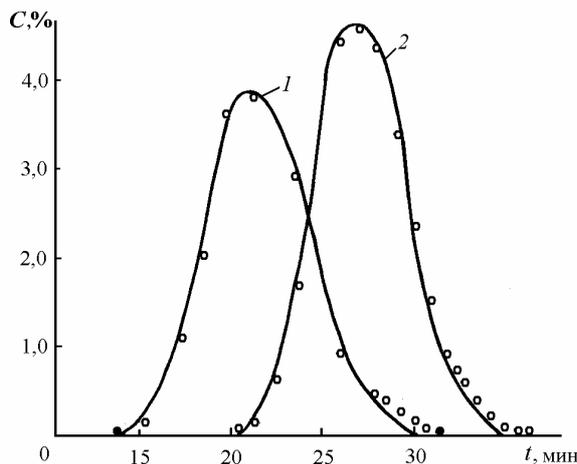
$$D = K \omega^{0,9} d^{1,9} w^{0,1} \varphi^{0,25}, \quad (4.52)$$

где  $K$  – коэффициент, зависящий от физико-механических свойств материала (для алюмосиликатного катализатора сферической формы с диаметром частиц 3 – 4 мм  $K = 0,8 \cdot 10^{-4}$ ; для крошки капроновой смолы, имеющей цилиндрическую форму высотой 7 мм и диаметром 2 мм,  $K = 0,2 \cdot 10^{-3}$ ; для кварцевого

песка крупностью частиц 200 – 500 мкм  $K=1,2 \cdot 10^{-3}$ );  $w$  – угловая скорость вращения барабана, 1/с;  $d$  – диаметр барабана;  $\phi$  – коэффициент заполнения барабана материалом.

В работе [27] приводятся результаты сравнения экспериментальных и расчетных данных (рис. 4.8). Опыты проводились на лабораторных барабанах с диаметрами 0,145 и 0,2 м и длиной 0,4; 0,6; 1 м. Скорость вращения изменялась от 15 до 70 об/мин. В качестве основного материала в барабан вводим от 4 до 8 г/с кварцевого песка с частицами диаметром 200 – 500 мкм. В качестве ключевого компонента использовали хлористый натрий той же крупности, что и основной материал.

Методика проведения опытов следующая. В установившийся поток основного материала в момент времени  $\tau = 0$  мгновенно вводили ключевой компонент в количестве  $G$ , на выходе из барабана через определенные промежутки времени отбирались 40 – 60 проб для определения концентрации ключевого компонента. По этой же методике были проведены опыты с вводом  $G_1$  ключевого компонента в основной поток в течение времени  $\tau_b$ . Коэффициент заполнения барабана материалом изменялся от 0,3 до 0,5.



**Рис. 4.8. Зависимость концентрации  $C$  ключевого продукта от продолжительности процесса**

Как видно из рис. 4.8, расчетные значения (1) удовлетворительно совпадают с экспериментальными (2).

Моделирование процесса смешивания в циркуляционных смесителях непрерывного действия сопряжено с рядом сложностей, связанных с тем, что материал перемещается не только в поперечном сечении смесителя, но и вдоль его оси. Характер этого движения зависит как от конструкции смесителя, так и от его режимных параметров. В то же время для многих типов циркуляционных смесителей непрерывного действия (барабанные, вибрационные, вибровращательные и др.) можно выделить ряд общих закономерностей: более интенсивное смешивание в радиальном направлении при достаточно ярко выраженном циркуляционном движении материала; уменьшение степени заполнения поперечного сечения смесителя материалом при движении от области загрузки к области разгрузки наряду с увеличением скорости осевого движения.

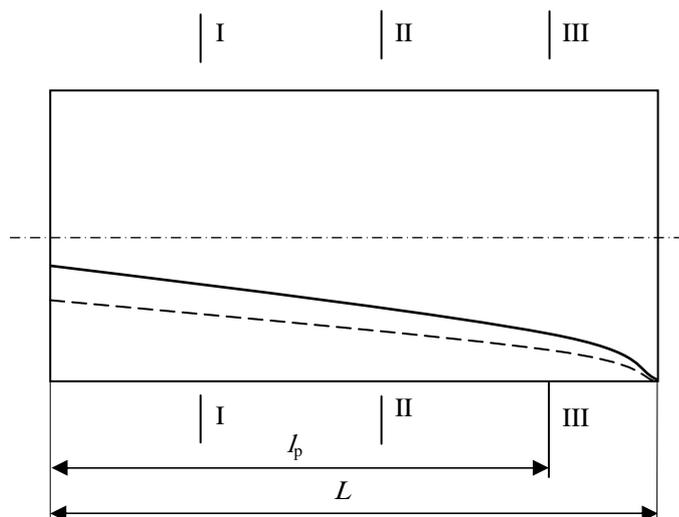
Сказанное выше позволяет сделать предположение о том, что для циркуляционных смесителей непрерывного действия может быть разработана единая математическая модель процесса смешивания [28].

Несмотря на то, что детерминированно-стохастические модели для периодического процесса смешивания не учитывают движения компонентов вдоль оси смесителя, они могут быть положены в основу описания процесса непрерывного смешивания, поскольку в осевом движении сыпучего материала наблюдается достаточно ярко выраженный детерминированно-стохастический характер [29].

Для барабанного смесителя непрерывного действия продольное сечение барабана, частично заполненного смешиваемыми компонентами, изображено на рис. 4.9. Как видно из рисунка, количество материала убывает в направлении от области загрузки барабана (слева) до области разгрузки (справа). Если провести три поперечных сечения I – I, II – II, III – III, то очевидно, что площадь, занятая циркуляционным контуром материала в сечении I – I, будет наибольшей, а площадь в сечении III – III наименьшей. Учитывая сказанное, при моделировании процесса смешивания в барабанном смесителе непрерывного действия невозможно рассматривать процесс, проходящий в фиксированном циркуляционном контуре. Необходимо учитывать как факт перемещения материала вдоль оси барабана, так и факт уменьшения площади, занятой материалом в поперечном сечении смесителя [30].

С учетом того, что по мере удаления от области загрузки барабана количество материала в поперечных сечениях убывает, скорость продвижения материала в осевом направлении будет возрастать,

поскольку выполняется условие неразрывности потока. Таким образом, имеет место закономерность, связывающая количество сыпучего материала в поперечном сечении барабана с его скоростью продвижения в осевом направлении.



**Рис. 4.9. Распределение сыпучего материала в продольном сечении барабанного смесителя непрерывного действия**

Для определения объема материала, участвующего на каждом переходе в процессе смешивания, необходимо также установить количество материала, находящегося в барабанном смесителе [31]. В качестве исходных данных для определения этого параметра необходимо использовать площади, занятые циркуляционным контуром в области загрузки и области разгрузки барабана.

Если закон распределения материала вдоль оси барабана имеет линейный характер, то объем материала, находящегося в барабане, можно определить по зависимости:

$$V = (F_n + F_k) L / 2, \quad (4.53)$$

где  $F_n$  и  $F_k$  – площади, занятые циркуляционным контуром в торцевых сечениях барабана;  $L$  – длина барабана.

В рассматриваемой модели процесса смешивания используется относительная скорость осевого движения. Для этого определяется, какую долю от суммарного пребывания в смесителе составляет время цикла в первом сечении. Поскольку нам известна площадь, занятая материалом в месте загрузки сыпучего материала  $F_n$  (в сечении  $i = 1$ ) и, следовательно, время цикла  $\tau_{ц,i}$ , то эта доля может быть найдена следующим образом:

$$s_i = \tau_{ц,i} / T_n, \quad (4.54)$$

где  $T_n$  – время пребывания частицы в барабанном смесителе.

За время  $\tau_{ц,i}$  материал перемещается на определенное расстояние в осевом направлении. Можно считать, что в данном переходе участвует определенный объем сыпучего материала. Он может быть рассчитан как доля от суммарного объема материала, находящегося в барабанном смесителе:

$$V_i = s_i V. \quad (4.55)$$

Этот элементарный объем может быть определен как произведение площади циркуляционного контура  $F_i$  (при  $i = 1$  имеем  $F_i = F_n$ ) на длину элементарного участка в осевом направлении. Таким образом, расстояние, на которое переместится слой материала в осевом направлении барабана на данном участке за время  $\tau_{ц,i}$ , определяется зависимостью:

$$l_i = V_i / F_i. \quad (4.56)$$

При переходе на следующий участок необходимо учесть уменьшение площади поперечного сечения барабана, занятой материалом, с учетом того, что она изменяется от  $F_n$  до  $F_k$  по линейному закону. При изменении расстояния на  $l_i$  площадь, занятая материалом,  $F_{i+1}$  может быть рассчитана исходя из предыдущего значения  $F_i$ :

$$F_{i+1} = F_i - (F_n - F_k)l_i / L. \quad (4.57)$$

После расчета новой площади, занятой сыпучим материалом в поперечном сечении барабана, производится пересчет конфигурации контура и соответствующего значения времени цикла  $\tau_{и, i+1}$  и далее по зависимостям (4.54) – (4.57), принимая вместо  $i$  значение  $i + 1$ .

Таким образом, процесс движения в барабанном смесителе непрерывного действия представлен нами дискретным в пространстве и времени [32]. В связи с этим процесс смешивание – сегрегация можно считать аналогичным периодическому, но переход на каждый следующий участок должен учитывать изменение конфигурации циркуляционного контура, связанное с уменьшением площади, занятой материалом в поперечном сечении барабана.

Расчеты по математической модели непрерывного процесса смешивания показывают, что наблюдаются небольшие колебания времени цикла  $\tau_{и}$  при продвижении к ссыпавшему краю барабана. Диапазон изменения времени цикла весьма незначителен и не превышает 2...3 %.

Имеющаяся структура распределения компонентов по подслоям циркуляционного контура должна быть сохранена при уменьшении площади, рассчитанной по зависимости (4.57), на каждом переходе. На каждом переходе  $m$ , для случая трехкомпонентной смеси, концентрация ключевых компонентов  $C_1$  и  $C_2$  есть функция радиуса, определяющего положение подслоя, т.е.  $C_1^{(m)} = f_1(R)$ ;  $C_2^{(m)} = f_2(R)$ , где  $R$  изменяется от радиуса центра циркуляции  $R_c$  до радиуса барабана  $R_6$ . Вследствие того, что распределение ключевых компонентов по объему смеси не одинаково, функции  $f_1$  и  $f_2$  различны.

Концентрации ключевых компонентов в пределах каждого подслоя определяются зависимостями:

$$C_1^{(i,m)} = \frac{1}{R_{i+1} - R_i} \int_{R_i}^{R_{i+1}} f_1(R) dR; \quad (4.58)$$

$$C_2^{(i,m)} = \frac{1}{R_{i+1} - R_i} \int_{R_i}^{R_{i+1}} f_2(R) dR, \quad (4.59)$$

где  $i$  – номер подслоя,  $i = 1, \dots, n-1$ .

При этом вне зависимости от того, изменилось или нет число подслоев, функции, описывающие распределение концентраций ключевых компонентов в поднимающемся слое, должны оставаться одинаковыми, изменяются лишь величины, определяющие расположение подслоев, т.е.  $R_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

Средние концентрации каждого из ключевых компонентов в объеме смеси должны оставаться постоянными. Они определяются зависимостями:

$$C_{1,ср}^{(m)} = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^n \frac{V^{(i)}}{R_{i+1} - R_i} \int_{R_i}^{R_{i+1}} f_1(R) dR \right) / \sum_{i=1}^n V^{(i)}}; \quad (4.60)$$

$$C_{2,ср}^{(m)} = \left( \sum_{i=1}^n \frac{V^{(i)}}{R_{i+1} - R_i} \int_{R_i}^{R_{i+1}} f_2(R) dR \right) / \sum_{i=1}^n V^{(i)}. \quad (4.61)$$

При этом возможны два варианта.

1. Число подслоев не уменьшилось, изменилась лишь их толщина. Рассмотрим, в каком случае возможно возникновение этого варианта. Как было показано выше, при делении скатывающегося слоя на подслои по зависимости (4.21) предусматривается использование целой части числа в качестве количества подслоев, а оставшаяся дробная часть равномерно распределяется между подслоями. Величина этой дробной части может быть маленькой и тогда к объему каждого из подслоев добавится очень небольшая величина. В случае, если величина дробной части будет достаточно большой, при ее разделе по подслоям в каждый из них добавится довольно большой объем. Как было отмечено ранее, величина добавленного объема в каждый из подслоев будет пропорциональной объему подслоя. Если дробная

часть была достаточно большой, то при изменении площади, занятой материалом в поперечном сечении барабана, разбивка циркуляционного контура на подслои может привести не к уменьшению числа подслоев, а к уменьшению величины этой дробной части. С учетом того, что объемы подслоев изменяются пропорционально, достаточно сохранить имеющуюся до пересчета структуру распределения ключевых компонентов по подслоям циркуляционного контура.

2. В результате изменения площади, занятой сыпучим материалом в поперечном сечении барабана, произошло уменьшение числа подслоев. В этом случае необходимо пересчитать концентрации ключевых компонентов по вновь образованным подслоям циркуляционного контура с сохранением имевшейся структуры распределения.

Поскольку изменение площади, занятой циркуляционным контуром вдоль оси барабана, происходит монотонно и может быть описано прямой с небольшим углом наклона к горизонту, а время цикла гораздо меньше времени пребывания частицы в барабане, максимальное уменьшение числа подслоев не может быть больше единицы. Пусть до пересчета параметров циркуляционного контура имелось  $n$  подслоев, в результате пересчета стало  $n - 1$  подслоев. Тогда ключевые компоненты этого "утраченного" подслоя должны быть распределены между оставшимися с сохранением имеющейся структуры распределения. Каждый вновь образованный подслоем должен содержать частицы одноименного (до пересчета) подслоя, а также часть частиц следующего по порядку подслоя [33]. Изменение количества подслоев составит:

$$r = n/(n-1). \quad (4.62)$$

Для случая трехкомпонентной смеси концентрация ключевых компонентов в любом подслое после уменьшения числа подслоев составит:

$$C_1^{(i,m)} = (C_{01}^{(i,m)} (r + i(1-r)) + C_{01}^{(i+1,m)} i(r-1)) / r; \quad (4.63)$$

$$C_2^{(i,m)} = (C_{02}^{(i,m)} (r + i(1-r)) + C_{02}^{(i+1,m)} i(r-1)) / r, \quad (4.64)$$

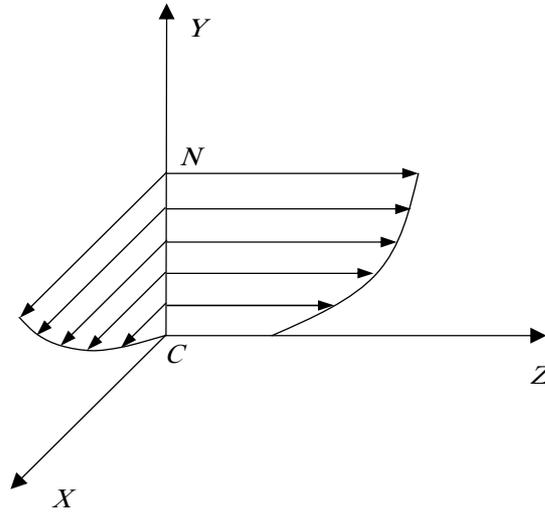
где  $i$  – номер подслоя,  $i = 1, \dots, n-1$ ;  $C_{01}^{(i,m)}$  и  $C_{02}^{(i,m)}$  – концентрации первого и второго компонента в  $i$ -м подслое до изменения числа подслоев;  $m$  – номер перехода.

За один переход принимается промежуток времени, за который самый маленький подслоем совершает полный оборот вокруг центра циркуляции.

При моделировании процесса смешивания сыпучих материалов в барабанном смесителе непрерывного действия необходимо учитывать факт неравномерного распределения скоростей движения в осевом направлении барабана по толщине скатывающегося слоя.

Схема распределения скоростей движения частиц в скатывающемся слое в поперечном и продольном сечениях барабана для случая 5 подслоев представлена на рис. 4.10. Схема распределения скоростей по подслоям в поперечном сечении барабана изображена в плоскости  $XOY$ . Точка  $C$  соответствует положению центра циркуляции, а точка  $N$  – открытой поверхности барабана. В плоскости  $YOZ$  представлена схема изменения скоростей движения частиц в осевом сечении барабана. Скорость продвижения частиц, расположенных в районе центра циркуляции (в точке  $C$ ), в этом случае, в отличие от скорости продвижения в поперечном сечении барабана, ненулевая. Как видно из рисунка, законы изменения скоростей носят нелинейный характер.

С учетом того, что скорости движения в осевом сечении барабана по толщине скатывающегося слоя не одинаковы, различен и путь, который проходят частицы сыпучего материала вдоль оси барабана за равные промежутки времени.



**Рис. 4.10. Схема распределения скоростей в скатывающемся слое в продольном и поперечном сечениях барабана**

Как показали результаты численных экспериментов, линия, соответствующая положению координат центра тяжести циркуляционного контура вдоль оси барабана, имеет меньший наклон к горизонту, чем линия, соответствующая открытой поверхности материала. Корректность полученных результатов подтверждена экспериментально на плоской модели смесителя барабанного типа. На рис. 4.9 линия, образованная центрами тяжести сечений, занятых сыпучим материалом, показана пунктиром, а линия открытой поверхности – сплошной.

Именно разница в величинах углов наклона этих линий к горизонту приводит к различию скоростей продвижения частиц сыпучего материала в осевом направлении для различных подслоев циркуляционного контура.

Результаты изменения времени цикла позволяют сделать вывод о том, что для синхронизации времени одного перехода и количества материала, участвующего в процессе смешивания на каждом переходе, в качестве времени цикла на любом переходе следует принять этот параметр, соответствующий участку, расположенному в непосредственной близости от ссыпавшего края барабана. При этом будут устранены некоторые колебания этого значения, вызванные искусственным характером разбиения циркуляционного контура на подслои с использованием зависимости (4.21).

Использование этого подхода позволит утверждать, что на каждом участке в процессе одного перехода будут участвовать одинаковые объемы сыпучего материала. Однако длины участков при переходе от области загрузки барабана к области разгрузки будут увеличиваться пропорционально уменьшению площади, занятой материалом в поперечном сечении, и увеличению скорости осевого движения частиц. Тем самым будут соблюдаться условия неразрывности потока в любом поперечном сечении барабана и сохранения объема материала на любом участке барабана.

С учетом указанного подхода изменятся зависимости, определяющие распределение концентраций компонентов смеси по подслоям циркуляционного контура. Рассмотрим эти изменения для случая трехкомпонентной смеси, вероятности перехода которых располагаются следующим образом:  $P_{0,3} > P_{0,2} > P_{0,1}$ .

На любой фазе перехода частица компонента, участвующего в обмене и более склонного к сегрегации по отношению к другому компоненту, участвующему в обмене, может либо перейти в соседний подслой, расположенный ближе к центру циркуляции, либо остаться в своем подслое (за исключением последнего подслоя  $n$ ).

Рассмотрим первую фазу перехода первого компонента в подслой, расположенный ближе к центру циркуляции, с последующим вытеснением из него третьего компонента. Вероятность перехода  $R_{1,3}^{(i,i+1,m)}$  первого компонента из подслоя  $i$  в подслой  $i + 1$  на данной фазе перехода в момент времени  $\tau = m\tau_{\text{ц}}$  равна:

$$R_{1,3}^{(i,i+1,m)} = P_{0,3} \left( 1 - \left( C_1^{(i+1,m-1)} + C_2^{(i+1,m-1)} \right) \right), \quad (4.65)$$

где  $P_{0,1,3}$  – вероятность перехода первого компонента в подслою, содержащий только третий компонент при нулевой концентрации в нем первого компонента;  $C_1^{(i+1,m-1)}$ ,  $C_2^{(i+1,m-1)}$  – концентрации компонентов 1, 2 соответственно в подслою  $i+1$  в момент времени  $\tau = (m-1)\tau_{\text{ц}}$ ;  $m=1, 2, \dots, k$ ,  $k$  – суммарное число переходов при расчете по математической модели процесса.

Время, за которое частица может совершить полный цикл циркуляции  $\tau_{\text{ц}}$ , может быть определено, как сумма времени пребывания частицы в поднимающемся слое и времени пребывания в скатывающемся слое. Оно принимается равным значению, соответствующему участку, расположенному в непосредственной близости от разгрузочного края барабана, т.е. усредненному значению [35].

Концентрация первого компонента в подслою  $i$  после первой фазы перехода будет равна:

$$C_1^{(i,m)} = \frac{C_1^{(i,m-1)} V^{(i)} - C_1^{(i,m-1)} P_{1,3}^{(i,i+1,m)} V^{(n_k)} + C_1^{(i-1,m-1)} P_{1,3}^{(i-1,i,m)} V^{(n_k)}}{V^{(i)}}, \quad (4.66)$$

где  $V^{(i)}$  – объем подслою  $i$ ;  $C_1^{(i,m-1)} V^{(i)}$  – объем первого компонента, содержащегося в подслою  $i$  перед этой фазой перехода;  $C_1^{(i-1,m-1)} P_{1,3}^{(i-1,i,m)} V^{(n_k)}$  – объем компонента 1, перешедшего из подслою  $i-1$ , который расположен ближе к обечайке барабана и непосредственно контактирует с подслою  $i$ ;  $C_1^{(i,m-1)} P_{1,3}^{(i,i+1,m)} V^{(n_k)}$  характеризует количество компонента 1, перешедшего из подслою  $i$  в подслою  $i+1$  на данной фазе перехода;  $V^{(n_k)}$  – усредненное значение объема последнего подслою, соответствующего участку, расположенному вблизи сыпавшегося края барабана.

Расчет по этой модели должен начинаться с определения вероятности перехода и концентрации компонента, участвующего на данной фазе перехода, в первом подслою. На первой фазе вероятность перехода компонента 1 из первого подслою во второй можно определить по зависимости (4.65), принимая  $i=1$ . Концентрация первого компонента в первом подслою после этой фазы перехода может быть определена следующим образом:

$$C_1^{(1,m)} = \frac{C_1^{(1,m-1)} V^{(1)} - C_1^{(1,m-1)} P_{1,3}^{(1,2,m)} V^{(n_k)}}{V^{(1)}}. \quad (4.67)$$

В данном случае более удаленный от центра циркуляции подслою отсутствует, следовательно, из этого подслою на данной фазе перехода компонент 1 не переносится.

Зависимость (4.66) используется для всех подслою, кроме последнего, так как для каждого последующего известна величина  $C_1^{(i-1,m-1)} P_{1,3}^{(i-1,i,m)} V^{(n_k)}$ . Например, при расчете концентрации во втором подслою эта величина будет равняться объему первого компонента, перешедшего из первого подслою во второй на этой фазе перехода, т.е.  $C_1^{(1,m-1)} P_{1,3}^{(1,2,m)} V^{(n_k)}$ .

При расчете концентрации первого компонента в последнем подслою можно использовать следующую зависимость:

$$C_1^{(n,m)} = \frac{C_1^{(n,m-1)} V^{(n)} + C_1^{(n-1,m-1)} P_{1,3}^{(n-1,n,m)} V^{(n_k)}}{V^{(n)}}. \quad (4.68)$$

В соответствии с этой формулой в подслою  $n$  будет поступать количество ключевого компонента 1, пропорциональное не объему последнего подслою  $V^{(n)}$  на данной фазе перехода, а объему  $V^{(n_k)}$ .

В процессе работы барабанного смесителя непрерывного действия в него поступают те или иные компоненты. Они могут поступать в смеситель как в непосредственной близости от загрузочного края барабана, так в любом другом сечении по его длине.

Их попадание в барабан полностью меняет как конфигурацию слоя, так и разбивку слоя в поперечном сечении по подслою. Может измениться также концентрация смешиваемых компонентов в подслою, поэтому необходимо использовать механизм пересчета концентраций компонентов по подслою, изложенный в [36].

Достоинством изложенного выше подхода к моделированию процесса смешивания в барабанном смесителе непрерывного действия является сохранение порядка разбиения на подслою циркуляционного контура в любом поперечном сечении, т.е. толщина подслою рассчитывается по одной и той же зависимости (4.21). Коэффициент вероятности перехода частиц ключевого компонента  $P_{0,i,j}$  определяется экс-

периментально по тем же методикам, что и для смесителей периодического действия. С учетом того, что порядок разбиения на подслои сохраняется, можно использовать одно значение  $\rho_{i,j}$  при моделировании процесса смешивания по всей длине барабана.

Также имеется возможность сопоставимой оценки качества смеси в любом сечении смесителя, например с использованием коэффициентов неоднородности  $V\zeta$ ,  $V\zeta$ .

На основе предложенной модели процесса приготовления многокомпонентных смесей разработана программа расчета на ЭВМ основных режимных и геометрических параметров барабанного смесителя непрерывного действия.

В заключение следует отметить, что предложенная математическая модель может быть использована при описании процесса непрерывного смешивания в циркуляционных смесителях других типов, поскольку в ней учитываются только общие закономерности движения компонентов как в продольном, так и в поперечном сечениях смесителя. Она может быть использована и для описания других процессов, в частности процесса сушки во вращающемся барабане [37 – 40].

### 4.3. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ И ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССА СМЕШИВАНИЯ

Проведение третьего заключительного этапа системного анализа – идентификации неизвестных параметров математических моделей процесса смешивания и проверки их адекватности по экспериментальным данным – покажем на примере послойной модели.

Идентификация параметров математической модели сводится к определению по экспериментальным данным наилучшей оценки константы  $\rho_{i,j}$ .

Для идентификации параметра  $\rho_{i,j}$  и проверки адекватности математической модели эксперименту было проведено несколько серий параллельных опытов по сегрегации бинарных композиций модельных смесей в барабанном смесителе диаметром 0,25 м и длиной 0,08 м. В качестве компонентов модельных смесей использовались следующие сыпучие материалы: кварцевый песок, стеклянные шарики, гранулированный полиэтилен, силикагель.

Порядок проведения опытов был следующий. Готовилась двухкомпонентная смесь с определенной концентрацией ключевого компонента (за ключевой принимали компонент с меньшим диаметром частиц). Смесь загружалась в барабан, после чего он приводился во вращение. Через заданный промежуток времени барабан останавливался, и из объема смеси в точках, расположенных на разных расстояниях от оси вращения барабана, точечным способом отбирались пробы объемом 6 – 8 см или весом 10 – 12 г. Пробы разделяли на отдельные компоненты, которые взвешивали на весах марки ВЛК-500г-М с точностью до 0,01 г. По результатам взвешивания рассчитывали концентрацию ключевого компонента в каждой пробе. Оставшуюся в барабане смесь методом квартования делили на порции, определяли в каждой порции концентрацию ключевого компонента и затем по известной методике [7] рассчитывали дисперсии  $\sigma_{j\text{эксп}}^2$ . Модельные смеси приготавливались со следующими концентрациями ключевого компонента: 0,466; 0,5; 0,666. Объемная загрузка смесителя изменялась от 700 до 900 см<sup>3</sup>, а угловая скорость вращения барабана – от 1,56 до 4 с<sup>-1</sup>.

Экспериментальные данные обрабатывались по общепринятым методикам [4, 41, 42]. Прежде всего проводилась проверка результатов параллельных опытов на однородность по критерию Кохрена. В качестве примера проведена проверка для смеси, состоящей из кварцевого песка (средний диаметр частиц 0,2 мм) и стеклянных шариков (средний диаметр 0,8 мм), с концентрацией ключевого компонента 0,466 и 0,666. В данном случае объемная загрузка была равна 900 см<sup>3</sup>. Угловая скорость вращения барабана – 1,56 с<sup>-1</sup>. Текущие значения концентрации определялись через промежутки времени 100, 200 и 300 с от начала вращения барабана. Результаты опытов представлены в табл. 4.1.

#### 4.1. Результаты исследования процесса смешивания песка и стеклянных шариков

№ опыта	$\tau$ , с	$R_i$ , м	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$\bar{C}$	$S^2$
1 – 4	100	0,122	0,174	0,170	0,196	0,200	0,185	0,00023 1
		0,117	0,472	0,464	0,562	0,550	0,512	0,00218 0
		0,108	0,476	0,400	0,408	0,488	0,443	0,00206

		0,097	0,639	0,542	0,520	0,620	0,580	0,00330 0
5 – 8	200	0,122	0,060	0,050	0,062	0,054	0,056	0,00003 4
		0,117	0,368	0,452	0,444	0,376	0,410	0,00194 0
		0,108	0,558	0,411	0,474	0,561	0,501	0,00425 0
		0,097	1,000	1,000	0,980	0,988	0,992	0,00005 0
9 – 12	300	0,122	0	0	0	0	0	0
		0,117	0,314	0,270	0,282	0,330	0,299	0,00077 0
		0,108	0,482	0,468	0,552	0,570	0,518	0,00250 0
		0,097	0,992	1,000	1,000	1,000	0,998	0,00004 0
13 – 16	100	0,122	0,408	0,502	0,508	0,422	0,460	0,00273 0
		0,117	0,644	0,790	0,744	0,702	0,720	0,00486 0
		0,108	0,702	0,664	0,638	0,636	0,660	0,00095 0
		0,097	0,982	0,870	0,780	0,816	0,862	0,00777 0
17 – 20	300	0,122	0,008	0,014	0,004	0,006	0,008	0,00001 0
		0,117	0,662	0,702	0,598	0,598	0,640	0,00262 0
		0,108	0,900	0,760	0,808	0,820	0,822	0,00337 0
		0,097	1,000	1,000	1,000	0,984	0,996	0,00005 0

Для каждой серии параллельных опытов вычисляли среднее арифметическое значение концентрации  $\bar{C}_j$ , дисперсии  $S_j^2$  и далее проводили проверку воспроизводимости опытов по критерию Кохрена  $G_p$ . Если  $G_p < G_{\text{табл}}$  для уровня значимости  $P = 0,05$ , то опыты считаются воспроизводимыми, а оценки дисперсии – однородными. Для рассмотренного случая  $G_p = 0,195$ , а  $G_{\text{табл}} = 0,221$ .

Аналогичная проверка на однородность дисперсии проводилась и для других серий опытов. Экспериментальные значения  $\bar{C}_j$  использовались для нахождения параметров  $\rho_{1,2}$ . По методике, аналогичной приведенной в работе [4], для всех серий опытов, в которых смесь приготавливалась из одинаковых компонентов, находили оптимальные значения  $\rho_{1,2}$ . В частности, для рассмотренной смеси из песка и стеклянных шариков  $\rho_{1,2} = 0,128$ .

По результатам анализа проб, полученных методом квартования для каждого опыта определяли дисперсии концентрации  $\sigma_{\text{экс}}^2$  [4]. Поскольку выборочную дисперсию можно рассматривать как параметр, характеризующий качество смеси, для экспериментальных данных, полученных при одинаковых исходных концентрациях и угловых скоростях вращения барабанов, приводилась проверка опытов на воспроизводимость по критерию Кохрена с использованием следующей формулы:

$$G_p = \frac{\sum_{j=1}^4 (\sigma_{j\text{экс}}^2 - \bar{\sigma}_{\text{экс}}^2)_{\text{max}}^2}{3 \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^4 (\sigma_{ji\text{экс}}^2 - \bar{\sigma}_{j\text{экс}}^2)^2}. \quad (4.69)$$

Как видно из табл. 4.1, все опыты воспроизводимы.

Проверка адекватности математической модели при найденном параметре  $\rho_{0,2}$  экспериментальным данным  $\sigma_{\text{экс}}^2$  (стб. 9 табл. 4.2) проводилась следующим образом. С использованием математической модели рассчитывались значения  $\sigma_p^2$  (стб. 10 табл. 4.2). Вычислялась остаточная дисперсия  $S_{\text{ост}}^2$ , дисперсия воспроизводимости  $S_{\text{восп}}^2$ , дисперсия среднего значения  $\bar{S}^2$  и критерий Фишера  $F_p$ . Значение  $F_p$  сравнивали с табличным значением  $F_{\text{табл}}$  [25], найденным при соответствующих степенях свободы  $f_1 = 5 - 1 = 4$  и  $f_2 = 4 - 1 = 3$  и уровне значимости  $P = 0,05$ . Для рассматриваемых примеров  $F_{\text{табл}} = 9,12$ . Результаты вычислений представлены в табл. 4.2. При  $F_p < F_{\text{табл}}$  математическая модель адекватна реальному процессу. Как видно из табл. 4.2, для всех случаев математическая модель адекватна эксперименту.

#### 4.2. Результаты проверки адекватности математической модели реальному процессу смешивания

$\omega, \text{с}^{-1}$	$\tau, \text{с}$	$\sigma_{1\text{экс}}^2$	$\sigma_{2\text{экс}}^2$	$\sigma_{3\text{экс}}^2$	$\sigma_{4\text{экс}}^2$	$G_p$	$G_{\text{табл}}$	$\bar{\sigma}_{\text{экс}}^2$	$\sigma_p^2$	$S_{\text{ост}}^2$	$\bar{S}^2$	$F_p$
Концентрация ключевого компонента 0,466												
1,56	100	0,0602	0,0562	0,0401	0,0439	0,452	0,598	0,0501	0,0559	0,000525	0,000285	1,84
	150	0,0953	0,0669	0,0940	0,0702			0,0816	0,0795			
	200	0,0704	0,0955	0,1133	0,0864			0,0914	0,1020			
	250	0,1788	0,1622	0,1447	0,1103			0,1490	0,1240			
	300	0,2766	0,2184	0,1733	0,1184			0,1822	0,1458			
2,07	100	0,0767	0,0608	0,0684	0,0705	0,456	0,598	0,0602	0,0694	0,000336	0,000152	2,21
	150	0,1357	0,0979	0,1122	0,1262			0,1180	0,0979			
	200	0,1649	0,1095	0,1284	0,1516			0,1386	0,1262			
	250	0,1694	0,1096	0,1392	0,1514			0,1424	0,1547			
	300	0,2073	0,1199	0,1410	0,1602			0,1571	0,1806			
Концентрация ключевого компонента 0,666												
1,56	100	0,0330	0,0377	0,0318	0,0335	0,479	0,598	0,0340	0,0363	0,0000561	0,0000540	1,04
	150	0,0468	0,0589	0,0433	0,0526			0,0504	0,0547			
	200	0,0742	0,0962	0,0625	0,0879			0,0802	0,0719			
	250	0,0834	0,1136	0,0762	0,0964			0,0924	0,0879			
	300	0,0906	0,1346	0,0826	0,1002			0,1002	0,1072			
2,07	100	0,0440	0,0458	0,0382	0,0400	0,374	0,598	0,0426	0,0452	0,000128	0,000103	1,25
	150	0,0915	0,0902	0,0665	0,0686			0,0792	0,0681			
	200	0,1024	0,0912	0,0698	0,0726			0,0840	0,0905			
	250	0,1580	0,1392	0,0953	0,1293			0,1306	0,1135			
	300	0,1655	0,1402	0,0979	0,1324			0,1340	0,1354			

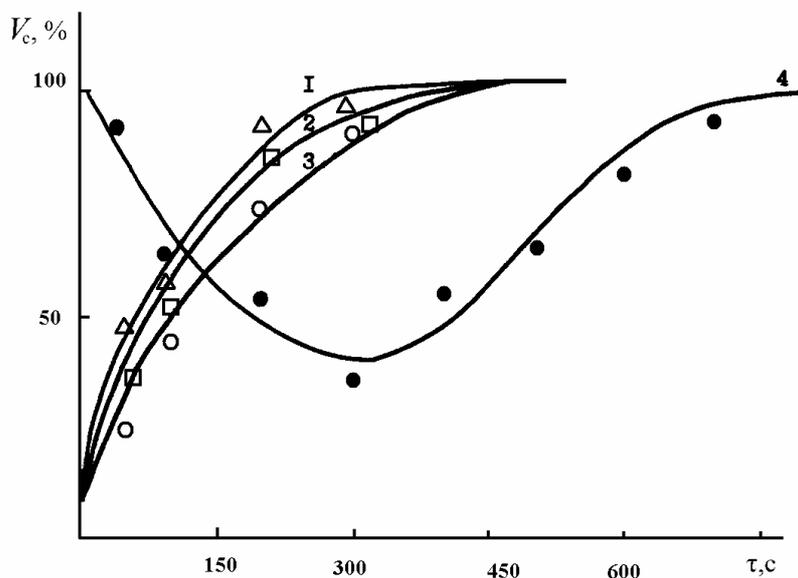
Послойная модель является частным случаем ячеечной модели, рассмотренной выше, когда можно считать, что исходные концентрации в элементарных объемах в пределах одного слоя одинаковы. Если в барабанный смеситель компоненты загружать последовательно при вращающемся барабане [43], то результаты расчетов текущего качества смеси, например коэффициента неоднородности  $\bar{V}$ , выполненные по послойной и ячеечной моделям, будут практически полностью совпадать. Незначительные отклонения возможны лишь в пределах одного перехода. Учитывая, что разница времени одного перехода в указанных моделях незначительна (в проведенных опытах для послойной модели времени одного перехода 0,25 с, а в ячеечной – порядка 0,05 с) и абсолютные значения этих времен меньше времени процесса, при проведении практических расчетов удобнее пользоваться более простой послойной моделью.

При идентификации параметров ячеечной модели можно использовать способ исследования процесса смешивания сыпучего материала [43], сущность которого заключается в том, что ключевой компонент вносят в слой материала, неподвижного относительно вращающегося барабана.

На рис. 4.11 показаны графики изменения коэффициента неоднородности  $V_c$  во времени. Компоненты смеси – песок и стеклянные шарики. Концентрация песка – 0,466, Кривые 1, 2, 3 построены для случая сегрегации однородной исходной смеси при угловых скоростях вращения барабана 2,07; 2,89; 3,6  $\text{с}^{-1}$ , кривая 4 – для случая, когда сначала в смеситель загружали основной компонент (стеклянные шарики), а затем при вращающемся барабане равномерно по его длине загружали ключевой компонент. Сравнивая численные значения коэффициентов неоднородности при одинаковых значениях  $\tau$ , можно

сделать вывод о том, что коэффициент неоднородности нелинейно зависит от угловой скорости вращения барабана.

Из характера кривой 4 видно, что коэффициент неоднородности сначала уменьшается, а затем начинает возрастать. Это можно объяснить тем, что сначала часть ключевого компонента из наружных подслоев (в рассматриваемом примере это 10 подслоев при общем количестве 38), где первоначальная его концентрация была равна единице, переходит в подслои, находящиеся ближе к центру циркуляции, в результате чего распределение ключевого компонента становится более равномерным. Таким образом, концентрация компонента в наружных подслоях постоянно уменьшается, а во внутренних – увеличивается.



**Рис. 4.11. Изменение коэффициента неоднородности во времени**

Значение концентрации в наружном слое достигает средней величины раньше, чем этой величины достигают концентрации подслоев, находящихся в непосредственной близости к центру циркуляции. В дальнейшем концентрация во внешних подслоях становится меньше средней, качество смеси ухудшается и коэффициент неоднородности, естественно, увеличивается.

Проведенные экспериментальные исследования по смешиванию частиц разного цвета и диаметров наглядно показали, что при большом различии в размерах мелкие частицы движутся к центру циркуляции достаточно плотным фронтом, т.е. всегда можно выделить несколько подслоев с повышенной концентрацией мелкой фракции, которые постепенно перемещаются к центру циркуляции и в конечном счете образуют вокруг этого центра ядро сегрегации. Из этого следует сделать вывод о том, что при организации процесса смешивания компонентов, склонных к сегрегации в циркуляционных смесителях, можно и нужно управлять интенсивностью и эффективностью процесса за счет изменения регламента загрузки компонентов. Особенно это важно при приготовлении многокомпонентных смесей.

#### **4.4. ПРИГОТОВЛЕНИЕ СМЕСИ ИЗ НЕСКОЛЬКИХ КОМПОНЕНТОВ, СКЛОННЫХ К СЕГРЕГАЦИИ**

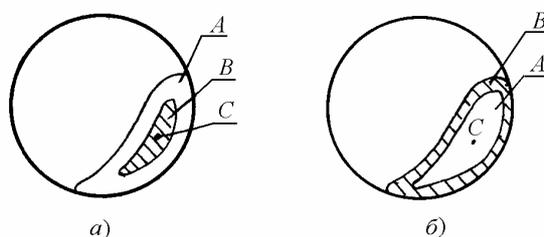
При организации процесса смешивания сыпучих материалов возможны два диаметрально противоположных направления: 1) максимальное детерминирование; 2) максимальная стохастичность. Первое направление, которое в основном реализуется в циркуляционных смесителях, предпочтительнее, поскольку позволяет в большей степени управлять процессом и прогнозировать качество готовой смеси.

Циркуляционные смесители широко используются в различных отраслях народного хозяйства, в том числе и в химической промышленности, для смешивания порошкообразных и мелкозернистых сыпучих материалов. Характерной особенностью данных смесителей является движение (циркуляция) основного потока смешиваемого материала по замкнутому контуру [3]. К циркуляционным смесителям

можно отнести планетарно-шнековые, центробежные, лопастные, вибрационные, барабанные и т.п. [3, 4].

Наиболее остро в настоящее время стоит проблема приготовления высококачественных смесей из компонентов, частицы которых отличаются по размерам и плотностям. Сложность реализации данной технологической операции заключается в том, что одновременно с процессом смешивания идет процесс сегрегации, приводящий к разделению смеси на отдельные компоненты. Наиболее наглядно протекание этих двух противоположных процессов можно наблюдать на примере приготовления двухкомпонентной смеси в барабанном смесителе периодического действия.

Рассмотрим поперечное сечение горизонтального гладкого вращающегося барабана. При вращении барабана сыпучий материал движется по замкнутому циркуляционному контуру. Пусть необходимо приготовить смесь из компонентов  $A$  и  $B$ , причем диаметр частиц  $d_A > d_B$ . Из практики известно, что после длительного смешивания таких компонентов мелкие частицы концентрируются в окрестностях центра циркуляции материала – точки  $C$  (рис. 4.12, *a*), образуя так называемое ядро сегрегации. Следует особо отметить, что такое состояние системы является устойчивым, т.е. сколько бы мы ни продолжали смешивать компоненты, ядро сегрегации не разрушается. Таким образом, каким бы ни было первоначальное распределение компонентов  $A$  и  $B$  в поперечном сечении барабана, после определенного времени смешивания система обязательно достигнет устойчивого состояния, показанного на рис. 4.12, *a*. Если первоначально распределить компоненты  $A$  и  $B$ , как показано на рис. 4.12, *б*, то по пути к состоянию 4.12, *a* система пройдет состояние, при котором компоненты будут образовывать однородную смесь.



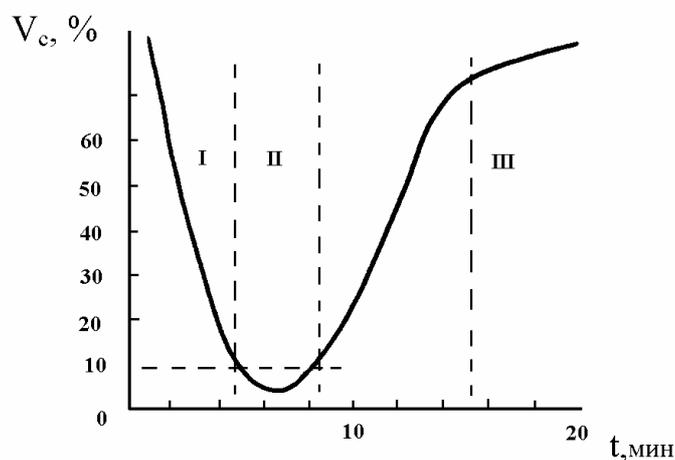
**Рис. 4.12. Распределение компонентов, отличающихся диаметрами частиц, в поперечном сечении барабана**

Приведенные в разд. 4.2 модели процесса смешивания сыпучего материала в поперечном сечении вращающегося барабана учитывают специфику движения частиц материала в гладком вращающемся барабане, а именно наличие поднимающегося и скатывающегося слоев, проскальзывание одних движущихся подслоев относительно других и т.п. Сравнение результатов расчетов ЭВМ коэффициента неоднородности с экспериментальными данными показало, что данные модели позволяют описать не только процесс смешивания, но и процесс сегрегации. На рис. 4.13 показана характерная кривая изменения коэффициента неоднородности во времени для смеси из двух компонентов, у которых частицы отличаются по плотности в два раза.

Коэффициент неоднородности (вариации) определялся по общепринятой зависимости [3].

Пусть, например, коэффициент неоднородности готовой смеси должен быть не более 10 %. В этом случае на графике можно выделить три участка. На участке I (рис. 4.13) смесь находится в неустойчивом неоднородном состоянии, на участке II – в неустойчивом однородном состоянии. Критерием признания неоднородности или однородности смеси является верхняя граница коэффициента неоднородности, которая определяется требованиями к качеству готового продукта процесса смешения. На участке III смесь находится в устойчивом неоднородном состоянии. Промежуток между участками II и III является переходным периодом.

Аналогичные характерные зависимости коэффициента неоднородности от времени смешивания были получены для компонентов, отличающихся диаметром частиц. Экспериментальные исследования проводились на лабораторной установке с диаметром барабана 0,25 м и 0,6 м. Угловая скорость вращения барабана изменялась в диапазоне 0,1...0,5 от критической. Следует отметить, что чем больше отличаются частицы компонентов по размерам и плотностям, тем за меньшее время система приходит в однородное состояние, т.е. тем круче кривая на участке I (см. рис. 4.13).



**Рис. 4.13. Изменение коэффициента неоднородности для смеси из компонентов, отличающихся размерами частиц**

Результаты проведенных исследований показывают, что, изменяя регламент загрузки, т.е. последовательность, место и время подачи отдельных компонентов в циркуляционный смеситель, можно влиять не только на интенсивность процесса смешивания, но и на качество готовой смеси. Таким образом, имеется возможность оптимизировать процесс смешивания компонентов, склонных к сегрегации, во-первых, за счет рациональной загрузки компонентов в смеситель и во-вторых, за счет поиска таких сочетаний режимных и геометрических параметров смесителя, при которых будут минимальны затраты на приготовление единицы готовой смеси.

Первая задача может быть решена загрузкой компонента, имеющего меньший диаметр частиц или большую их плотность, в те зоны смесителя, из которых при движении частиц этого компонента к центру циркуляции состояние системы будет изменяться таким образом, что обязательно достигнет однородного состояния. Пример такой рациональной загрузки показан на рис. 4.12, б. Вторая задача может быть решена при использовании алгоритмов расчета на ЭВМ процесса смешивания, основанного на моделях, предложенных в разд. 4.2.

Барабанные смесители могут быть успешно использованы при периодическом и непрерывном смешивании трех и более компонентов, склонных к сегрегации. Предложены способы [44, 45], реализация которых требует минимальной реконструкции существующего оборудования, но обеспечивающие высокопроизводительное и качественное приготовление многокомпонентных смесей из материалов, существенно отличающихся размерами частиц и их плотностью.

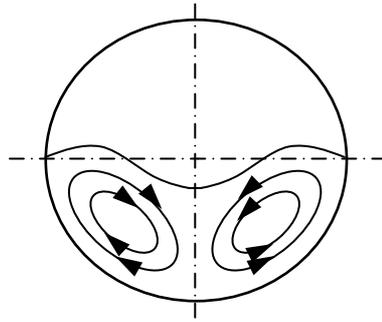
#### **4.5. СМЕШИВАНИЕ В ВИБРОВАЩАЮЩЕМСЯ БАРАБАНЕ**

Наиболее интересной представляется конструкция барабанного смесителя, предложенная в работах [46, 47].

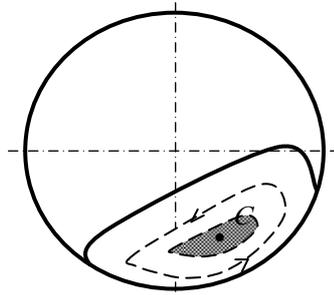
При вибрации барабана материал виброожижается и начинает движение по замкнутому циркуляционному контуру, весьма похожему на циркуляционный контур, который образует сыпучий материал в поперечном сечении вращающегося барабана. В результате экспериментальных исследований [47] было установлено, что возможен вариант образования двух циркуляционных контуров, причем материал движется навстречу друг другу (рис. 4.14).

Интересен тот факт, что при определенных условиях барабан начинает вращаться под действием вертикальной вибрации. Поскольку данный вариант позволяет соединить вибрацию с вращением при грохочении полидисперсного материала, рассмотрим некоторые закономерности движения отдельных частиц.

На рис. 4.15 показан пример образования одного циркуляционного контура в поперечном сечении цилиндрической емкости, которая совершает вертикальные колебания. Частицы компонентов совершают движение по замкнутому циркуляционному контуру с центром в точке *C*.



**Рис. 4.14.** Схема движения сыпучего материала в поперечном сечении вибрационного смесителя



**Рис. 4.15.** Образование циркуляционного контура

При наличии крупных и мелких частиц возможно образование ядра сегрегации в окрестности точка  $C$  (на рисунке данная область затемнена).

Как отмечалось ранее, модели смешивания и сегрегации являются основой для математического описания процесса классификации, поэтому проанализируем математическую модель, предложенную в работе [47], с точки зрения возможного ее использования в дальнейшем при разработке математической модели процесса классификации. В данной модели, как и в модели, предложенной в работе [24], используются марковские цепи, поэтому весь циркуляционный контур делится на ячейки равного объема, как это показано на рис. 4.16. Для любой ячейки за исключением первого и последнего подслоя частицы ключевого компонента за один переход могут перейти в ячейку, расположенную ближе к центру циркуляции, дальше от него либо остаться в своей ячейке.

Для частиц из ячеек первого подслоя возможны только два варианта, а именно, остаться в этой же ячейке либо перейти в ячейку второго подслоя. Для частиц, находящихся в ячейках последнего подслоя, также возможны два варианта: остаться в этой же ячейке либо перейти в ячейку предпоследнего подслоя.

Вероятность этих переходов можно определить по формулам:

$$P_{i,i+1,m} = P_{0i,j}(1 - C_{i+1,m-1}); \quad (4.70)$$

$$P_{i,i,m} = 1 - P_{i,i+1,m}, \quad (4.71)$$

где  $C_{i+1,m-1}$  – концентрация ключевого компонента в  $(i + 1)$ -м подслое после  $(m - 1)$ -го перехода;  $P_{0i,j}$  – вероятность перехода частиц ключевого компонента в подслой, находящийся ближе к центру циркуляции, при нулевой концентрации в нем ключевого компонента.

Численное значение  $P_{0i,j}$  определяется при идентификации параметров модели. Концентрация ключевого компонента в  $i$ -м подслое после  $k$ -го перехода

$$C_{i,k} = V_{\text{кл},i,k} / V_i, \quad (4.72)$$

где  $V_{\text{кл},i,k}$  – объем ключевого компонента в  $i$ -м подслое после  $k$ -го перехода.

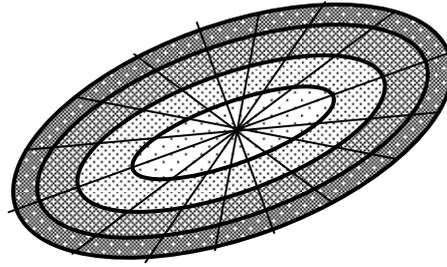


Рис. 4.16. Разделение циркуляционного контура на ячейки

Объем  $V_{\text{кл}, i, k}$  складывается из объемов ключевого компонента  $V_{\text{кл}, i, i, k}$ , остающегося в  $i$ -м подслое, и объема  $V_{\text{кл}, i-1, i, k}$ , который перешел из соседнего нижележащего  $(i-1)$ -го подслоя:

$$V_{\text{кл}, i, k} = V_{\text{кл}, i, i, k} + V_{\text{кл}, i-1, i, k}; \quad (4.73)$$

$$V_{\text{кл}, i, i, k} = V_i C_{i, k-1} - V_n C_{i, k-1} P_{i, i+1, k}; \quad (4.74)$$

$$V_{\text{кл}, i-1, i, k} = V_n C_{i-1, k-1} P_{i-1, i, k}. \quad (4.75)$$

Концентрацию ключевого компонента в момент времени  $\tau = m\Delta\tau$  можно определить из следующих соотношений:

для  $n$ -го подслоя

$$C_{n, k} = C_{n, k-1} + P_{n-1, n} C_{n-1, k-1}; \quad (4.76)$$

для первого подслоя

$$C_{1, k} = (C_{1, k-1} V_1 + P_{1, 2} C_{1, k-1} V_n) / V_1; \quad (4.77)$$

для остальных подслоев

$$C_{i, k} = (C_{i, k-1} V_i - P_{i, i+1} C_{i, k-1} V_n + P_{i-1, i} C_{i-1, k-1} V_n) / V_i, \quad (4.78)$$

где  $k = 1, 2, 3, \dots, m$ .

Зависимости (4.70) – (4.78) позволяют рассчитать концентрацию ключевого компонента в подслоях в любой момент времени  $\tau = m\Delta\tau$ . При моделировании процесса смешения трех и более компонентов, например  $A + B + C$ , общий процесс рассматривают как три процесса, протекающих независимо ( $A + C$ ,  $A + B$ ,  $B + C$ ). В этом случае по результатам экспериментальных исследований процессов приготовления двухкомпонентных смесей определяют исходные вероятности, аналогичные  $P_0$ . В частности, исследуя процесс приготовления смеси  $A + C$ , определяют вероятность  $P_{0AC}$ . Аналогичным образом определяются вероятности  $P_{0AB}$  и  $P_{0BC}$ . В зависимости от полученных значений и текущих концентраций компонентов в подслоях, т.е. значений концентраций на рассматриваемом переходе, вероятности переходов определяются по следующим формулам:

$$P_{Ai, i+1, k} = P_{0AC} C(C)_{i+1, k-1} + P_{0AB} C(B)_{i+1, k-1}; \quad (4.79)$$

$$P_{Bi, i+1, k} = P_{0BC} C(B)_{i+1, k-1},$$

где  $P_{Ai, i+1, k}$  – вероятность перехода компонента  $A$  из ячейки  $i$  в ячейку  $i + 1$  на  $k$ -м переходе;  $C(C)_{i+1, k-1}$  – концентрация компонента  $C$  в ячейке  $i + 1$  после  $(k-1)$ -го перехода;  $C(B)_{i+1, k-1}$  – концентрация компонента  $B$  в ячейке  $i + 1$  после  $(k-1)$ -го перехода;  $P_{Bi, i+1, k}$  – вероятность перехода компонента  $B$  из ячейки  $i$  в ячейку  $i + 1$  на  $k$ -м переходе.

По формулам, аналогичным (4.70) – (4.75), рассчитываются концентрации компонентов  $A$  и  $B$  в подслоях в любой момент времени  $\tau = m \Delta\tau$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 4

1. Классен, П.В. Основы техники гранулирования / П.В. Классен, И.Г. Гришаев. – М., 1982. – 272 с.
2. Wes, G.W.J. Solids Mixing and Residence Time Distribution in a Horizontal Rotary Drum Reactor / G.W.J. Wes // Powder Technology. – 1976. – Vol. 13. – P. 177 – 182.
3. Макаров, Ю.И. Аппараты для смешения сыпучих материалов / Ю.И. Макаров. – М., 1973. – 216 с.
4. Кафаров, В. В. Системный анализ процессов химической технологии. Процессы измельчения и смешения сыпучих материалов / В.В. Кафаров, И.Н. Дорохов, С.Ю. Арутюнов. – М., 1985. – 440 с.
5. Першин, В.Ф. Моделирование процесса смешения сыпучего материала в поперечном сечении вращающегося барабана / В.Ф. Першин // Теоретические основы химической технологии. – 1986. – Т. 20. – № 4. – С. 508 – 513.
6. Валуйский, В.Я. О неравномерности продвижения частиц сыпучего продукта через наклонный вращающийся барабан / В.Я. Валуйский // Известия вузов. Сер. Пищевая технология. – 1965. – № 2. – С. 127 – 130.
7. Конструирование и расчет машин химических производств / под. ред. Э.Э. Кольман-Иванова. – М., 1985. – 408 с.
8. Макаров, Ю.И. Основы расчета процессов смешения сыпучих материалов. Исследование и разработка смесительных аппаратов : автореф. дис. ... д-ра техн. наук / Ю.И. Макаров. – М., 1975. – 35 с.
9. Александровский, А.А. Исследование процесса смешения и разработка аппаратуры для приготовления композиций, содержащих твердую фазу : автореф. дис. ... д-ра техн. наук / А.А. Александровский. – Казань, 1976. – 48 с.
10. Кафаров, В.В. Математическая модель кинетики смешения бинарных смесей, содержащих твердую фазу / В.В. Кафаров, А.А. Александровский, И.Н. Дорохов // Доклады АН СССР. – 1975. – Т. 224, № 5. – С. 1134 – 1137.
11. Баруча-Рид, А.Т. Элементы теории марковских процессов и их приложения / А.Т. Баруча-Рид. – М., 1969. – 225 с.
12. Lloyd, P.J. Mixing of Powders / P.J. Lloyd, P.C. Jenng // Chem. Proc. Eng. – 1967. – Vol. 48, № 10. – P. 57 – 61.
13. Donald, M.B. Mechanisms in a horizontal drum mixer / M.B. Donald, B. Roseman // Br. Chem. Eng. – 1962. – Vol. 7, № 10. – P. 748 – 755.
14. Савахата, Я. Циркуляция частиц в горизонтальном цилиндрическом смесителе / Я. Савахата // Дзайре. – 1967. – Т. 16, № 164. – С. 364 – 369.
15. Cartensen, J.T. Blending of Irregularly Shaped Particles / J.T. Cartensen, M.R. Patel // Powder Technology. – 1977. – № 17. – P. 273 – 282.
16. Williams, J.C. The Mixing and Segregation of Particulate Solids of Different Particle Size / J.C. Williams // Chemical Eng. – 1973. – Vol. 5, № 269. – P. 19 – 25.
17. Cahn, S. Probabilistic Model of the Diffusional Mixing of Particulate Solids / S. Cahn, W.A. Fuerstenau // Powder Technology. – 1969. – Vol. 2, № 4. – P. 215 – 222.
18. Pan, L.T. Stochastic diffusion model of nonideal mixing in a horizontal drum mixer / L.T. Pan, S.H. Shin // Chemical Engineering Science. – 1979. – Vol. 54, № 6. – P. 811 – 820.
19. Сато, И. Смешивание твердых тел / И. Сато // Пуранто когаку. – 1968. – Т. 10, № 5. – С. 63 – 69.
20. Кога, Д. Исследование процесса смешения частиц с различной плотностью в горизонтальном барабанном смесителе / Д. Кога [и др.] // Рикагаку кэнкюсе хококу. – 1980. – Т. 56, № 5. – С. 95 – 102.
21. Сато, К. Смесительные характеристики горизонтального смесительного барабана / К. Сато, К. Ямагути, И. Иноуэ // Рикагаку кэнкюсе хококу. – 1974. – Т. 50, № 3. – С. 100 – 114.

22. Селиванов, Ю.Т. Расчет и проектирование циркуляционных смесителей сыпучих материалов без внутренних перемешивающих устройств / Ю.Т. Селиванов, В.Ф. Першин. – М. : Изд-во Машиностроение-1, 2004. – 120 с.
23. Pershin, V.F. The mixing and segregation of particulate solids of different particle size. / V.F. Pershin, U.T. Selivsnov, A.G. Tkachev // Abstracts of the 10 International congress of chemical equipment and automatics, "CHISA-90". – Praha, Czechoslovakia, 1990. – P. 49.
24. Першин, В.Ф. Модель процесса смешения сыпучего материала в поперечном сечении вращающегося барабана. / В.Ф. Першин // Порошковая металлургия. – 1986. – № 10. – С. 1 – 5.
25. Першин, В.Ф. Моделирование процесса смешивания полидисперсных материалов. / В.Ф. Першин, В.Л. Негров, Ю.Т. Селиванов // Технология сыпучих материалов "ХИМТЕХНИКА-86" : тез. докл. Всесоюз. конф. – Белгород, 1986. – С. 49–50.
26. А. с. 1125036 СССР, МКИ В 01 Г 9/02. Барабанный смеситель / Ю.И. Макаров, А.Г. Квак, Ю.А. Репкин [и др.] (СССР). – № 3627334/23-26 ; заявл. 26.07.83 ; опубл. 23.11.84, Бюл. № 43.
27. Суркова, Л.В. Метод расчета непрерывно-действующих барабанных смесителей / Л.В. Суркова, Ю.И. Макаров // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1972. – № 11. – С. 14–15.
28. Modeling of mixing and segregation of particulate solids in a rotation drum. / V. Pershin, U. Selivanov, V. Artemov, S. Varishnikova, A. Tkachev // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 1998. – Т. 4, № 2–3. – С. 230 – 237.
29. Селиванов, Ю.Т. Модель многофазового процесса смешивания сыпучих материалов / Ю.Т. Селиванов // Технологическое оборудование, производственные процессы, строительные конструкции : сб. науч. тр. – Тамбов, 1998. – Ч. I – С. 63 – 67.
30. Селиванов, Ю.Т. Моделирование процесса смешивания в барабанном смесителе при периодическом и непрерывном режиме / Ю.Т. Селиванов, А.В. Орлов // Математические методы в технике и технологиях : сб. XV Междунар. науч. конф. В 10 т. / под общ. ред. В.С. Балакирева ; ТГТУ. – Тамбов, 2002. – Т. 10. – С. 50–51.
31. Селиванов, Ю.Т. Математическое моделирование и практические рекомендации по проведению процесса смешивания сыпучих материалов / Ю.Т. Селиванов // Тез. докл. VII науч. конф. ТГТУ. – Тамбов, 2002. – С. 119.
32. Селиванов, Ю.Т. Моделирование процесса смешивания с учетом характера движения сыпучего материала в барабане непрерывного действия / Ю.Т. Селиванов // Тез. докл. VI науч. конф. ТГТУ. – Тамбов, 2001. – С. 237.
33. Першин, В.Ф. Моделирование процесса смешивания сыпучих материалов в циркуляционных смесителях непрерывного действия. / В.Ф. Першин, Ю.Т. Селиванов // Теоретические основы химической технологии. – 2003. – Т. 37, № 6. – С. 629 – 635.
34. Орлов, А.В. Некоторые аспекты моделирования процесса смешивания в барабанном смесителе непрерывного действия / А.В. Орлов, Ю.Т. Селиванов // Труды ТГТУ. Технологические процессы и оборудование : сборник научных статей молодых ученых и студентов. – Тамбов, 2001. – Вып. 8. – С. 114 – 117.
35. Селиванов, Ю.Т. Исследование влияния осевого движения на процесс непрерывного смешивания сыпучих материалов во вращающемся барабане / Ю.Т. Селиванов, В.Ф. Першин // Известия вузов. Химия и химическая технология. – 2003. – Т. 46, Вып. 7. – С. 42 – 45.
36. Першин, В.Ф. Механизм пересчета концентраций компонентов по подслоям в барабанном смесителе / В.Ф. Першин, Ю.Т. Селиванов, А.В. Орлов // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2003. – № 2. – С. 5 – 8.
37. Негров, В.Л. Тепловой расчет барабанных сушилок с применением ЭВМ / В.Л. Негров, В.Ф. Першин, Ю.Т. Селиванов // Биотехника – 89 : тез. Всесоюз. науч.-техн. конф. – Грозный, 1989. – С. 12.
38. Pershin, V.F. Particulate solids motion and distribution in drum dryers / V.F. Pershin, V.L. Negrov, U.T. Selivanov // Abstracts of the 10 International congress of chemical equipment and automatics, "CHISA-90". – Praha, Czechoslovakia, 1990. – P. 48.
39. Першин, В.Ф. Зонная модель процесса теплообмена в барабанных сушилках / В.Ф. Першин, В.Л. Негров, Ю.Т. Селиванов // Роль молодых конструкторов и исследователей химического машиностроения в реализации целевых программ, направленных на ускорение НТП в отрасли : тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. конф. – Зеленогорск, 1988. – С. 32.

40. Першин, В.Ф. Методика теплового расчета барабанных сушилок с применением ЭВМ / В.Ф. Першин, Ю.Т. Селиванов, В.Л. Негров // Роль молодых конструкторов и исследователей химического машиностроения в реализации целевых программ, направленных на ускорение НТП в отрасли : тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. конф. – Зеленогорск, 1988. – С. 33.

41. Ахназарова, С.Л. Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии / С.Л. Ахназарова, В.В. Кафаров. – М., 1978. – 319 с.

42. Саутин, С.Н. Планирование эксперимента в химии и химической технологии / С.Н. Саутин – Л., 1975. – 48 с.

43. А. с. 1297894 СССР, МКИ В 01 F 3/18. Способ исследования процесса смешения сыпучего материала в барабанном смесителе / В.Ф. Першин (СССР). – № 3834451/31-26 ; заявл. 02.01.85 ; опубл. 23.03.87, Бюл. № 11.

44. А. с. 1326323 СССР, МКИ В 01 F 9/02. Способ приготовления смеси сыпучих материалов / В.Ф. Першин (СССР). – № 3834337/31-26 ; заявл. 02.01.85 ; опубл. 30.07.87, Бюл. № 28.

45. А. с. 1297895 СССР, МКИ В 01 F 3/18. Способ приготовления многокомпонентных смесей сыпучих материалов / В.Ф. Першин (СССР) – № 3861237/31-26 ; заявл. 02.01.85 ; опубл. 23.03.87, Бюл. № 11.

46. А. с. С1 2162365 RU 7 В 01 F 11/00. Вибрационный смеситель / А.А. Пасько, В.Ф. Першин, В.П. Таров, А.А. Коптев, В.Л. Негров (Тамб. гос. техн. ун-т). – № 99110526/12 ; заявл. 18.05.1999 ; опубл. 27.01.2001, Бюл. № 3.

47. Пасько, А.А. Разработка новых конструкций вибрационных смесителей барабанного типа для сыпучих материалов и методика их расчета : автореф. дис. ... канд. техн. наук / А.А. Пасько. – Тамбов, 2000. – 16 с.

## Глава 5

### БАРАБАНЫЕ ГРАНУЛЯТОРЫ

Гранулирование – это совокупность физико-химических и физико-механических процессов, обеспечивающих формирование частиц определенного гранулометрического состава, формы, структуры и физических свойств [1]. Целью гранулирования являются [2] увеличение текучести материалов, уменьшение пыления, предотвращение сегрегации готового продукта и полуфабрикатов по крупности частиц, улучшение растворимости и циркуляции воздуха между гранулами материала, предотвращение прилипания и сцепления, упрощение дозировки материала. К основным целям гранулирования можно отнести также и получение многослойных гранул.

Аппараты барабанного типа применяются для реализации двух методов гранулирования: окатывания и диспергирования жидкости на поверхность частиц, находящихся во взвешенном состоянии. В соответствии с этим выделяют барабанные грануляторы и барабанные гранулягоры – сушилки (БГС). Рассмотрим более подробно механизмы образования гранул указанными методами.

#### 5.1. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА ГРАНУЛИРОВАНИЯ

##### 5.1.1. ГРАНУЛИРОВАНИЕ МЕТОДОМ ОКАТЫВАНИЯ

Процесс гранулирования методом окатывания обычно заключается в следующем. Во вращающийся барабан подают исходный порошок, мелкие частицы готового продукта (ретур) и связующее. В результате движения во вращающемся барабане получают гранулы.

В процессе гранулирования можно выделить четыре стадии [1]:

1) смешение исходного порошка с частицами ретура и связующим; 2) образование гранул из мелких частиц и дробление комков; 3) скатывание и уплотнение гранул в результате их перемещения внутри аппарата; 4) упрочнение связей в результате перехода жидкой фазы в твердую, т.е. стабилизация структуры гранулы.

Как уже отмечалось (см. гл. 2), сыпучий материал в поперечном сечении гладкого вращающегося барабана образует замкнутый циркуляционный контур. Часть материала (зона *АСВМ*, см. рис. 2.2) образует поднимающийся слой, а остальной материал находится в скатывающемся слое (зона *АСВН*).

Именно в скатывающемся слое в основном происходят рост и уплотнение гранул или нанесение покрытий на поверхность частиц [1].

В основу известных моделей гранулообразования закладывается либо механизм срачивания частиц, либо механизм наслоения [1, 3]. Известны также модели, в которых объединены оба механизма роста гранул [3].

В скатывающемся слое частица совершает движение двух видов: вращательное и поступательное [1]. При движении частица соударяется с себе подобными, а также с частицами меньшего и большего размера. В результате соударений возможна агломерация отдельных частиц, а также не исключено их разрушение на более мелкие. При вращательном движении гранулы возможен её рост за счёт наслоения. Количество соударений и их сила, путь, пройденный частицей с перекачиванием или проскальзыванием, – величины стохастического характера, и для их определения необходимо использовать методы теории вероятностей. В то же время эти случайные величины зависят от длины пути гранулы в скатывающемся слое, а поскольку движение сыпучего материала в поперечном сечении гладкого вращающегося барабана в большинстве случаев установившееся, процесс движения имеет детерминированный характер. Исходя из этого, процесс гранулообразования методом окатывания необходимо рассматривать как стохастико-детерминированную систему.

Исследования процесса движения сыпучего полидисперсного материала в поперечном сечении гладкого вращающегося барабана [4] показывают, что в области центра циркуляции с течением времени образуется ядро из мелких частиц. Наличие сегрегации частиц по размерам в поперечном сечении барабана подтверждено экспериментальными исследованиями работы промышленных грануляторов [5]. Частицы, находящиеся в окрестностях центра циркуляции (см. точку *C* на рис. 2.2), за один цикл циркуляции проходят в скатывающемся слое меньший путь, более того, они имеют меньшую скорость скатывания. Очевидно, что явление сегрегации необходимо учитывать при разработке моделей гранулирования методом окатывания.

Переходим к качественному анализу структуры математических подходов, которые могут быть положены в основу описания процесса гранулообразования.

Для учёта процесса сегрегации можно использовать описанную в разделе 4.2.1, послойную модель. В основу механизма роста гранул удобнее всего положить механизм наслаивания, поскольку он позволяет более гибко учитывать изменение диаметра гранулы за одно пребывание её в скатывающемся слое. Отметим, что истирание, агломерация и разрушение гранул приводят к тому же конечному результату, что и наслоение, – изменению размера гранулы, поэтому все эти воздействия можно учитывать одним коэффициентом, который будет характеризовать изменение диаметра гранулы за прохождение ею единицы пути в скатывающемся слое.

Для выяснения общих закономерностей процесса гранулирования методом окатывания были проведены следующие экспериментальные исследования. В барабанный гранулятор с диаметром 0,25 м загружались частицы разного размера, причем частицы одного размера имели одинаковый цвет. Барабан приводился во вращение, и в него подавали связующее с помощью форсунки и порошок. В процессе гранулирования гранулы готового продукта рассеивали на фракции, раскалывали, и по цвету ядра можно было определить, из какого зародыша образовалась данная гранула.

Результаты эксперимента показали, что из частиц одинакового размера могут образовываться гранулы разного диаметра и, наоборот, из частиц разного размера могут образовываться гранулы одинакового диаметра. Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод, что гранулометрический состав готового продукта неоднозначно определяется гранулометрическим составом ретура. Следует учитывать вероятность того, наслоится на частицу пленка за одно пребывание в скатывающемся слое или нет. Необходимость вероятностного подхода в данном случае усиливается тем, что в поперечном сечении барабана происходит сегрегация гранул по размерам, и если при движении в скатывающемся слое на частицу не наслоилась пленка, т.е. её размер не увеличился, то увеличивается вероятность её перехода ближе к центру циркуляции во время следующего выхода этой частицы в скатывающийся слой.

Если за один оборот вокруг собственной оси на частицу диаметром  $d_k$  наслаиваются частички порошка и связующего и образуется пленка толщиной  $\lambda$  [1], то на протяжении её пути в скатывающемся слое  $L_{Ci}$  её диаметр будет равен:

$$d_{1ki} = d_{ki} + 2\lambda L_{Ci} / \pi d_{ki} . \quad (5.1)$$

Учитывая, что не на все частицы, имеющие диаметр  $d_k$  и прошедшие путь в скатывающемся слое  $L_{Ci}$ , будет наслаиваться плёнка, запишем:

$$N_{1ki} = N_{ki} P_{ki}, \quad (5.2)$$

где  $N_{1ki}$  – количество частиц, диаметр которых после одного пребывания в скатывающемся слое стал равен  $d_{1k}$ ;  $N_{ki}$  – количество частиц диаметром  $d_k$ , прошедших путь в скатывающемся слое, равный  $L_{Ci}$ ;  $P_{ki}$  – вероятность того, что за одно пребывание в скатывающемся слое на частицу диаметром  $d_{ki}$  наложится плёнка.

Поскольку длина пути частицы в скатывающемся слое определяется радиусом её движения в поднимающемся слое, т.е.  $R_i$ , зависимость (5.2) описывает изменение частиц фракции  $d_k$  для  $i$ -го подслоя. Численное значение  $P_{ki}$  во многом зависит от специфики организации процесса гранулирования. Так, например, при гранулировании из увлажненной шихты значение  $P_{ki}$  по толщине скатывающегося слоя будет, по всей видимости, одинаковым, а при разбрызгивании связующего на открытую поверхность скатывающегося слоя численные значения  $P_{ki}$  будут уменьшаться по мере углубления частиц в слой.

В общем случае значения  $P_{ki}$  определяются при идентификации параметров математической модели реальному процессу.

### 5.1.2. ГРАНУЛИРОВАНИЕ ДИСПЕРГИРОВАНИЕМ ЖИДКОСТИ НА ПОВЕРХНОСТЬ ЧАСТИЦ

Сущность процесса гранулирования методом диспергирования жидкости на поверхность частиц в барабанном грануляторе-сушилке заключается в следующем. В барабан, на внутренней поверхности которого установлены лопасти, подают ретур и через пневматическую форсунку пульпу. Форсунка устанавливается вдоль оси барабана со стороны загрузки ретура. Кроме этого, в барабан подают теплоноситель. Диспергированная пульпа наносится на поверхность частиц, падающих с лопастей. На интенсивность и эффективность процесса гранулирования основное влияние оказывают работа форсунки и равномерность распределения частиц, сыпавшихся с лопастей, в поперечном сечении барабана, поскольку именно от этого зависят условия взаимодействия жидкой и твёрдой фазы.

Механизм роста и образования гранул аналогичен механизму, имеющему место при гранулировании в псевдооживленном слое. Он подробно описан в работе [1], поэтому остановимся только на нескольких основных моментах.

Твёрдое вещество, которое вводится в барабан вместе с жидкой фазой, частично откладывается на поверхности частиц, падающих с лопастей. Рост гранул тем вероятнее, чем больше силы сцепления капли жидкости с твёрдыми частицами. Адгезионная способность капли зависит от состояния поверхности гранулы, в частности от шероховатости, а также от свойств жидкости, наиболее важным из которых является соотношение в капле жидкой и твёрдой фаз [1].

Часть твёрдого вещества вместе с жидкостью не укрепляется на поверхности гранул или не попадает на неё и образует самостоятельные частицы, т.е. новые центры гранулообразования. Таким образом, процесс гранулирования во многом определяется вероятностью столкновения капель жидкости с твёрдыми частицами.

Механизм соударений в разреженных потоках и математические модели, позволяющие количественно оценить этот процесс, даны в работе [6]. Необходимо учитывать следующие основные специфические особенности взаимодействующих потоков: взаимное расположение контактирующих фаз (в нашем случае направления движения фаз перпендикулярны); форму взаимодействующих потоков (поток жидкости имеет коническую форму, а поток падающих частиц при равномерном распределении их по сечению барабана можно рассматривать как цилиндрический); структуру потоков на входе в зону взаимодействия, в частности, объёмную плотность распределения фаз в потоках; агрегатное состояние взаимодействующих фаз (твёрдое – жидкость); средние размеры частиц в исходных потоках и кривые распределения размеров частиц по различным признакам. Кроме этого, при любом методе расчёта необходимо учитывать полидисперсность частиц материалов.

В работе [6] приводится модель тонкого подвижного слоя, основная идея которой заключается в том, что одна из контактирующих фаз (в нашем случае жидкость) условно переводится из разреженного состояния в сплошной поток, который движется в зоне взаимодействия в виде тонких слоёв переменной толщины. Изменение толщины слоев должно согласоваться с характером изменения плотности потока в сечениях, нормальных к оси симметрии, и с характеристиками изменения размеров капель. Вторая фаза движется в разреженном состоянии в соответствии с реальной картиной процесса. Считается, что при прохождении через плёнку твёрдая частица захватывает своей поверхностью количество материала по миделеву сечению частицы. Весь расчёт сводится к нахождению общей массы жидкости,

присоединенной к твёрдым частицам, и определению конечного размера частиц. Сущность вероятностного метода расчёта относительной доли столкновений частиц в наложенных разреженных потоках [6,7] заключается в использовании понятия вероятности свободного пробега некоторого расстояния частицей (каплей) одного потока в среде частиц другого.

Применительно к барабанным грануляторам-сушилкам, более перспективным представляется использование вероятностного метода, модифицированного с учётом специфики движения падающих с лопастей частиц и их распределения по сечению барабана.

Существенное влияние на качество готового продукта оказывает процесс сегрегации частиц по размерам при их движении по лопасти, который приводит к неравномерному распределению частиц по сечению барабана. Сущность эффекта сегрегации частиц по размерам при их движении по лопасти рассмотрена в гл. 3, влияние эффекта сегрегации на работу промышленного БГС описано в работе [8].

## 5.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГРАНУЛИРОВАНИЯ

Поскольку в барабанных грануляторах рост гранул осуществляется либо за счёт наслоения плёнки при окатывании, либо за счёт диспергирования жидкости на поверхность частиц, находящихся в состоянии падения с лопасти, рассмотрим моделирование процесса гранулирования в окаточных барабанах и в грануляторах-сушилках.

### 5.2.1. ГРАНУЛИРОВАНИЕ МЕТОДОМ ОКАТЫВАНИЯ

Метод гранулирования скатыванием, при котором формирование гранул достигается агломерацией или наслоением, широко используется в различных отраслях народного хозяйства, и особенно в химической промышленности при крупнотоннажном производстве минеральных удобрений [1].

Одним из основных показателей эффективности работы гранулятора является выход товарной фракции, т.е. процентное содержание в готовом продукте гранул определенных размеров [5]. При использовании барабанов для дражирования сыпучих материалов [9, 10] необходимо нанести на частицы пленку одинаковой толщины, т.е. в конечном счёте желательнее получить монодисперсный готовый продукт. Таким образом, при проектировании новых и модернизации действующих барабанных грануляторов необходимо иметь возможность не только прогнозировать гранулометрический состав готового продукта, но и рассчитывать оптимальные геометрические и режимные параметры гранулятора.

Для решения этой задачи широко используют математическое моделирование процесса гранулирования. Наиболее полный и критический анализ известных моделей приводится в работах [1, 3]. При разработке многообразных моделей не было уделено достаточного внимания на качественный анализ рассматриваемого процесса с целью выявления наиболее общих закономерностей движения сыпучих материалов, определяющих кинетику гранулообразования.

Непрерывный процесс гранулообразования следует рассматривать как сложную физико-механическую систему (ФМС) [11]. Будем рассматривать второй уровень иерархии, т.е. учитывать закономерности, присущие макрообъёмам рабочего пространства, и воспользуемся математическим аппаратом марковских цепей. Предположим, что гранулирование осуществляется в результате двух последовательно реализующихся процессов: сегрегации частиц по размерам в поперечном сечении вращающегося барабана и роста гранул за счёт наслоения на них плёнки. Разделим барабан по длине на участки и будем считать, что в пределах участка состояние системы и, прежде всего, её гранулометрический состав не изменяются во времени. Принимаем, что состояние системы, т.е. переход частиц из одного участка в другой, происходит скачкообразно. При этом за один переход совершаются два процесса: сегрегация гранул по размерам и их рост. Пусть в любом поперечном сечении барабана имеется достаточное количество частиц  $k$ -й фракции и они равномерно распределены в пределах каждого подслоя, т.е. гранулометрический состав есть функция только радиуса движения частиц в поднимающемся слое. В соответствии с принятым допущением разделим весь материал на поднимающиеся слои, как это показано на рис. 2.2.

Параметры, характеризующие распределение и движение сыпучего материала в поперечном сечении вращающегося барабана, можно определить, используя зависимости (2.2) – (2.32).

Поскольку гранулометрическая характеристика материала определяется сиговым анализом и представляется дискретными функциями [1], будем считать, что на входе в рассматриваемый участок барабана  $j$  весь материал состоит из  $m$  фракций и известны концентрации этих фракций по подслоям, т.е. известны величины  $C_{k,i,j-1}$ , где  $k$  – номер фракции,  $k = 1, 2, \dots, m$ ;  $i$  – номер подслоя,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $j$  – номер участка,  $j = 1, 2, \dots, N$ .

При описании процесса сегрегации используем послойную модель процесса смешивания полидисперсного материала в поперечном сечении гладкого вращающегося барабана, которая рассмотрена в разд.

4.2.1. Согласно данной модели концентрацию ключевого компонента (частиц определенной фракции) после процесса сегрегации на участке  $j$  можно определить, используя зависимости (2.25) – (2.27):

для первого подслоя

$$C'_{k,1,j} = (V_1 C_{k,1,j-1} - P_{k,1,2,j} V_n C_{k,1,j-1}) / V_1; \quad (5.3)$$

для  $n$ -го подслоя

$$C'_{k,n,j} = C_{k,n,j-1} + P_{k,n-1,n,j} C_{k,n-1,j-1}; \quad (5.4)$$

для остальных подслоев

$$C'_{k,i,j} = (V_i C_{k,i,j-1} - P_{k,i,i+1,j} C_{k,i,j} V_n + P_{k,i-1,i,j} C_{k,i-1,j-1} V_n) / V_i, \quad (5.5)$$

где  $V_i$  – объём  $i$ -го подслоя на участке  $j$ ;  $P_{k,i,i+1,j}$  – вероятность перехода частицы из подслоя  $i$  в подслоя  $i+1$ ;  $P_{k,i-1,i,j}$  – вероятность перехода частицы из подслоя  $i-1$  в подслоя  $i$ .

Пользуясь зависимостями (5.3) – (5.5), последовательно изменяя  $i$  от 1 до  $n_j$ , можно рассчитать концентрации всех фракций во всех подслоях. Следует отметить, что вероятности переходов частиц из слоя в слой для разных фракций различны. Численные значения вероятностей  $P_{k,i+1,i,j}$  определяются по формулам, аналогичным (2.20) – (2.21):

$$P_{k,i,i+1,j} = \sum_{z=1}^k P_z (1 - C_{z,i+1,j-1}) - \sum_{\ell=k}^m P_\ell C_{\ell,i+1,j-1}, \quad (5.6)$$

где  $P_z$  – вероятность перехода частиц фракции  $z$  из подслоя  $i$  в подслоя  $i+1$  при нулевых концентрациях в нём частиц фракции  $z$  и более мелких фракций;  $(P_z - P_\ell)$  – вероятность перехода частиц фракции  $z$  из подслоя  $i$  в подслоя  $i+1$  при единичной концентрации в нём частиц фракции  $\ell$ .

Значения  $P_z$  и  $P_\ell$  находятся при идентификации параметров математической модели эксперименту по методике, изложенной в разд. 4.3. Учитывая, что точность расчётов по предлагаемой методике зависит от числа фракций, на которые делится материал, находящийся в барабане при большом количестве фракций, при использовании зависимости (5.6) необходимо проводить значительные экспериментальные исследования. Для практических расчётов можно предложить следующую формулу:

$$P_{k,i,i+1,j} = P_k \left( \frac{\bar{d}_{i+1} - d_k}{d_m - d_k} \right), \quad (5.7)$$

где  $P_k$  – вероятность перехода частиц фракции  $k$  из подслоя  $i$  в подслоя  $i+1$  при единичной концентрации в нём частиц самой крупной фракции;  $\bar{d}_{i+1}$  – средний диаметр частиц в подслое  $i+1$ .

Зависимость (5.7) справедлива при  $d_k < \bar{d}$ , при  $d_k > \bar{d}$   $P_{k,i,i+1,j} = 0$ . Данная зависимость получена путём выражения концентрации ключевого компонента через величины  $d_k$ ,  $\bar{d}$ ,  $d_m$  в формуле

$$P = P_{0,i,j} (1 - C), \quad (5.8)$$

которая используется при расчёте двухкомпонентной смеси. В данном случае полидисперсный материал заменяется бинарной смесью, состоящей из частиц с диаметром  $d_k$  и  $\bar{d}$ . Зависимость (5.8) в разд. 4.3 проверена экспериментально.

Рассмотрим вторую стадию процесса – рост гранул. Для математического описания воспользуемся механизмом роста гранул за счёт наложения плёнки [1], поскольку он позволяет учитывать истирание гранул при их движении в барабане. Сделав соответствующие допущения [1], запишем:

$$d_{ki} dd_{ki} = (2\ell_{cij} / \pi) \lambda_{ij} dt, \quad (5.9)$$

где  $d_{ki}$  – диаметр частиц фракции  $k$ ;  $\ell$  – длина пути, проходимого гранулами подслоя в скатывающемся слое в единицу времени;  $\lambda_{ij}$  – толщина плёнки, которая наслаивается на гранулу за один её оборот вокруг собственной оси, для  $i$ -го подслоя участка  $j$ .

Уравнение (5.9) представляет собой математическую модель роста частицы при гранулировании методом скатывания. В отличие от модели [1], в предлагаемой введена длина пути гранул в скатывающемся слое с учётом номера подслоя. Это обусловлено тем, что в зависимости от радиуса движения в поднимающемся слое, т.е. от номера подслоя, за один оборот вокруг центра циркуляции гранулы проходят разный путь (см. рис. 2.2). Гранулы, находящиеся в подслое с большим номером, т.е. движущиеся по меньшему радиусу  $R_i$ , в скатывающемся слое проходят меньший путь, но и время одного оборота вокруг центра циркуляции у них меньше, т.е. они чаще появляются в скатывающемся слое. Именно поэтому в уравнение (5.9) введена длина пути гранул за единицу времени. Экспериментальные исследования, проведённые путём наблюдения за движением меченой гранулы в поперечном сечении вращающегося барабана, показывают, что численные значения  $\ell_{Ci}$  для разных подслоев могут отличаться более чем на 20 %.

В модели также введена зависящая от номера подслоя и участка толщина пленки  $\lambda_{ij}$ . Ранее [1] учитывалось изменение данного параметра только по длине барабана. Использование переменной по подслоям  $\lambda_{ij}$  обусловлено следующими основными причинами: при подаче связующего на открытую поверхность скатывающегося слоя [1] неодинакова вероятность попадания его на частицы, находящиеся в разных подслоях; скорость движения частиц в скатывающемся слое нелинейно зависит от радиуса их движения в поднимающемся слое, и, следовательно, градиент скорости по подслоям непостоянен, а именно от абсолютной скорости частиц и разницы скоростей в соседних (контактирующих между собой) скатывающихся подслоях во многом зависит интенсивность истирания гранул и как следствие  $\lambda_{ij}$ .

Определим значение  $\ell_{Ci}$ , для чего расположим систему координат  $X_1CY_1$ , как показано на рис. 2.2. Верхний участок границы раздела слоев можно считать прямой, совпадающей с осью  $CX_1$ , а нижний – удовлетворительно описывается зависимостью (2.32). Учитывая это, можно записать:

$$\ell'_{Ci} = \int_0^{X_{1Bi}} \sqrt{1 + (\dot{y})^2} dx + \sqrt{R_i^2 - R^2 \cos^2 \delta_1}, \quad (5.10)$$

где  $\ell'_{Ci}$  – длина пути гранулы  $i$ -го подслоя в скатывающемся слое;  $X_{1Bi}$  – координата точки перехода  $i$ -й частицы из скатывающегося слоя в поднимающийся [см. уравнение (2.32)]. После интегрирования (5.10) получим:

$$\begin{aligned} \ell'_{Ci} = & AX_{1Bi} \left( X_{1Bi}^2 + \frac{1}{4A} \right)^{0,5} + \\ & + \frac{1}{4A} \ln \left( X_{1Bi} + \sqrt{X_{1Bi}^2 + \frac{1}{4A^2}} + \sqrt{R_i^2 - R^2 \cos^2 \delta_1} \right) \end{aligned} \quad (5.11)$$

и, подставив значение  $X_{1Bi}$ , найдём численное значение  $\ell'_{Ci}$ . Время одного оборота частицы  $i$ -го подслоя вокруг центра циркуляции

$$\tau_{wi} = 2\pi_j V_{ij} / \omega (R^2 - R_{Cj}^2) \Delta L, \quad (5.12)$$

где  $V_{ij}$  – объём  $i$ -го подслоя на участке  $j$ ;  $R_{Cj}$  – расстояние от оси вращения барабана до центра циркуляции (2.19).

С учётом (5.11), (5.12) запишем:

$$\ell_{ci} = \ell'_{ci} / \tau_{wi}. \quad (5.13)$$

Рассмотрим частные случаи модели (5.9) и, прежде всего, изменение параметра  $\lambda_{ij}$  по толщине скатывающегося слоя. Возможны три типичных варианта:  $\lambda_{ij} = \text{const}$ ; уменьшается линейно по толщине

слоя, т.е.  $\lambda_{ij} = \lambda_{0j} R_i / R_{Cj}$  или  $\lambda_{ij} = \lambda_{0j} (R_i - R_{Cj})$ ; толщина плёнки уменьшается по экспериментальному закону  $\lambda_{ij} = \lambda_{0j} \exp\left(-\frac{R - R_C}{R_i - R_C}\right)$ . Обоснование выбора вариантов аналогично приведённым при выборе вариантам изменения  $\lambda_i$  по длине барабана [1]. Рассмотрим указанные варианты изменения  $\lambda_{ij}$  по длине барабана, т.е. зависимости от времени гранулирования, и после интегрирования (5.9) получим:

$$1) \lambda_{0j} = \text{const}, \quad d_i = \sqrt{d_{i0}^2 + \left(\frac{4\ell_{cij}}{\pi}\right) \lambda_{0j} \tau}; \quad (5.14)$$

$$2) \lambda_{0j} = \lambda_0 - k_1 \tau, \quad d_i = \sqrt{d_{i0}^2 + \frac{\ell_{cij}}{\pi} (2\lambda_{0j} - k_1 \tau) \tau}; \quad (5.15)$$

$$3) \lambda_{0j} = \lambda_0 \exp(-k_2 \tau), \quad d_i = \sqrt{d_{i0}^2 + \frac{4\ell_{cij} \lambda_0}{\pi k_2} [1 - \exp(-k_2 \tau)]}. \quad (5.16)$$

В общем случае толщина истирающейся плёнки может изменяться по иным законам, чем толщина нарощенной плёнки. В работе [1] приводятся результаты интегрирования уравнения (5.9) при различных законах изменения толщины истирающейся плёнки по длине барабана. Этими результатами можно воспользоваться с учётом изменения толщины нарастающей плёнки по подслоям, сделав соответствующие замены длины пути скатывания частиц  $i$ -го подслоя.

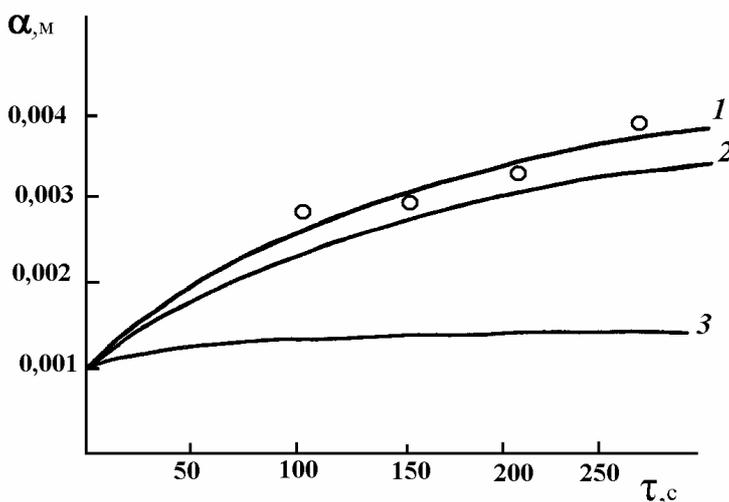


Рис. 5.1. Зависимость диаметра гранулы от времени

На рис. 5.1 показаны зависимости роста гранул от времени гранулирования при разных законах изменения величины  $\lambda_{0j}$  по толщине скатывающегося слоя для частиц ретур, движущихся по открытой поверхности (кривая 1) и в непосредственной близости к центру циркуляции (кривые 2 и 3). Если  $\lambda_{ij}$  постоянна по толщине скатывающегося слоя, то размер гранул определяется только суммарной длиной пути в скатывающемся слое и, как видно из сравнения кривых 1 и 2, несущественно зависит от положения частиц в слое. При  $\lambda_{ij} = \lambda_{0j} R_i / R_{Cj}$  конечный размер гранул отличается более чем в два раза (кривые 1 и 3).

## 5.2.2. ГРАНУЛИРОВАНИЕ В БАРАБАННОМ ГРАНУЛЯТОРЕ-СУШИЛКЕ

Математическая модель процесса гранулирования в аппарате БГС, учитывающая влияние расхода и распределения частиц ретур по размерам, а также продольное перемешивание твёрдой фазы на кинетику роста и гранулометрический состав продукта, приводится в работе [12]. В модели сделаны следующие допущения: расход гранул по аппарату постоянен, форма гранул сферическая, агломерация и истирание гранул отсутствуют. Первое допущение означает, что зарождение новых центров гранулообразования не учитывается. Допущение выполняется при небольшом количестве расходуемой пульпы.

Последнее допущение, очевидно, выполняется в стационарном режиме работы при достаточно большой разнице между размерами частиц товарной фракции и новых центров гранулообразования, что наблюдается в реальных процессах.

При сделанных допущениях составлен материальный баланс процесса гранулирования в БГС. В качестве основного уравнения гранулирования принят аналог уравнения массопередачи по газовой фазе:

$$\frac{dM}{F dt} = K(C - C_p) = K C_a, \quad (5.17)$$

где  $C = G_{ж} X_{p_t} / (Lp)$  – относительная доля твёрдой фазы во внешней газовой среде, м<sup>3</sup> тв. фазы/м<sup>3</sup> газа;  $C_p$  – относительная объёмная доля нанесенного вещества твердой фазы во внешней газовой среде, образующаяся за счёт высыхания микрокапель и истирания гранул, м<sup>3</sup> тв. фазы/м<sup>3</sup> газа;  $K$  – коэффициент массопередачи для единичной гранулы, кг/(м<sup>2</sup>·с).

В работе [12] получены формулы для определения диаметра гранул в зависимости от времени пребывания их в аппарате, в том числе и для случая полидисперсного ретура. Основные допущения работы [12] подтверждены экспериментально [13, 14]. Для этого гранулометрический состав готового продукта рассчитывался на ЭВМ и сравнивался с экспериментальными данными. Результаты сравнения показали, что данная математическая модель может быть использована при расчёте БГС, если имеются опытные данные о длине зоны факел-завесы и распределении гранул по времени пребывания в аппарате.

### 5.3. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ И ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Третий этап системного анализа заключается в идентификации неизвестных параметров математических моделей процесса гранулирования и проверке адекватности их экспериментальным данным [15]. Порядок реализации данного этапа рассмотрим на примере математической модели процесса гранулирования методом скатывания (см. разд. 5.2.1).

Идентификация параметра  $\lambda_{0j}$  осуществлялась следующим образом. В лабораторный гранулятор с диаметром барабана 0,25 м засыпались частицы ретура двух фракций: 0,5 и 1,0 мм. Исходное содержание крупной фракции 10 %. Барабан приводился во вращение со скоростью 0,2 от критической. После того как завершался процесс сегрегации частиц по размерам в поперечном сечении барабана, т.е. когда мелкие частицы образовали ядро вокруг центра циркуляции, на открытую поверхность скатывающегося слоя разбрызгивалась связующая жидкость, подавался порошок. Через определенные промежутки времени барабан останавливался и определялся средний диаметр крупной фракции. Загрузка ретура двух фракций и предварительная сегрегация частиц по размерам позволяли достичь того, что практически все крупные частицы двигались в наружном подслое, и в процессе эксперимента не изменялись условия гранулообразования, т.е. оставались постоянными длина их пути в скатывающемся слое и интенсивность орошения связующим.

С учётом режимных и геометрических параметров гранулятора по формулам (5.10) – (5.13) рассчитывали длину пути частиц в скатывающемся слое в единицу времени. Средний диаметр частиц определяли экспериментально в течение 300 с через каждые 50 с. Зная средний диаметр частиц  $d_i$ , исходный диаметр  $d_{0i}$ , длину пути  $\ell_{Cij}$  и время гранулирования  $\tau$ , используя формулу (5.14), рассчитывали значение  $\lambda_{0j}$ :

$$\lambda_{0j} = \frac{\pi(\bar{d}_i^2 - d_{0i}^2)}{4\ell_{Cij}\tau}. \quad (5.18)$$

Таким образом, в результате обработки экспериментальных данных были получены значения  $\lambda_{0j}$  для разных времен гранулирования. Для каждого из этих значений по формуле (5.14) рассчитывались  $d_i$  при  $\tau = 50, 100, \dots, 300$  с. Далее определялась сумма квадратов отклонений расчётных и экспериментальных значений диаметров гранул. Для дальнейших расчётов выбиралось значение, при котором ука-

занная сумма минимальна [15]. Значения диаметров гранул, полученные в результате эксперимента, показаны точками (см. рис. 5.1).

Проверка адекватности математической модели эксперименту проводилась следующим образом. В барабан загружались частицы ретура диаметром 1 мм. Барабан приводился во вращение, и на открытую поверхность скатывающегося слоя подавалась связующая жидкость и порошок. Через определенное время барабан останавливался, и материал рассеивался на десять фракций от 0,5 до 5,5 мм с интервалом 0,5 мм. Определялся объём каждой фракции  $V_j$ . По предлагаемой модели с использованием предварительно найденного значения  $\lambda_{0j}$  рассчитывался гранулометрический состав готового продукта и представлялся также в виде десяти фракций. Результаты расчёта и эксперимента сравнивали по критерию Фишера [15]. Расчёты проводились для разных законов изменения  $\lambda_{ij}$  по толщине скатывающегося слоя. В проведённых экспериментах расчётное значение критерия Фишера было меньше табличного [16] при  $\lambda_{ij} = \lambda_{0j} \frac{R_j - R_C}{R - R_C}$ , т.е. при данном законе изменения  $\lambda_{ij}$  по толщине скатывающегося слоя математическая модель адекватна эксперименту.

Порядок использования предлагаемой модели при проектировании грануляторов следующий:

- 1) барабан по длине разбивается на участки;
- 2) на каждом участке определяются параметры, характеризующие распределение и движение гранул в поперечном сечении барабана;
- 3) определяется число подслоев и границы их раздела;
- 4) по гранулометрическому составу ретура определяется исходное распределение фракций по подслоям;
- 5) на каждом участке рассчитываются последовательно процессы сегрегации и гранулообразования.

Задача расчёта барабанного гранулятора сводится либо к определению гранулометрического состава готового продукта и производительности при заданных режимных и геометрических параметрах (модернизация действующих грануляторов), либо к определению оптимальных режимных и геометрических параметров при заданной производительности и требуемом гранулометрическом составе готового продукта (проектирование новых грануляторов).

Поскольку в математическую модель входят режимные и геометрические параметры гранулятора, идентификацию ее параметров можно осуществлять с помощью как результатов экспериментальных исследований, так и данных эксплуатации промышленных аппаратов. В последнем случае, используя известные режимные и геометрические параметры гранулятора, а также гранулометрический состав готового продукта, подбирают такие значения параметров математической модели, при которых расчётный, гранулометрический состав будет идентичен реальному, и при этих значениях рассчитывают новый гранулятор. Учитывая, что в лабораторных условиях не всегда можно смоделировать реальный процесс, например подачу связующей жидкости, толщину скатывающегося слоя и т.д., более надёжным следует считать использование гранулятора-аналога.

В ряде случаев при жёстких требованиях к качеству готового продукта представляется целесообразным проведение обратного расчёта, т.е. от выгрузочного края гранулятора, с целью наложения ограничений на гранулометрический состав исходного сырья.

В заключение отметим, что с целью получения готового продукта, близкого к монодисперсному, необходимо либо организовать такую подачу связующего, чтобы  $\lambda_{ij}$  по толщине скатывающегося слоя была постоянна, либо периодически (по длине барабана) перемешивать материал, разрушая тем самым ядро сегрегации.

#### **5.4. СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ КОНСТРУКЦИЙ БАРАБАНЫХ ГРАНУЛЯТОРОВ**

Для того, чтобы гранулы в процессе окатывания проходили примерно равный путь, была разработана конструкция барабанного окомкователя дисперсных материалов [17]. Отличительная особенность данной конструкции – наличие неподвижных плит 2 (рис. 5.2), установленных на разных расстояниях  $H$  от внутренней поверхности барабана 1. Указанные расстояния определяются по следующим формулам:

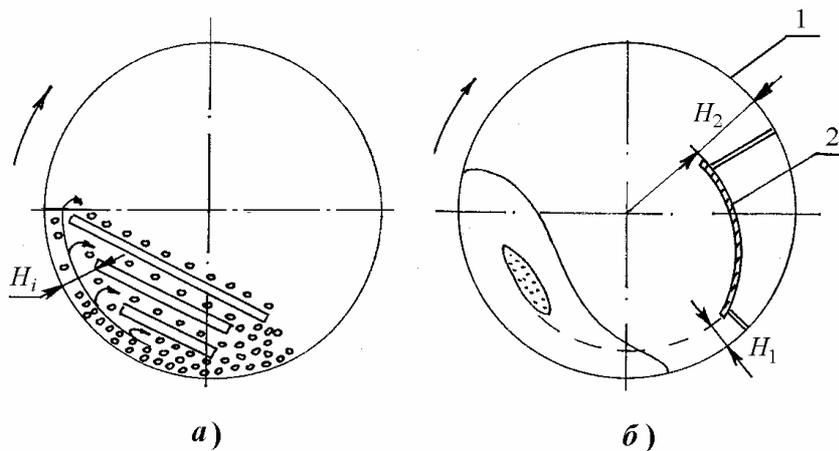
$$H_i = H_1 - \frac{H_1}{N}(i-1); \quad (5.19)$$

$$H_1 = R - R \left[ \cos \delta + \frac{(1 - \cos \delta)R}{N+1} \right],$$

где  $H_i$  – расстояние между верхним торцом  $i$ -й плиты и внутренней поверхностью барабана;  $i$  – порядковый номер плиты, начиная с нижней плиты;  $N$  – количество плит;  $R$  – внутренний радиус барабана;  $\delta$  – половина центрального угла сегмента, который занимает материал в поперечном сечении барабана.

За счёт выбора определенных величин  $H_i$  осуществляется разделение материала на равные потоки и выравнивание длин пути гранул в скатывающемся слое, и это, как показали результаты экспериментальных исследований, существенно повышает выход товарной фракции.

Периодическое разрушение ядра сегрегации из мелких гранул реализовано за счёт установки на внутренней поверхности барабана изогнутых плит [18], как показано на рис. 5.2, б. Расстояние между обечайкой барабана 1 и передним краем плиты 2 выбирается из соотношения  $H_1 = (0,02...0,35) R$ , расстояние  $H_2$  между обечайкой и задним



**Рис. 5.2. Внутренние устройства барабанных грануляторов**

краем плиты – из соотношения  $H_2 = (0,14...0,55)R$ , а расстояние  $L$  между плитами по длине барабана – из соотношения  $L = (0,5...1,7)R$ , где  $R$  – внутренний радиус барабана.

Расстояния  $H_1$  и  $H_2$  выбираются такими, чтобы при входе в слой материала передний край изогнутой плиты 2 попадал под ядро из мелких гранул, а при выходе плиты из слоя перемещал эти гранулы на открытую поверхность циркуляционного контура. За плитой 2 по длине барабана установлены форсунки 3 для подачи связующей жидкости и узлы 4 дополнительной подачи порошка. Таким образом, в предлагаемой конструкции организовано несколько зон, в которых осуществляется интенсивный рост гранул. Для лучшей транспортировки мелких гранул на открытую поверхность циркуляционного контура на плиты могут быть установлены кожухи, предотвращающие перемешивание мелких и крупных гранул в процессе этой транспортировки.

Предлагаемая конструкция была внедрена на Одесском суперфосфатном заводе. Результаты промышленной эксплуатации показали, что выход твердой фракции повысился с 79 % до 82 %.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 5

1. Классен, П.В. Основы техники гранулирования / П.В. Классен, И.Г. Гришаев – М, 1982. – 272 с.
2. Тохата, Х. Выбор гранулирующих устройств / Х. Тохата // Фунтай кагаку кайси. – 1979. – Т. 16, № 6. – С. 63 – 71.
3. Kapur, P. C. Mathematical Models of Open-Circuit Balling or Granulating Devices / P.C. Kapur, V.S. Sastry, D.W. Fierstenau // Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development. – 1981. – Vol. 20, № 3. – P. 519 – 524.
4. Першин, В.Ф. Моделирование процесса смешения сыпучего материала в поперечном сечении вращающегося барабана / В.Ф. Першин // Теоретические основы химической технологии. – 1986. – Т. 20, № 4. – С. 508 – 513.
5. Исследование процесса гранулирования аммофоса в аммонизаторе-грануляторе и минимизация энергозатрат на его привод / Ю.И. Гусев, Э.Э. Кольман-Иванов, М.В. Ларионов, О.Б. Федюкин // Тез.

докл. II Всесоюз. совещ. "Современные методы гранулирования и капсулирования удобрений". – М., 1983. – С. 45.

6. Макаров, Ю.И. Новые типы машин и аппаратов для переработки сыпучих материалов / Ю.И. Макаров, А.И. Зайцев. – М., 1982. – 76 с.

7. Зайцев, А.И. Расчёт столкновений частиц в спутных дисперсных потоках / А.И. Зайцев, В.А. Гачев, Ю.И. Макаров // Инженерно-физический журнал. – 1975. – Т. 28, № 1. – С. 11 – 16.

8. Особенности гидромеханики движения частиц и теплообмена в барабанном грануляторе-сушилке / В.Н. Долгунин, В.Я. Борщёв, А.А. Уколов, А.М. Климов // Гидродинамика, тепло- и массообмен в зернистых средах. – Иваново, 1985. – С. 139 – 141.

9. Мурашов, А.А. Расчёт производительности дражировочных барабанов непрерывного действия / А.А. Мурашов, В.А. Васильев, В.А. Северцев // Тез. докл. II Всесоюз. совещ. "Современные методы гранулирования и капсулирования удобрений". – М., 1983. – С. 116.

10. О создании оболочек на гранулах применительно к получению легких наполнителей бетона / С.В. Иванов, А.А. Дозоров, А.В. Царьков, Ю.И. Макаров // Там же. – С. 99 – 100.

11. Кафаров, В.В. Системный анализ процессов химической технологии. Основы стратегии / В.В. Кафаров, И.Н. Дорохов – М., 1976. – 500 с.

12. Математическая модель процесса гранулирования в барабанном грануляторе-сушилке / С.П. Рудобашта, В.Я. Борщев, В.Н. Долгунин, А.А. Уколов // Теоретические основы химической технологии. – 1986. – Т. 20, № 4. – С. 441 – 446.

13. Вершинина, Н.П. Исследование влияния продольного перемешивания материала на длительность сушки его в барабанной сушилке : дис. ... канд. техн. наук / Н.П. Вершинина. – Харьков, 1975.

14. Лыков, М.В. Сушка в химической промышленности / М.В. Лыков. – М., 1970. – 432 с.

15. Кафаров, В.В. Системный анализ процессов химической технологии. Процессы измельчения и смешения сыпучих материалов / В.В. Кафаров, И.Н. Дорохов, С.Ю. Арутюнов. – М., 1985. – 440 с.

16. Саутин, С.Н. Планирование эксперимента в химии и химической технологии / С.Н. Саутин. – Л., 1975. – 48 с.

17. А. с. 1163898 РФ, МКИ В 01 J 2/12. Барабанный окомкователь дисперсных материалов / В.Ф. Першин (СССР). – № 3615660/23-26 ; заявл. 10.05.83 ; опубл. 30.06.85, Бюл. № 24.

18. А. с. 1560301 РФ, МКИ В 01 J 2/12. Барабанный гранулятор / В.Ф. Першин, Ю.С. Обущак, В.Е. Кутовой, В.П. Мищенко, А.Г. Кротенко (СССР). – № 4386978/31-26 ; заявл. 24.12.87 ; опубл. 30.04.90, Бюл. № 16.

## Глава 6

### БАРАБАНЫЕ ГРОХОТЫ

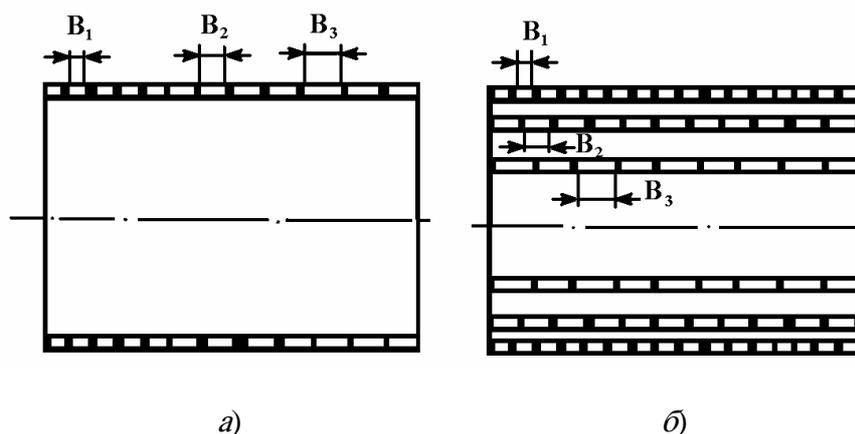
---

Механическую классификацию (грохочение) широко применяют в химической промышленности. В основном используются три типа грохотов: барабанные, плоские качающиеся и инерционные (вибрационные) [1].

В барабанном грохоте материал подается внутрь перфорированного или сетчатого вращающегося барабана, установленного с уклоном в сторону разгрузочного края. В этих грохотах могут реализовываться три известные схемы выделения классов (фракций): от мелкого к крупному; от крупного к мелкому; смешанная или комбинированная. При грохочении от мелкого класса к крупному (рис. 6.1, а) барабан по длине имеет несколько участков с разными размерами отверстий ( $B_1 < B_2 < B_3$ ) [1]. Здесь количество участков на единицу меньше числа выделяемых классов. При грохочении от крупного класса к мелкому (рис. 6.1, б) грохот содержит два или более соосно расположенных барабана с перфорацией разных размеров. При смешанном способе грохочения конструкции представляют собой комбинацию схем, указанных выше.

Барабанным грохотам в зависимости от схемы выделения классов присущи общеизвестные недостатки [1]. Это весьма низкая эффективность грохочения (60...70 %) и относительно большой удельный расход энергии. Указанные недостатки во многом объясняются малым количеством исследований специфики процесса классификации в барабанных грохотах, особенно при разделении сыпучих материа-

лов с размерами частиц до 5 мм, что наиболее часто встречается в химической, микробиологической, медицинской и пищевой промышленности.



**Рис. 6.1. Типовые схемы барабанных грохотов**  
**6.1. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА ГРОХОЧЕНИЯ**

В зависимости от диаметра барабана, угловой скорости его вращения, коэффициента заполнения сыпучим материалом и физико-механических характеристик этого материала характер движения материала будет различным. Для барабанных грохотов можно выделить следующие режимы движения: движение с колебаниями; движение с обрушением; циркуляционное движение. Первые два режима имеют место при малых коэффициентах заполнения барабана материалом и (или) малых угловых скоростях вращения барабана.

Рассмотрим циркуляционный режим движения как наиболее перспективный в плане повышения интенсивности и эффективности грохочения. При циркуляционном движении, как отмечалось в гл. 2, весь материал в поперечном сечении барабана можно разделить на поднимающийся и скатывающийся слои (см. рис. 2.2). Зависимости для определения границы раздела слоев (линии *ABC*) приводятся в разд. 2.3.

Рассматривая качественную сторону движения сыпучего материала в поперечном сечении вращающегося перфорированного барабана, можно выделить три основных процесса:

- сегрегацию частиц по размерам в результате перемещения мелких частиц к центру циркуляции (см. точки *C* на рис. 2.2);
- отделение мелких частиц от общей массы материала в результате прохождения их через отверстия в обечайке барабана;
- самоизмельчение и агломерацию частиц в результате взаимного соударения и трения друг о друга и об обечайку барабана.

Таким образом, процесс классификации сыпучих материалов следует рассматривать как сложную физико-механическую систему (ФМС) [2]. Анализируя структуру физико-механических эффектов при процессе измельчения – смешивания, можно выделить два уровня: микроуровень и макроуровень [3]. Для математического описания эффектов второго уровня иерархической структуры ФМС можно учитывать только общие закономерности поведения системы, присущие всему рабочему пространству, и использовать математический аппарат случайных марковских процессов. Как известно [3], марковские процессы подразделяются на три вида: 1) дискретные в пространстве и времени; 2) дискретные в пространстве и непрерывные во времени; 3) непрерывные в пространстве и времени. Учитывая специфику процесса классификации в барабанном грохоте, а именно то, что не весь материал одновременно участвует в процессах сегрегации и отделения мелкой фракции от общей массы и что эти процессы для одних и тех же объемов материала реализуются последовательно, поскольку сегрегация происходит в скатывающемся слое, а отделение мелкой фракции – в поднимающемся, представляется достаточно обоснованным использовать первый, более простой вид марковских процессов.

Состояние системы можно охарактеризовать распределением частиц по размерам в поперечном сечении барабана. При непрерывном процессе грохочения материал перемещается вдоль оси барабана, и можно считать, что состояние системы также изменяется вдоль оси барабана. Разделим барабан по длине на участки и сделаем допущение о том, что в пределах одного участка распределение частиц по размерам во времени не изменяется, если остаются неизменными производительность по исходному



**Рис. 6.2. Схема движения сыпучего материала в поперечном сечении барабанного грохота** барабан, который после загрузки приводили во вращение. По истечении времени, примерно равного времени грохочения в промышленных условиях, барабан останавливали и после повторного отсева взвешивали материал, определяя тем самым массу истершегося материала. В химической промышленности грохочение в основном используют для классификации гранулированных минеральных удобрений, поэтому в качестве исходных материалов использовали двойной суперфосфат, нитроаммофоску, мочевины. В результате проведенных исследований установлено, что уменьшение массы гранул за счет истирания существенно зависит от их прочности и режима гранулирования, но во всех опытах не превышало 2...3 %. Наличие агломерации при грохочении определяли визуально, путем осмотра сыпучего материала после его обработки. В опытах были зафиксированы только единичные случаи образования агломератов, и это позволяет сделать вывод о том, что образование агломератов при грохочении в барабане незначительно. Учитывая вышесказанное, при моделировании процесса классификации в барабанном грохоте самоизмельчение и агломерацию частиц можно не учитывать.

В промышленности операцией грохочения осуществляют разделение исходного полидисперсного материала на две или максимум на три фракции. В общем случае весь материал можно разделить на три фракции: 1) мелкую; 2) товарную; 3) крупную. При грохочении от мелкого к крупному на первом участке, где происходит отделение мелкой фракции, необходимо рассчитывать процесс сегрегации не только для мелкой фракции, но и для товарной, поскольку на второй участок поступает материал, в котором товарная фракция распределена неравномерно по подслоям, т.е. частично сегрегирована, и это, как будет показано ниже, существенно влияет на эффективность грохочения. При грохочении от крупного к мелкому сразу происходит отделение мелкой и товарной фракций, что упрощает задачу моделирования процесса.

## 6.2. ГРОХОТ С ВРАЩАЮЩИМСЯ БАРАБАНОМ

### 6.2.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА КЛАССИФИКАЦИИ В БАРАБАННОМ ГРОХОТЕ

Рассмотрим более общий случай, когда разделение идет на три фракции по способу от мелкого к крупному.

Рассмотрим поперечное сечение барабана на  $j$ -м участке (см. рис. 6.2). Для определения параметров, характеризующих распределение и движение сыпучего материала, можно использовать зависимости (2.2) – (2.32).

В основу описания процесса грохочения положим рассмотренную в разд. 4.2.1 послойную модель смешения сыпучих материалов, которая позволяет учитывать сегрегацию частиц по размерам и определять концентрации разных фракций в зависимости от радиуса движения частиц в поднимающемся слое. В соответствии с этой моделью разделим весь материал на поднимающиеся и скатывающиеся подслои и определим границы раздела подслоев, а также объемы.

Пусть известно распределение фракций по подслоям на участке  $j-1$ :  $C_{11,j-1}$ ;  $C_{12,j-1}$ ; ...;  $C_{1n,j-1}$ ;  $C_{2n,j-1}$ , здесь первый индекс показывает номер фракции, второй – номер подслоя.

Для расчета концентраций фракций в подслоях после проведения сегрегации на  $j$ -м переходе воспользуемся зависимостями, приведенными в работе [6]:

для первого подслоя

$$C'_{k1,j} = (C_{k1,j-1} V_1 - P_{k1,2,j} C_{k1,j-1} V_n) / V_1; \quad (6.1)$$

для  $n$ -го подслоя

$$C_{k,n,j} = C_{k,n,j-1} + P_{k,n-1,n,j} C_{k,n-1,j-1}; \quad (6.2)$$

для остальных подслоев

$$C'_{k,i,j} = (C_{k,i,j-1} V_1 - P_{k,i+1,j} C_{k,i,j-1} V_n + P_{k,i-1,i,j} C_{k,i-1,j-1} V_n) / V_i, \quad (6.3)$$

где  $k$  – номер фракции;  $i$  – номер подслоя;  $P_{k,i,i+1}$  – вероятность того, что частица рассматриваемой фракции после перехода  $j$  останется в первоначальном подслое;  $P_{k,i-1,i}$  – вероятность перехода частицы из подслоя  $i-1$  в подслоя  $i$ . Пользуясь зависимостями (6.1) – (6.3), последовательно изменяя  $i$  от 1 до  $n_j$  ( $n_j$  – число подслоев на  $j$ -м участке), можно рассчитать концентрации фракций 1 и 2 во всех подслоях. Следует отметить, что вероятности перехода частиц из слоя в слой для фракций 1 и 2 различны. Численные значения вероятностей найдены по формулам, аналогичным (2.20), (2.21):

$$P_{1,i,i+1,j} = K_1(1 - C_{1,i+1,j-1}) - K_2 C_{2,i+1,j-1}; \quad (6.4)$$

$$P_{1,i,i,j} = 1 - P_{1,i,i+1,j}; \quad (6.5)$$

$$P_{2,i,i+1,j} = K_3(1 - C_{1,i+1,j-1} - C_{2,i+1,j-1}); \quad (6.6)$$

$$P_{2,i,i,j} = 1 - P_{2,i,i+1,j}, \quad (6.7)$$

где  $K_1$  – вероятность перехода частиц 1 из подслоя  $i$  в подслоя  $i+1$  при нулевых концентрациях в нем компонентов 1 и 2;  $K_2$  – вероятность перехода частиц 1 из подслоя  $i$  в подслоя  $i+1$  при единичной концентрации в нем частиц 2;  $K_3$  – вероятность перехода частиц 2 из подслоя  $i$  в подслоя  $i+1$  при нулевых концентрациях в нем частиц 1 и 2.

Поскольку концентрация компонентов в результате одного перехода изменяется незначительно, при расчете вероятностей перехода частиц второй фракции можно не учитывать изменение концентраций первой фракции на данном переходе.

Переходим к математическому описанию процесса отделения мелкой фракции от общей массы. Учитывая результаты качественного анализа, можно записать:

$$P_{от,i,j} = \frac{\omega C_{ок}^3 K_4}{3,14(R - 0,5R_i - 0,5R_{i+1})}, \quad (6.8)$$

где  $P_{от,i,j}$  – вероятность отделения частиц проходной фракции из  $i$ -го подслоя;  $\omega$  – угловая скорость вращения барабана;  $C_{ок}$  – концентрация проходной фракции в материале;  $K_4$  – постоянный коэффициент, численное значение которого определяется при идентификации параметров математической модели реальному процессу.

В выражении (6.8) значение  $(R - 0,5R_i - 0,5R_{i+1})$  определяет расстояние от середины  $i$ -го подслоя до обечайки. В модели принято, что движение мелкой частицы из  $i$ -го подслоя к обечайке происходит не по прямой, а по изогнутым каналам между частицами крупной фракции. Исходя из этого, введен множитель 3,14.

Объем  $V_{от,i,j}$ , отделившийся от общей массы из  $i$ -го подслоя на  $j$ -м участке барабанного грохота, равен:

$$V_{от,i,j} = V_{n,j} C'_{k,i,j} P_{от,i,j}, \quad (6.9)$$

где  $V_{n,j}$  – объем  $n$ -го подслоя на участке  $j$ ;  $C'_{k,i,j}$  – концентрация проходной фракции в  $i$ -м подслое после сегрегации [см. формулы (6.1) – (6.3)].

Концентрация проходной фракции на выходе с  $j$ -го участка будет равна

$$C_{k,i,j} = \frac{V_{i,j} C'_{k,i,j} - V_{от,i,j}}{V_{i,j} - V_{от,i,j}}. \quad (6.10)$$

Поскольку после частичного отсева мелкой фракции на  $j$ -м участке изменится общий объем материала, а следовательно, и количество подслоев, прежде чем производить расчет на участке  $j+1$ , необходимо определить новое количество подслоев и пересчитать концентрацию проходной фракции по подслоям. При пересчете учитываются объемы и количество подслоев на выходе с участка  $j$ , а также концентрации в них и объемы подслоев на участке  $j+1$ . Например, если объем первого подслоя на выходе с участка  $j$  равен  $V_{1,j}$ , а на входе участка  $j+1$  –  $V_{1,j+1}$ , то концентрация проходной фракции на входе  $j+1$  участка равна:

$$C_{k,1,j} = \frac{[(V_{1,j} - V_{от1,j})C_{k,1,j} + (V_{1,j} - V_{1,j+1} + V_{от1,j})/C_{k,2,j}]}{V_{1,j+1}}, \quad (6.11)$$

где  $C_{k,1,j}$  и  $C_{k,2,j}$  определяются по формуле (6.10).

Уравнения (6.1) – (6.11) совместно с уравнениями, позволяющими определить распределение и движение сыпучего материала во вращающемся барабане, представляют собой математическую модель процесса классификации полидисперсного материала в барабанном грохоте.

## 6.2.2. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА КЛАССИФИКАЦИИ И ПРОВЕРКА ЕЕ АДЕКВАТНОСТИ

Для идентификации параметров и проверки адекватности математической модели эксперименту было поставлено несколько серий параллельных опытов по классификации модельных смесей на барабанном грохоте диаметром 0,25 м. В качестве компонентов модельных смесей использовались следующие сыпучие материалы: кварцевый песок, стеклянные шарики, гранулированный полиэтилен, силикагель, двойной суперфосфат, нитроаммофоска, мочевины.

Порядок проведения опытов был следующий. Готовилась двух- или трехкомпонентная смесь с определенной концентрацией компонентов. Смесь загружалась в перфорированный барабан, после чего он приводился во вращение. Мелкая фракция, высыпаясь из барабана, собиралась в емкость, и через определенные промежутки времени замерялся ее объем с точностью до 1 см<sup>3</sup>.

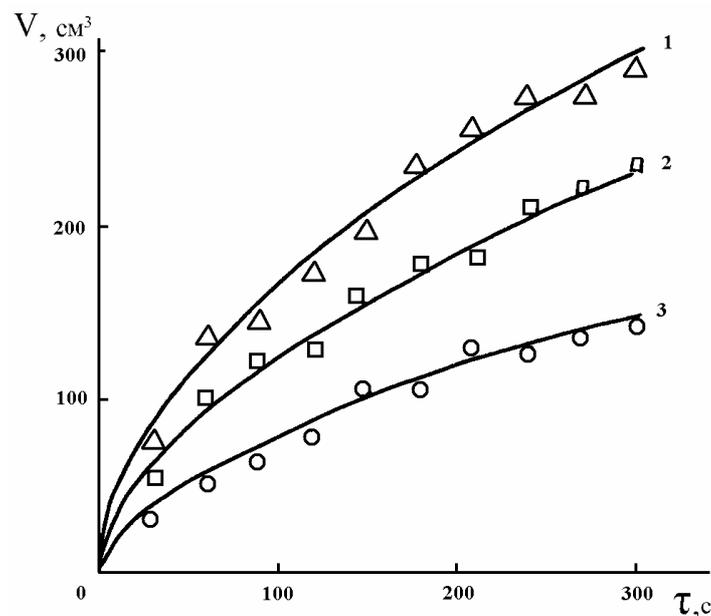
В качестве примера приведем результаты классификации смеси, состоящей из песка и стеклянных шариков, в барабане диаметром 0,25 м при угловой скорости его вращения 2,07 с<sup>-1</sup>. Грохочению подвергались смеси с концентрацией мелкой фракции 0,466; 0,5; 0,666.

Порядок идентификации параметра  $K_1$  [ $K_1 = P_0$ , см. уравнение (6.4)] и его численное значение для данной модельной смеси даны в разд. 4.3. В рассматриваемом случае, поскольку смесь состоит из двух компонентов, параметры  $K_2$  и  $K_3$  равны нулю. Результаты опытов по грохочению даны в табл. 6.1. Обработка результатов эксперимента проводилась по общепринятой методике [3, 4, 5].

### 6.1. Результаты опытов по грохочению

$\tau$ , с	$V_1$ эксп	$V_2$ эксп	$V_3$ эксп	$S_j^2$	$\bar{V}_j$ эксп	$V_j$ расч	$G_p$	$G_{табл}$	$S_{ост}^2$	$S^2$	$F_p$
Концентрация ключевого компонента 0,466											
30	23	29	26	9,00	26,0	37,13	0,125	0,445	30,35	17,25	1,76
60	44	53	43	24,33	47,3	55,04					
90	62	71	61	30,34	64,6	69,65					
120	78	87	75	39,00	80,0	82,21					
150	93	101	88	43,00	94,0	93,52					
180	106	113	100	42,29	106,3	103,88					
210	117	123	110	42,34	116,6	114,01					
240	127	132	119	43,00	126,0	123,03					
270	136	140	128	37,34	134,6	131,67					
300	145	147	136	34,34	142,6	139,95					
Концентрация ключевого компонента 0,500											
30	31	34	32	2,33	32,3	47,33	0,230	0,445	84,33	5,49	15,34
60	55	60	57	6,33	57,3	70,60					
90	76	82	79	9,00	79,0	89,36					
120	96	102	99	9,00	99,0	105,66					
150	113	118	116	6,34	115,6	120,89					

$\tau, c$	$V_{1 \text{ эксп}}$	$V_{2 \text{ эксп}}$	$V_{3 \text{ эксп}}$	$S_j^2$	$\bar{V}_{j \text{ эксп}}$	$V_{j \text{ расч}}$	$G_p$	$G_{\text{табл}}$	$S_{\text{ост}}^2$	$S^2$	$F_p$
180	128	133	131	6,34	130,6	134,10					
210	138	146	147	25,30	143,6	146,25					
240	150	157	156	14,28	154,3	158,35					
270	168	162	162	12,00	164,0	168,58					
300	178	170	171	19,00	173,0	178,96					
Концентрация ключевого компонента 0,666											
30	120	128	121	16,50	123,0	131,70					
60	189	196	188	18,00	191,0	201,80					
90	255	268	256	52,66	259,6	253,37					
120	310	320	312	28,00	314,0	298,50	0,142	0,445	207,71	18,54	11,20
150	351	363	356	36,70	356,6	336,75					
180	384	397	387	45,86	389,3	370,07					
210	410	422	413	39,00	415,0	398,14					
240	431	444	434	46,51	436,3	424,88					
270	448	461	452	44,71	453,6	449,09					
300	463	476	468	43,00	469,0	469,77					

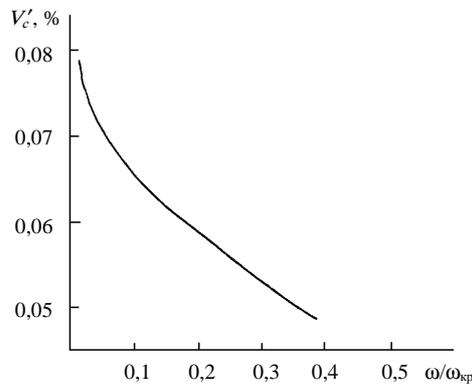


**Рис. 6.3. Зависимости объема отдельной мелкой фракции от времени**

Зависимости объема отделенной мелкой фракции от времени при разных угловых скоростях вращения барабана ( $1 - 2,07 \text{ с}^{-1}$ ,  $2 - 2,99 \text{ с}^{-1}$ ;  $3 - 3,69 \text{ с}^{-1}$ ) показаны на рис. 6.3.

Более интенсивный отсев при повышенных скоростях объясняется не только тем, что совершается большее число переходов, т.е. оборотов материала вокруг центра циркуляции, но и тем, что уменьшается величина изменения коэффициента неоднородности, приходящаяся на один переход, зависимость которого от угловой скорости вращения барабана показана на рис. 6.4.

Как видно из графика на рис. 6.4, при увеличении угловой скорости вращения барабана с  $1,56$  до  $3,68 \text{ с}^{-1}$  значение  $V_c'$  уменьшается на  $37\%$ , и это существенно влияет на эффективность и интенсивность грохочения.



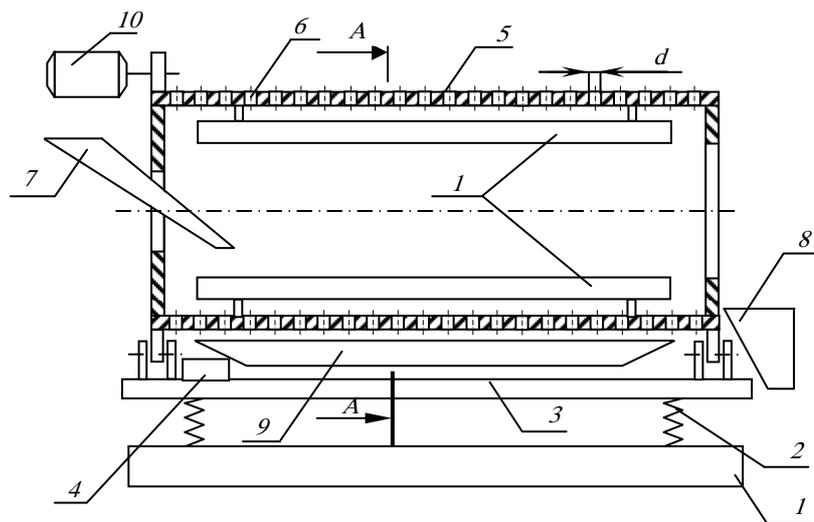
**Рис 6.4. Изменение относительного коэффициента неоднородности от угловой скорости вращения барабана**

В заключение отметим, что эффективность грохочения существенно зависит от концентрации мелкой фракции в исходном материале. Так, при классификации на лабораторном грохоте в течение 1200 с модельных двухкомпонентных смесей (песок – стеклянные шарики) с концентрацией песка: 0,466; 0,500; 0,666 эффективность грохочения была равна: 52,2; 62; 93,9 %. Учитывая это, при концентрации мелкой фракции больше 0,6 можно рекомендовать грохочение по способу от мелкого к крупному, как более простому в аппаратном оформлении, а при меньших концентрациях – от крупного к мелкому. Для интенсификации процесса грохочения и повышения эффективности желательно периодически перемешивать сыпучий материал, разрушая тем самым ядро сегрегации, в котором в основном находится мелкая, т.е. проходная фракция.

### 6.3. ГРОХОТ С ВРАЩАЮЩИМСЯ И ВИБРИРУЮЩИМ БАРАБАНОМ

#### 6.3.1. КОНСТРУКЦИЯ И ПРИНЦИП РАБОТЫ

Для интенсификации процесса грохочения предложено организовать дополнительную вибрацию барабана [6]. Барабанный грохот содержит основание 1 (рис. 6.5), расположенную на основании посредством амортизаторов 2 раму 3 с вибровозбудителем 4, установленный на раме с возможностью вращения барабан 5 с просеивающей поверхностью 6, где диаметр отверстий  $d$  составляет 1,05 – 1,1 от диаметра частиц



**Рис. 6.5. Схема грохота с вращающимся и одновременно вибрирующим барабаном**

мелкой фракции, загрузочное 7 и разгрузочное 8 приспособления, пробоотборник 9, реверсивный привод вращения 10, лопасти 11, выполненные в виде пластин и установленные внутри барабана 5.

Барабанный грохот работает следующим образом. Исходный материал через загрузочное приспособление 7 подается в барабан 5, который вибрирует благодаря вибровозбудителю 4 и вращается (например, по часовой стрелке) реверсивным приводом 10. Под действием вибрации и вращения исходный

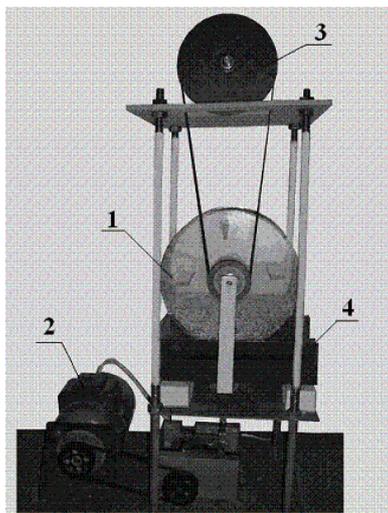
материал продвигается вдоль оси барабана от загрузочного приспособления 7 к разгрузочному приспособлению 8. При движении мелкие частицы проходят через отверстия в просеивающей поверхности б и отводятся из барабана посредством узла 9. В поперечном сечении вращающегося барабана материал движется по замкнутому циркуляционному контуру. При движении полидисперсного материала в поперечном сечении барабана происходит сегрегация частиц по размерам. Более мелкие частицы концентрируются в окрестностях центра циркуляции. Таким образом, мелкие частицы удаляются от просеивающей поверхности, в результате чего снижается интенсивность грохочения, т.е. уменьшается производительность грохота. Кроме этого, мелкие частицы даже в результате длительного пребывания в грохоте не проходят через отверстия в просеивающей поверхности и снижается эффективность грохочения. Лопастей 11 установлены таким образом, что происходит периодическое разрушение ядра сегрегации и мелкие частицы перемещаются из центра циркуляции к просеивающей поверхности. В результате разрушения ядра сегрегации повышаются интенсивность и эффективность грохочения. Именно из этих соображений определены значения радиусов  $R_1$  и  $R_2$ . Поскольку в промышленных грохотах степень заполнения поперечного сечения барабана изменяется от 0,1 до 0,4,  $R_1 = (0,65 \dots 0,7)R$ , а  $R_2 = (0,8 \dots 0,95)R$ . Меньшие значения радиуса  $R_1$  использовать нецелесообразно, поскольку в этом случае лопасть будет захватывать часть материала, находящегося в скатывающемся слое, и концентрация мелких частиц, перемещаемых к просеивающей поверхности, уменьшится. При больших значениях радиуса  $R_2$  лопасть будет захватывать часть материала поднимающегося слоя, в котором концентрация мелких частиц мала, тем самым будет уменьшаться концентрация мелких частиц, перемещаемых к просеивающей поверхности б. Значение радиуса  $R_1 > 0,7R$  использовать нецелесообразно, поскольку в этом случае при большой степени заполнения барабана материалом часть мелких частиц, находящихся в ядре сегрегации, не будет захватываться лопастью, что снизит интенсивность грохочения. По тем же причинам нецелесообразно использовать  $R_2 < 0,8R$ .

Шарнирное крепление лопастей и их поворот относительно радиального положения на угол, равный 15 – 25 град, позволяет на 10...15 % повысить интенсивность грохочения. Выбор значений угла поворота обоснован значениями углов трения покоя зернистого материала по лопасти. Практически для всех зернистых материалов угол трения по металлу не превышает 25 градусов.

Разрушению ядра сегрегации способствует также реверсивное вращение барабана, поскольку оно нарушает цикличность процесса. При вращении в противоположную сторону происходит смешивание мелких и крупных частиц и концентрация мелких частиц вблизи просеивающей поверхности повышается, что способствует увеличению интенсивности грохочения.

Экспериментальные исследования барабанного вибрационного грохота проводили на лабораторной установке, показанной на рис. 6.6 [7].

Установка состоит из двух прозрачных дисков 1, между которыми зажата перфорированная обечайка, жестко соединенная с валом. Вал через подшипники соединен со стойкой, которая установлена на вибрационном столе с приводом 2. Через ременную передачу на вал передается вращение от привода 3. В ходе экспериментальных исследований использовали четыре обечайки с диаметрами: 0,13; 0,18; 0,26; 0,34 м. Длина барабана могла изменяться до 0,2 м. Привод вращения 3 состоял из электродвигателя постоянного тока и редуктора, что позволяло изменять угловую скорость вращения в диапазоне (0,05...0,2) от критической скорости вращения. Коэффициент заполнения барабана материалом изменялся от 0,1 до 0,4.



### Рис. 6.6. Лабораторный грохот

Исследуемый материал засыпали в барабан и после этого включали приводы вращения и вибрации. Через прозрачный торец осуществляли видеосъемку материала, движущегося в поперечном сечении вращающегося барабана. Полученную информацию передавали на персональный компьютер. Из видеосъемки одного и того же режима, т.е. при неизменных геометрических и режимных параметрах (диаметр барабана, угловая скорость его вращения, коэффициент заполнения барабана материалом, частота и амплитуда вибрации), через равные промежутки времени (30 с) выбирали 10 снимков. По этим снимкам определяли параметры распределения сыпучего материала в поперечном сечении барабана.

В результате анализа экспериментальных данных было установлено, что как и во вращающемся барабане [8], с увеличением скорости вращения количество сыпучего материала, находящегося в поднимающемся слое уменьшается, высота подъема его центра тяжести увеличивается, а значение потенциальной энергии системы остается постоянным. Было также установлено, что углы трения покоя и движения при вибрации уменьшаются на 5...10 %.

#### 6.3.2. СЕГРЕГАЦИЯ ПОЛИДИСПЕРСНОГО МАТЕРИАЛА ПРИ СОВМЕСТНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ ВРАЩЕНИЯ И ВИБРАЦИИ

Как отмечалось в главе 4, изучению эффекта сегрегации полидисперсного материала традиционно уделяется большое внимание [9 – 20], поскольку сегрегация весьма существенно влияет на основной процесс, в данном случае на процесс грохочения. Особый интерес представляют работы по исследованию эффекта сегрегации при вибрации [21 – 23]. Известно [8], что при вращении гладкого барабана эффект сегрегации полидисперсного материала реализуется за счет смещения частиц в радиальном и угловом направлениях.

При одновременном вращении и вибрации сегрегация частиц наблюдается не только в скатывающемся слое, но и в поднимающемся. Как показали результаты экспериментальных исследований, скорость движения мелких частиц, находящихся в поднимающемся слое, по направлению к просеивающей поверхности можно считать постоянной и не зависящей от радиуса их движения. Учитывая этот факт, при моделировании процесса смешивания – сегрегации с использованием цепей Маркова необходимо, чтобы ячейки имели одинаковый размер в радиальном направлении. Более подробно этот вопрос будет рассмотрен при разработке математической модели процесса грохочения.

#### 6.3.3. САМОИЗМЕЛЬЧЕНИЕ И ОТСЕИВАНИЕ ЧАСТИЦ ПРИ ВРАЩЕНИИ И ВИБРАЦИИ БАРАБАНА

При совместном воздействии вращения и вибрации наблюдается достаточно интенсивное самоизмельчение материала, причем в большей степени измельчаются частицы крупных фракций [24].

Строгое математическое описание процесса пока не представляется возможным, поскольку не ясен сам механизм или механизмы самоизмельчения (удар, сдвиг, истирание и т.д.). Результаты экспериментальных исследований позволяют пока сделать только один количественный вывод: чем больше концентрация крупной фракции в исходном материале, тем больше образуется мелкой фракции в единицу времени при прочих равных условиях. Было предложено считать, что за один переход в каждой ячейке за счет самоизмельчения образуется следующий (дополнительный) объем мелкой фракции:

$$V_{\text{изм}}(i, k) = V(i, k) C_{\text{кр}}(i, k) K_{\text{изм}} \cdot \quad (6.12)$$

Суммарная концентрация мелкой фракции после данного перехода будет равна:

$$C(i, k) = C(i, k-1) + C_{\text{кр}}(i, k) K_{\text{изм}} \cdot \quad (6.13)$$

Данная математическая запись для определения изменения концентрации мелкой за счет самоистирания крупной фракции представляется достаточно удачной, поскольку ее легко применить при использовании математического аппарата случайных марковских процессов.

Вероятность прохождения частицы через отверстие в просеивающей поверхности, при прочих равных условиях, пропорциональна проекции размера этого отверстия на горизонтальную ось. Очевидно, что если рассматривается горизонтальный барабан, то вероятность просеивания в точках, лежащих на гори-

зонтальном диаметре, равна нулю, а в самой нижней точке окружности – максимальна. Если характеризовать положение отверстия, через которое рассматривается просеивание частицы, углом  $\alpha$  между горизонтальным диаметром и данным отверстием, то вероятность просеивания может быть записана следующим образом

$$P_{от} = K_{от} \sin \alpha, \quad (6.14)$$

где  $K_{от}$  – эмпирический коэффициент.

Результаты экспериментальных исследований показывают, что при воздействии вибрации и неподвижном барабане данная зависимость достаточно адекватно описывает реальный процесс.

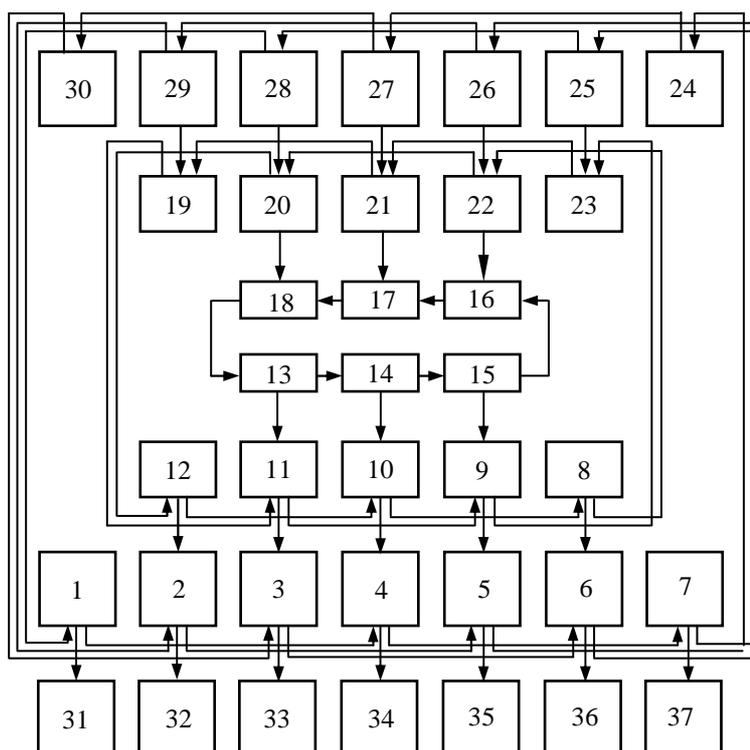
Отсеивание за счет вибрации осуществляется на той же поверхности, что и отсеивание за счет вращения, поэтому было предложено [24] учитывать интенсивность грохочения общим коэффициентом, состоящим из двух слагаемых.

#### 6.3.4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА КЛАССИФИКАЦИИ

Для учета воздействия вибрации предложено использовать модифицированную ячеечную модель [25, 26].

Поднимающийся слой полидисперсного материала делится на ячейки концентрическими окружностями с постоянной разницей радиусов и радиальными сечениями с постоянной разницей в углах. Каждый подслой дополняется ячейками, находящимися в скатывающемся слое. В результате такого разделения получается ряд замкнутых подслоев. Ячейки, находящиеся в одном подслое, имеют одинаковые объемы, но по подслоям, объемы ячеек разные.

На рис. 6.7 в развернутом виде дана схема соединения ячеек.



**Рис. 6.7. Структура ячеечной модели процесса грохочения**

Ячейки 1 – 15 моделируют поднимающийся слой, ячейки 16 – 30 – скатывающийся слой, а ячейки 31 – 37 – моделируют емкости для сбора мелких частиц, которые прошли через отверстия в обечайке барабана. Состояние системы описывается вектором состояния, координаты которого численно равны долям мелкой фракции в соответствующих ячейках. При использовании математического аппарата случайных марковских процессов, дискретных в пространстве и времени, состояние системы в любой момент времени  $\tau = k \Delta t$  после начала процесса рассчитывают, используя следующие соотношения:

$$\begin{aligned}
S(1) &= S(0) \cdot P, \\
S(2) &= S(1) \cdot P, \\
&\dots \\
S(k) &= S(k-1) \cdot P,
\end{aligned}
\tag{6.15}$$

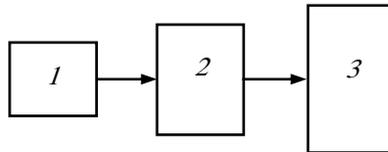
где  $\Delta t$  – время одного перехода;  $S(k)$  – вектор состояния системы после перехода  $k$ ;  $P$  – матрица переходных вероятностей.

При  $k = 0$ , т.е. в самом начале процесса можно считать, что мелкие частицы равномерно распределены по всему объему материала, т.е. концентрации этих частиц во всех ячейках будут равны.

Элемент  $P_{ij}$  матрицы переходных вероятностей  $P$  численно равен вероятности перехода мелких частиц из ячейки  $i$  в ячейку  $j$ . Численные значения определяются при идентификации параметров математической модели.

Традиционно в математических моделях, построенных на закономерностях марковских цепей, все ячейки имеют одинаковый объем. В рассматриваемой модели ячейки имеют одинаковый объем только в пределах каждого подслоя, но по подслоям эти объемы разные. Эту проблему предложено решить путем умножения вероятностей  $P_{ij}$  на масштабные коэффициенты  $k_{ij}$ , которые численно равны отношению объема ячейки  $i$  к объему ячейки  $j$ .

Рассмотрим предлагаемый вариант на элементарном примере. Пусть имеется цепь из трех ячеек с объемами 1, 2 и 3, как это показано на рис. 6.8.



**Рис. 6.8. Цепь из трех ячеек с разными объемами**

Загрузим в первую ячейку ключевой компонент с объемом, равным 1, тогда вектор начального состояния будет иметь вид  $S(0) = \{1; 0; 0\}$ . Допустим, что вероятности перехода ключевого компонента из ячейки 1 в ячейку 2 и из ячейки 2 в ячейку 3 равны 0,5. В этом случае стандартная матрица переходных вероятностей имеет вид:

$$P = \begin{vmatrix} 0,5 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.
\tag{6.16}$$

Если пользоваться этой матрицей, то получим:

$$S(1) = \{0,5; 0,5; 0\}; \quad S(2) = \{0,25; 0,5; 0,25\}.$$

Совершенно очевидно, что для ячеек разного объема это неверное решение. Действительно, с учетом объемов ячеек мы получим, что объем ключевого компонента равен 2, в действительности этот объем равен 1.

В предлагаемом варианте  $k_{1,2} = 0,3$ , а  $k_{2,3} = 0,666$ . Матрица переходных вероятностей будет иметь следующий вид:

$$P = \begin{vmatrix} 0,5 & 0,25 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0,333 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.
\tag{6.17}$$

Если использовать данную матрицу, то получим

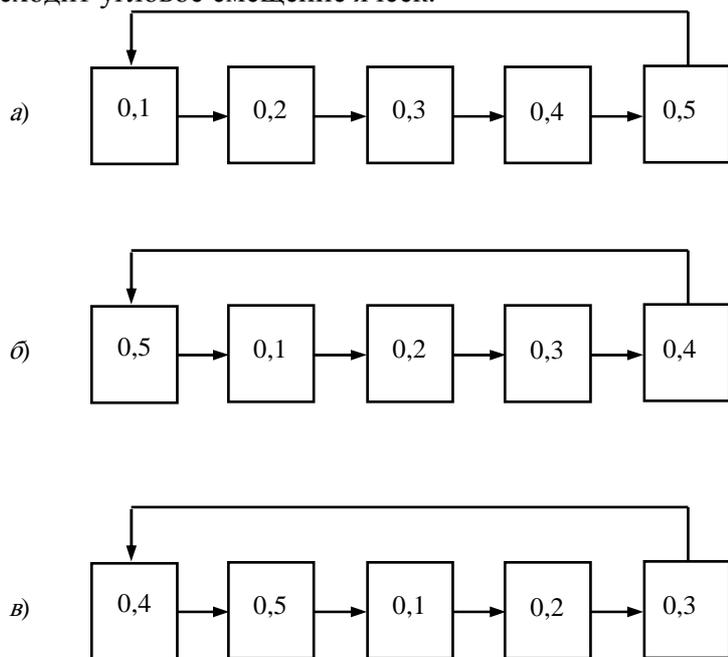
$$S(1) = \{0,5; 0,25; 0\}; \quad S(2) = \{0,25; 0,25; 0,08333\}.$$

Учитывая, что объем ключевого компонента в каждой ячейке равен произведению объема этой ячейки на концентрацию ключевого компонента, можно увидеть, что во всех случаях объем ключевого компонента остается неизменным и равным 1.

Следует отметить, что использование масштабных коэффициентов без ограничений возможно только в тех случаях, когда происходит переход частиц ключевого компонента из ячеек меньшего объема в ячейки с большим объемом. В обратном случае возможны варианты, при которых концентрация ключевого компонента в ячейке станет больше 1, что с физической точки зрения невозможно.

Таким образом, для моделирования процесса смешивания – сегрегации можно использовать традиционную матрицу переходных вероятностей, дополненную масштабными коэффициентами.

В реальном грохоте зернистый материал постоянно находится в движении, и как отмечалось ранее, происходит угловое смещение ячеек.



**Рис. 6.9. Схема перемещений материала по ячейкам:**  
*а* – начальное состояние; *б* – первый переход; *в* – второй переход

Угловое смещение ячеек, т.е. движение сыпучего материала в поперечном сечении, можно имитировать путем умножения, на каждом переходе, вектора предыдущего состояния системы не только на матрицу переходных вероятностей, но и на матрицу перемещений. Элементы матрицы перемещений равны либо нулю, либо единице.

Рассмотрим имитацию движения на элементарном примере. Пусть имеется замкнутый циркуляционный контур, состоящий из пяти ячеек, как показано на рис. 6.9.

Известен вектор начального состояния, например

$$S(0) = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5\},$$

т.е. в первой ячейке объем мелких частиц составляет 0,1 от общего объема, во второй – 0,2 и т.д. Пусть за один переход в системе происходит перемещение на одну ячейку слева направо. В этом случае матрица перемещений имеет следующий вид:

$$P_m = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.18)$$

После первого перехода вектор состояния будет равен

$$S(1) = S(0) P = \{0,5; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4\}.$$

Как видно из вектора, произошло перемещение ячеек на одну слева направо.

Рассмотрим теперь наш случай. Пусть материал во внешнем циркуляционном подслое (ячейки 1 – 7 и 24 – 30) за один переход перемещаются на три ячейки, в среднем подслое (ячейки 8 – 12 и 19 – 23) – на две ячейки, а во внутреннем подслое (ячейки 13 – 18) – на одну ячейку. В этом случае вероятности

$$\begin{aligned} P_{m1,4} &= P_{m2,5} = P_{m3,6} = P_{m4,7} = P_{m5,30} = P_{m6,29} = P_{m7,28} = \\ &= P_{m30,27} = P_{m29,26} = P_{m28,25} = P_{m27,24} = P_{m26,1} = P_{m25,2} = P_{m24,3} = \\ &= P_{m8,10} = P_{m9,11} = P_{m10,12} = P_{m11,23} = P_{m12,22} = P_{m23,21} = P_{m22,20} = \\ &= P_{m21,19} = P_{m20,8} = P_{m19,9} = P_{m13,14} = P_{m14,15} = P_{m15,18} = P_{m18,17} = \\ &= P_{m17,16} = P_{m16,13} = 1 \quad , \end{aligned}$$

а оставшиеся вероятности  $P_{m i, i}$  и  $P_{m i, j}$  равны нулю.

Таким образом, чтобы получить вектор состояния системы после  $i$ -го перехода, необходимо проделать следующие операции:

$$S'(i) = S(i-1)P S(i) = S'(i)P_m, \quad (6.19)$$

где  $S'(i)$  – вспомогательный вектор состояния на переходе  $i$ ;  $P$  – матрица переходных вероятностей;  $P_m$  – матрица перемещений.

Образование дополнительных частиц мелкой фракции за счет самоизмельчения частиц крупной фракции можно учитывать следующим образом. Концентрация крупной фракции на любом переходе в любой ячейке определяется по одной и той же формуле:

$$C_{кр}(i, k) = 1 - C(i, k). \quad (6.20)$$

Умножив концентрацию крупной фракции на коэффициент  $K_{изм}$ , получим второе слагаемое в формуле (2.37). Таким образом, можно на каждом переходе, используя вспомогательный вектор  $S_1$  состояния системы, у которого все элементы равны единице, проделать следующие операции:

$$S(k) = S(k) + [S_1 - S(k)]K_{изм}. \quad (6.21)$$

В данном случае не требуется ни каких масштабных переходов, поскольку преобразования осуществляются в пределах одной и той же ячейки.

Сделаем допущение о том, что отсеивание мелких частиц осуществляется только из ячеек, непосредственно контактирующих с просеивающей поверхностью барабана. Для рассматриваемого примера это ячейки 1 – 7 на рис. 6.7. Поскольку объем мелкой фракции, который отсеивается из ячейки  $i$  на переходе  $k$ , однозначно зависит от концентрации мелкой фракции в данной ячейке, нет необходимости создавать дополнительную матрицу, а вероятности отсева, как вероятности перехода частиц мелкой фракции из ячейки  $i$  в ячейку  $j$ , с учетом масштабных коэффициентов следует внести в матрицу переходных вероятностей. Если объем каждой ячейки, в которую высыплются из барабана мелкие частицы, обозначить  $V_0$ , то суммарный объем мелких частиц, высыпавшихся из барабана после перехода  $k$ , можно рассчитать по следующей формуле:

$$V_{от} = V_0 \sum_{i=31}^{37} c(i, k). \quad (6.22)$$

Фактически уравнения, приведенные в данном разделе, являются математической моделью процесса грохочения. Модель используется следующим образом: рассчитываются параметры распределения сыпучего материала в поперечном сечении барабана; составляется цепь Маркова; по гранулометрическому составу исходного материала формируется вектор начального состояния; рассчитываются масштабные коэффициенты; по известным вероятностям переходов мелких частиц из одних ячеек в другие формируется матрица переходных вероятностей, включающая в себя масштабные коэффициенты; формируется матрица перемещений; производится последовательное перемножение вектора состояния на транспонированные матрицы переходных вероятностей и матрицы перемещений:

$$\begin{aligned}
S'(1) &= S(0)P, & S''(1) &= S'(1)P_m, & S(1) &= S''(1) + [S_1 - S''(1)K_{изм.}]; \\
S'(2) &= S(1)P, & S''(2) &= S'(2)P_m, & S(2) &= S''(2) + [S_1 - S''(2)K_{изм.}]; \\
&\dots \\
S'(i) &= S(i-1)P, & S''(i) &= S'(i)P_m, & S(i) &= S''(i) + [S_1 - S''(i)K_{изм.}],
\end{aligned}$$

где  $S'(i)$ ,  $S''(i)$  – вектора промежуточных состояний системы на переходе  $i$ ;  $S_1$  – вспомогательный вектор;  $P$  – матрица переходных вероятностей;  $P_m$  – матрица перемещений.

При идентификации параметров математической модели вероятности переходов частиц из одних ячеек в другие при первом расчете принимают равными 0,1, при второй итерации изменяют в нужную сторону.

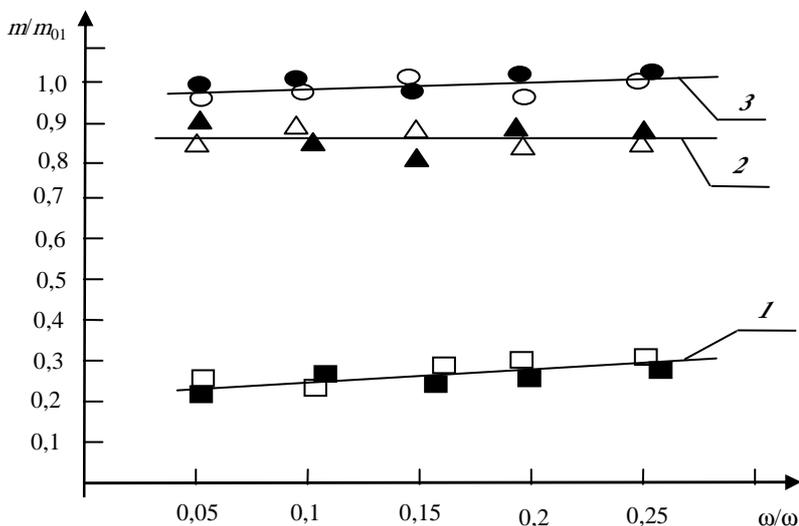
Имитационная модель процесса грохочения представляет совокупность математических моделей движения, смешивания, сегрегации и грохочения. Кроме этого, введены генераторы случайных чисел и соответствующие фильтры, что позволяет имитировать отклонения параметров от их средних значений (например, отклонения углов трения покоя и движения). Имитационная модель позволяет не только рассчитывать, но и оптимизировать режимные и геометрические параметры.

### 6.3.5. ВЛИЯНИЕ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ БАРАБАНА НА ИНТЕНСИВНОСТЬ ГРОХОЧЕНИЯ

Экспериментальные исследования проводились в несколько этапов. Прежде всего было исследовано влияние скорости вращения барабана на интенсивность отсева в перфорированном барабане, который одновременно вращается и совершает вертикальные колебания. Исследования проводились на лабораторной установке барабанного вибрационного грохота. Порядок проведения опытов был следующим. Готовилась двухкомпонентная смесь с концентрацией мелкой фракции 0,5. Смесь загружали в перфорированный барабан, после чего включали вибропривод. Мелкую фракцию, высыпавшуюся из барабана, собирали в емкость и через определенные промежутки времени взвешивали с точностью 0,01 г.

Далее проводили аналогичные опыты с вращающимся барабаном и с барабаном, который одновременно вращается и совершает вертикальные колебания. Угловую скорость вращения барабана изменяли ступенчато: 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,3 от критической ( $\omega_{кр} = (g/R)^{0,5}$ ).

На рис. 6.10 показаны характерные зависимости изменения относительной массы мелких частиц, которые высыпались из перфорированного барабана за 30 с. Масса мелких частиц, которые высыпались



**Рис. 6.10. Зависимость интенсивности отсева мелкой фракции от скорости вращения барабана:**

- 1 – вращающийся барабан – □ – УНМ «Таунит»; ■ – катализатор;
- 2 – вибрирующий барабан – Δ – УНМ «Таунит»; ▲ – катализатор;
- 3 – вращающийся барабан, совершающий вертикальные колебания – ○ – УНМ «Таунит»; ● – катализатор

из барабана при скорости его вращения 0,1 от критической и вибрации с частотой  $50 \text{ с}^{-1}$ , обозначили  $m_{01}$ . Из графиков видно, что при увеличении относительной скорости вращения барабана эффект от одновре-

менного вращения и вибрации барабана уменьшается. В конечном итоге, интенсивность грохочения при скорости вращения  $0,25 \omega_{кр}$  всего на 6 % больше, чем при скорости  $0,05 \omega_{кр}$ . В то же время потребляемая мощность при таком увеличении скорости вращения увеличивается больше, чем на 6 %. Учитывая этот факт, было принято решение рекомендовать для промышленных установок угловую скорость вращения перфорированного барабана  $0,05 \omega_{кр}$ . Дальнейшее уменьшение скорости вращения барабана нежелательно, поскольку может начаться режим периодических обрушений [27], при котором интенсивность грохочения уменьшается.

### 6.3.6. ВЛИЯНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ МЕЛКОЙ ФРАКЦИИ НА ИНТЕНСИВНОСТЬ ГРОХОЧЕНИЯ

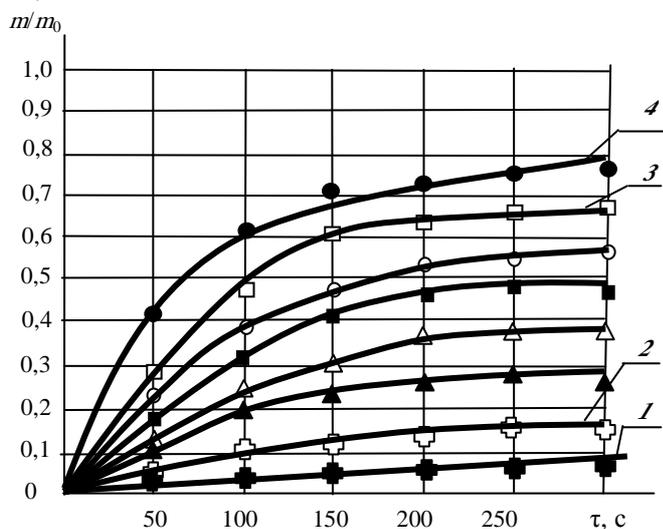
Порядок проведения опытов был следующим. Готовилась двухкомпонентная смесь с определенной концентрацией мелкой фракции. Смесь загружали в перфорированный барабан, после чего он приводился во вращение. Мелкую фракцию, высыпавшуюся из барабана, собирали в емкость и через определенные промежутки времени взвешивали с точностью 0,01 г.

После предварительного анализа результатов было принято решение построить зависимость относительного количества отсеянной мелкой фракции от времени, т.е.  $m/m_0$  от  $\tau$ , где  $m$  – масса отсеянной мелкой фракции в текущий момент времени, а  $m_0$  – общая масса исходного материала, загруженного в барабан. На наш взгляд, такое представление результатов является более наглядным.

На рис. 6.11 приведены экспериментальные данные изменения  $m/m_0$  от  $\tau$  при разных концентрациях мелкой фракции в исходном материале.

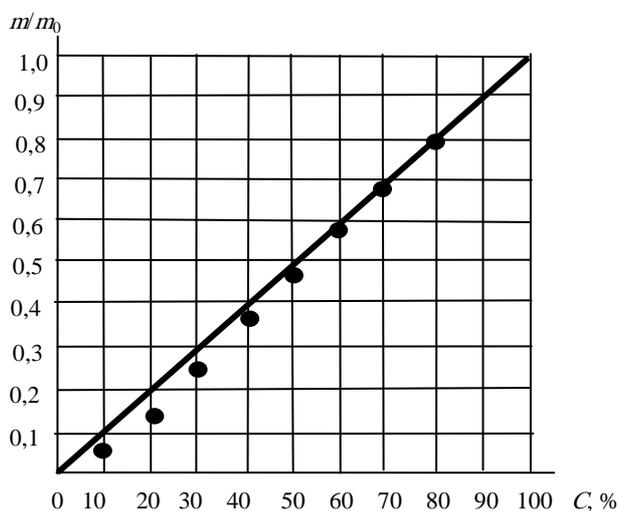
Из представленных на рис. 6.11 данных видно, что при малых концентрациях (10, 20 %) зависимость близка к линейной (линии 1, 2), а при больших (70, 80 %) – явно криволинейная (линии 3, 4).

На рис. 6.12 показана зависимость относительной массы отсеянных мелких частиц от их концентрации в исходном материале. Эксперименты проводились в течение 300 с, а  $m_i$  – общая масса исходного материала, загружаемого в барабан. Сплошной линией показана указанная зависимость в предположении, что относительная масса отсеянных частиц прямо пропорциональна концентрации.



**Рис. 6.11. Зависимость относительной массы отсеянной мелкой фракции от времени при разных ее концентрациях в исходном материале:**

- – 80 %; □ – 70 %; ○ – 60 %; ■ – 50 %; △ – 40 %; ▲ – 30 %;
- ◻ – 20 %; ◼ – 10 %.



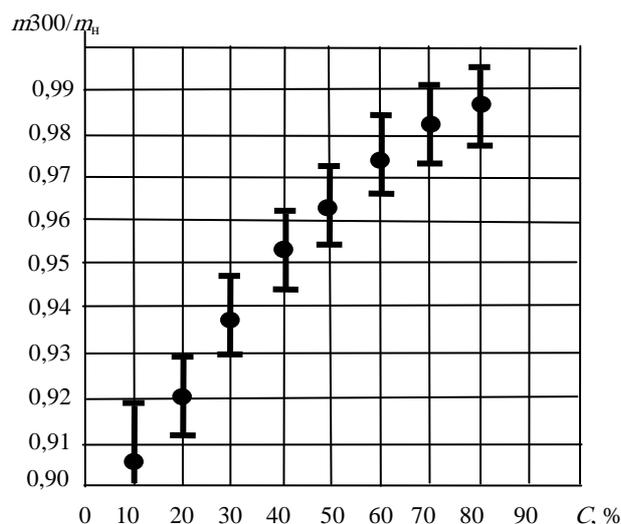
**Рис. 6.12. Зависимость относительной массы отсепарированной мелкой фракции от концентрации мелких частиц в исходном материале**

Из графика видно, что наибольшие отклонения экспериментальных данных от линейной зависимости наблюдаются при малых концентрациях. По нашему мнению, это можно объяснить тем, что при малых концентрациях снижается эффективность грохочения, т.е. часть мелких частиц после проведения процесса грохочения остается в барабане.

На рис. 6.13 приведены экспериментальные данные по изменению эффективности грохочения от концентрации мелких частиц в исходном материале.

Как и в предыдущих сериях, эксперименты проводились при вращении барабана, при вибрации, при одновременном вращении и вибрации. Следует отметить, что характер приведенной выше зависимости был практически одинаков. Самая низкая эффективность грохочения была при вращении, а самая высокая – при одновременном воздействии вращения и вибрации

Учитывая, что зависимости и интенсивности (рис. 6.12), и эффективности (рис. 6.13) в диапазоне изменений концентраций мелкой фракции от 10 до 80 % практически линейные, при расчетах можно считать, что интенсивность грохочения прямо пропорциональна концентрации мелкой фракции в зоне контакта исходного материала с просеивающей поверхностью, а эффективность прямо пропорциональна концентрации мелких частиц в исходном продукте.

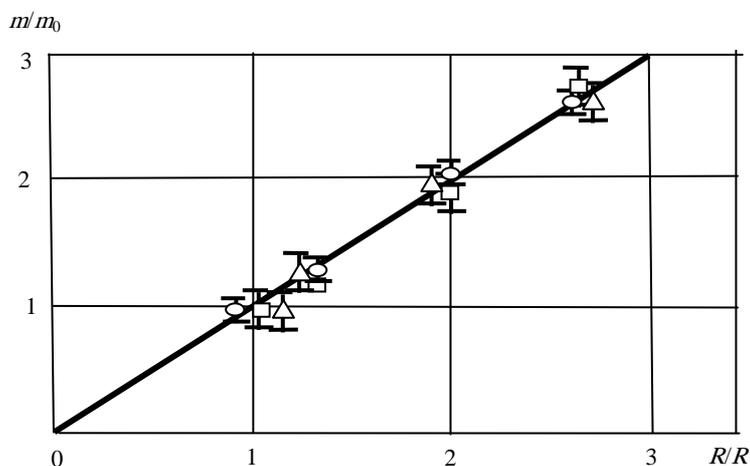


**Рис. 6.13. Зависимость эффективности грохочения от концентрации мелких частиц в исходном материале:**

$m_{300}$  – масса мелкой фракции отсепарированной за 300 с;  $m_n$  – масса мелкой фракции в исходном материале

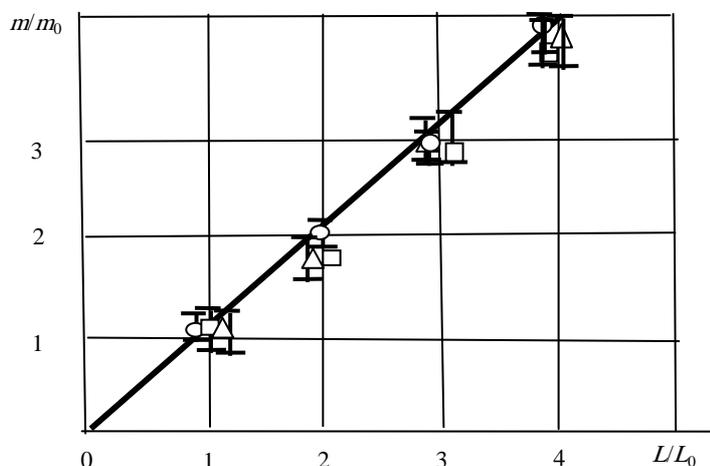
### 6.3.7. ВЛИЯНИЕ ПЛОЩАДИ ПРОСЕИВАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ИНТЕНСИВНОСТЬ ГРОХОЧЕНИЯ

Как и в предыдущем случае, исследования проводились в три этапа. На первом этапе исследовали влияние площади просеивающей поверхности на интенсивность грохочения только при вращении барабана. Двухкомпонентную смесь с определенной концентрацией мелкой фракции загружали в перфорированный барабан и включали привод вращения. Мелкую фракцию, высыпавшуюся из барабана, собирали в емкость и через определенные промежутки времени взвешивали. При постоянном коэффициенте заполнения барабана материал активной площадью просеивающей поверхности, т.е. площадь контакта исходного материала с сеткой, зависит от радиуса барабана, его длины и относительной скорости вращения барабана. Поскольку зависимость интенсивности грохочения от скорости вращения барабана уже исследована, в процессе эксперимента изменяли радиус и длину барабана. В качестве примера приведем результаты классификации модельной смеси (песок и стеклянные шарики), катализатор, УНМ «Таунит». Диаметр барабана 0,28 м, а концентрация мелкой фракции 50 %. Барабан вращался с относительной скоростью 0,05 и одновременно совершал вертикальные колебания с частотой 50 Гц и амплитудой 0,05 мм. На рис. 6.14 приведена зависимость объема отделившейся мелкой фракции за 300 с при разных радиусах, а на рис. 6.15 – при разных длинах барабана.



**Рис. 6.14. Зависимость относительной массы отсепарированной мелкой фракции от радиуса барабана,  $R_0 = 0,13$  м:**

○ – песок и стеклянные шарики; □ – УНМ «Таунит»; Δ – катализатор



**Рис. 6.15. Зависимость относительной массы отсепарированной мелкой фракции от длины барабана,  $L_0 = 0,05$  м:**

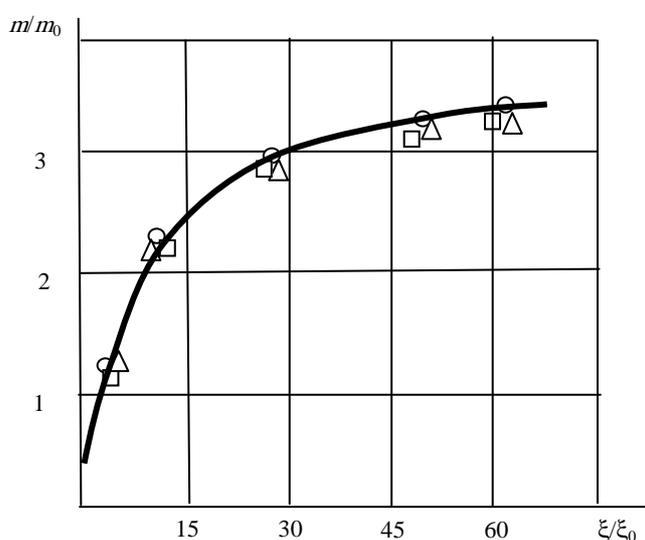
○ – песок и стеклянные шарики; □ – УНМ «Таунит»; Δ – катализатор

Для наглядности радиус и длина барабана представлены в относительных величинах. Как видно из графиков, зависимости имеют ярко выраженный линейный характер. Аналогичные зависимости наблюдались при вращающемся барабане и в барабане, совершающем вертикальные колебания.

### 6.3.8. ВЛИЯНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ЗАПОЛНЕНИЯ БАРАБАНА МАТЕРИАЛОМ НА ИНТЕНСИВНОСТЬ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ ГРОХОЧЕНИЯ

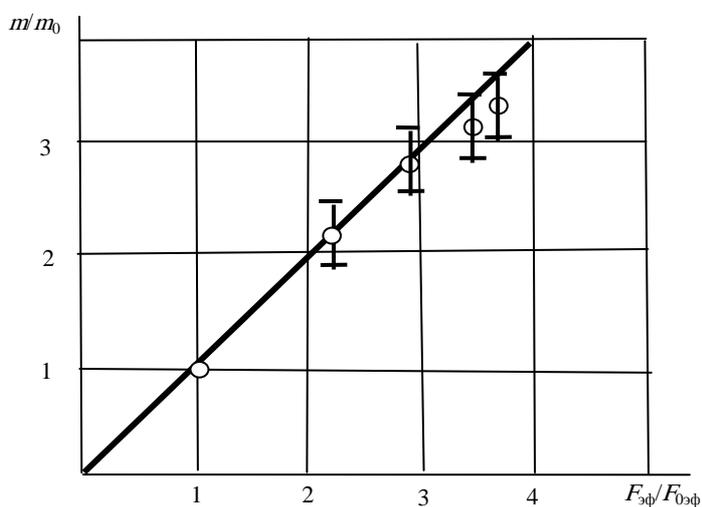
Для исследования влияния коэффициента заполнения на интенсивность и эффективность грохочения в барабан загружали разные количества исходного материала. На рис. 6.16 показана зависимость относительной массы отсеянных частиц от степени заполнения барабана материалом.

Как видно из графика, зависимость имеет ярко выраженный нелинейный характер. Как отмечалось ранее, не вся площадь отверстия просеивающей поверхности влияет на вероятность прохождения через это отверстие мелкой частицы, а только ее проекция на горизонтальную поверхность. Учитывая это, было предложено ввести понятие эффективной просеивающей поверхности. Будем считать, что площадь эффективной просеивающей поверхности численно равна проекции на горизонтальную плоскость той части просеивающей поверхности, с которой контактирует материал, подлежащий грохочению.



**Рис. 6.16. Зависимость относительной массы отсеянной мелкой фракции от коэффициента заполнения**

На рис. 6.17 показана зависимость относительной массы отсеянных частиц от относительной эффективной просеивающей поверхности.



**Рис. 6.17. Зависимость относительной массы отсеянной мелкой фракции от эффективной просеивающей поверхности барабана:**

$F_{0эф}$  – эффективная поверхность при коэффициенте заполнения барабана материалом  $\xi = 0,01$

Данная зависимость получена при следующих режимных и геометрических параметрах: материал – катализатор; концентрация мелкой фракции в исходном материале – 40 %; относительная скорость вращения барабана – 0,05; частота колебаний – 50 Гц; амплитуда колебаний – 0,05 мм.

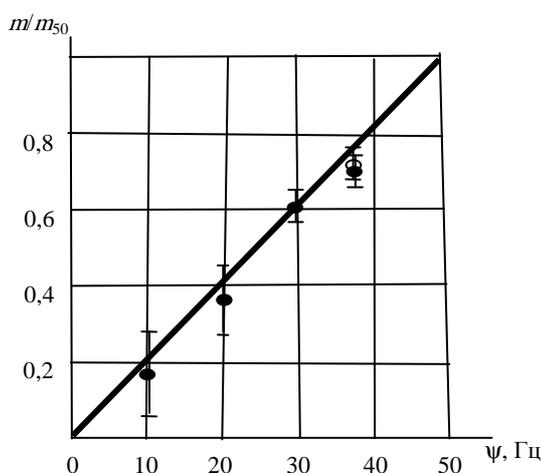
Аналогичные результаты были получены на модельной смеси и УНМ «Таунит» при различных значениях режимных и геометрических параметров [24].

Таким образом, введение понятия «эффективная просеивающая поверхность» позволило получить простую и удобную зависимость, позволяющую учитывать степень заполнения барабана материалом при расчетах.

### 6.3.9. ВЛИЯНИЕ АМПЛИТУДЫ И ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ НА ИНТЕНСИВНОСТЬ ГРОХОЧЕНИЯ

Из научной литературы известно, что амплитуда и частота колебаний существенно влияют на интенсивность грохочения. В работе [24] приведены результаты экспериментов по грохочению, в которых варьировались амплитуда и частота колебаний. Диапазоны изменения указанных параметров были определены исходя из возможностей реализации колебаний барабанного грохота на практике. В частности, в ходе эксперимента частота колебаний барабана изменялась от 10 до 100 Гц, причем в диапазоне от 10 до 50 Гц лабораторная установка обеспечивала плавное регулирование частоты за счет использования электродвигателя постоянного тока. Частота 100 Гц обеспечивалась электрическим вибратором. Амплитуда колебаний могла плавно изменяться от 0,05 до 2 мм. Опыты проводились как на модельных смесях, так и на реальном продукте. На рис. 6.18 показаны характерные результаты зависимости относительной эффективности отсева от частоты колебаний.

Как видно из графика, зависимость практически линейная, но характер зависимости существенно меняется в диапазоне от 50 до 100 Гц. К сожалению, экспериментальная установка не позволяла детально исследовать указанный диапазон, установлено, что относительная интенсивность при частоте 100 Гц всего на 20...30 % больше, чем при частоте 50 Гц. Кроме этого, при частоте 100 Гц наблюдалось достаточно интенсивное самоизмельчение катализатора с образованием большого количества частиц с размерами менее 0,063 мм. Поскольку большое количество мелких частиц не желательно для синтеза УНМ, для практической реализации рекомендована частота 50 Гц.



**Рис. 3.18. Зависимость относительной интенсивности грохочения от частоты колебаний:**

$m$  – масса мелкой фракции, отсеянной за 300 с, при частоте колебаний  $\psi$ ;  $m_{50}$  – масса мелкой фракции, отсеянной за 300 с, при частоте колебаний 50 Гц

Результаты экспериментов показали, что наибольшая интенсивность грохочения наблюдается при изменении амплитуды колебаний в диапазоне (1...10) диаметра крупных частиц. Следует отметить, что не удалось установить однозначной зависимости интенсивности грохочения от амплитуды колебаний, но указанный выше диапазон можно рекомендовать для поиска оптимального значения амплитуды для конкретного материала, подлежащего грохочению.

### 6.3.10. ВЛИЯНИЕ ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКОГО СОСТАВА ИСХОДНОГО МАТЕРИАЛА НА ИНТЕНСИВНОСТЬ ГРОХОЧЕНИЯ

В процессе экспериментов было обнаружено, что вероятность просеивания существенно зависит от соотношения диаметра частиц и размера ячеек. С целью установления этой закономерности была проведена серия экспериментов с разными размерами частиц мелкой и крупной фракций.

Установлено, что вероятность просеивания частиц через отверстия просеивающей поверхности удовлетворительно описывается следующей зависимостью:

$$P_0 = K_M K_K, \quad (6.23)$$

где  $K_M = k_M \sum_{i=1}^{N_M} \left( \frac{d_j^3 - d_M^3(i)}{d_j^3} \right) C(d_M(i))$ ;  $K_K = k_K \sum_{j=1}^{N_K} \left( \frac{d_j^3(j)}{d_K^3} \right) C(d_K(j))$ ;  $k_M, k_K$  – экспериментальные коэффициенты;  $d_M(i)$  – диаметр частиц  $i$ -й мелкой фракции;  $d_K(j)$  – диаметр частиц  $j$ -й крупной фракции;  $d_j$  – диаметр ячейки сита;  $C(d_M(i))$  – концентрация частиц  $i$ -й мелкой фракции;  $C(d_K(j))$  – концентрация частиц  $j$ -й крупной фракции.

На рис. 6.19, 6.20 представлено сравнение расчетных и экспериментальных значений времени просеивания одной и той же массы мелких частиц при разных соотношениях диаметра частиц и характерного размера отверстий сита.

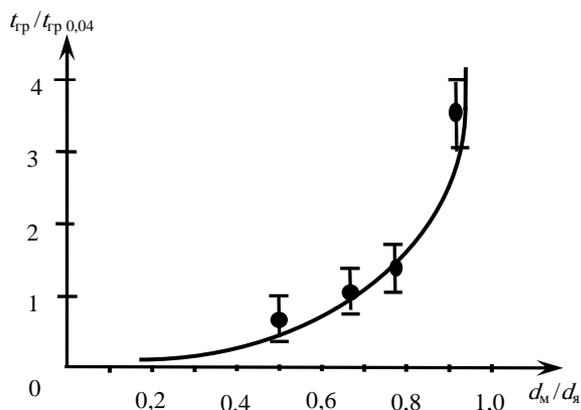
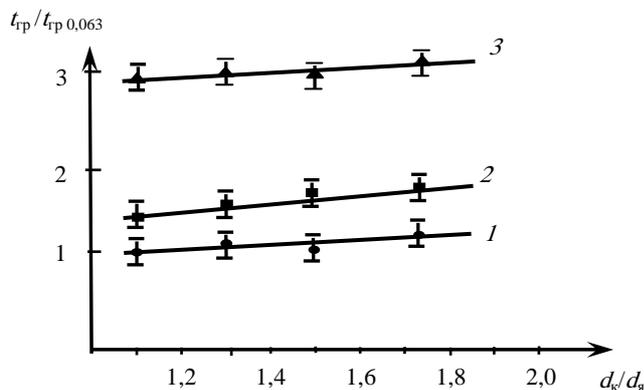


Рис. 6.19. Зависимость времени грохочения от размера частиц мелкой фракции



**Рис. 3.20. Зависимость времени грохочения от размера частиц крупной фракции при относительном диаметре частиц мелкой фракции  $d_m/d_n$ :**

1 – 0,7; 2 – 0,8; 3 – 0,9

В данном случае использовалось относительное время грохочения:  $t_{гр}$  – время грохочения исходного материала;  $t_{гр 0,04}$  – время грохочения при размере частиц мелкой фракции 0,04 мм;  $t_{гр 0,063}$  – время грохочения при размере частиц крупной фракции 0,063 мм.

Как видно из графиков, при использовании предложенных зависимостей для расчета процесса грохочения расчетные значения удовлетворительно совпадают с экспериментальными данными.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 6**

1. Конструирование и расчет машин химических производств / под ред. Э.Э. Кольмана-Иванова. – М., 1985. – 408 с.
2. Кафаров, В.В. Системный анализ процессов химической технологии. Основы стратегии / В.В. Кафаров, И.Н. Дорохов. – М., 1976. – 500 с.
3. Кафаров, В.В. Системный анализ процессов химической технологии. Процессы измельчения и смешения / В.В. Кафаров, И.Н. Дорохов, С.Ю. Арутюнов. – М., 1985. – 440 с.
4. Ахназарова С.Л. Оптимизация эксперимента в химической технологии / С.Л. Ахназарова, В.В. Кафаров. – М., 1978. – 319 с.
5. Саутин, С.Н. Планирование эксперимента в химии и химической технологии / С.Н. Саутин. – Л., 1975. – 48 с.
6. Заявка № 2007120803/03 РФ, МПК<sup>7</sup> В 07 В 1/40. Барабанный вибрационный грохот / С.В. Маслов, В.Ф. Першин, Ю.Т. Селиванов, А.Г. Ткачев ; заявитель и патентообладатель Тамб. гос. техн. ун-т. – заявл. 04.06.2007 ; опублик. 10.12.2008, Бюл. № 34.
7. Маслов, С.В. Экспериментальные исследования процесса грохочения / С.В. Маслов, П.Ю. Адамский // Труды ТГТУ : сборник научных статей молодых ученых и студентов ; Тамб. гос. техн. ун-т. – Тамбов, 2007. – Вып. 20. – С. 42 – 45.
8. Першин, В.Ф. Машины барабанного типа: основы теории, расчета и конструирования / В.Ф. Першин. – Воронеж : Изд-во ВГУ, 1990. – 168 с.
9. Rosato, A.D. Vibratory particle size sorting in multi-component system / A.D. Rosato, Y. Lian and D.N. Wang // Powder Technology. – 1991. – V. 66 – P. 149 – 160.
10. Malhotra, K. Particle flow patterns in a mechanically stirred two-dimensional cylindrical vessel / K. Malhotra, A.S. Mujumdar // Powder Technology. – 1987. – № 11. – P. 15 – 19.
11. Shu-San Hsiau. Density effect of binary mixtures on segregation process in a vertical shaker / Shu-San Hsiau, Wen-Cheng Chen // Advanced Powder Technol. – 2002. – Vol. 13, № 13. – P. 301 – 315.
12. Assessing the potential of a fine powder to segregation using laser diffraction and sieve particle size measuring techniques / H. Abou-Chakra, U. Tuzun, I. Bridle, M. Leaper, M.S.A. Bradley and A.R. Reed // Advanced Powder Technol. – 2003. – Vol. 13, № 14. – P. 167 – 176.
13. Pershin, V.F. The mixing and segregation of particulate solids of different particle size / V.F. Pershin, U.T. Selivsnov, A.G. Tkachev // Abstracts of the 10 International congress of chemical equipment and automatics, "CHISA-90". – Praha, Czechoslovakia, 1990. – P. 49.
14. Сатома, И. Смешивание твердых тел : пер. с яп. / И. Сатома // Пуранто когаку. – 1968. – Т. 10, № 5. – С. 63 – 69.
15. Кога, Д. Исследование процесса смешения частиц с различной плотностью в горизонтальном барабанном смесителе : пер. с яп. / Д. Кога // Рикакогу кэнкюсе хококу. – 1980. – Т. 56, № 5–6. – С. 95 – 102.
16. Modeling of mixing and segregation of particulate solids in a rotation drum / V. Pershin, U. Selivanov, V. Artemov, S. Barishnikova, A. Tkachev // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 1998. – Т. 4, № 2–3. – С. 230 – 237.
17. Першин, В.Ф. Моделирование процесса смешивания сыпучих материалов в циркуляционных смесителях непрерывного действия / В.Ф. Першин, Ю.Т. Селиванов // Теоретические основы химической технологии. – 2003. – Т. 37, № 6. – С. 629 – 635.
18. Селиванов, Ю.Т. Экспериментальное исследование процесса смешивания дисперсных материалов, отличающихся размерами частиц / Ю.Т. Селиванов, В.Ф. Першин // Теоретические основы химической технологии. – 2001. – Т. 35, № 2. – С. 218 – 220.

19. Dolgunin, V.N. Surface and resilience effects of particles undergoing rapid shear flow / V.N. Dolgunin, A.A. Ukolov, D.N. Allenov // The Forum for Bulk Solids Handling, Proceedings. – The Dead Sea, Israel, 2000. – V 1. – P. 8.67 – 8.73.
20. Аленов, Д.Н. Моделирование процесса сегрегации в гравитационном потоке частиц различной шероховатости и упругости : автореф. дис. ... канд. техн. наук / Д.Н. Аленов. – Тамбов, 2002. – 16 с.
21. Shu-San Hsiau Segregation and convection of binary disks in a vertical shaker / Shu-San Hsiau, Ying-Yu Lin // Advanced Powder Technol. – 2000. – V 11, № 4. – P. 439 – 457.
22. Shu-San Hsiau Density effect of binary mixtures on the segregation process in a vertical shaker / Shu-San Hsiau, Wen-Cheng Chen // Advanced Powder Technol. – 2002. – V 13, № 3. – P. 301 – 315.
23. Shu-San Hsiau The flow behavior of granular material due to horizontal shaking / Shu-San Hsiau, Ming-Yuan Ou, Chi-Hwang Tai // Advanced Powder Technol. – 2002. – V 13, № 2. – P. 167 – 180.
24. Маслов, С.В. Разделение мелкодисперсных материалов в барабанных виброгрохотах : дис. ...канд. техн. наук / С.В. Маслов. – Тамбов, 2008. – 185 с.
25. Ткачев, А.Г. Механическая классификация катализаторов для производства углеродных наноматериалов / А.Г. Ткачев, С.В. Маслов, В.Ф. Першин // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2007. – Т.13, № 3. – С. 741 – 746.
26. Адаптация математического аппарата случайных марковских процессов к моделированию процессов смешивания-сегрегации в машинах барабанного типа / С.В.Першина, С.В.Маслов, В.Г. Однолько, В.Ф. Першин // Сборник трудов XIX междунар. науч. конф. "Математические методы в технике и технологиях". – Саратов, 2008. – Т. 5. –С. 174–175.
27. Барышникова, С.В. Разработка новых конструкций и методов расчета устройств для непрерывного дозирования сыпучих материалов : автореф. дис. ... канд. техн. наук / С.В. Барышникова. – Тамбов, 1999. – 16 с.

## Глава 7

### БАРАБАНЫЕ СУШИЛКИ, ХОЛОДИЛЬНИКИ И РЕАКТОРЫ

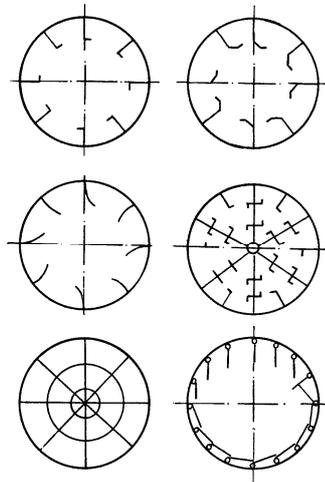
---

---

Барабанные конвективные сушилки, холодильники и реакторы различных конструкций нашли широкое применение в химической промышленности. Это объясняется тем, что процессы тепло- и массообмена протекают в них достаточно интенсивно и экономично благодаря хорошему контакту между обрабатываемым сыпучим материалом и газообразным агентом, а также благодаря возможности использования высоких температур газов при параллельном движении их с материалом. Основными достоинствами барабанных аппаратов являются: большая единичная производительность, простота конструкции и эксплуатации, возможность высокой степени механизации и автоматизации процесса. Поскольку принцип работы всех этих аппаратов аналогичен, рассмотрим более подробно особенности работы, расчета и проектирования барабанных сушилок. Эти сушилки используются для сушки фтористого алюминия, полимерных материалов, сложных и простых удобрений фосфоритной муки, колчедана и т.д. [1].

#### 7.1. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА СУШКИ

Для обеспечения равномерного контакта сыпучего материала с газом в конвективных барабанных сушилках используются различные внутренние устройства. Основные типы этих устройств показаны на рис. 7.1.



**Рис. 7.1. Схемы насадок различных типов**

Михайлов Н.М. [2], рассматривая процесс теплообмена в барабанных сушилках, выделяет следующие пути передачи тепла обрабатываемому материалу (рис. 7.2):

1) в результате непосредственного соприкосновения газов с материалом путем конвекции и лучеиспускания:

а) через поверхность падающих с лопастей частиц ( $Q_1$ );

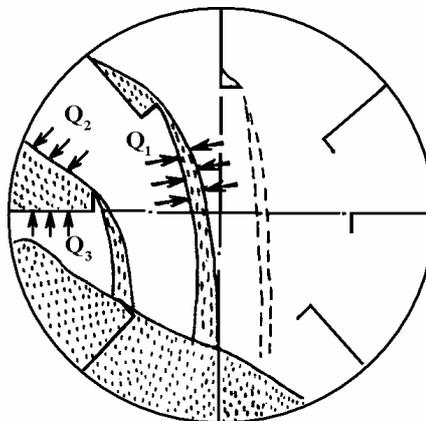
б) через наружную поверхность материала, находящегося на лопастях и в завале ( $Q_2$ );

2) путем теплопроводности ( $Q_3$ ) в результате соприкосновения материала с более нагретыми деталями внутренних устройств и обечайкой барабана.

Отмечается, что количество тепла, переданного материалу во время осыпания, составляет примерно 70 % всего теплового потока в барабанной сушилке. Гидродинамика процесса, протекающего в сушилке, очень сложна: время пребывания частиц в сушилке неодинаково, скоростные потоки газа по сечению неравномерны, температурные поля также неравномерны, кроме продольного движения газа наблюдается и поперечное вследствие захвата газа частицами, падающими с лопастей. Поэтому при работе барабанных сушилок в основном пользуются так называемыми объемными коэффициентами [1, 3, 4]. По предложению Н.М. Михайлова [2], суммарный объемный коэффициент теплообмена равен:

$$\alpha_v = \alpha'_v + \alpha''_v + \alpha'''_v, \quad (7.1)$$

где  $\alpha'_v$  – коэффициент, учитывающий передачу тепла при падении частиц с лопастей;  $\alpha''_v$  – коэффициент, учитывающий передачу тепла через наружную поверхность материала на лопастях и в завале;  $\alpha'''_v$  – коэффициент, учитывающий передачу тепла теплопроводностью.



**Рис. 7.2. Схема передачи тепла к частицам материала**

Обычно величиной коэффициента  $\alpha'''_v$  ввиду его малости можно пренебречь.

Коэффициент  $\alpha'_v$  равен [1]:

$$\alpha'_v = \frac{\alpha''_F \cdot F''_{cp}}{V_6}, \quad (7.2)$$

где  $\alpha''_F$  – коэффициент теплообмена между газом и открытой поверхностью материала;  $F''_{cp}$  – суммарная поверхность открытой части материала, находящегося на лопастях и в завале;  $V_6$  – объем барабана.

Для расчета процесса теплообмена при падении частиц с лопастей необходимо знать суммарную поверхность частиц, находящихся во взвешенном состоянии. Эта поверхность зависит от скорости осыпания материала и времени падения частиц с лопастей  $\tau_i(\varphi)$ , т.е. от высоты падения  $h_i$ . Эти величины зависят от положения лопасти, которое можно характеризовать углом  $\varphi$  (см. рис. 7.2). В первом приближении можно считать, что  $\tau_i = \sqrt{\frac{2h_i}{g}}$ .

Коэффициент  $\alpha'_v$  равен [1]:

$$\alpha'_v = \frac{\sigma v_n \text{Nu} \lambda_{\Gamma}}{v_m \delta_{3,2}^2 D^2} \left( \sqrt{\frac{2h_i}{g}} \frac{dF_{\Gamma}}{dt} \right)_{cp}, \quad (7.3)$$

где  $v_n$  – кажущаяся плотность материала.

Суммарный объемный коэффициент теплообмена равен [1]:

$$\alpha_v = \frac{\text{Nu}'' \lambda}{\ell_{\Gamma}} \frac{S''_{cp}}{0,785 D_6^2} + \frac{\text{Nu}' \lambda_{\Gamma}}{\delta_{3,2}} \frac{6v_n}{v_n \delta_{3,2} D_6^2} \left( \sqrt{\frac{2h_i}{g}} \frac{dF_{\Gamma}}{dt} \right)_{cp}, \quad (7.4)$$

где  $\text{Nu}''$  – критерий Нуссельта для теплообмена газа с поверхностью материала на лопастях;  $\text{Nu}'$  – критерий Нуссельта для теплообмена газа с шарообразной частицей.

Ввиду значительного различия между величинами расчетной и действительной поверхности в выражении для  $\alpha'_v$  вводят поправку  $a$  [1, 2], которая определяется из опытов:

$$a = \frac{\alpha_v^3 - \alpha_v'^3}{\alpha_v'^3}, \quad (7.5)$$

где  $\alpha_v^3$  – экспериментальная величина объемного коэффициента теплообмена;  $\alpha_v'$  – расчетный коэффициент теплообмена к поверхности материала в завале и на лопастях;  $\alpha'_v$  – расчетный коэффициент теплообмена.

Из-за сложности описания процесса теплообмена на разных стадиях движения сыпучего материала предлагается упрощенный метод расчета [3], основанный на результатах исследования Н.М. Михайлова. Согласно этому методу, необходимый объем барабана определяется по следующей формуле:

$$V = \frac{\dot{m}_{\text{сух.м}} t}{\epsilon \rho_{\text{сух.м}}}, \quad (7.6)$$

где  $\dot{m}_{\text{сух.м}}$  – производительность по сухому материалу;  $t$  – время пребывания материала в барабане;  $\epsilon$  – коэффициент заполнения барабана материалом;  $\rho_{\text{сух.м}}$  – плотность сухого материала.

По данным [3], коэффициент заполнения при лопастной насадке составляет 0,10...0,12, при крестообразной или квадратной – 0,20...0,30 (см. рис. 7.1).

Объем барабана и испарительная способность связаны зависимостью [3]:

$$\dot{m}_k = \dot{m}_k'' V_6, \quad (7.7)$$

где  $\dot{m}_k$  – испарительная способность;  $\dot{m}_k''$  – испарительная способность, отнесенная к единице объема барабана.

Испарительная способность на единицу объема барабана (напряжение объема барабана по испаренной влаге [1]) зависит от многих факторов, в том числе от температуры газа и материала, их влагосодержания, диаметра барабана, коэффициента его заполнения, размера частиц, и может быть определена по следующей формуле [3]:

$$\dot{m}_{\text{ж}}^{\text{м}} = \frac{0,9\alpha_{\text{м}}^{\text{м}}}{r + C_p(V_{\text{в. ВХ}} - V_{\text{м. ВХ}})} \frac{(V_{\text{в. ВХ}} - V_{\text{м. ВХ}}) - (V_{\text{в. ВЫХ}} - V_{\text{м. ВЫХ}})}{\ln \frac{V_{\text{в. ВХ}} - V_{\text{м. ВХ}}}{V_{\text{в. ВЫХ}} - V_{\text{м. ВЫХ}}}}, \quad (7.8)$$

где  $\alpha_{\text{м}}^{\text{м}}$  – коэффициент теплопередачи, отнесенный к единице объема барабана;  $V_{\text{в. ВХ}}$ ,  $V_{\text{в. ВЫХ}}$  – температура сушильного агента на входе в барабан и выходе из него;  $V_{\text{м. ВХ}}$ ,  $V_{\text{м. ВЫХ}}$  – температура материала на входе и выходе;  $r$  – теплота испарения воды;  $C_p$  – теплоемкость сушильного агента.

На рис. 7.3 – 7.5 показаны зависимости среднего объемного коэффициента теплопередачи  $\alpha_{\text{м}}^{\text{м}}$  и объемной испарительной способности  $\dot{m}_{\text{ж}}^{\text{м}}$  от различных режимных параметров [3]. Как видно из графиков, решающее влияние на процесс испарения влаги (рис. 7.5) оказывает температура сушильного агента на входе в барабан. Для определения среднего времени (мин) пребывания материала в барабане предлагается следующая формула [3]:

$$t_{\text{ж}} = \frac{120\rho_{\text{м}}\varepsilon}{\dot{m}_{\text{ж}}^{\text{м}}} \frac{u_1 - u_2}{2 + u_1 + u_2}, \quad (7.9)$$

где  $\rho_{\text{м}}$  – насыпная плотность материала;  $u_1$ ,  $u_2$  – начальное и конечное влагосодержание материала.

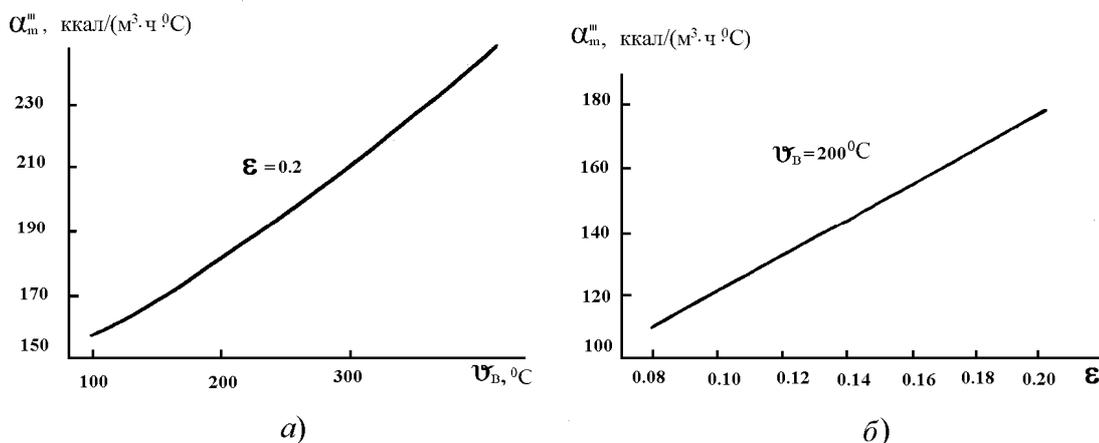


Рис. 7.3. Зависимость среднего объемного коэффициента теплоотдачи  $\alpha_{\text{м}}^{\text{м}}$ :

а – от температуры горячего воздуха  $U_{\text{в}}$ ;  
б – от коэффициента заполнения барабана  $\varepsilon$

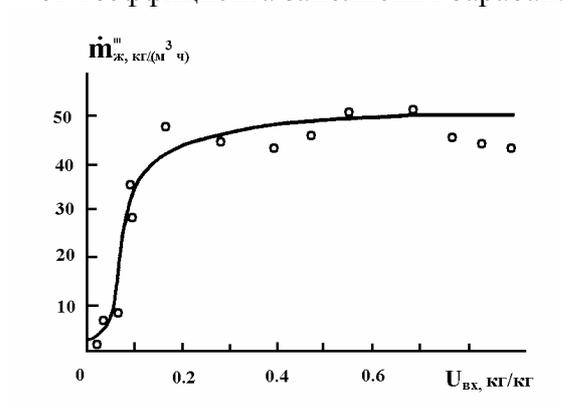
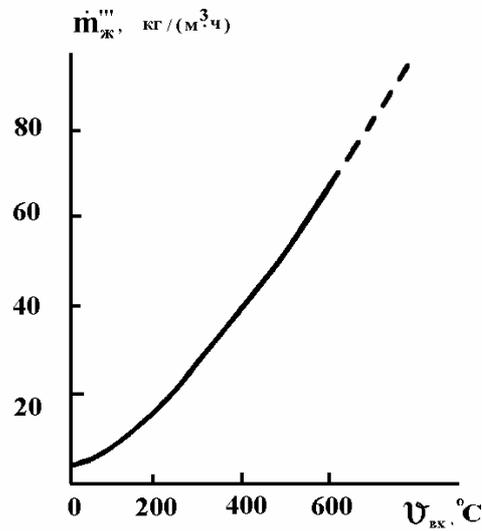


Рис. 7.4. Зависимость объемной испарительной способности  $\dot{m}_{\text{ж}}^{\text{м}}$  от исходного влагосодержания материала  $u_{\text{вХ}}$



**Рис. 7.5. Зависимость объемной испарительной способности  $m'''_{ж}$  от температуры сушильного агента на входе в барабан  $v_{вх}$**

Скорость сушки можно определить по следующим формулам [3]:

в первом периоде

$$\dot{u}_I = \left( \frac{du}{dt} \right)_I = - \frac{\alpha A}{r m_{\text{сух.м}}} (v_B - v_M), \quad (7.10)$$

где  $\dot{u}_I$  – скорость сушки в первый период;  $\alpha$  – коэффициент теплопередачи;  $A$  – площадь поверхности частиц;  $m_{\text{сух.м}}$  – масса сухого вещества частиц;  $v_B - v_M$  – температурный напор в первом периоде, соответствующий психрометрической разности температур;

во втором периоде:

– для материала в форме пластин

$$\dot{u}_{II} = - \frac{\pi^2}{4S^2} D [u(t) - u_p], \quad (7.11)$$

– для материала в виде стержней

$$\dot{u}_{II} = - \frac{\pi^2}{2d^2} D [u(t) - u_p], \quad (7.12)$$

где  $\dot{u}_{II}$  – скорость сушки во второй период;  $S$  и  $d$  – толщина пластины и диаметр стержня;  $u(t)$  – текущее влагосодержание;  $u_p$  – равновесное влагосодержание;  $D$  – коэффициент диффузии, который рассчитывается по формуле  $D = D_0 e^{-b/t}$  ( $D_0$  – коэффициент диффузии при 0 °С;  $b$  – константа, К;  $t$  – температура, К).

Влияние размера частиц учитывается и в (7.10), поскольку величина  $A/m_{\text{сух.м}}$  зависит от размера частиц.

Используя зависимости (7.1) – (7.12), можно выполнить тепловой расчет, но они не учитывают влияние параметров барабана на интенсивность процесса сушки и поэтому не позволяют оптимизировать конструкцию.

## 7.2. ТЕПЛОВОЙ РАСЧЕТ БАРАБАННЫХ СУШИЛОК

Как уже отмечалось в гл. 1, возможны следующие схемы движения газообразного теплоносителя и материала: прямоточная, противоточная, поперечная продувка материала. В химической промышленности при сушке обычно используется прямоточная схема. Противоточное движение материала и агента сушки используется в том случае, когда необходимо совместить сушку с прокаливанием или с другими процессами [1].

Расчет барабанных сушилок осуществляют в следующем порядке. С учетом режимных параметров процесса и требуемой производительности составляют материальные и тепловые балансы сушки и рассчитывают расход агента сушки, количество испаряемой влаги и т.д. Эти вопросы подробно рассмотрены в специальной литературе [1, 2, 3].

Исходя из свойств материала, выбирают скорость газа по сечению барабана. При выборе скорости можно пользоваться табл. 7.1 [5].

### 7.1. Допустимая скорость газов на выходе из барабана

Насыпная плотность материала, кг/м <sup>3</sup>	Скорость газов на выходе из барабана, м/с, при диаметре частиц материала, мм		
	менее 0,3	0,3 – 2,0	более 2,0
350	0,5	0,5 – 1	1,3
1000	2	2 – 5	5,3
1400	3	3 – 7,5	8,0
1800	4	4 – 10	10,5
2200	5	5 – 12	13,0

Сечение барабана рассчитывают по формуле [1]:

$$F_6 = V_0 L / 3600 u_{cp} (1 - \xi),$$

где  $V_0$  – удельный объем воздуха при давлении 745 мм рт. ст.;  $L$  – расход агента сушки, кг/ч;  $u_{cp}$  – средняя скорость агента, м/с;  $\xi$  – заполнение барабана.

Объем барабана определяют по соотношению [1]:

$$V_6 = \frac{Q_n + Q_{и}}{\alpha_V \Pi \Delta t}, \quad \text{или} \quad V_6 = \frac{W}{A_V},$$

где  $Q_n$  и  $Q_{и}$  – расход тепла на нагрев материала и испарение влаги, ккал/ч;  $\Pi \Delta t_{cp}$  – движущая сила процесса;  $W$  – часовое количество испаряемой влаги, кг/ч;  $A_V$  – удельный влагосъем, кг/(м<sup>2</sup>·ч). Для предварительных расчетов значение  $A_V$  можно взять из табл. 7.2 для аналогичного материала и приближенно с тем же режимом сушки [1]. Зная площадь поперечного сечения и объем барабана, определяют его длину:

$$L_6 = \frac{V_6}{F_6}.$$

Основные размеры и параметры работы сушилок должны соответствовать ГОСТ 11875–79 и ОСТ 26-01-147–82. Тепловой расчет проводится по ОСТ 26-01-45–78.

Следует особо отметить, что эффективность и интенсивность сушки зависят не только от количества материала, находящегося в состоянии падения с лопастей, но и от равномерности его распределения

по сечению барабана. Неравномерное распределение приводит к неодинаковому гидравлическому сопротивлению прохождения газов через барабан. В зонах с меньшим сопротивлением увеличивается скорость газов, и поэтому увеличивается унос мелких частиц материала. В зонах с повышенной концентрацией падающих частиц снижается скорость газов и, как следствие, ухудшаются условия тепло- и массообмена. Поскольку в барабанных сушилках преобладающим является процесс теплообмена конвекции между теплоносителем и частицами, падающими с лопастей, одним из перспективных путей совершенствования барабанных сушилок является выбор оптимальных размеров и создание новых форм лопастей.

Данный вопрос неоднократно рассматривали как отечественные [6 – 12], так и зарубежные [13] исследователи. С точки зрения практического использования интерес представляют работы [6, 7], несмотря на то, что при решении задачи сделаны серьезные упрощения.

## 7.2. Показатели работы барабанных сушилок при сушке различных материалов

Материал	$u_1, \%$	$u_2, \%$	$t_1, ^\circ\text{C}$	$t_2, ^\circ\text{C}$	Размер частиц, мм	$A_{V_2}, \text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$	Режим насадки
Глина							
простая	22	5	600...700	81...100	–	50...60	Подъемно-лопастная
огнеупорная	9	0,7	800...1000	70...80	–	60	
Известняк	10...15	1,5	1000	80	0...15	45...65	Противоток, подъемно-лопастная
	8...10	0,5	800	120	0...20	30...40	– " –
Инфузорная земля	40	15	550	120	–	50...60	Распределительная
Руда (магнитогорская)	6,0	0,5	730	–	0...50	65	Подъемно-лопастная
Песок	4,3...7,7	0,05	840	100	–	80...88	Распределительная и перевалочная
Руда марганцевая	15,0	2,0	120	60	2,5	12	Распределительная
Сернокислый аммоний	3,5	0,4	82	–	–	4...5	Параллельный ток, подъемно-лопастная
Сланцы	38	12	500...600	100	1...40	45...60	– " –
Соль поваренная	4...6	0,2	150...200	–	–	7,2	Противоток, подъемно-лопастная
Уголь							
каменный	9,0	0,6	800...1000	60	–	32...40	Подъемно-лопастная
бурый подмосковный	30	10...15	430	150...200	0...10	40...65	– " –

Продолжение табл. 7.2

Материал	$u_1, \%$	$u_2, \%$	$t_1, ^\circ\text{C}$	$t_2, ^\circ\text{C}$	Размер частиц, мм	$A_{V_2}, \text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$	Режим насадки
Фосфориты	6,0	0,5	600	100	–	45...60	Параллельный ток, подъемно-лопастная
Торф фрезерный	50	20	450	100	–	75	Подъемно-лопастная
Хлористый барий	5,6	1,2	109	–	–	1,0...2,0	Параллельный ток, подъемно-лопастная
Шлам от промывки угля (65 % угля и 35 % золы)	50	1	750	120	0...2	12	Распределительная
Нитрофоска	–	1	220	105	0,5...4	10	Подъемно-лопастная и секторная
Аммофос	8...12	1,5	350	110	1.4	15...20	– " –
Диаммофос	3...4	1	200	90	1...4	8...10	– " –
Гранулированный суперфосфат	14...18	3	550...650	120	1...4	60...80	$D = 2,8 \text{ м}; L = 14 \text{ м}$
Двойной суперфосфат	16...18	2,5...3	500...600	120	1...4	40	$D = 2,8 \text{ м}; L = 14 \text{ м}$
Преципитат	55...57	–	550...700	120...130	-	28...33	$D = 3,2 \text{ м}; L = 22 \text{ м}$
Фтористый алюминий	48...50	3...5,5	750	220...250	-	18	Параллельный ток, $n = 3 \text{ об/мин}$ ; потери фосфора с газами 3 %
Железный колчедан	10...12	1...3	270...350	95...100	-	20...30	$D = 1,6 \text{ м}; L = 14 \text{ м}$

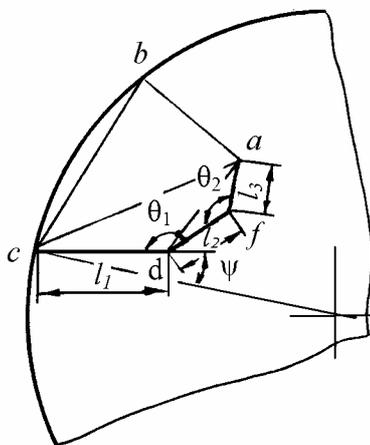
Известный [2] графоаналитический метод исследования распределения сыпучего материала в поперечном сечении барабана не позволяет при расчете и проектировании сушилок в полной мере использовать современную вычислительную технику.

Для оценки эффективности работы лопастной насадки необходимо знать: количество материала, находящегося в падении –  $Q_{п}$ ; площадь открытой поверхности материала на лопастях, в завале –  $F_{лз}$ ; количество материала на лопастях –  $Q_{лз}$ ; крутящий момент, который создает материал на лопастях и в завале  $Q_{лз}$  относительно оси вращения барабана –  $M_{кр}$ ; металлоемкость лопастной насадки –  $M$ .

В настоящее время широко используются прямые радиальные или наклонные лопасти, Г-образные лопасти и лопасти коробчатого сечения. Все эти лопасти можно рассматривать как частный случай лопасти коробчатого сечения. Более того, изогнутую лопасть всегда можно с требуемой точностью аппроксимировать ломаной линией, т.е. заменить лопастью коробчатого сечения.

Разделим барабан по длине на  $P$  участков и будем считать, что коэффициент заполнения поперечного сечения барабана материалом и физико-механические характеристики сыпучего материала в пределах участка не изменяются. Рассмотрим  $j$ -й участок. На рис. 7.6 показаны основные размеры лопасти коробчатого сечения, составленной из трех частей.

При известных параметрах лопасти ( $l_i, \psi, \theta_i$ ) и физико-механических свойствах сыпучего материала (угол трения покоя  $\alpha_{п}$ ) из геометрических соотношений нетрудно рассчитать длину радиуса-вектора лопасти ( $r$ ) для любого ее положения, характеризуемого углом  $\varphi$ .



**Рис. 7.6. Характерные геометрические параметры лопасти коробчатого сечения**

При определении количества материала, находящегося на лопасти, можно разбить его поперечное сечение на элементарные фигуры (треугольники  $abc, acd, adf$  и сегмент  $bc$ , см. рис. 7.6), вычисление площадей и координат центра тяжести которых не представляет трудности.

Количество материала ( $Q_{ij}$ ), находящегося на  $i$ -й лопасти  $j$ -го участка барабана, в положении, характеризуемом углом  $\varphi$ , будет равно:

$$Q_{ij} = \Delta L \left[ \sum_{z=1}^k F_{z\Delta} + F_c \right], \quad (7.13)$$

где  $\Delta L$  – длина участка;  $F_{z\Delta}$  – площадь  $z$ -го треугольника;  $F_c$  – площадь сектора (в зависимости от значения  $\varphi$  некоторые слагаемые могут быть равны нулю).

При определении расстояния ( $x_{ci}$ ) от центра тяжести материала, находящегося на  $i$ -й лопасти, до оси вращения барабана можно воспользоваться известной формулой, которую применяют при расчете геометрических характеристик сложных сечений:

$$x_{ci} = \frac{\sum_{z=1}^k F_{z\Delta} x_z + F_c x_c}{\sum_{z=1}^k F_{z\Delta} + F_c}. \quad (7.14)$$

Ранее была получена зависимость для определения времени падения частиц ( $\tau_{\text{п}}$ ) для случая, когда частица с лопасти падает на открытую поверхность завала. При малых коэффициентах заполнения барабана материалом возможен также случай, когда за  $\tau_{\text{п}}$  следует считать промежуток времени с момента отрыва частицы от лопасти до момента пересечений ею траектории с окружностью радиуса  $R_{\text{л}}$ .

Для нахождения  $\tau_{\text{п}}$  необходимо решить следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}x &= R_{\text{л}} \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) - v_0 \tau_{\text{п}} \cos \alpha_{\text{п}} ; \\y &= R_{\text{л}} \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) - v_0 \tau_{\text{п}} \sin \alpha_{\text{п}} - \frac{g \tau_{\text{п}}^2}{2} ; \\x^2 + y^2 &= R_{\text{л}}^2 .\end{aligned}\quad (7.15)$$

За время  $\tau_{\text{п}}$  лопасть повернется на угол  $\Delta\varphi = \omega \tau_{\text{п}}$  и с нее ссыплется количество материала  $q_i$ , равное:

$$q_i = \Delta L (F_{\text{п}\Delta} + F_{\text{пс}}) , \quad (7.16)$$

где

$$F_{\text{п}\Delta} = \frac{1}{2} r_{\varphi+\Delta\varphi} r_{\varphi} \sin \Delta\varphi ; \quad (7.17)$$

$$F_{\text{пс}} = \frac{1}{2} R^2 (2\Delta\varphi - \sin 2\Delta\varphi) , \quad (7.18)$$

где  $r_{\varphi+\Delta\varphi}$  и  $r_{\varphi}$  – значения радиуса-вектора при положениях лопасти, характеризуемых углами  $\varphi + \Delta\varphi$  и  $\varphi$ .

Из формулы (7.18) видно, что при малых углах  $\Delta\varphi$  значением  $F_{\text{пс}}$  можно пренебречь. Возможны следующие случаи пересечения радиуса-вектора  $r$  с элементами сушилки:

- 1) с вышележащей лопастью;
- 2) с обечайкой барабана;
- 3) с одним из участков лопасти.

Границы существования указанных случаев и численных значений  $r$  определяются из элементарных геометрических соотношений при конкретных параметрах лопасти и барабана.

С учетом (7.13) – (7.18) значения  $Q_{\text{п}}$ ,  $F_{\text{лз}}$ ,  $Q_{\text{лз}}$ ,  $M_{\text{кр}}$ ,  $M$  будут равны:

$$\begin{aligned}Q_{\text{п}} &= \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^m q_{ij} ; F_{\text{лз}} = \sum_{j=1}^p \left[ \sum_{i=1}^m \Delta L r_i + \ell_{j3} \right] ; \\Q_{\text{лз}} &= \sum_{j=1}^p \left[ \sum_{i=1}^m Q_{ij} + Q_{j3} \right] ; \\M_{\text{кр}} &= \sum_{j=1}^p \left[ \sum_{i=1}^m x_{ci} Q_{ij} \rho_i + Q_{j3} \rho_i x_{cj3} \right] ; M = LN \sum_{z=1}^k \ell_z ,\end{aligned}$$

где  $m$  – количество лопастей, с которых происходит ссыпание материала,

$$m = \frac{\left[ \alpha_{\text{п}} + \psi + \sum_{z=1}^k (180 - Q_z) \right] N}{2\pi} ,$$

где  $N$  – общее количество лопастей;  $\ell_{j3}$  – длина открытой поверхности завала;  $Q_{j3}$  – количество материала в завале;  $x_{cj3}$  – расстояние от центра тяжести завала до оси вращения барабана (индекс  $j$  показывает, что берутся значения для  $j$ -го участка барабана);  $L$  – общая длина барабана.

Так как основное количество тепла от теплоносителя к материалу передается при падении частиц с лопастей, был проведен анализ зависимости  $Q_{\text{п}}$  от размера лопастей. При определении числа лопастей ( $N$ ) выполнялось условие, что расстояние  $H$  от ссыпающегося края (точка  $a$ , см. рис. 7.6) до вышележа-

щей лопасти должно быть не меньше определенной величины, которая выбирается из условия стабильного высыпания материала с лопасти.

Разработан алгоритм расчета и составлена программа, которая реализована на ПЭВМ.

На рис. 7.7 (кривая 1) показана характерная зависимость  $Q_n$  от  $l_1/R$  для Г-образной насадки при  $\psi = 15^\circ$ ;  $\Theta = 120^\circ$ ;  $H = 0,17$  м, диаметре барабана 2,2 м, угловой скорости его вращения  $0,3\omega_{кр}$ . Из графика видно, что при увеличении  $l_1/R$   $Q_n$  сначала также увеличивается, а затем начинает уменьшаться, что можно объяснить уменьшением времени падения с увеличением  $l_1/R$ . Кривая 2 (рис. 7.7) отражает зависимость удельной металлоемкости  $M_y = M/Q_n$  от  $l_1$ , где  $M$  – суммарная металлоемкость лопастей насадки.

Задачу оптимизации режимных и геометрических параметров барабанной сушилки можно сформулировать следующим образом: необходимо найти такой вектор варьируемых геометрических и режимных параметров, для которых функция  $F_{(г, р)} \rightarrow \min$  при известных ограничениях на область поиска. Целевую функцию можно записать в следующем виде:

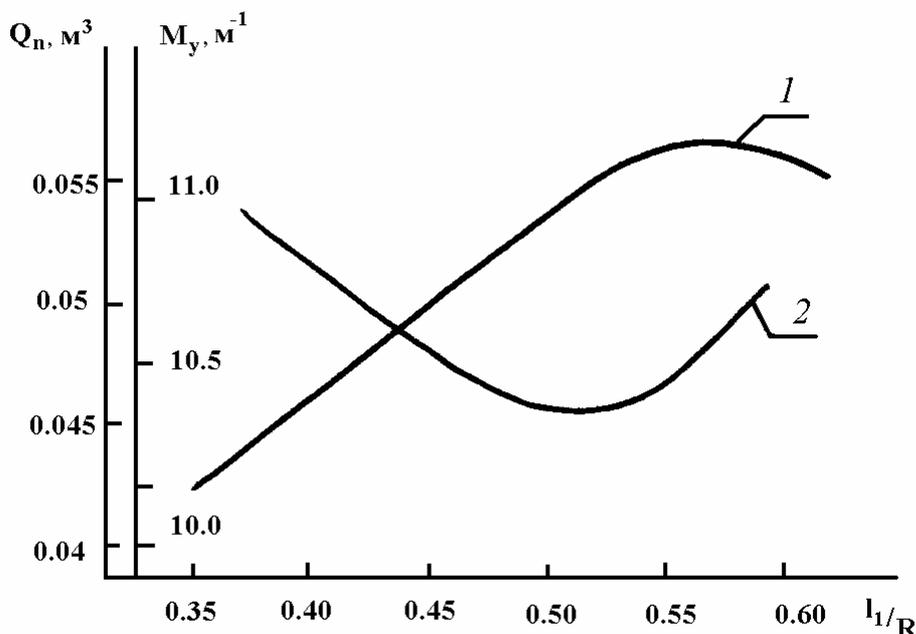


Рис. 7.7. Зависимости  $Q_n$  и  $M_y$  от  $l_1/R$

$$F_{(г, р)} = \frac{K_1 M + K_2 \mathcal{E} + K_3 T}{Q},$$

где  $Q = C_1 Q_n + C_2 F_{л3} + C_3 Q_{л3}$ ;  $M$  – металлоемкость;  $\mathcal{E}$  – энергоемкость;  $T$  – трудоемкость изготовления;  $г, р$  – геометрические и режимные параметры барабана;  $K_1, K_2, K_3, C_1, C_2, C_3$  – коэффициенты значимости отдельных слагаемых. Значения коэффициентов значимости определяются для конкретных условий изготовления и эксплуатации аппарата

Полученные зависимости и предлагаемая методика расчета могут быть использованы при проектировании новых и модернизации действующих аппаратов барабанного типа с лопастной периферийной насадкой, таких как сушилки, холодильники, грануляторы-сушилки, реакторы.

### 7.3. ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ БАРАБАННОЙ СУШИЛКИ

Как отмечалось ранее, барабанные конвективные сушилки широко применяются в химической промышленности при сушке фтористого алюминия, полимерных материалов, сложных и простых удобрений, колчедана и т.д. [1]. Для распределения высушиваемого материала по объему барабана и его перемешивания используются различные внутренние устройства, наиболее часто – лопастные насадки.

Результаты экспериментальных исследований и расчеты показывают, что преобладает процесс теплообмена конвекцией между теплоносителем и частицами материала, падающими с лопастей. Напри-

мер, при сушке промышленного концентрата в барабанной сушилке диаметром 2,8 м и длиной 14 м [4] передача тепла к падающим частицам происходит в 25 раз интенсивнее, чем через наружную поверхность материала, находящегося на лопастях и в завале, и в 40 раз интенсивнее, чем передача тепла теплопроводностью при контакте частиц с нагретыми частями барабана.

Интенсивность теплообмена зависит не только от скорости ссыпания, но и от равномерности распределения ссыпающегося материала по сечению барабана [1]. Таким образом, равномерное распределение материала, падающего с лопастей, и перевод возможно большего количества материала (при определенной степени его разрыхления) в состояние падения – одно из перспективных направлений повышения эффективности работы барабанных сушилок.

Многие исследователи [6, 10] определяли размеры и форму внутренних устройств, обеспечивающих равномерное распределение материала по сечению барабана. Однако вопросы о том, насколько конструкция тех или иных внутренних устройств далека от совершенства и каков резерв барабанных сушилок, остаются практически неизученными.

В работе [14] рассмотрено теоретически возможное равномерное распределение сыпучего материала по объему барабана.

При заданной производительности сушилки и известных параметрах материала до и после сушки нетрудно рассчитать расход сухого воздуха  $L$  (кг/ч) [15] и поперечное сечение барабана  $F_6$  (м<sup>2</sup>) [1]:

$$F_6 = \frac{v_0 L}{3600 \bar{v} (1 - \xi)}, \quad (7.19)$$

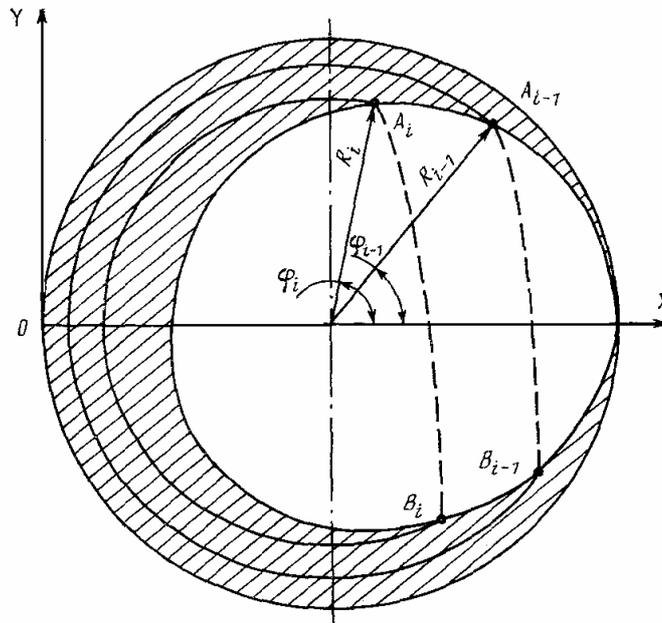
где  $v_0$  – удельный объем воздуха при давлении 745 мм рт. ст.;  $\bar{v}$  – средняя скорость воздуха, м/с;  $\xi$  – степень заполнения барабана материалом.

Значение  $\bar{v}$  выбирается в зависимости от размера частиц и насыпной плотности материала [5]. Для предварительных расчетов значение  $\xi$  может быть принято равным 0,25 [1].

Рассмотрим поперечное сечение барабана. Будем считать, что реализация оптимального распределения сыпучего материала в поперечном сечении барабана осуществляется "идеальными" внутренними устройствами, т.е. обеспечивающими требуемое ссыпание материала из всех точек верхней полуокружности барабана. Очевидно, что часть поперечного сечения барабана будет занята материалом, движущимся вместе с барабаном, т.е. поднимающимся (на рис. 7.8 эта площадь заштрихована), а часть – падающим.

Состояние сыпучего материала в падении будем характеризовать коэффициентом разрыхления  $K_p$ , численное значение которого равно отношению объема, занимаемого определенным количеством материала при падении, к объему, который заняло бы то же количество материала, находясь в состоянии покоя. Поскольку коэффициент разрыхления при падении материала намного больше единицы, порозность материала, неподвижного относительно вращающегося барабана, можно не учитывать, т.е. считаем, что коэффициент разрыхления материала поднимающегося слоя равен единице.

Учитывая, что в соседних поперечных сечениях барабана снос частиц вдоль его оси примерно одинаков, траекторию частицы, начинающей падение из точки  $A_i$  в системе координат  $XOY$  можно записать в виде



**Рис. 7.8. Распределение сыпучего материала в поперечном сечении барабанной сушилки с "идеальными" внутренними устройствами**

$$X_i = R_0 + R_i \cos \varphi_i + \omega R_i \tau \sin \varphi_i; \quad (7.20)$$

$$Y_i = R_i \sin \varphi_i - \omega R_i \tau \cos \varphi_i - g\tau^2/2, \quad (7.21)$$

где  $\omega$  – угловая скорость вращения барабана,  $c^{-1}$ ;  $\tau$  – время с момента начала падения,  $c$ ;  $g$  – ускорение свободного падения,  $m/c^2$ ; остальные обозначения показаны на рис. 7.8.

Общее время падения  $i$ -й частицы  $\tau_{ni}$  можно найти, решив совместно (7.20), (7.21) и уравнение окружности радиусом  $R_i$ . Зная время  $\tau_{ni}$ , нетрудно найти координаты точки  $B_i$ .

Предлагается следующий алгоритм расчета распределения сыпучего материала по объему барабана при заданном значении коэффициента разрыхления  $K_p$ .

1. С учетом требуемой производительности рассчитывается радиус барабана  $R_0$ .
2. Угол  $\varphi_i$  равен:  $\varphi_i = \varphi_{i-1} + \Delta\varphi$  ( $\varphi_0 = 0$ , значение  $\Delta\varphi$  выбирается исходя из требуемой точности расчета).
3. Определяется значение  $R_i$ :  $R_i = R_{i-1} - \Delta R_i$ .
4. Координаты точек  $A_i, B_i$ .
5. Рассчитывается площадь  $F_{ni}$  зоны  $A_i B_{i-1} B_i$ .
6. Объем материала  $V_{ni}$ , находящегося в зоне  $A_i B_{i-1} B_i$  на участке барабана длиной  $\Delta L$ :  
 $V_{ni} = F_{ni} \Delta L / K$ .
7. Среднее время падения частиц  $\bar{\tau}_i = 0,5(\tau_{ni} + \tau_{ni-1})$ .
8. Производительность по падающему материалу на  $i$ -м участке.
9. Производительность по поднимающемуся материалу на  $i$ -м участке.
10. Если  $Q_i < Q_{ni}$  и  $|Q_i - Q_{ni}| / Q_i > 0,05$ , то возврат на п. 3.  
 Если  $Q_i > Q_{ni}$  и  $|Q_i - Q_{ni}| / Q_i > 0,05$ , то  $\Delta R = 0,5\Delta R$ ,  $R_i = R_i + \Delta R_i$  и возврат на п. 4.  
 Если  $|Q_i - Q_{ni}| / Q_i \leq 0,05$  и  $\varphi_i = \pi$ , то возврат на п. 2.  
 Если  $\varphi_i = \pi$ , то печать результатов, конец расчета.

Очевидно, что для конкретного сыпучего материала при определенных параметрах теплоносителя существует оптимальное значение коэффициента разрыхления, причем минимальное, когда его дальнейшее увеличение практически не приводит к интенсификации процесса теплообмена

В качестве параметра для сравнения эффективности работы различных внутренних устройств предлагается использовать параметр  $C$ .

$$C = \frac{K_{\text{опт}} V_{\text{п}}}{V_6 - V_{\text{м}}} \left( \frac{K_{\text{р}} V_{\text{п}}}{V_6 - V_{\text{м}}} \right), \quad (7.22)$$

где  $K_{\text{опт}}$  – оптимальный коэффициент разрыхления сыпучего материала;  $V_6$  – объем барабана,  $\text{м}^3$ ;  $V_{\text{м}}$  – объем, занимаемый поднимающимся материалом,  $\text{м}^3$ ;  $V_{\text{п}}$  – суммарный объем, который заняли бы частицы падающего материала в поднимающемся слое;  $\text{м}^3$ ;  $K_{\text{р}}$  – коэффициент разрыхления падающего материала.

Для "идеальных" внутренних устройств  $K_{\text{р}} = K_{\text{опт}}$ , а выражение в скобках в (7.22) равно единице, поскольку  $(V_6 - V_{\text{м}})/V_{\text{п}} = K_{\text{опт}}$ . Для реальных внутренних устройств выражение в скобках всегда меньше единицы. С учетом этого для "идеальных" внутренних устройств параметр  $C = 1$ , а для реальных – всегда меньше единицы. Следует отметить, что параметр  $C$  характеризует не только степень заполнения свободного объема барабана падающим материалом, но и равномерность распределения этого материала при определенном коэффициенте разрыхления, поскольку выражение  $(V_6 - V_{\text{м}})/V_{\text{п}}$  показывает, каким будет коэффициент разрыхления в реальной сушилке, если падающий материал распределить равномерно по свободному объему барабана (под свободным объемом барабана здесь понимается объем, не занятый поднимающимся материалом).

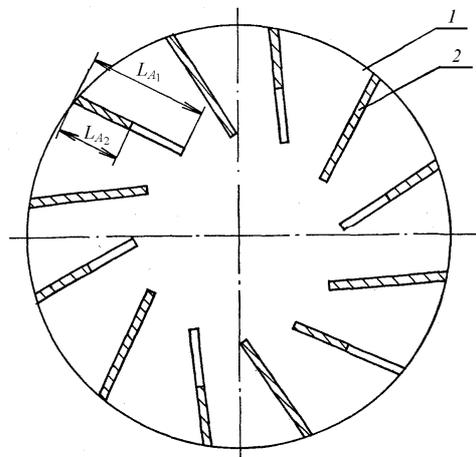
Результаты расчета на ЭВМ показали, что для барабанной сушилки диаметром 2,2 м, на внутренней поверхности которой установлено 18 Г-образных лопастей, при угловой скорости вращения барабана, равной  $1,0 \text{ с}^{-1}$ , в объеме барабана длиной 1 м в падении находится  $0,032 \text{ м}^3$  сыпучего материала, при этом параметр  $C = 0,07$ .

При "идеальных" внутренних устройствах в падении находится в пять раз больше материала.

#### 7.4. СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ЛОПАСТНОЙ НАСАДКИ

Результаты теоретических и экспериментальных исследований позволили модернизировать барабанные сушилки, в частности, нами было предложено устанавливать лопасти с зазором по отношению к внутренней поверхности барабана, что позволяет не только увеличить количество материала, находящегося в падении, но и уменьшить металлоемкость сушилки [16].

На рис. 7.9 дано поперечное сечение предлагаемой сушилки. Лопасти 2 установлены с зазором относительно обечайки 1, причем величина зазора составляет  $0,7 \dots 1,3$  расстояния между ссыпающими краями лопастей 2. Величина зазора выбирается из условия непроскальзывания материала относительно обечайки, и чем больше угол трения покоя сыпучего материала, тем больший зазор выбирается. Работоспособность конструкции была проверена на лабораторной установке с диаметром барабана 0,6 м. Результаты испытаний показали, что установка лопастей с зазором позволяет не только снизить металлоемкость конструкции, но и увеличить поверхность теплообмена за счет организации ссыпания материала с двух сторон лопасти.



**Рис. 7.9. Схема барабанной сушилки с лопастями переменной длины**

Была также разработана конструкция барабанной сушилки с изменяющейся геометрией лопасти [17]. В данном случае лопасть состоит из двух частей, соединенных между собой с возможностью радиального перемещения. Одна из частей жестко соединена с барабаном, а вторая часть входит в направляющие пазы, неподвижные относительно обечайки барабана. За счет того, что траектория движения ссыпающего края лопасти близка к линии, ограничивающей зону "идеального" распределения материала,

ла (рис. 7.8), существенно увеличивается количество материала, находящегося в падении, и равномерность распределения по объему барабана. Применительно к сушилкам успешно может быть использована конструкция барабана с лопастями разной длины [18]. Для более полного перекрытия поперечного сечения падающим материалом расстояние от внутренней поверхности барабана до свободного конца лопасти плавно изменяется вдоль оси барабана [19]. Лопасти делятся на четные и нечетные, причем указанное выше расстояние для нечетных лопастей со стороны ближней кромки  $L_{A1}$  (см. рис. 7.9) выбирается из соотношения  $L_{A1} = (0,2 \dots 0,5)R$ , где  $R$  – внутренний радиус барабана, со стороны дальней кромки  $L_{A2}$  из соотношения  $L_{A1} / L_{A2} = (1,1 \dots 2)$ , а для нечетных лопастей  $L_{B1} = L_{A2}$ ,  $L_{B2} = L_{A1}$ . По длине барабана лопасти установлены по секциям, и в каждой последующей секции от загрузочного торца барабана лопасти смещены на угол  $\varphi$ , численное значение которого выбирается из соотношения

$$\varphi = \left( \frac{\pi}{N} \dots \frac{2\pi}{N} \right),$$

где  $N$  – число лопастей, установленных в поперечном сечении барабана. Использование лопастей с плавно изменяющейся длиной обеспечивает разворот веера из падающих частиц материала навстречу потоку теплоносителя, а выбор определенной длины четных и нечетных лопастей – пересечение вееров. В результате не только улучшаются условия контакта частиц с газом, но и за счет интенсивного смешивания частиц повышается равномерность сушки. Указанная конструкция была успешно внедрена на Одесском суперфосфатном заводе.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 7

1. Лыков, М.В. Сушка в химической промышленности / М.В. Лыков. – М., 1970. – 429 с.
2. Михайлов, Н.М. Вопросы сушки топлива на электростанциях / Н.М. Михайлов. – М., 1957. – 152 с.
3. Мальтри, В. Сушильные установки сельскохозяйственного назначения / В. Мальтри, Э. Петке, Б. Шнайдер. – М., 1979. – 525 с.
4. Чемарда, Н.А. Об интенсификации работы барабанных сушилок / Н.А. Чемарда, Е.И. Васючков, М.И. Бейлин // Кокс и химия. – 1974. – № 1. – С. 41 – 43.
5. Конструирование и расчет машин химических производств / под ред. Э.Э. Кольмана-Иванова. – М., 1985. – 408 с.
6. Валуйский, В.Я. Расчет профиля лопатки барабанной сушилки / В.Я. Валуйский // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1973. – № 12. – С. 3–4.
7. Валуйский, В.Я. Метод расчета размера лопатки барабанной сушилки с периферийной лопастной насадкой / В.Я. Валуйский // Механика. – Воронеж, 1975. – Вып. 2. – С. 120 – 125.
8. Волков, Ф.Г. Математическая модель движения дисперсной фазы на лопатке барабанной сушилки / Ф.Г. Волков, А.Д. Картошкин // Труды НИИХиммаш. – М., 1976. – Вып. 74. – С. 77 – 85.
9. Свиридов, М.М. Исследование движения сыпучего материала на внутренних устройствах машин с вращающимся барабаном : дис. ... канд. техн. наук / М.М. Свиридов. – М., 1976.
10. Любимов, Э.В. Определение рациональных геометрических размеров подъемно-лопастной насадки в барабанных вращающихся печах / Э.В. Любимов, И.Л. Резников, Ю.А. Поляков, Г.Е. Краев // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1972. – № 8. – С. 8 – 10.
11. Макевнин, М.П. К расчету формы лопастей барабанных сушилок / М.П. Макевнин, В.Ф. Першин, М.М. Свиридов // Химическое машиностроение. – М., 1977. – Вып. 8. – С. 64 – 68.
12. Макевнин, М.П. Методика расчета формы лопасти в машинах с вращающимися барабанами / М.П. Макевнин, В.Ф. Першин, М.М. Свиридов // Расчет и конструирование машин и аппаратов химических производств. – М., 1980. – С. 17 – 19.
13. Porter, S.I. The design of rotary driers and collors / S.I. Porter // Trans. Instn. Chen. Engrs. – 1963. – Vol. 41, № 8. – P. 272 – 280.
14. Першин, В.Ф. Исследование распределения сыпучих материалов по объему барабанной сушилки / В.Ф. Першин // Теоретические основы химической технологии. – 1990. – Т. 24, № 6. – С. 702 – 704.
15. Гинзбург, А.С. Расчет и проектирование сушильных установок пищевой промышленности / А.С. Гинзбург. – М., 1985. – 336 с.

16. А. с. 1388683 СССР, МКИ F 26 В 11/04, 25/16. Вращающийся барабан / В.Ф. Першин, Г.А. Минаев, В.Л. Негров, С.С. Кадубовский, М.Д. Твердохлеб, А.А. Корягин (СССР). – № 40544121/24-06 ; заявл. 05.03.86 ; опубл. 15.04.88, Бюл. № 14.

17. А. с. 1250801 СССР, МКИ F 26 В 11/04, 25/16, F 27 В 7/14. Барабан для тепловой обработки сыпучих материалов / В.Ф. Першин, В.Г. Однолько (СССР). – № 3853297/24-06 ; заявл. 01.02.85 ; опубл. 15.08.86, Бюл. № 30.

18. А. с. 1162471 СССР, МКИ В 01 F 9/02. Барабанный смеситель / М.П. Макевнин, В.Ф. Першин, М.М. Свиридов (СССР). – № 3618221/23-26 ; заявл. 12.07.83 ; опубл. 23.06.85, Бюл. № 23.

19. А. с. 1592023 СССР, МКИ В 01 F 9/02. Аппарат для переработки сыпучих материалов / В.Ф. Першин, В.Л. Негров, Ю.Н. Липидин, Ю.И. Остапенко (СССР). – № 4420208/26 ; заявл. 03.05.88 ; опубл. 15.09.90, Бюл. № 34.

## Глава 8

### БАРАБАНЫЕ ПИТАТЕЛИ И ДОЗАТОРЫ

#### 8.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Во многих технологических процессах требуется непрерывная подача сыпучих материалов в заданных количествах: либо в виде отдельных порций (доз), следующих одна за другой, либо в виде непрерывного потока [1].

До настоящего времени не существует четкой классификации дозирующих устройств. Практический интерес представляет следующая классификация [2]: в соответствии со структурой технологического процесса, по принципу работы, по конструктивным признакам. В соответствии со структурой технологического процесса дозаторы делятся на две основные группы: дискретного (периодического) действия и непрерывного действия. По принципу работы дозирующие устройства разделяют на устройства объемного типа и весового типа. Барабанные дозаторы и питатели работают на принципе объемного дозирования, поэтому рассмотрим более подробно этот принцип.

При объемном дозировании масса пропускаемого материала определяется по его объему. В основе объемного дозирования лежит следующая зависимость [2]:

$$G = V\rho,$$

где  $G$  – масса материала, кг;  $V$  – объем, занимаемый материалом, м<sup>3</sup>;  $\rho$  – насыпная плотность материала, кг/м<sup>3</sup>.

Преимущество объемного метода перед весовым заключается в простоте конструкции и эксплуатации дозирующих устройств. Применение дозаторов с объемным принципом действия сдерживается значительной погрешностью при наличии колебаний физико-механических характеристик дозируемого материала, в первую очередь насыпной плотности и текучести, которые зависят от большого числа параметров, таких как гранулометрический состав, форма частиц, влажность и т.д.

Основной путь получения максимальной точности – это обеспечение постоянных условий при заполнении мерной емкости или при прохождении материала через узел, формирующий поток, выходящий из дозатора.

Большое значение при выборе дозаторов имеет правильное определение требуемой точности дозирования отдельных компонентов. При рассмотрении данного вопроса воспользуемся результатами работы [3].

На практике используют два способа обеспечения точности состава смеси.

1. Для каждого компонента смеси задают предельные отклонения от номинального количества данного компонента – в процентах или количественных единицах. Так, при приготовлении протекторной резиновой смеси на 100 кг каучука требуется  $1,8 \pm 0,01$  кг серы,  $3,5 \pm 0,03$  кг цинковых белил,  $65 \pm 0,5$  кг технического углерода и т.д. В этом случае точность дозатора для каждого компонента однозначно определяется требуемой точностью дозирования этого компонента.

2. Предельные отклонения от номинального содержания компонентов в смеси задают в процентах от общего количества смеси. Например, требуемая точность дозатора в случае приготовления металлографитовых смесей электроугольных производств определяется однозначно заданной точностью дозирования компонента, а зависит и от абсолютного содержания этого компонента в смеси.

Введем следующие обозначения:  $A$  и  $B$  – доли компонентов в смеси;  $G$  – номинальное количество смеси;  $\Delta A$  и  $\Delta B$  – предельные отклонения количества компонентов  $A$  и  $B$  (в долях) от их номинального содержания;  $\Delta G$  – предельное отклонение количества смеси (в долях) от его номинального значения. Тогда количество компонента  $A$  в смеси составит  $GA(1 + \Delta A)$ , а компонента  $B$  –  $GB(1 + \Delta B)$ .

Суммарное количество смеси:

$$G(1 + \Delta G) = GA(1 + \Delta A) + GB(1 + \Delta B),$$

откуда  $\Delta G = A + A \cdot \Delta A + B + B \Delta B - 1$  или, учитывая, что по условию  $A + B = 1$ ,

$$\Delta G = A \cdot \Delta A + B \cdot \Delta B. \quad (8.1)$$

Рассчитанное по формуле (8.1) значение  $\Delta G$  будет справедливо, если на отклонение суммарного количества смеси от номинального нет дополнительных ограничений, вызванных необходимостью непрерывного технологического процесса производства.

При заданной точности дозирования смеси  $\Delta G$  предельные отклонения количества компонентов будут равны:

$$\Delta A = \frac{\Delta G - B \Delta B}{A}; \quad (8.2)$$

$$\Delta B = \frac{\Delta G - A \Delta A}{B}. \quad (8.3)$$

Для смеси, содержащей  $N$  компонентов, уравнения (8.1) – (8.3) по аналогии будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \Delta G &= A \Delta A + B \Delta B + \dots + N \Delta N; \\ \Delta A &= \frac{\Delta G - B \Delta B - \dots - N \Delta N}{A}; \\ \Delta N &= \frac{\Delta G - A \Delta A - B \Delta B - \dots - (N-1) \Delta(N-1)}{N}. \end{aligned}$$

Приведем пример практического использования предложенных уравнений.

Одна из смесей, применяемых для изготовления электроугольных изделий, имеет следующий состав: на 100 кг смеси –  $90 \pm 2$  кг меди и  $10 \pm 2$  кг графита.

Из уравнения (8.1) получим:

$$\Delta G = 0,9 \frac{2}{90} + 0,1 \frac{2}{10} = 0,04.$$

Предположим, что для меди выбран дозатор, обеспечивающий предельное отклонение  $\Delta A = 0,02$ . Тогда из уравнения (8.3) следует, что для графита  $\Delta B = 0,2$ . В рассмотренном случае отклонение количества смеси от номинального определяется лишь предельными отклонениями для компонентов, а суммарное количество смеси не лимитируется. Если же принять, что такое ограничение существует и что предельное значение  $\Delta G$  не должно превышать, например, 0,02, то при том же  $\Delta A = 0,02$  получим  $\Delta B = 0,02$ .

Медь – хорошо сыпучий материал, поддающийся дозированию серийными весовыми дозаторами, обеспечивающими отклонения 1...1,5 %. Графит – плохо сыпучий материал, для которого трудно добиться точности дозирования. Поскольку для меди возможна точность дозирования  $\Delta A = 0,01$ , рассчитаем  $\Delta B$  для этого случая и получим  $\Delta B = 0,31$ .

Используя предлагаемый метод расчета, особенно при приготовлении многокомпонентной смеси, можно свести к минимуму число весовых дозаторов, что существенно снизит капитальные и эксплуатационные затраты.

Барабанные дозаторы и питатели можно разделить на две основные группы: трубчатые устройства для подачи и дозирования сыпучих материалов, барабанные дозаторы с лопастной насадкой. Рассмотрим более подробно каждую из указанных групп.

## 8.2. ТРУБЧАТЫЕ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ПОДАЧИ И ДОЗИРОВАНИЯ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ

Основным рабочим элементом трубчатых устройств для подачи и дозирования сыпучих материалов является вращающаяся труба. Экспериментальные исследования [4] показали, что равномерность подачи материала трубой, а следовательно, и точность дозирования выше равномерности подачи материала, например, шнеком или транспортером. Повышение равномерности подачи сыпучих материалов вращающейся трубой достигается, прежде всего, за счет стабилизации насыпной плотности материала при его движении в трубе. В разд. 4.2.2 отмечалось, что вращающаяся труба обладает высокой сглаживающей способностью, т.е. возмущения на входе, возникающие в результате неравномерной подачи материала, в процессе движения во времени накладываются друг на друга, и в конечном счете, разность между мгновенной и средней производительностями уменьшается.

В настоящее время выделяют две группы трубчатых устройств для подачи и дозирования сыпучих материалов [4]:

- 1) трубчатые питатели и дозаторы;
- 2) трубчатые распределители порций.

В свою очередь, можно выделить два основных типа трубчатых питателей и дозаторов:

- 1) с неподвижным бункером;
- 2) с вращающимся бункером.

В неподвижный бункер 1 (рис. 8.1) входит труба 3, которая приводится во вращение приводом 2. При подаче сыпучих материалов, налипающих на поверхность трубы, используется струна 4, которая срезает налипший материал [5]. Регулирование расхода осуществляется за счет изменения угла наклона трубы и скорости ее вращения [4].

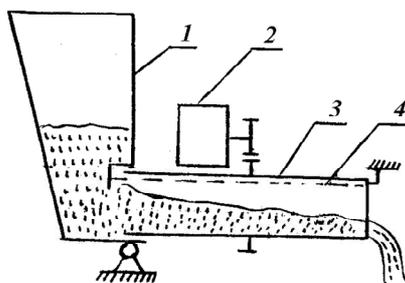


Рис. 8.1. Схема дозатора с неподвижным бункером

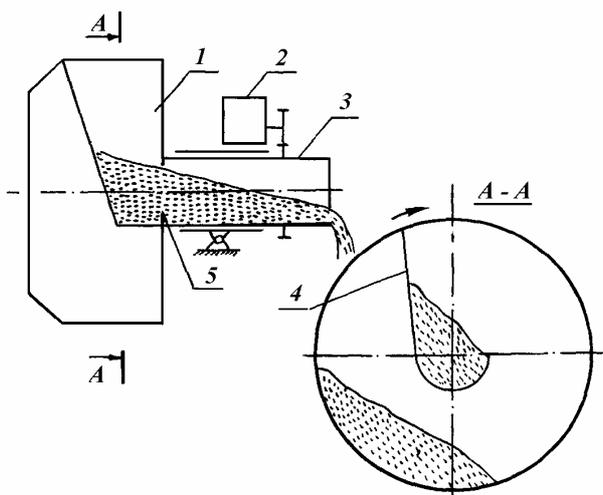
В дозаторе, бункер 1 которого вращается вместе с трубой 3, приводом 2 [6] (рис. 8.2), подача материала в трубу осуществляется периодически лопастью 4, соединенной с бункером 1. Расход материала можно регулировать углом наклона оси трубы к горизонту, угловой скоростью ее вращения и диафрагмой 5.

С целью уменьшения влияния уровня сыпучего материала в бункере на точность дозирования предложено устройство [7], в котором бункер вращается с угловой скоростью, отличной от скорости вращения трубы. На внутренней поверхности бункера установлены лопасти, которые подают материал через неподвижную воронку во вращающуюся трубу. Поскольку излишки материала из воронкисыпаются в бункер, в нем поддерживается постоянный уровень материала, что благоприятно влияет на точность дозирования.

Известны конструкции, в которых используется комбинация указанных типов устройств [8].

Устройства с вращающимся бункером более энергоемки, однако именно они позволяют получить более высокую точность дозирования за счет того, что материал в результате постоянного пересыпания

имеет более стабильную насыпную плотность. Применение данных дозаторов экономически оправдывается, особенно в случаях, когда нужно обеспечить малую производительность при достаточно высокой точности дозирования.



**Рис. 8.2. Схема дозатора с вращающимся бункером**

На базе трубчатых питателей с неподвижным бункером разработаны конструкции дозаторов и дозаторов-смесителей [9], позволяющие одновременно дозировать от двух до шести компонентов [4].

Производительность трубчатого дозатора можно рассчитать по формуле [4], полученной в результате исследований процесса дозирования [10]:

$$Q = k\rho\omega d^3, \quad (8.4)$$

где  $k$  – коэффициент подачи;  $\rho$  – насыпная плотность сыпучего материала,  $\text{г/см}^3$ ;  $\omega$  – угловая скорость вращения трубы,  $\text{с}^{-1}$ ;  $d$  – внутренний диаметр трубы, см.

Значения коэффициентов подачи для гладких цилиндрических труб и труб, диафрагмированных на входе, приведены соответственно в [4, табл. 8.1, 8.2].

Экспериментальные исследования показали удовлетворительную сходимость в расчетных экспериментальных данных [10]. Значения коэффициента подачи могут быть использованы для расчетов основных параметров дозатора на стадии проектирования. Окончательный вывод дозатора на заданную производительность может быть осуществлен изменением угла наклона трубы или диаметром диафрагмы.

Трубчатые распределители порций [4] обеспечивают равномерное распределение порций по длине вращающейся трубы и могут быть использованы для получения непрерывного потока при синхронной работе распределителя и транспортирующего устройства, а также для равномерной загрузки сыпучих материалов в технологические устройства, например в смеситель периодического действия [11]. Время заполнения трубчатого распределителя материалом может быть найдено по зависимостям, приведенным в работе [12], а время, необходимое для равномерного распределения материала по длине трубы, может быть оценено по результатам работы [13].

Наклоненные вращающиеся трубы используются также для усреднения и дозирования сыпучих материалов [14].

Как видно из приведенных материалов, трубчатые устройства могут быть использованы как для порционного, так и для непрерывного дозирования.

## 8.3. БАРАБАННЫЕ ДОЗАТОРЫ С ЛОПАСТНОЙ НАСАДКОЙ

### 8.3.1. ДОЗАТОР НЕПРЕРЫВНОГО ДЕЙСТВИЯ

Вращающиеся барабаны с лопастной насадкой широко применяются для подачи отдельных мелких деталей [15]. Использование этого типа дозаторов для порционной и непрерывной подачи порошкообразных материалов началось сравнительно недавно. Барабанный дозатор [16] с лопастной насадкой (рис. 8.3) состоит из барабана-накопителя 1, на внутренней поверхности которого установлены попасти 2. Внутри барабана размещена приемная часть лотка 3, установленная с возможностью изменения своего положения. С целью организации как порционного, так и непрерывного дозирования приемная часть

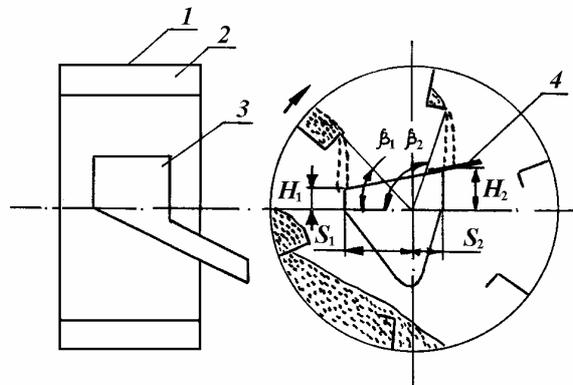
лотка снабжена подвижной крышкой 4. Вращение барабана-накопителя осуществляется приводом. Дозатор работает следующим образом. Материал, подлежащий дозированию, засыпается в барабан-накопитель 1, при вращении барабана захватывается лопастями 2, поднимается вверх и одновременно сыпается с лопастей.

При определенных положениях лопасти, характеризуемых углами  $\beta_1$  и  $\beta_2$ ; (см. рис. 8.3), материал начинает и затем прекращает попадать в приемную часть лотка. Таким образом, за один оборот барабана с каждой лопасти в лоток попадает определенный объем материала. Численное значение этого объема зависит от физико-механических характеристик материала, размеров лопасти и приемной части лотка, угловой скорости барабана. Если в приемную часть лотка одновременно падает материал с двух и более лопастей, то дозатор обеспечивает непрерывную подачу сыпучего материала, если с одной, то – порционную.

Определим производительность дозатора. Скорость  $v_{ni}$   $i$ -й частицы относительно лопасти в момент ее отрыва можно рассчитать по формуле

$$v_{ni} = [2r_i q (\sin \alpha_n - f_q \cos \alpha_n)]^{0,5}, \quad (8.5)$$

где  $r_i$  – расстояние от сыпающегося края лопасти до  $i$ -й частицы в момент начала ее движения относительно лопасти.



**Рис. 8.3. Схема барабанного дозатора с лопастной насадкой**

Помимо движения лопасти частица перемещается вместе с лопастью, и в момент отрыва ее окружная скорость будет равна  $\omega R_n$ . Суммарную скорость частицы можно определить по формуле

$$v_{0i} = [v_{ni}^2 + (\omega R_n)^2 - 2v_{ni}\omega R_n \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha_n - \beta)]^{0,5}. \quad (8.6)$$

Угол  $u_i$  наклона вектора скорости  $v_{0i}$  к горизонту будет равен:

$$u_i = \alpha_n - \arcsin \left[ \frac{v_{ni} \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha_n - \beta)}{v_{0i}} \right]. \quad (8.7)$$

Траекторию падения частицы в системе координат  $XOY$  (см. рис. 8.3) можно описать следующими параметрическими уравнениями:

$$x = -R_n \cos \beta + v_{0i} \tau \cos u_i; \quad (8.8)$$

$$y = R_n \sin \beta - v_{0i} \tau \sin u_i - \frac{g\tau^2}{2}, \quad (8.9)$$

где  $\tau$  – время, прошедшее с момента отрыва частицы от лопасти.

Угол  $\beta_1$ , при котором частицы начинают падать в приемную часть лотка, можно рассчитать, решив совместно уравнения (8.8) и (8.9) при  $x = S_1$ ,  $y = H_1$  (см. рис. 8.3), а угол  $\beta_2$ , при котором прекращается попадание, – при  $x = S_2$ ,  $y = H_2$ . При расчете  $\beta_1$   $r_i$  должно равняться максимально возможному значению (рассматриваются частицы, лежащие у обечайки барабана), а при расчете  $\beta_2$   $r_i = 0$  (т.е. частицы, лежащие насыпающемся краю попасть). Определив для ряда значений  $r_i$  величины углов  $\beta_1$  и  $\beta_2$  с учетом длины приемной части лотка  $L$ , нетрудно найти объем  $q$ , попадающий в поток с одной лопасти.

Общая производительность дозатора  $Q$  равна:

$$Q = q N \omega / 2\pi, \quad (8.10)$$

где  $N$  – количество лопастей.

При проведении практических расчетов длину открытой поверхности материала, находящегося на лопасти, разбивают на  $k$  участков ( $k = 5 \dots 10$ ) и определяют  $\beta_1$  и  $\beta_2$  для каждого участка,

На рис. 8.4 дана укрупненная блок-схема расчета барабанного дозатора при заданной производительности  $Q_3$ .

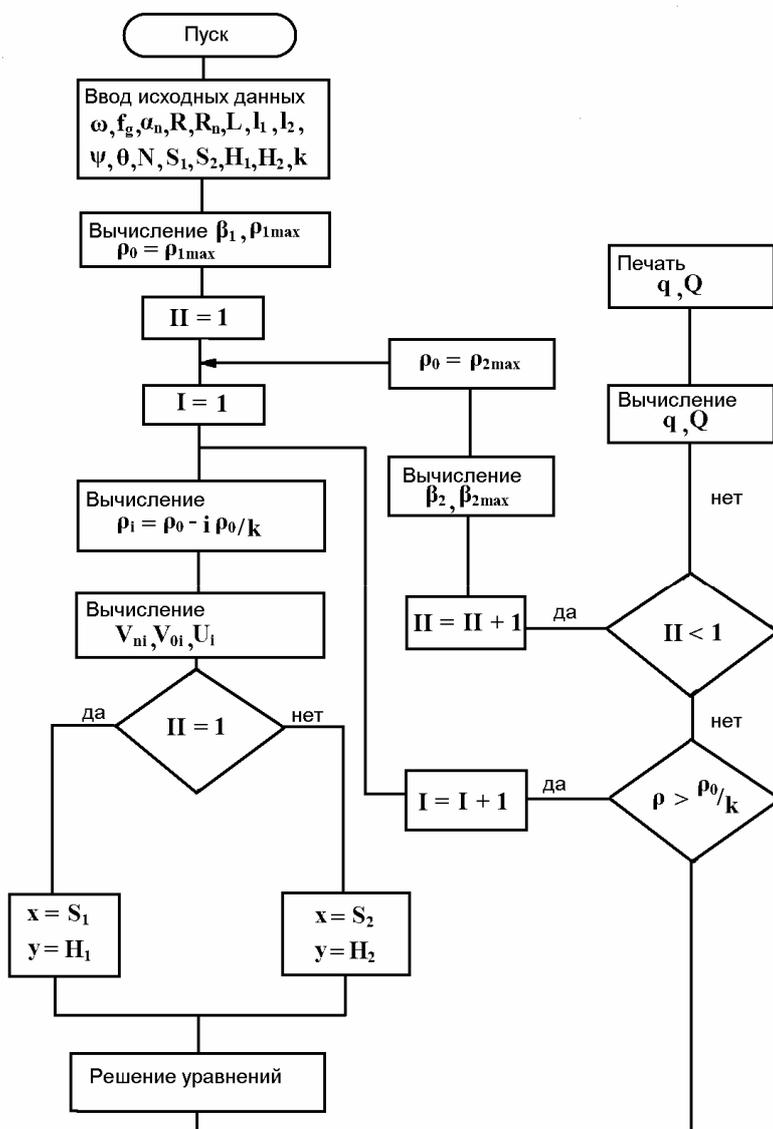


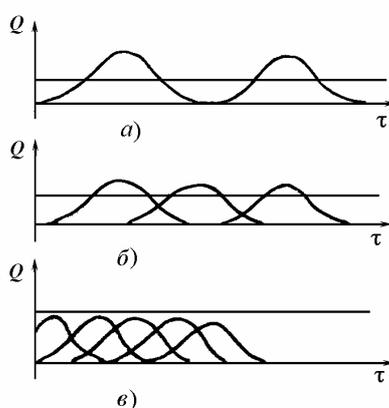
Рис. 8.4. Блок-схема расчета барабанного дозатора

Если требуется высокая точность дозирования, то определяют производительность  $\Delta Q$  за определенный отрезок времени  $\Delta t$ , рассчитывают точность дозирования, сравнивают с требуемой и при необ-

ходимости проводят корректировку варьируемых параметров. Обычно с целью повышения точности уменьшают объема  $q$ , который попадает в приемный лоток с одной лопасти, но увеличивают количество этих объемов за счет увеличения числа лопастей.

На рис. 8.5 показаны зависимости объема материала, высыпавшегося из лотка, от времени:  $a$  – в лоток одновременно подается материал с одной лопасти;  $b$  – с двух;  $b$  – с трех лопастей. Прямыми показаны средний или заданный расход. Как видно из графиков, величина максимального отклонения мгновенной производительности от заданного значения уменьшается при увеличении числа лопастей, с которых одновременно сыпучий материал попадает в приемную часть лотка. Форму одиночного сигнала можно изменять путем изменения формы и размера лопасти, а также за счет варьирования параметров лотка ( $S_1, S_2, H_1, H_2$ , см. рис. 8.3).

При проектировании барабанных дозаторов общего назначения задаются основные параметры дозатора: диаметр барабана; угловая скорость вращения (до 0,3 от критической); размеры приемной части, лотка ( $S_1, S_2, H_1, H_2, L$ ); количество, форма и размеры лопастей. Количество лопастей желательно брать максимально большим, а их размеры – меньшим. Однако этот выбор ограничивается необходимостью обеспечения стабильного ссыпания материала с лопастей и попадания его в приемную часть лотка.



**Рис. 8.5. Зависимость объема материала от времени**

Углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$  определяются при допущении, что материал начинает попадать в приемную часть лотка с момента прохождения сыпавшегося края лопасти над ближним по направлению вращения барабана краем лотка и прекращает – после прохождения над дальним его краем. Объем материала  $q$ , попадающий в лоток с одной лопасти, при сделанных допущениях равен:

$$q = \frac{1}{8} (r_1 + r_2)^2 (\beta_2 - \beta_1) L, \quad (8.11)$$

где  $r_1, r_2$  – длина открытой поверхности сыпучего материала, находящегося на лопасти в положениях, характеризующихся соответственно углами  $\beta_1$  и  $\beta_2$ .

Производительность дозатора определяется по формуле (8.10). После проведения предварительного расчета оптимальные значения варьируемых параметров могут быть найдены с использованием зависимостей (8.5) – (8.10).

### 8.3.2. ПОРЦИОННОЕ ДОЗИРОВАНИЕ

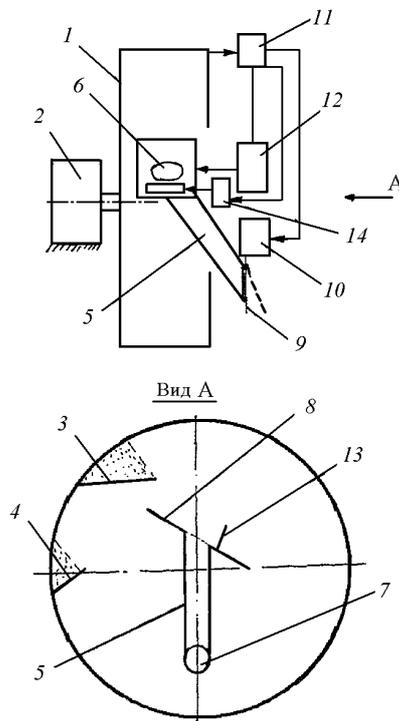
Для порционного дозирования сыпучих материалов разработано устройство [17], принципиальная схема которого показана на рис. 8.6.

Устройство состоит из барабана 1, привода 2, нечетных лопастей 3 и четных – 4, приемной емкости 5 с входным отверстием 6 и выходным отверстием 7. Со стороны входного отверстия приемная емкость снабжена пластиной 8, которая наклонена к горизонту под углом, равным  $10 \dots 60^\circ$ . На выходном отверстии установлен затвор 9 с приводом 10. Привод 10 соединен с синхронизатором положения лопастей 11. На наклонной пластине 8, ниже входного отверстия 6 приемной емкости 5, установлена подвижная пластина 13 с приводом 14, который соединен с синхронизатором положения лопастей 11. Приемная емкость выполнена с возможностью контролируемого изменения объема емкости 5. Приемная емкость

может быть выполнена из двух труб 15 и 16, соединенных по типу "труба в трубе", для контролируемого изменения объема порции.

Для стабилизации насыпной плотности (веса) приемная емкость 5 может быть снабжена вибратором 12, который соединен с синхронизатором 11.

Дозатор работает следующим образом. Сыпучий материал, подлежащий дозированию, засыпается в барабан 1. С помощью привода 2 барабан приводится во вращение. Материал захватывается лопастью 3



**Рис. 8.6. Схема порционного дозатора**

и при вращении барабана ссыпается на пластину 8 и затем через входное отверстие 6 попадает в приемную емкость 5. В это время затвор 9 закрыт. После заполнения емкости 5 излишки материала ссыпаятся с пластины 8 обратно в барабан 1. Угол наклона пластины к горизонту  $\alpha$  выбирается равным углу трения движения сыпучего материала. Для подавляющего числа сыпучих материалов значение угла трения движения находится в диапазоне  $10...60^\circ$ . Этим и обоснованы границы изменения угла наклона пластины 8 к горизонту. Результаты экспериментальных исследований, проведенных с материалами, угол трения движения которых изменялся от  $15^\circ$  (сухой речной песок) до  $55^\circ$  (ячневая крупа) показали, что при угле  $\alpha$ , равном или на  $1...3^\circ$  превышающем угол трения движения, достигается максимальная точность дозирования.

На наклонной пластине 8, ниже входного отверстия 6 приемной емкости 5, установлена подвижная пластина 13 с приводом 14, который соединен с синхронизатором положения лопастей 11. В промежутки времени, когда осуществляется заполнение емкости 5 сыпучим материалом, пластина 13 находится в крайнем нижнем положении, т.е. соприкасается с наклонной пластиной 8 и препятствует ссыпанию материала. В результате этого сокращается время заполнения емкости 5 сыпучим материалом. Перед открытием затвора 9 пластина 13 поднимается и излишек материала ссыпается в барабан, что обеспечивает требуемую точность дозирования.

Результаты исследований показали, что выполнение емкости 5 с возможностью изменения объема не ухудшает точность дозирования, а лишь расширяет возможности порционного дозатора. Следует отметить, что при необходимости более значительно расширить диапазон изменения объема порции можно использовать телескопическую емкость 5 или на одной наклонной пластине разместить несколько емкостей с индивидуальными затворами 9.

Синхронизатор работает следующим образом. На обечайке барабана 1 установлено диэлектрическое кольцо. На этом кольце установлены изогнутые металлические пластины, в зависимости от количества и расположения лопастей 3 и 4. Синхронизатор 11 имеет одну, две или три пары контактов, которые скользят по диэлектрическому кольцу при вращении барабана 1. Если контакты скользят по металли-

ческой пластине, т.е. цепь замкнута, то подается управляющий сигнал на включение затвора 9, вибратора 12 или привода подвижной пластины 13. После того как при вращении барабана материал ссыпается с лопасти (нечетной лопасти 3) и заполняет емкость 5, включается вибратор 12. Под действием вибрации сыпучий материал уплотняется, емкость 5 становится незаполненной на 3...12 %. Вибратор выключается перед тем, как начинается ссыпание с четной лопасти 4. Материал заполняет полностью емкость 5, а излишки ссыпаются в барабан. Повышение точности дозирования достигается за счет того, что 80...97 % дозы находится в однородном уплотненном (виброобработкой) состоянии. Выбор соотношения размеров четной и нечетной лопастей объяснялся тем, что в результате виброобработки объем сыпучего материала уменьшается на 3...12 % в зависимости от свойств дозируемого материала. Таким образом, размер четной лопасти должен обеспечить требуемую досыпку в емкость 5.

После досыпки материала с четной лопасти 4 сигнал от синхронизатора 11 подается на затвор 9 и порция высыпается из емкости 5.

Анализ результатов взвешивания порций показал, что без вибратора погрешность дозирования не более 2 %, а при использовании вибратора и лопастей разной длины погрешность не превышает 1...1,5 % в зависимости от дозируемого материала.

#### **8.4. ДВУХСТАДИЙНОЕ ДОЗИРОВАНИЕ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ**

Анализ способов непрерывного весового дозирования и устройств для реализации этих способов позволил установить, что основной причиной снижения точности являются динамические воздействия на весоизмерительный датчик в процессе взвешивания материала. Учитывая это, был предложен способ дозирования [18] сущность которого заключается в том, что на первой стадии весовым или объемным методом формируются отдельные порции материала, а на второй – осуществляется преобразование отдельных порций в непрерывный поток. Поскольку взвешивание отдельных порций осуществляется в статике, т.е. при отсутствии динамических воздействий на весоизмерительное устройство, данный способ кардинально отличается от существующих и позволяет существенно увеличить точность непрерывного дозирования сыпучих материалов.

Учитывая, что машины барабанного типа обладают хорошей сглаживающей способностью, т.е. существенно сглаживают флуктуации входного потока, в качестве устройства для преобразования отдельных порций материала в непрерывный поток можно использовать гладкую вращающуюся трубу, ось вращения которой горизонтальна или наклонена к горизонту под небольшим углом. Величина и распределение погрешностей при порционном дозировании известны или легко определимы путем тестирования конкретного зернистого материала на конкретном порционном дозаторе. Связующим звеном между первой и второй стадией процесса является загрузка отдельных порций во вращающуюся трубу.

Загрузку можно характеризовать интервалом времени между подачей отдельных порций ( $\Delta T$ ) и интенсивностью подачи отдельной порции, т.е. интервалом времени ( $\Delta T_L$ ), за которое отдельная порция загружается во вращающуюся трубу. Как показали результаты экспериментальных исследований [19], после загрузки во вращающуюся трубу порция сыпучего материала постепенно распределяется по его длине и частицы, целенаправленно перемещаются от загрузочного края трубы к разгрузочному краю. Для определения производительности и прогнозирования точности непрерывного дозирования необходимо иметь математическое описание процесса осевого движения частиц. До настоящего времени исследовалось осевое движение частиц во вращающейся трубе либо при установившемся режиме (когда площади, занимаемые зернистым материалом в поперечных сечениях трубы, не изменяются во времени) [1, 20 – 22], либо когда идет распределение одной порции по длине горизонтальной трубы, закрытой по торцам [13]. В нашем случае процесс движения является неустановившимся, поскольку отдельные порции подаются в трубу периодически. Более того, на режим движения оказывает существенное влияние способ выгрузки материала из трубы (подпорные кольца, перфорации в обечайке и т.д.), а также сегрегация полидисперсного материала (скорость образования ядра сегрегации, способы и устройства разрушения этого ядра и т.д.). Учитывая это, представляется целесообразным рассмотреть подробно все факторы, влияющие на движение сыпучего материала в гладкой вращающейся трубе, при реализации технологии двухстадийного дозирования.

##### **8.4.1. ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛА В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ ТРУБЫ**

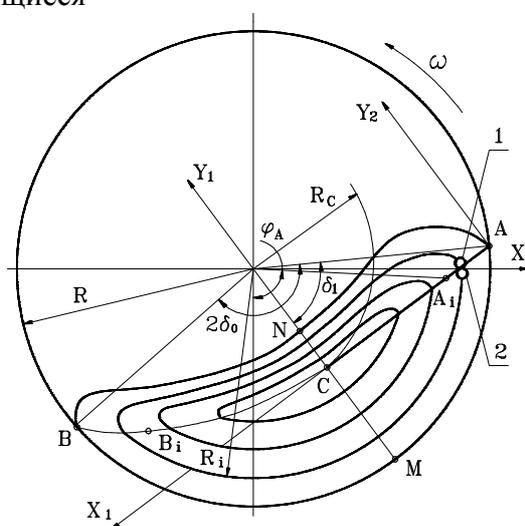
В настоящее время можно выделить три основных подхода к описанию движения зернистого материала: модель жидкости с особыми свойствами; модель среды, внутреннее трение в которой подчиняет-

ся закону Кулона; так называемый "одночастичный подход", согласно которому движение сыпучего материала рассматривается как осредненное движение отдельных частиц.

В поперечном сечении гладкого вращающегося цилиндра материал можно разделить на два слоя: поднимающийся и скатывающийся. Осевое движение частиц происходит только во время их пребывания в скатывающемся слое, поэтому для расчета трубчатого преобразователя отдельных порций в непрерывный поток необходимо знать границу раздела слоев.

В работе [23] описан энергетический подход к описанию движения сыпучего материала в поперечном сечении гладкого вращающегося барабана. В основу подхода положена гипотеза о постоянстве потенциальной энергии, которая сформулирована в следующем виде: при установившемся движении в поле гравитационных сил система достигает такого положения, при котором ее потенциальная энергия равна возможному минимуму, причем достижение указанного состояния происходит путем уменьшения массы системы за счет перехода части частиц за границу системы.

Применительно к описанию движения сыпучего материала в поперечном сечении гладкого вращающегося цилиндра под системой понимается совокупность частиц, неподвижных относительно обечайки цилиндра. На рис. 8.7. показано поперечное сечение гладкого вращающегося цилиндра, частично заполненного зернистым материалом. В поднимающемся слое частицы движутся по концентрическим окружностям с центром на оси вращения и с угловой скоростью, равной скорости вращения цилиндра. Таким образом, частицы, находящиеся



**Рис. 8.7. Движение сыпучего материала в поперечном сечении вращающейся трубы**

в поднимающемся слое, неподвижны относительно цилиндра, поэтому поднимающийся слой часто называют неподвижным слоем. В неподвижном цилиндре весь сыпучий материал входит в систему, а во вращающемся – только частицы, находящиеся в поднимающемся или неподвижном слое.

Поскольку при моделировании процесса преобразования отдельных порций в непрерывный поток будут использованы осредненные параметры движения зернистого материала, энергетический подход представляется наиболее перспективным.

При непрерывном дозировании очень важно знать, в каком режиме движется сыпучий материал. Очевидно, что в режиме периодических обрушений из трубы будет высыпаться не непрерывный поток, а отдельные порции. При достижении открытой поверхностью материала угла  $\alpha_\omega$  (рис. 8.8) первоначально происходит сдвиг материала по линии  $A_\omega C B_\omega$ , а затем материал из зоны  $C N A_\omega A_d$  перемещается в сегмент с открытой поверхностью  $A_d B_d$ . Для аналитического описания процесса обрушения сделаны следующие допущения (рис. 8.8, б):

- граница  $A_\omega C B_\omega$  изначального сдвига сыпучего материала определяется из условия равенства потенциальной энергии материала, находящегося в зоне  $A_\omega C B_\omega M$ , минимальной потенциальной энергии системы;

- время перераспределения материала из положения  $A_\omega B_\omega$  в положение  $A_d B_d$  равно времени движения частицы из точки  $C_\omega$  в точку  $C_d$  ( $C_\omega$  и  $C_d$  – центры тяжести соответственно зон  $B_\omega A_\omega A_d C$  и  $B_d A_d C B_\omega$ ).

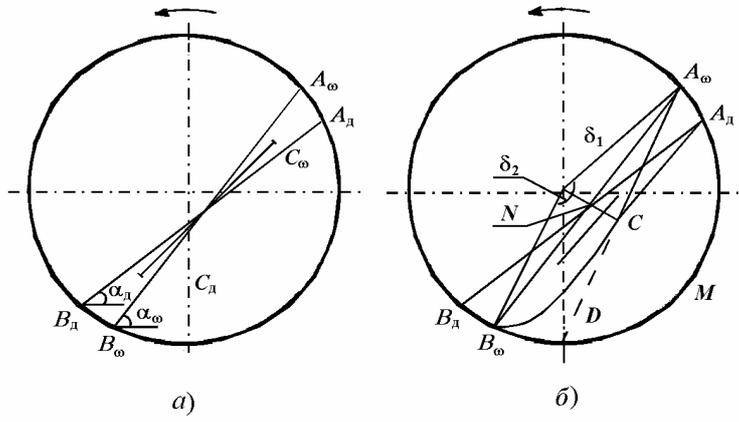


Рис. 8.8. Схема к расчету режима движения сыпучего материала

Угол ( $\alpha_\omega$ ) наклона открытой поверхности сыпучего материала, при котором происходит переход от состояния покоя к движению, найдем из условия равновесия отдельной частицы [24]:

$$mg \sin \alpha_\omega - f_n mg \cos \alpha_\omega - m\omega^2 R(\sin \delta_0 + f_n \cos \delta_0) = 0; \quad (8.12)$$

$$\alpha_\omega = \arcsin \left[ \left( \frac{\omega^2 R}{g} \right) \sin(\delta_0 + \alpha_n) \right] + \alpha_n. \quad (8.13)$$

Данная формула наглядно показывает влияние на численное значение угла  $\alpha_\omega$  основных режимных и геометрических параметров барабана и свойств зернистого материала: радиуса барабана и угловой скорости его вращения; степени заполнения барабана материалом  $\delta_0$ ; угла трения покоя сыпучего материала  $\alpha_n$ . Из формулы видно, что если сумма углов  $\alpha_\omega$  и  $\delta_0$  превышает  $\pi/2$ , то при прочих равных условиях численное значение угла  $\alpha_\omega$  уменьшается. Данный факт имеет строгое физическое объяснение, поскольку в рассматриваемом случае точка  $A_\omega$  находится выше горизонтального диаметра и направление центробежной силы  $m\omega^2 R$  не совпадает с направлением силы гравитации.

Далее, используя энергетический подход и зависимости, приведенные в работах [24, 25], определим границу обрушения, т.е. координаты точки  $C$ . Координаты центра тяжести зоны  $B_\omega A_\omega A_d C$  определим, как координаты сложной фигуры, состоящей из зоны 1 –  $B_\omega NC$ , ограниченной отрезком параболы  $CB_\omega$  и прямыми  $BN$  и  $NC$ , и зоны 2 –  $CNA_\omega A_d$ . Используя понятие статического момента, координаты центра тяжести зоны 1  $X_{c1}$  и  $Y_{c1}$  можно найти, используя следующие соотношения:

$$X_{c1} = S_{x1}/F_1, \quad Y_{c1} = S_{y1}/F_1, \quad (8.14)$$

где  $S_1 = \int y dF$  – статический момент зоны 1 относительно оси  $X$ ;  $F_1$  – площадь зоны 1;  $S_{y1} = \int x dF$  – статический момент относительно оси  $Y$ .

Аналогично определяются координаты центра тяжести зоны 2:

$$X_{c2} = S_{x2}/F_2, \quad Y_{c2} = S_{y2}/F_2. \quad (8.15)$$

Площадь  $F_\omega$  зоны  $B_\omega A_\omega A_d C$  будет соответственно равна сумме площадей  $F_1$  и  $F_2$ . Координаты точки  $C_\omega$  можно определить, используя следующие зависимости:

$$X_{c\omega} = \frac{F_1 X_{c1} + F_2 X_{c2}}{F_1 + F_2}; \quad (8.16)$$

$$Y_{c\omega} = \frac{F_1 Y_{c1} + F_2 Y_{c2}}{F_1 + F_2}. \quad (8.17)$$

Введем следующие обозначения:  $F_3$  – площадь зоны  $NA_\omega A_d$ ;  $F_4$  – площадь зоны  $NB_\omega B_d$ ;  $X_{c3}$ ,  $Y_{c3}$ ,  $X_{c4}$ ,  $Y_{c4}$  – координаты соответствующих центров тяжести.

С учетом указанных обозначений

$$F_d = F_\omega - F_3 + F_4; \quad (8.18)$$

$$X_{cd} = \frac{F_\omega X_{c\omega} - F_3 X_{c3} + F_4 X_{c4}}{F_\omega - F_3 + F_4}; \quad (8.19)$$

$$Y_{cd} = \frac{F_\omega Y_{c\omega} - F_3 Y_{c3} + F_4 Y_{c4}}{F_\omega - F_3 + F_4}. \quad (8.20)$$

Зная координаты точек  $C_\omega$  и  $C_d$ , несложно найти угол  $\alpha_{\omega d}$  наклона прямой  $C_\omega C_d$  к горизонту.

$$\alpha_\omega = \arctg\left(\frac{Y_{c\omega} - Y_c}{X_{c\omega} - X_{cd}}\right). \quad (8.21)$$

Время  $\tau_n$  перемещения центра масс обрушившегося материала из точки  $C_\omega$  в точку  $C_d$  определим по следующей формуле:

$$\tau_n = \left[\frac{2L_{\omega d}}{a}\right]^{0,5}, \quad (8.22)$$

где  $L_{\omega d} = [(X_{c\omega} - X_{cd})^2 + (Y_{c\omega} - Y_{cd})^2]^{0,5}$  – длина отрезка  $C_\omega C_d$ ;

$a = g(\sin \alpha_\omega - f_d \cos \alpha_{\omega d})$  – ускорение движения центра масс.

Если численное значение  $\tau_n$  больше, чем  $\tau_\Delta$ , то зернистый материал начинает двигаться в циркуляционном режиме.

Результаты расчетов и экспериментальные данные [19] показали, что предлагаемая методика позволяет достаточно точно (с погрешностью не более  $\pm 15\%$ ) определить границу перехода от режима периодических обрушений к циркуляционному режиму.

Расчет параметров распределения материалов при циркуляционном режиме движения выполняется в следующей последовательности [19, 24, 25]. При известных значениях  $R$ ,  $\delta_0$ ,  $\alpha_n$ ,  $\alpha_d$ ,  $f_n$ ,  $f_d$ ,  $\omega$  по формуле (2.8) находится численное значение угла  $\alpha_\omega$ . Далее находятся координаты точек  $A$  и  $B$

$$\begin{aligned} X_A &= R \sin(\alpha_\omega + \delta_0), & X_B &= R \sin(\delta_0 - \alpha_\omega), \\ Y_A &= -R \cos(\alpha_\omega + \delta_0), & Y_B &= -R \cos(\delta_0 - \alpha_\omega). \end{aligned} \quad (8.23)$$

Потенциальную энергию материала, находящегося в поднимающемся слое, рассчитывают следующим образом:

$$\Pi_n = \rho g L \int_F dF \left( \frac{\int_F y dF}{\int_F dF} \right), \quad (8.24)$$

где  $F = f(R, \omega, \alpha_n, \delta_0, \delta_1)$  – площадь поднимающегося слоя;  $y_0$  – расстояние по вертикали от оси вращения барабана до центра тяжести сегмента материала, у которого открытая поверхность горизонтальна, т.е. это координата нулевого уровня;  $L$  – длина барабана.

Площадь и координаты центра тяжести поднимающегося слоя находят по зависимостям, аналогичным (8.14 – 8.20).

Далее рассчитывают численное значение минимальной потенциальной энергии [24]:

$$\Pi_{\min} = 0,5 L \rho g R^2 (2\delta_0 - \sin 2\delta_0) \left[ \frac{4R \sin^3 \delta_0}{3(2\delta_0 - \sin 2\delta_0)} \right] (1 - \cos \alpha_d). \quad (8.25)$$

Приравняв  $\Pi_n$  минимальному значению потенциальной энергии системы, методом последовательных приближений находят численное значение угла  $\delta_1$ . Положение центра циркуляции (точка  $C$  на рис. 8.7) находят по следующим зависимостям [24]:

$$\alpha_c = \alpha_\omega + \delta_0 - \delta_1; \quad (8.26)$$

$$R_c = R \cos \delta_1. \quad (8.27)$$

Зависимости (8.23, 8.26, 8.27) полностью характеризуют распределение сыпучего материала в поперечном сечении гладкого вращающегося цилиндра при циркуляционном режиме движения.

#### 8.4.2. ОСЕВОЕ ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛА

При использовании гладких вращающихся барабанов или труб, осевое движение зернистого материала определяет производительность дозатора и его точность. Наиболее детальные теоретические и экспериментальные исследования трубчатых дозаторов были проведены в Московском институте химического машиностроения под руководством доцента Ю.А. Репкина. Производительность трубчатого дозатора рассчитывалась по следующей формуле [4, 10]:

$$Q = K\rho\omega d^3, \quad (8.28)$$

где  $K$  – коэффициент подачи;  $\rho$  – насыпная плотность сыпучего материала, г/см<sup>3</sup>;  $\omega$  – угловая скорость вращения трубы, с<sup>-1</sup>;  $d$  – внутренний диаметр трубы, см.

Были получены значения коэффициента подачи для гладких цилиндрических труб и труб, диафрагмированных на выходе. Проведенные экспериментальные исследования показали удовлетворительную сходимость расчетных и экспериментальных данных. Значения коэффициента подачи  $K$  могут быть использованы для расчетов основных параметров дозатора. Регулирование производительности осуществляется изменением угла наклона трубы или диаметром диафрагмы. К недостаткам расчетной зависимости (8.28) следует отнести необходимость экспериментального определения значения коэффициента подачи ( $K$ ) и невозможность прогнозирования точности дозирования.

В работах [26, 27] для описания движения сыпучего материала вдоль оси гладкого вращающегося барабана использован одночастичный подход. Рассмотрены две стадии движения отдельной частицы: подъем частицы вместе с обечайкой барабана; скатывание частицы по внутренней поверхности барабана, во время которого происходит перемещение частицы вдоль оси барабана. Аналитические зависимости, полученные для описания движения отдельной частицы, были затем использованы для описания осевого движения всей массы материала. Основным недостатком данного подхода заключается в том, что он не позволяет описывать движение сыпучего материала в горизонтальном барабане, а тем более в барабане, наклоненном в сторону загрузочного края, что достаточно часто встречается в трубчатых дозаторах. Кроме этого, в расчетные зависимости входит коэффициент, определение численного значения которого требует проведения дополнительных экспериментальных исследований.

Теоретические и экспериментальные исследования движения сыпучего материала во вращающейся трубе с малым диаметром приводятся в работах [28, 29]. При аналитическом описании осевого движения сыпучего материала авторы данных работ использовали модель, согласно которой осевое перемещение частиц осуществляется за счет их периодического скатывания по открытой поверхности материала, находящегося во вращающемся цилиндре. Схемы движения частиц в поперечном сечении гладкого вращающегося цилиндра и вдоль его оси показаны на рис. 8.9. Путь ( $L$ ), который проходит частица вдоль оси цилиндра за одно скатывание определяется по формуле:

$$L = 2\rho \left[ \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sin\beta} - \operatorname{ctg}\beta \left( \frac{dh}{dx} \right) \right], \quad (8.29)$$

где  $\rho$  – половина длины хорды открытой поверхности сыпучего материала, для переменного радиуса;  $\alpha$  – угол между осью цилиндра и горизонтом (остальные обозначения ясны из рис. 8.9).

Время  $\theta$ , за которое происходит одно скатывание, определяется по формуле:

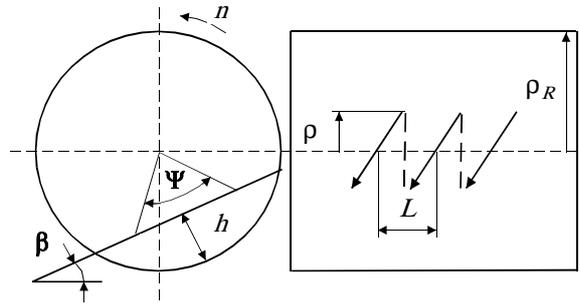
$$\theta = \frac{\Psi}{2\pi n}, \quad (8.30)$$

где  $n$  – угловая скорость вращения цилиндра.

Авторы работ [28, 29] модифицировали понятие о вероятностном характере распределения значения  $L$ . С учетом проведенной модификации формула приняла следующий вид:

$$L = 2\rho \left( \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sin\beta} - \operatorname{ctg}\left(\frac{dh}{dx}\right) + \rho(\gamma_1 + \gamma_2) \right), \quad (8.31)$$

где  $\gamma_1, \gamma_2$  – отклонения отношений  $S/K$  от их геометрических значений.



**Рис. 8.9.** Схема движения отдельной частицы во вращающейся трубе

Вероятность распределения частиц по длине цилиндра предложено рассчитывать, используя следующее уравнение:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + V \frac{\partial p}{\partial x} = D_\alpha \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}; \quad (8.32)$$

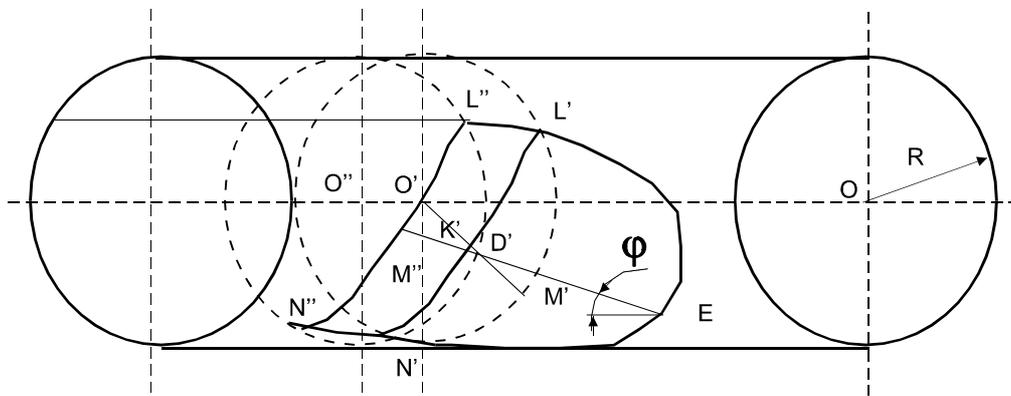
$$V = \frac{L}{\theta}, \quad D_\alpha = \frac{L}{2\theta}$$

Экспериментальные исследования проводились на трубе с диаметром 7,62 см и длиной 40 см. Угловая скорость вращения изменялась в диапазоне (0,078 – 0,366) от критической. В качестве сыпучего материала использовались частицы с диаметрами: 125,5; 214,5; 387,5 мкм. Исследования проводились при трех коэффициентах заполнения трубы сыпучим материалом: 16,2; 27 и 37,8 %. В работе приводится сравнение расчетных параметров с результатами проведенных экспериментов, а также с опытными данными других исследований. Отмечается удовлетворительная сходимость теории и эксперимента. Работы [28, 29] являются весьма интересными, однако они не могут быть использованы для описания неустановившегося режима движения сыпучего материала во вращающемся цилиндре, т.е. когда с течением времени постоянно изменяется степень заполнения цилиндра сыпучим материалом. Применение полученных зависимостей затруднено также нечеткими определениями физико-механических характеристик сыпучего материала, например динамического угла покоя, численное значение которого зависит от угловой скорости вращения цилиндра.

Результаты теоретических и экспериментальных исследований осевого движения сыпучего материала во вращающемся трубчатом дозаторе приводятся в работе [12]. Для определения осевой скорости движения сыпучего материала авторы использовали расчетную схему, представленную на рис. 8.10. Были сделаны следующие допущения:

- коэффициент заполнения трубчатого дозатора материалом в данный момент постоянен по всей длине и равен коэффициенту заполнения в конце процесса;
- загрузка материала в трубе движется без проскальзывания относительно трубы, т.е. коэффициент трения между материалом и трубчатым дозатором равен коэффициенту внутреннего трения материала.

Следует отметить, что второе допущение представляется достаточно обоснованным, а первое не может быть использовано при математическом описании процесса преобразования отдельных порций материала в непрерывный поток. Это объясняется тем, что количество сыпучего материала, находящегося в трубе, периодически изменяется, а следовательно, коэффициент заполнения непостоянен во времени.



**Рис. 8.10.** Схема движения материала в трубчатом питателе

Авторы работы [12] приняли следующую схему движения: левее нормального сечения барабана радиусом  $R$ , проходящего через центр  $O'$  (см. рис. 8.10), материал совершает циклы подъема частиц с угловой скоростью, равной угловой скорости вращения барабана.

Сегменты подъема ограничены внутренней поверхностью барабана и линиями, лежащими на цилиндрической поверхности раздела, направляющей которой служит линия  $L'D'N'$ . В этой части материал движется по дугам окружности без проскальзывания и вращения частиц относительно друг друга. Возможность скатываться материал получает при входе в область скатывания, лежащую выше поверхности раздела.

Правее нормального сечения барабана  $O'$  образуется осыпь  $K''L''E''N''$ . При вращении барабана некоторая часть материала из области скатывания переходит на осыпь, скатывается по ней и перемещается вдоль оси трубы. Осевую скорость определяли через количество материала, перешедшее на осыпь, отнесенное к площади  $F_0$  поперечного сечения слоя материала при  $\omega = 0$ . Была получена следующая формула для расчета осевой скорости движения:

$$V = \omega R \frac{\sin^2 \theta (1 - \psi)}{8 \operatorname{tg} \varphi \cos \theta \operatorname{tg} V_{cp} (1 + B)}, \quad (8.33)$$

где  $B = \omega^2 R \cos \theta \cos \varphi / g$ . Параметры  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $V_{cp}$  определяли по номограмме.

Время, за которое фронт движущегося материала достигает конца трубчатого дозатора длиной  $L$ , определяли по формуле:

$$t = L/V. \quad (8.34)$$

Экспериментальная проверка полученной зависимости проводилась в серии опытов на трубчатом дозаторе при угловых скоростях его вращения в диапазоне 0,2 – 0,6 от критической угловой скорости. Коэффициент заполнения изменялся от 0,1 до 0,25. Угол естественного откоса сыпучего материала был равен  $45^\circ$ . В экспериментах использовались трубчатые дозаторы с отношением  $L/D > 20$ . Для трубчатого преобразователя отдельных порций в непрерывный поток нецелесообразно использовать такие большие отношения  $L/D$ . Учитывая это, несмотря на хорошую сходимость расчетных и экспериментальных значений  $t$  (отклонение не превышало 10 %) необходимо экспериментально проверить возможность использования зависимости (2.26) при  $L/D < 6$ .

Проведенный выше анализ показывает, что в настоящее время нет математических моделей, позволяющих описать неустановившийся режим движения сыпучего материала вдоль оси вращающегося барабана. Однако очевидно, что скатывание частиц по открытой поверхности и перемещение их вдоль оси трубы происходит по углу максимального ската, поэтому рассмотрим последовательность расчета данного угла. На рис. 8.11 показана схема движения частиц сыпучего материала вдоль оси барабана. Рассмотрим перемещение частиц с произвольного участка  $K$ . Будем считать, что частицы данного участка переходят из поднимающегося слоя в скатывающийся в точку  $A_k$ . Заканчивать свое движение в скатывающемся слое частицы будут в точках  $B_{k+1}$ ,  $B_{k+2}$  и т.д. до точки  $B_j$ , которой соответствует максимальный угол ската. На рис. 8.12 показана схема для расчета угла ската –  $\epsilon$ . Прежде всего необходимо

определить координаты точек  $A_k$  и  $B_j$  по формулам, аналогичным (2.15). В системе координат  $XYZ$  можно записать:

$$\begin{aligned} X_{Ak} &= R\sin(\alpha_{\omega_i} + \delta_{0_i}); & X_{Bj} &= R\sin(\delta_{0_i} - \alpha_{\omega_i}); \\ Y_{Ak} &= -R\cos(\alpha_{\omega_i} + \delta_{0_i}); & Y_{Bj} &= -R\cos(\delta_{0_i} - \alpha_{\omega_i}); \\ Z_{Ak} &= \Delta L_i - \Delta L/2; & Z_{Bj} &= \Delta L_j - \Delta L/2. \end{aligned} \quad (8.35)$$

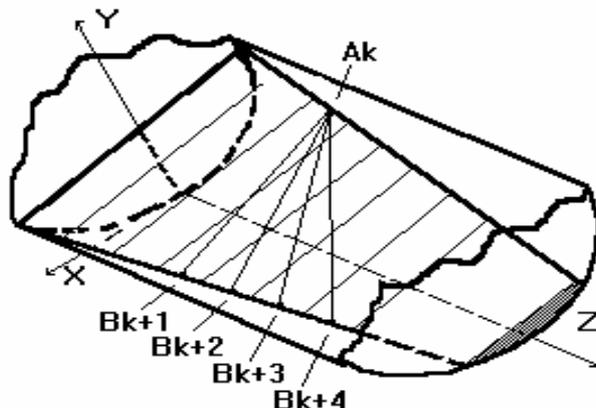


РИС. 8.11. СХЕМА ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА ВДОЛЬ ОСИ БАРАБАНА

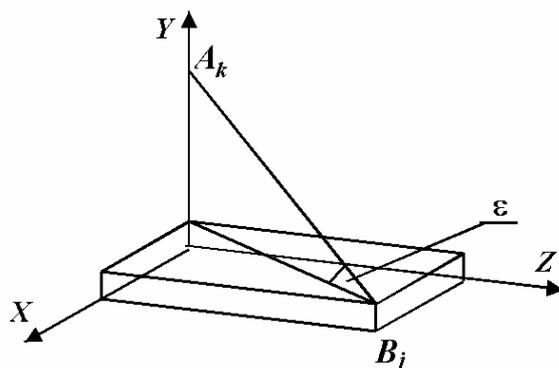


Рис. 8.12. Схема к определению угла максимального ската

Из геометрических соотношений значение угла  $\epsilon$  определяется по следующей формуле:

$$\epsilon_{kj} = \arctg \left\{ \frac{(Y_{Ak} - Y_{Bj})}{\left[ (X_{Bj} - X_{Ak})^2 + (Z_{Bj} - Z_{Ak})^2 \right]^{0.5}} \right\}. \quad (8.36)$$

Изменяя значение  $j$  от  $k+1$  в сторону увеличения, находим значение  $j_{\max}$ , которому соответствует угол  $\epsilon_{\max}$  максимального ската. При расчете угла максимального ската достаточно легко учитывать угол наклона оси барабана к горизонту  $\alpha$ . В данном случае значения координат  $Z_{Bj}$  и  $Z_{Ak}$  необходимо рассчитывать по следующим зависимостям:

$$Z_{Ak} = Z_{Ak} + (N - k)\Delta L \operatorname{tg} \alpha; \quad Z_{Bj} = Z_{Bj} + (N - j)\Delta L \operatorname{tg} \alpha. \quad (8.37)$$

Нами были проведены экспериментальные исследования движения сыпучего материала по наклонной изогнутой плоскости. Плоскость с шероховатой поверхностью наклонялась так же, как наклонена открытая поверхность сыпучего материала во вращающейся трубе и условно была разделена на участки от  $k$  до  $j$ , причем участку  $j$  соответствовал угол максимального ската. Из точки  $A_k$  на плоскость через воронку подавался сыпучий материал (сухой песок). В нижней части плоскости на участках от  $k$  до  $j$  были установлены ячейки пробоотборника. По количеству материала в ячейке определялось распределение по участкам. Количество участков было от 2 до 4, что соответствовало результатам расчета по формуле (2.28). Результаты эксперимента показали, что при моделировании процесса движения сыпучего материала

ла вдоль оси вращающейся трубы можно сделать допущение о прямой пропорциональности между количеством материала, поступающего на данный участок, и разницей угла ската для данного участка и предыдущего.

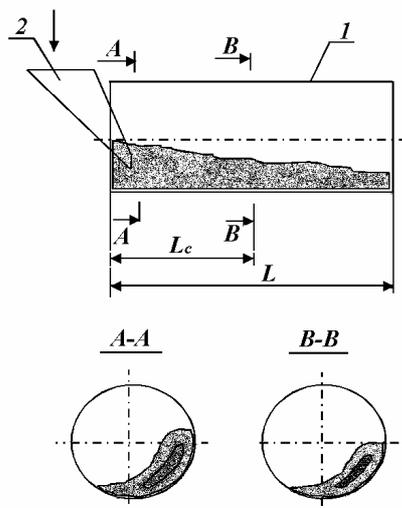
Зависимости, полученные в данном разделе, позволяют рассчитывать движение сыпучего материала вдоль оси вращающегося барабана.

#### 8.4.3. СЕГРЕГАЦИЯ ПОЛИДИСПЕРСНОГО МАТЕРИАЛА

Как известно [30, 31], при движении полидисперсного материала в поперечном сечении барабана наблюдается сегрегация частиц по размерам. В результате этого мелкие частицы концентрируются вокруг центра циркуляции [24]. На рис. 8.13 схематически показано распределение сыпучего материала вдоль оси трубы и в двух поперечных сечениях, расположенных на разных расстояниях от загрузочного края трубы.

Разделим условно циркуляционный контур на две зоны 1 и 2. Если в воронку 2 загружается смесь из крупных частиц  $B$  и мелких  $A$ , то можно считать, что в сечении  $A-A$  концентрации частиц  $A$  и  $B$  в зонах 1 и 2 будут одинаковыми и равными их концентрациям в исходной смеси. В процессе циркуляции частиц в поперечном сечении вращающейся трубы 1 и их продвижения вдоль оси этой трубы мелкие частицы будут концентрироваться в зоне 2. Таким образом, в сечении  $B-B$  концентрация мелких частиц в зоне 2 будет больше, чем в сечении  $A-A$ .

Скорость осевого движения частиц уменьшается по мере приближения к центру циркуляции, следовательно, в результате сегрегации мелкие частицы будут иметь меньшую осевую скорость, чем крупные. Можно предположить, что при дозировании полидисперсного материала мелкие частицы будут накапливаться во вращающейся трубе. Предварительные экспериментальные исследования по сравнению гранулометрического состава полидисперсного материала на входе и на выходе из нее подтвердили данное предположение. Действительно, в начале процесса дозирования содержание мелкой фракции в пробах на выходе из вращающейся трубы было меньше, чем в исходном материале.



**Рис. 8.13. Схема образования ядра сегрегации**

В дальнейшем наблюдается неравномерный выход мелкой фракции из трубы. Поскольку гранулометрический состав материала существенно влияет на его насыпную плотность, эффект сегрегации должен отрицательно сказываться на точности непрерывного дозирования. Эффект сегрегации наблюдается и при движении частиц с разной удельной плотностью [32, 33].

Известны различные способы [34], в том числе и конструктивные [35, 36], которые позволяют минимизировать отрицательный эффект сегрегации. При дозировании полидисперсного материала наиболее приемлемым является устройство [35, 37] для периодического разрушения ядра сегрегации, образованного мелкими частицами.

При теоретическом описании и математическом моделировании процесса сегрегации полидисперсного материала во вращающейся трубе будем учитывать, что конструкция устройства для разрушения ядра сегрегации позволяет целенаправленно перемещать частицы из одной зоны в другую. Таким образом, для минимизации нежелательного влияния сегрегации на точность непрерывного дозирования необходимо знать, когда и где (по длине трубы) образуется устойчивое ядро сегрегации.

Известны различные подходы к рассмотрению явления сегрегации и математические модели, описывающие этот процесс [38 – 42].

В основу математического описания процесса сегрегации с периодическим разрушением ядра из мелких частиц может быть положена послойная модель, предложенная в работах [24, 25]. Согласно данной модели, материал в поперечном сечении вращающегося барабана разбивается на  $n$  циркуляционных подслоев с равной производительностью, т.е. границы раздела подслоев определяются с использованием следующего соотношения [24]:

$$R_i = \left[ \left( nR_{i-1}^2 - R^2 + R_C \right) / n \right]^{0.5}, \quad (8.38)$$

где  $n$  – количество подслоев;  $R_i$  – радиус наружной границы  $i$ -го подслоя.

Процесс рассматривается как периодический в пространстве и времени с использованием математического аппарата случайных марковских процессов. Допущение о дискретности в пространстве обосновывается тем, что сегрегация наблюдается только в скатывающемся слое. Дискретным во времени процесс можно считать потому, что частицы лишь периодически попадают в скатывающийся слой. Поскольку при реализации технологии двухстадийного дозирования распределение материала по длине трубы изменяется во времени с периодом  $\Delta T$ , послойная модель нуждается в модернизации. Будем считать, что начальное состояние системы нам известно, т.е. мы знаем, какое количество сыпучего материала  $V_j$  находится на каждом участке и как фракции этого материала или ключевой компонент распределен по подслоям в пределах каждого участка, т.е. знаем  $C_{i,j,0}$ . Концентрация ключевого компонента (мелких частиц) в любом подслое  $i$  на участке  $j$  в момент времени  $T = k \Delta T$  можно рассчитать, используя следующие зависимости:

$$C_{i,j,k} = \frac{(C_{i,j,k-1} V_{i,j,k} - P_{i,j,i+1} C_{i,j,k-1} V_{n,j,k} + P_{i-1,j,i} C_{i-1,j,k-1} V_{n,j,k} + U_{i,j,k} - W_{i,j,k})}{V_{i,j,k}}; \quad (8.39)$$

$$P_{i,j,i+1} = P_0(1 - C_{i+1,j,k-1}), \quad P_{i-1,j,i} = P_0(1 - C_{i,j,k-1}), \quad (8.40)$$

где  $V$  – объем материала на участке;  $C$  – концентрация ключевого компонента в подслое;  $j$  – номер участка;  $i$  – номер подслоя.

Фактически зависимости (8.39, 8.40) представляют собой математическую модель процесса сегрегации полидисперсного материала при его движении в гладком вращающемся перфорированном барабане. Последовательно изменяя значения  $k$  от 1 до  $m$ ,  $j$  от 1 до  $N$  и  $i$  от 1 до  $n$ , можно рассчитать распределение ключевого компонента вдоль оси барабана и в поперечном сечении каждого участка в любой момент времени  $T = m \Delta T$ .

В отличие от зависимостей, представленных в работах [24, 25], в зависимости (8.39) слагаемое  $U_{i,j,k}$  учитывает количество (объем) ключевого компонента, отводимого из данного подслоя или подводимого в него устройством для разрушения ядра сегрегации, а слагаемое  $W_{i,j,k}$  учитывает объем ключевого компонента, высыпающегося через отверстия перфорации на данном переходе [19]. Численное значение  $U_{i,j,k}$  зависит от геометрических параметров устройства для разрушения ядра сегрегации и режима его работы.

Кроме этого, в предлагаемой модели объемы  $V_{i,j,k}$  не постоянны во времени, т.е. зависят от номера перехода  $k$ , и их численные значения могут быть определены по следующей зависимости:

$$V_{i,j,k} = V_{i,j,k-1} + U_{i,j,k} + U_0_{i,j,k}, \quad (8.41)$$

где  $U_0_{i,j,k}$  – объем основного компонента, подводимого в подслою  $i$  участка  $j$  на переходе  $k$  или отводимого из него.

Соответственно будет изменяться объем материала, находящегося на участке  $j$  на переходе  $k$ , и объем будет равен сумме объемов на участках

$$\sum V_{i,j,k} = \sum (V_{i,j,k-1} + U_{i,j,k}). \quad (8.42)$$

Поскольку объемы подслоев изменяются, изменяются также границы между ними и концентрации в образованных подслоях. Методика пересчета границ подслоев и концентраций в них за счет изменения суммарного объема материала на участке  $j$  достаточно подробно рассмотрена в работе [43].

#### 8.4.4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НЕПРЕРЫВНОГО ДОЗИРОВАНИЯ

Поскольку при практическом использовании непрерывных дозаторов необходимо рассчитывать минимальный радиус барабана  $R$ , радиус загрузочного отверстия  $r$ , максимальный объем отдельной порции, а также время выхода на установившийся режим, было исследовано распределение одной порции во вращающейся трубе. Рассмотрим распределение отдельной порции  $V$ , которую загрузили во вращающуюся трубу. Несомненно, что в общем случае загрузка отдельной порции во вращающуюся трубу происходит в течении определенного времени  $\Delta T_L$  причем в барабане уже находится некоторое количество материала, однако, как будет показано ниже, эти особенности легко учесть если иметь решение предложенного варианта.

Пусть внутренний радиус барабана равен  $R$ , а его длина –  $L$ . На рис. 8.14 показано распределение первой порции в пустой горизонтальной вращающейся трубе.

Для вычисления параметров распределения порции материала воспользуемся схемами, показанными на рис. 8.15. Объем первой порции во вращающейся трубе можно определить следующим образом:

$$V = \iiint_D z dx dy \quad (8.43)$$

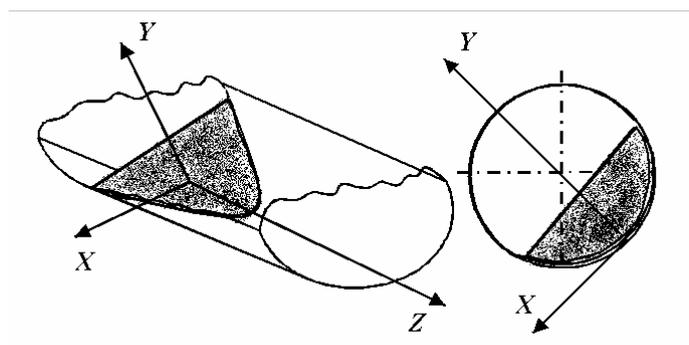


Рис. 8.14. Схема распределения отдельной порции в барабане

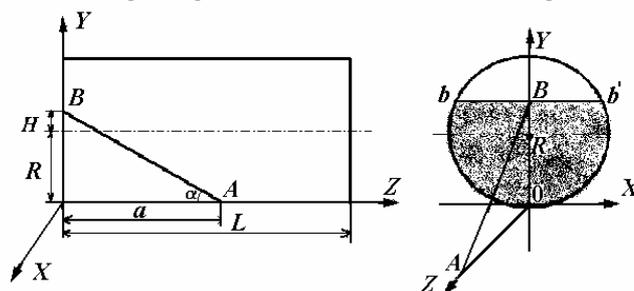


Рис. 8.15. Схемы к расчету распределения первой порции сыпучего материала во вращающейся трубе

Уравнение плоскости, с которой совпадает открытая поверхность сыпучего материала, имеет вид:

$$Z = a - y \operatorname{ctg} \alpha, \quad (8.44)$$

$y$  изменяется от 0 до  $a \operatorname{tg} \alpha$

Уравнение области  $D$  (рис. 8.15):

$$(y - R)^2 + x^2 = R^2. \quad (8.45)$$

откуда получаем границы изменения  $x$

$$\text{от } [R^2 - (y-R)^2]^{0.5} \text{ до } [R^2 - (y-R)^2]^{0.5} = K_1$$

С учетом (8.44) и (8.45) интеграл можно записать следующим образом:

$$V = \iint_D z dx dy = 2 \int_0^{atg\alpha} dy \int_0^{K_1} (a - yctg\alpha) dx = 2 \int_0^{atg\alpha} dy [(a - yctg\alpha)x]_0^{K_1}, \quad (8.46)$$

подставив  $K_1 = [R^2 - (y-R)^2]^{0.5}$  и введя обозначение  $atg\alpha - R = H$ , после преобразований получим [19]:

$$V = \frac{R^2}{tg\alpha} H \left[ \frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{H}{R} \right] + \frac{H^2}{tg\alpha} \sqrt{R^2 - H^2} + \frac{2}{3tg\alpha} [R^2 - H^2]^{\frac{3}{2}}. \quad (8.47)$$

При проектировании трубчатого преобразователя порций формула (8.47) позволяет при известном значении  $V$  подобрать рациональные значения радиуса трубы  $R$  и радиуса входного отверстия  $r = H$ . Если решается вопрос поиска оптимальных режимных параметров для уже имеющейся конструкции барабанного преобразователя, то по формуле (8.47) можно рассчитать максимальный объем отдельной порции.

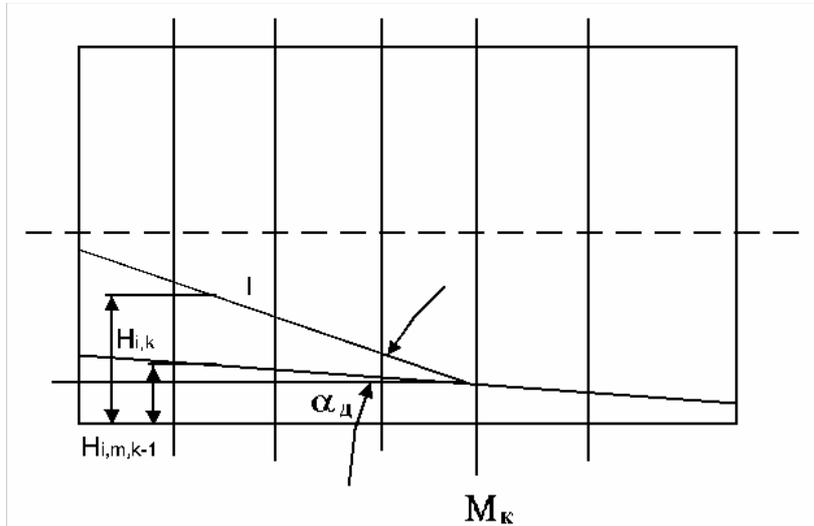


Рис. 8.16. Схема распределения очередной порции материала

Учитывая, что уравнение (8.47) аналитически не решается относительно величины  $H$ , при определении распределения последующих порций, т.е. когда в барабане уже находится некоторое количество материала, использовали численные методы расчета. Рассмотрим алгоритм решения. Схема распределения порции объемом  $V$  на переходе  $k$  показана на рис. 8.16. Считаем, что нам известно распределение сыпучего материала по участкам на переходе  $k-1$ , т.е. известны численные значения  $V_{j,k-1}$ .

Предположим, что объем  $V$  на переходе  $k$  распределился на  $M_k$  участков, как это показано на рис. 8.16. Учитывая, что открытая поверхность наклонена к оси  $z$  под углом трения движения величина стрелки  $h_{ik}$  сегмента, который занимает материал на участке  $i$ , будет равна:

$$h_{ik} = h_{i,m,k-1} + [\Delta L(M_{k-1}) + \Delta L/2] tg\alpha_{д}. \quad (8.48)$$

Объем материала  $\Delta V_{i,k}$ , который добавился на участок  $I$ , определим как разность объемов  $V_{i,k}$  и  $V_{i,k-1}$ .

Объем  $V_{i,k}$  определим по следующей формуле:

$$\frac{4}{3} R h_{i,k} \sin \delta_{0,i,k}, \quad (8.49)$$

где  $\delta_{0,i,k}$  – половина центрального угла системы материала на участке  $i$  на переходе  $k$  (см. рис. 8.7).

Найдем расчетное значение объема порции  $V_p$ :

$$V_p = \sum \Delta V_{i,k}. \quad (8.50)$$

Если  $V_p > V$ , то необходимо уменьшить значение  $M_k$ , если  $V_p < V$ , то увеличить. Как показали результаты численных экспериментов, целесообразно первоначально принимать  $M_k = M_{k-1}$ . Поскольку значение  $M$  изменяется дискретно, практически невозможно получить  $V_p = V$ , поэтому целесообразно устанавливать следующее ограничение  $[(V - V_p)/V] \leq \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  зависит от числа участков, на которые разделена труба. После выполнения данного условия необходимо провести корректировку значений  $V_{i,k}$

$$V_{i,k} = \frac{(V - V_p)}{V} V_{i,k}. \quad (8.51)$$

Как отмечалось ранее, для описания процесса непрерывного дозирования полидисперсного материала используем математический аппарат случайных марковских процессов, дискретных в пространстве и во времени. Трубу по длине разделим на  $k$  участков. Будем считать, что система состоит из  $k + 1$  элементов, где  $(k + 1)$ -й элемент показывает, какое количество материала высыпалось из трубы. Состояние системы после перехода  $m$  определяется вектором состояния  $E(m)$ . Координаты вектора есть вероятность нахождения сыпучего материала на участке после перехода  $m$ . Данный вектор можно определить, используя следующие соотношения:

$$\begin{aligned} E(1) &= E(0)P(1); \\ E(2) &= E(1)P(2); \\ \dots & \\ E(k) &= E(k-1)P(k); \\ \dots & \\ E(m) &= E(m-1)P(m), \end{aligned} \quad (8.52)$$

где  $E(0)$  – вектор начального состояния;  $P(k)$  – матрица переходных вероятностей на переходе  $k$ .

Поскольку рассматривается неустановившийся режим движения сыпучего материала, матрица переходных вероятностей будет изменяться во времени, т.е. элементы матрицы будут разными на разных переходах. Объем материала, находящегося на участке  $j$ , после перехода  $k$  равен объему материала, который находился на данном участке после перехода  $k - 1$ , плюс суммарный объем материала, пришедшего с предыдущих участков, и минус суммарный объем материала, который переместился на последующие участки, т.е.

$$V(j, k) = V(j, k-1) + \Delta V_1(j, k) - \Delta V_2(j, k), \quad (8.53)$$

где  $\Delta V_1(j, k)$  и  $\Delta V_2(j, k)$  – объемы материала, которые соответственно приходят на участок  $j$  или уходят с него на переходе  $k$ .

Учитывая, что переход материала может происходить не на один участок, для расчета объема материала на участке  $j$  после перехода  $k$  получена следующая формула:

$$V(j, k) = V(j, m-1) + \sum_{z_1=j-N_1}^j \Delta V(z_1) - \sum_{z_2=j+1}^{j+N_2} \Delta V(z_2) + u(j, m) - s(j, m), \quad (8.54)$$

где  $\Delta V$  – объем материала, который приходит на данный участок или уходит с него;  $z_1$  – номер предыдущего участка, с которого материал перемещается на участок  $j$ ;  $z_2$  – номер последующего участка, на который материал перемещается с участка  $j$ ;  $N_1$  – количество предыдущих участков, с которых материал переходит на участок  $j$ ;  $N_2$  – количество последующих участков, на которые материал уходит с участка  $j$ ;  $u(j, m)$  – объем материала, который приходит на участок  $j$  на переходе  $k$  в результате подачи в барабан очередной порции;  $s(j, k)$  – объем материала, который приходит на участок  $j$  или уходит с него на переходе  $k$  в результате перемещения частиц устройством для разрушения ядра сегрегации.

Численные значения  $s(j, m)$  могут быть как положительные, так и отрицательные, и зависят от геометрических параметров устройства для разрушения ядра сегрегации и режимов его работы.

Очевидно, что с данного участка может переместиться только часть разницы объемов, находящихся на этом участке и на последующем. Количество участков  $j_{\max}$ , на которые произойдет перемещение материала, зависит от угла максимального ската (формула 2.28). Объем материала, который переходит с участка  $j$  на переходе  $k$ , можно рассчитать по следующей формуле:

$$\Delta V(j, k) = \frac{P_1 [V(j, k-1) - V(j+1, k-1)] [h(j, k-1) - h(j+1, k-1)]}{\Delta L}, \quad (8.55)$$

где  $P_1$  – параметр математической модели, характеризующий вероятность перехода частиц с одного участка на другой.

Приведенные выше уравнения представляют собой математическую модель процесса преобразования отдельных порций в непрерывный поток в гладком вращающемся барабане. Последовательность использования модели следующая. По формуле (8.47) рассчитывается объем отдельной порции и распределение этой порции по участкам. Используя формулы (8.13) – (8.27), рассчитываются параметры распределения сыпучего материала на каждом участке. По формулам (8.35) – (8.36) определяется угол максимального ската и участки, на которых происходит перераспределение материала при осевом движении частиц. Далее, последовательно изменяя  $k$  от 1 до  $m = T/\Delta t$ ,  $j$  от 1 до  $N+1$ , рассчитываются распределение зернистого материала вдоль оси барабана в любой момент времени  $T$  и количество материала, которое высыпается из барабана. Следует особо отметить, что расчет распределения сыпучего материала в поперечном сечении каждого участка осуществляется на каждом переходе. При переходах, кратных  $\Delta T/\Delta t$ , производится расчет распределения новой порции по участкам. Формирование проб для прогнозирования точности дозирования осуществляется путем суммирования объемов на участке  $N+1$  за  $\Delta T_{\text{пр}}/\Delta t$  переходов.

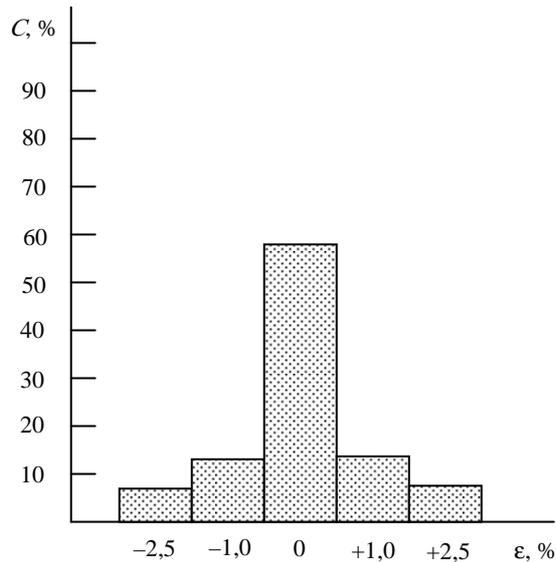
Поскольку перемещение частиц вдоль оси происходит при их движении только в скатывающемся слое, естественно предположить, что время одного перехода прямо пропорционально времени  $\tau_{\text{ц}}$ , за которое совершается один цикл циркуляции сыпучего материала в поперечном сечении барабана, т.е.

$$\Delta t = P_2 \tau_{\text{ц}}, \quad (8.56)$$

где  $P_2$  – коэффициент пропорциональности.

Численное значение  $\tau_{\text{ц}}$  легко определить, если известно распределение сыпучего материала в поперечном сечении барабана. Учитывая, что материал распределяется не равномерно по длине барабана, целесообразно использовать среднее значение  $\tau_{\text{ц}}$  для  $N$  участков за  $\Delta T/\Delta t$  переходов. Таким образом, в рассмотренной математической модели два параметра ( $P_1$ ,  $P_2$ ) подлежат идентификации.

Как отмечалось выше, при расчете процесса двухстадийного дозирования необходимо учитывать погрешность порционного дозирования, отклонения насыпной плотности и углов трения сыпучих материалов. Это можно сделать с помощью имитационного моделирования. В основу имитационной модели положена математическая модель, представленная в предыдущем разделе. Имитация указанных выше отклонений осуществлялась с помощью генератора случайных чисел и фильтров, которые позволяют учитывать распределение отклонений параметров. В качестве примера рассмотрим имитацию погрешностей порционного дозатора. Данная модель позволяет не только рассчитывать процесс преобразования отдельных порций в непрерывный поток, но и прогнозировать точность дозирования с учетом конкретных условий реализации данного процесса. На рис. 8.17 показана гистограмма отклонений порционного дозатора, построенная по результатам его тестирования. Как видно из гистограммы, 60 % анализируемых порций имели нулевое отклонение от заданных значений, 5 % имели отклонения  $-0,5$  %, 5 % имели отклонения  $+0,5$  %, 15% имели отклонения  $-0,25$  %, 15 % имели отклонения  $+0,25$  %. В данном случае фильтр работает следующим образом. Если генератор случайных чисел выдает значение



**Рис. 8.17. Распределение отклонений веса порции от номинального значения**

от 0 до 0,05, то вес порции равен  $1,005\Delta P$ . Если выдается значение от 0,05 до 0,2, то вес порции равен  $1,0025\Delta P$  и т.д. Аналогичным образом имитировали отклонения насыпного веса сыпучего материала в отдельных порциях от номинального значения, а также возможные отклонения в значениях углов трения покоя и движения.

Данная модель позволяет не только рассчитывать процесс преобразования отдельных порций в непрерывный поток, но и прогнозировать точность дозирования с учетом конкретных условий реализации данного процесса.

#### 8.4.5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА ДВУХСТАДИЙНОГО ДОЗИРОВАНИЯ

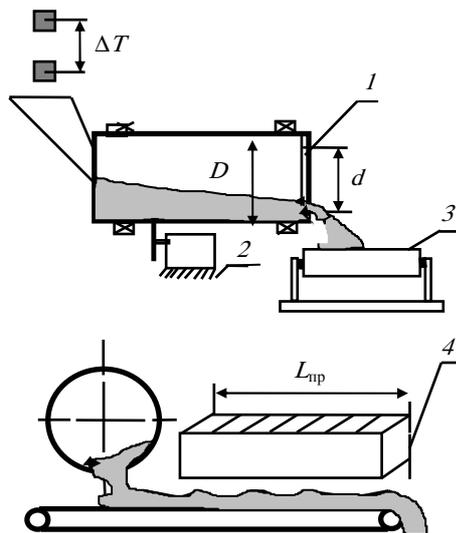
Исследования процесса двухстадийного дозирования проводили на лабораторном барабанном дозаторе, схема которого представлена на рис. 8.18.

Была предусмотрена возможность установки сменных труб  $1$  с внутренними диаметрами  $D$  от 0,042 до 0,15 м и длиной  $L$  от 0,1 до 0,45 м. Привод  $2$  позволял изменять угловую скорость вращения барабана в диапазоне 0,1...0,5 от критической. Диаметр диафрагмы, установленной на выходе из трубы, мог изменяться в диапазоне  $(0,4...1,0)D$ . Подвижная платформа, на которой установлен барабан  $1$ , шарнирно соединена с основанием с возможностью изменения угла наклона оси вращения барабана в диапазоне от  $-5$  до  $+15^\circ$ . Для отбора проб использовали подвижный пробоотборник в виде ленточного транспортера  $3$ , что позволяло отбирать пробы за короткие (5 – 10 с) промежутки времени.

Основное внимание уделяли исследованию точности непрерывного дозирования. Методика проведения экспериментов следующая. Подготавливали порции сыпучего материала весом  $\Delta P$ , которые через равные промежутки времени  $\Delta T$  высыпали во вращающийся барабан  $1$ . С помощью секционированного пробоотборника  $4$  сыпучий материал, находящийся на ленте, разделяли на порции. Каждая порция соответствовала количеству материала  $\Delta Q$ , высыпавшегося из барабана  $1$  за отрезок времени

$$\Delta T_{\text{пр}} = L_{\text{пр}} / (N \cdot v),$$

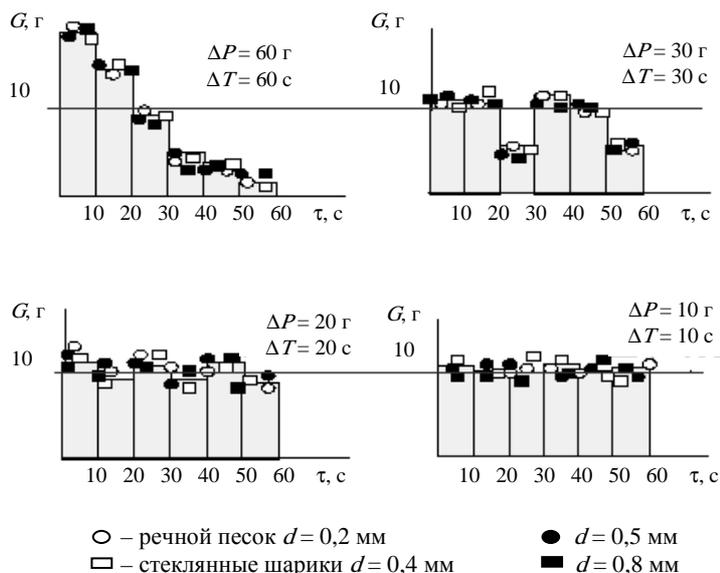
где  $L_{\text{пр}}$  – длина пробоотборника, м;  $v$  – скорость ленты,  $\text{м}\cdot\text{с}^{-1}$ ;  $N$  – число секций в пробоотборнике. На первом этапе задача заключалась в идентификации параметров математической модели экспериментальными данными. Для конкретного сыпучего материала при фиксированных значениях  $R$ ,  $L$ ,  $\omega$ ,  $\Delta T_{\text{пр}}$  проводили несколько серий параллельных экспериментов и методом последовательных приближений рассчитывали такие значения параметров математической модели, при которых расхождения между расчетными значениями  $\Delta Q$  и экспериментальными данными были минимальными.



**Рис. 8.18. Схема исследования точности дозирования**

Следующий этап исследования – проверка адекватности математической модели эксперименту. На данном этапе опыты проводили на материалах, для которых были идентифицированы параметры математической модели при различных комбинациях параметров  $\Delta P$ ,  $\Delta T$ ,  $\omega$ ,  $L$ ,  $R$ ,  $\alpha$ ,  $d_2$ . Порядок проведения опытов соответствовал описанному выше. На рис. 8.19 показаны характерные зависимости равномерности непрерывного потока от режимных параметров работы устройства. На графиках показаны отклонения от заданной производительности непрерывного дозирования 1 г/с при подаче отдельных порций во вращающийся барабан через промежутки времени  $\Delta T$ , равные соответственно 60, 30, 20 и 10 с. Гистограммы – это расчетные значения производительности, а точки – экспериментальные данные.

Как видно из графиков, при уменьшении  $\Delta T$  отклонения от заданной производительности за 10 с уменьшаются, однако точность дозирования при отборе проб за 60 с становится хуже. Аналогичные закономерности были экспериментально установлены и при изменении геометрических параметров дозатора. Таким образом, при расчете оптимальных геометрических и режимных параметров трубчатых дозаторов необходимо учитывать методику оценки точности непрерывного дозирования, которая определяется потребителем.



**Рис. 8.19. Изменения производительности непрерывного потока во времени**

По результатам теоретических и экспериментальных исследований для расчета оптимальных значений основных режимных и геометрических параметров промышленных установок двухстадийного дозирования сыпучих материалов разработана инженерная методика. Основу методики составляют:

- математическая модель обрушения сыпучего материала при переходе от покоя к движению;
- математическая модель движения сыпучего материала в поперечном сечении гладкого вращающегося барабана;
- математическая модель сегрегации полидисперсного материала;
- математическая модель движения сыпучего материала вдоль оси барабана;
- имитационная модель процесса преобразования отдельных порций сыпучего материала в непрерывный поток.

В качестве исходных данных используются следующие параметры: производительность, точность дозирования (с указанием временного интервала, в течение которого осуществляется отбор одной пробы) и основные характеристики сыпучего материала. Расчет осуществляли в два этапа. На первом этапе, исходя из распределения одной пробы, рассчитываются минимальные значения диаметра, длины и частоты вращения барабана. На втором этапе рассчитываются оптимальные, с точки зрения обеспечения требуемой точности дозирования, параметры барабана.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 8

1. Конструирование и расчет машин химических производств / под ред. Э.Э. Кольмана-Иванова. – М., 1985. – 408 с.
2. Рогинский, Г.А. Дозирование сыпучих материалов / Г.А. Рогинский. – М., 1978. – 176 с.
3. Капитонов, Е.Н. К расчету точности дозирования / Е.Н. Капитонов, Н.А. Деревякин, В.Ф. Першин // Каучук и резина. – 1983. – № 10. – С. 44–45.
4. Репкин, Ю.А. Трубчатые устройства для подачи и дозирования сыпучих материалов / Ю.А. Репкин // Разработка, исследование оборудования для получения гранулированных материалов. – М., 1985. – С. 52 – 57.
5. А. с. 964462 СССР, МКИ G 01 F 11/24. Трубчатый микропитатель для сыпучих и порошкообразных материалов / Ю.А. Репкин, А.И. Целиковская, В.А. Самсонов (СССР). – № 2952796/18-10 ; заявл. 09.07.80 ; опубл. 07.10.82. Бюл. № 37.
6. А. с. 741933 СССР, МКИ В 01 G 3/02. Питатель для сыпучих материалов / Ю.А. Репкин, В.Д. Довженко, И.З. Скрыпник, В.Ф. Удальцов (СССР). – № 18 43 719/2 3-26 ; заявл. 09.11.72 ; опубл. 25.06.80, Бюл. № 23.
7. А. с. 838365 СССР, МКИ G 01 F 11/24. Трубчатый микропитатель для сыпучих и порошкообразных материалов / Ю.А. Репкин, В.А. Самсонов, А.И. Целиковская (СССР). – № 2718212/18-10 ; заявл. 29.01.79 ; опубл. 15. 06. 81, Бюл. № 22.
8. А. с. 1060540 СССР, МКИ В 65 В 3/06. Устройство для дозирования легкоплавких металлов / Ю.А. Репкин, Г.В. Вишняков, А.И. Швайцер, Р.К. Бауман (СССР). – №3390594/28-13 ; заявл. 26.01.82 ; опубл. 15.12.83, Бюл. № 46.
9. А. с. 1009787 СССР, МКИ В 29 В 5/06. Устройство для непрерывного дозирования и перемешивания сыпучего полимерного материала / Ю.А. Репкин, А.И. Сильченков (СССР). – № 3406972/23-05 ; заявл. 15.03.82 ; опубл. 7.04.83, Бюл. № 13.
10. Вишняков, Г.В. К расчету расходных характеристик трубчатого питателя / Г.В. Вишняков, Ю.А. Репкин // Разработка, исследование и расчет машин и аппаратов химических производств. – М., 1984. – С. 85 – 94.
11. А. с. 1125036 СССР, МКИ В 01 F 9/02. Барабанный смеситель / Ю.И. Макаров, А.Г. Квас, Ю.А. Репкин, М.М. Гранин, Н.И. Авдеев – № 3627334/23-26 ; заявл. 26.07.83 ; опубл. 23.11.84, Бюл. № 43.
12. Квасова, А.Г. Движение фронта сыпучего материала во вращающемся трубчатом дозаторе / А.Г. Квасова, Ю.И. Гусев // Разработка, исследование оборудования для получения гранулированных материалов. – М., 1985. – С. 58 – 62.

13. Рассказов, Н.И. Движение сыпучего материала во вращающейся трубе распределителя порций / Н.И. Рассказов, Ю.А. Репкин, В.Ф. Удальцов // Химическое машиностроение. – М., 1978. – Вып. 9. – С. 145 – 161.
14. А. с. 690314 СССР, МКИ G 05 D 7/03 G 01 G 11/00. Распределитель порошкообразных материалов для весовых дозаторов непрерывного действия / Ю.А. Репкин (СССР). – № 2514110/18-10 ; заявл. 27.07.77 ; опубл. 05.10.79, Бюл. № 37.
15. Малов, А.Н. Загрузочные устройства для металлорежущих станков / А.Н. Малов. – М., 1965. – 443 с.
16. А. с. 1283534 СССР, МКИ G 01 F 11/46. Дозатор барабанный / В.Ф. Першин, Г.М. Коршунов, В.А. Дербенев, И.А. Деревякин, М.М. Свиридов (СССР). – № 3721309/24-10 ; заявл. 04.01.84 ; опубл. 15.01.87, Бюл. № 2.
17. Пат. 2138784 Российская Федерация, МПК<sup>7</sup> G 01 F 11/46. Барабанный порционный дозатор / В.Ф. Першин, С.В. Барышникова ; заявитель и патентообладатель Тамб. гос. техн. ун-т. – № 98110906/28 ; заявл. 02.06.98 ; опубл. 27.07.99, Бюл. № 27.
18. Пат. 2138783 Российская Федерация, МПК<sup>7</sup> G 01 F 11/00. Способ непрерывного дозирования сыпучих материалов / В.Ф. Першин, С.В. Барышникова ; заявитель и патентообладатель Тамб. гос. техн. ун-т. – № 98110695/28 ; заявл. 04.06.98 ; опубл. 27.09.99, Бюл. № 27.
19. Барышникова, С.В. Разработка новых конструкций и методов расчета устройств для непрерывного дозирования сыпучих материалов : дис. ... канд. техн. наук / С.В. Барышникова. – Тамбов, 1999. – 183 с.
20. Трофимов, А.В. Исследование движения сыпучих материалов во вращающихся барабанах без внутренних устройств : дис. ... канд. техн. наук / А.В. Трофимов. – М., 1973. – 140 с.
21. Гусев, Ю.И. Гранулирование мелкодисперсных материалов в грануляторе барабанного типа : дис. ... канд. техн. наук / Ю.И. Гусев. – М., 1967. – 135 с.
22. Нистратов, В.И. Исследование машин барабанного типа для получения двухслойных гранул и разработка методов их оптимизационного проектирования : дис. ... канд. техн. наук / В.И. Нистратов. – М., 1980. – 169 с.
23. Першин, В.Ф. Энергетический метод описания движения сыпучего материала в поперечном сечении гладкого вращающегося цилиндра / В.Ф. Першин // Теоретические основы химической технологии. – 1988. – Т. 22, № 2. – С. 255 – 260.
24. Першин, В.Ф. Методы расчета и новые конструкции машин барабанного типа для переработки сыпучих материалов : дис. ... д-ра техн. наук / В.Ф. Першин. – М., 1994. – 428 с.
25. Першин, В.Ф. Машины барабанного типа: основы теории, расчета и конструирования / В.Ф. Першин. – Воронеж : Изд-во ВГУ, 1990. – 168 с.
26. Осецкий, В.М. Движение материала во вращающейся трубе с горизонтальной и наклонной осью / В.М. Осецкий // Сб. научных трудов МГУ, 1939. – Вып. 4. – С. 295 – 311.
27. Осецкий, В.М. Движение сыпучего материала во вращающемся барабане при малых угловых скоростях / В.М. Осецкий // Сб. научных трудов МГУ, 1937. – Вып. 3. – С. 245 – 274.
28. Das Gupta, S. Axial transport of granular solids in horizontal rotating cylinders. Part 1: Theory / S. Das Gupta, D.V. Khakhar, S.K. Bhatia // Powder Technology, 67. – 1991. – P. 145 – 151.
29. Rao, S.J. Axial transport of granular solids in rotating cylinders. Part 2: Experiments in a non-flow system / S.J. Rao, S.K. Bhatia, D.V. Khakhar // Powder Technology, 67. – 1991. – P. 155 – 162.
30. Першин, В.Ф. Моделирование процесса смешения сыпучего материала в поперечном сечении вращающегося барабана / В.Ф. Першин // Теоретические основы химической технологии. – 1986. – Т. 20, № 4. – С. 508 – 513.
31. Першин, В.Ф. Модель процесса смешения сыпучего материала в поперечном сечении вращающегося барабана / В.Ф. Першин // Порошковая металлургия. – 1986. – № 10. – С. 1 – 5.
32. Антипов, С.Т. Влияние неравномерности распределения потока на эффективность работы сушильного барабана / С.Т. Антипов, И.Т. Кретов, В.Я. Валуйский // Пищевая технология. Известия вузов. – 1987. – № 1. – 72 – 74 с.
33. Валуйский, В.Я. О неравномерности продвижения частиц сыпучего материала через наклонный вращающийся барабан / В.Я. Валуйский // Пищевая технология. Известия вузов. – 1965. – № 2. – С. 127.

34. Enstad, G. Segregation of Powders and its Minimisation / G. Enstad // The 2<sup>nd</sup> Israel Conference for Conveying and Handling of Particulate Solids. – Jerusalem, 1997. – P. 11.52 – 11.62.
35. А. с. 1560301 СССР, МКИ В 01 2/12. Барабанный гранулятор / В.Ф. Першин, Ю.С. Обущак, В.Е. Кутовой, В.П. Мищенко, А.Г. Кротенко (СССР). – № 4386978 /31-26 ; заявл. 24.12.87 ; опубл. 30.04.90, Бюл. № 16.
36. Gyenis, J. Segregation-Free Particle Mixing / J. Gyenis // The 2<sup>nd</sup> Israel Conference for Conveying and Handling of Particulate Solids. – Jerusalem, 1997. – P. 11.1 – 11.10.
37. Пат. 2124934 Российская Федерация, С1 В 01 F 3/18, 9/02. Способ приготовления смеси сыпучих материалов и устройство для его осуществления / Н.С. Артемов, В.Н. Артемов, В.Ф. Першин, С.В. Барышникова, А.Г. Ткачев. – № 1999, Бюл. 2.
38. Williams, J.C. Segregation of powders and granular materials / J.C. Williams // Fuel. Soc. J. – 1963. – V. 14. – P. 29 – 34.
39. Bridgwater, J. Interparticle Percolation: Equipment Development and mean Percolation Velocities / J. Bridgwater, M.H. Cooke, A. M. Scott // Trans. I Chem. E. – 1978. – P. 157 – 167.
40. Долгунин, В.Н. Модель механизма сегрегации при быстром гравитационном течении частиц / В.Н. Долгунин, А.А. Уколов, П.В. Классен // Теоретические основы химической технологии. – 1992. – Т. 26, № 5. – С. 100 – 109.
41. Shinohara, K. General Segregation Mechanism of Binary Mixtures filling Two-Dimensional Hoppers / K. Shinohara // Aufbereitungs-Technik, 1990. – Vol. 31, № 9. – P. 482 – 488.
42. Drahn, J.A. The Mechanisms of Free Surface Segregation / J.A. Drahn, J. Bridgwater // Powder Technology, 1983. – № 33. – P. 217 – 273.
43. Селиванов, Ю.Т. Расчет и проектирование циркуляционных смесителей сыпучих материалов без внутренних перемешивающих устройств / Ю.Т. Селиванов, В.Ф. Першин. – М. : Машиностроение-1, 2004. – 120 с.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

---

---

Несмотря на различие конструкций и технологического назначения для машин и аппаратов барабанного типа могут быть использованы общие принципы расчета и проектирования. При этом определяющими являются движение, распределение и сегрегация частиц полидисперсного материала во вращающемся барабане.

По наличию внутренних устройств можно выделить две основные группы: гладкие барабаны и барабаны с внутренними устройствами.

В машинах с гладкими барабанами наиболее часто используется циркуляционный режим движения сыпучего материала. На основе теоретических и экспериментальных исследований установлено, что при циркуляционном движении сыпучего материала в поперечном сечении гладкого вращающегося барабана потенциальная энергия, которую имеет материал, неподвижный относительно обечайки барабана, не зависит от угловой скорости вращения и численно равна потенциальной энергии всего материала в остановленном барабане. Эта закономерность позволила разработать энергетический метод описания движения и распределения сыпучего материала в гладких вращающихся барабанах.

Анализ процесса смешивания компонентов, отличающихся размерами или плотностями материала частиц, показал, что для гладких вращающихся барабанов данный процесс следует рассматривать как детерминированно-стохастический, поскольку конечным устойчивым состоянием является такое, при котором имеют место ярко выраженные зоны с повышенной концентрацией частиц одинакового размера или плотности. Это позволило создать сравнительно простые математические модели процесса смешивания на основе закономерностей цепей Маркова с переменной матрицей переходных вероятностей.

При смешивании компонентов, склонных к сегрегации, за счет их рациональной загрузки можно существенно сократить время процесса и повысить качество готовой смеси. Теоретически обосновано и экспериментально доказано, что за счет исключения нежелательных последствий явления сегрегации можно существенно повысить эффективность работы барабанных грануляторов и грохотов.

Новым и весьма перспективным направлением является использование машин барабанного типа (трубчатых питателей) для реализации технологии двухстадийного дозирования сыпучих материалов.

Разработка компьютерных программ и использование современных информационных технологий открывает новые горизонты для широкого использования машин и аппаратов барабанного типа в различных отраслях народного хозяйства.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

---

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МАШИНАХ БАРАБАННОГО ТИПА И СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛАХ .....	4
1.1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ .....	4
1.2. КЛАССИФИКАЦИЯ МАШИН БАРАБАННОГО ТИПА .....	5
1.3. СЫПУЧИЕ МАТЕРИАЛЫ КАК ОБЪЕКТ ПЕРЕРАБОТКИ .....	9
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 1 .....	13
2. ДВИЖЕНИЕ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В ГЛАДКОМ ВРАЩАЮЩЕМСЯ БАРАБАНЕ .....	17
2.1. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА .....	17
2.2. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА .....	21
2.3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА .....	24
2.3.1. Движение в поперечном сечении барабана .....	24
2.3.2. Движение вдоль оси барабана .....	32
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 2 .....	37
3. ДВИЖЕНИЕ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В БАРАБАНЕ С ВНУТРЕННИМИ УСТРОЙСТВАМИ .....	39
3.1. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В БАРАБАНЕ С ЛОПАСТНОЙ НАСАДКОЙ .....	39
3.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЦ ВЕЕРА ЧАСТИЦ, ПАДАЮЩИХ С ЛОПАСТЕЙ .....	43
3.3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В БАРАБАНЕ С ЛОПАСТНОЙ НАСАДКОЙ .....	47
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 3 .....	49
4. БАРАБАННЫЕ СМЕСИТЕЛИ .....	51
4.1. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА СМЕШИВАНИЯ .....	51
4.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СМЕШИВАНИЯ .....	59
4.2.1. Смешивание в поперечном сечении барабана .....	59
4.2.2. Смешивание в осевом направлении .....	73
4.3. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ И ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССА СМЕШИВАНИЯ .....	86
4.4. ПРИГОТОВЛЕНИЕ СМЕСИ ИЗ НЕСКОЛЬКИХ КОМПОНЕНТОВ, СКЛОННЫХ К СЕГРЕГАЦИИ .....	92
4.5. СМЕШИВАНИЕ В ВИБРОВРАЩАЮЩЕМСЯ БАРАБАНЕ .....	95
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 4 .....	98
5. БАРАБАННЫЕ ГРАНУЛЯТОРЫ .....	102

5.1. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА ГРАНУЛИРОВАНИЯ .....	102
5.1.1. Гранулирование методом окатывания .....	102
5.1.2. Гранулирование диспергированием жидкости на поверхность частиц .....	105
5.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГРАНУЛИРОВАНИЯ .....	106
5.2.1. Гранулирование методом окатывания .....	107
5.2.2. Гранулирование в барабанном грануляторе- сушилке .....	112
5.3. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ И ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ...	113
5.4. СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ КОНСТРУКЦИЙ БАРАБАННЫХ ГРАНУЛЯТОРОВ .....	116
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 5 .....	117
6. БАРАБАННЫЕ ГРОХОТЫ .....	119
6.1. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА ГРОХОЧЕНИЯ .....	120
6.2. ГРОХОТ С ВРАЩАЮЩИМСЯ БАРАБАНОМ .....	123
6.2.1. Математическая модель процесса классификации в барабанном грохоте .....	123
6.2.2. Идентификация параметров математической модели процесса классификации и проверка ее адекватности .....	126
6.3. ГРОХОТ С ВРАЩАЮЩИМСЯ И ВИБРИРУЮЩИМ БАРАБАНОМ .....	130
6.3.1. Конструкция и принцип работы .....	130
6.3.2. Сегрегация полидисперсного материала при совместном воздействии вращения и вибрации ...	133
6.3.3. Самоизмельчение и отсеивание частиц при вращении и вибрации барабана .....	134
6.3.4. Математическая модель процесса классификации .....	135
6.3.5. Влияние угловой скорости вращения барабана на интенсивность грохочения .....	141
6.3.6. Влияние концентрации мелкой фракции на интенсивность грохочения .....	142
6.3.7. Влияние площади просеивающей поверхности на интенсивность грохочения .....	145
6.3.8. Влияние коэффициента заполнения барабана материалом на интенсивность и эффективность грохочения .....	146
6.3.9. Влияние амплитуды и частоты колебаний на интенсивность грохочения .....	148
6.3.10. Влияние гранулометрического состава исходного материала на интенсивность грохочения .....	149
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 6 .....	151
7. БАРАБАННЫЕ СУШИЛКИ, ХОЛОДИЛЬНИКИ И РЕАКТОРЫ .....	153
7.1. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА СУШКИ .....	153
7.2. ТЕПЛОВЫЙ РАСЧЕТ БАРАБАННЫХ СУШИЛОК .....	159
7.3. ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ .....	167

БАРАБАННОЙ СУШИЛКИ .....	
7.4. СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ЛОПАСТНОЙ НАСАДКИ ...	171
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 7 .....	172
8. БАРАБАНЫЕ ПИТАТЕЛИ И ДОЗАТОРЫ .....	174
8.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ .....	174
8.2. ТРУБЧАТЫЕ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ПОДАЧИ И ДОЗИРОВАНИЯ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ .....	177
8.3. БАРАБАНЫЕ ДОЗАТОРЫ С ЛОПАСТНОЙ НАСАДКОЙ .....	179
8.3.1. Дозатор непрерывного действия .....	179
8.3.2. Порционное дозирование .....	184
8.4. ДВУХСТАДИЙНОЕ ДОЗИРОВАНИЕ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ .....	187
8.4.1. Движение материала в поперечном сечении трубы .....	188
8.4.2. Осевое движение материала .....	193
8.4.3. Сегрегация полидисперсного материала .....	199
8.4.4. Моделирование процесса непрерывного дозирования.....	202
8.4.5. Экспериментальные исследования процесса двухстадийного дозирования .....	208
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 8 .....	211
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	215