

Министерство образования и науки Российской Федерации
ГОУ ВПО «Тамбовский государственный технический университет»

В.Ф. Калинин, В.М. Иванов, Е.А. Печагин

Трехфазные цепи в электрооборудовании

Учебно-методический комплекс
для студентов, инженеров, бакалавров и магистров электротехнических специальностей



Тамбов
Издательство ТГТУ
2007

УДК (621.039.637:544.013)(075.8)

ББК ← 211я73-5

К172

Рецензенты:

Заведующий кафедрой физики ТГУ им. Г.Р. Державина,
доктор физико-математических наук, профессор
В.А. Федоров

Доктор технических наук, профессор
кафедры «Биомедицинская техника» ТГТУ
Е.И. Глинкин

Калинин, В.Ф.

К172 Трехфазные цепи в электрооборудовании: учебно-методический комплекс / В.Ф. Калинин,

В.М. Иванов, Е.А. Печагин. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2007. – 72 с. – 150 экз. – ISBN 978-5-8265-0632-5.

Обобщены сведения о свойствах и методах анализа трехфазных электрических цепей. Большое внимание уделяется синтезу и диагностике данных цепей с заранее заданными характеристиками и способами экспериментального определения параметров реального промышленного электрооборудования.

Имеет достаточное количество разнообразных задач по данному направлению с решениями, что дает возможность его использования в направлении 140200 (551700) «Электроэнергетика» на различных уровнях подготовки, согласно обучающим учебным программам для инженеров, бакалавров и магистров электротехнических специальностей.

УДК (621.039.637:544.013)(075.8)

ББК ← 211я73-5

ISBN 978-5-8265-0632-5

© ГОУ ВПО «ТАМБОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» (ТГТУ), 2007

Учебное издание

КАЛИНИН Вячеслав Федорович,
ИВАНОВ Владимир Михайлович,
ПЕЧАГИН Евгений Александрович

ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ В ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИИ

Учебно-методический комплекс

Редактор О.М. Я р ц е в а
Компьютерное макетирование Е.В. К о р а б л е в о й

Подписано в печать 25.10.07
Формат 60 × 84/16. 4,19 усл. печ. л. Тираж 150 экз. Заказ № 683

Издательско-полиграфический центр
Тамбовского государственного технического университета
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

ВВЕДЕНИЕ

Жизнь современного человека и, тем более, цивилизованной страны немислима без электричества. Потоки электроэнергии, рождаясь на электростанциях, растекаются к городам и заводам, разбиваясь на ручьи, проникают в каждый дом, достигая самых удаленных электроприемников.

Устойчивость в работе энергосистем, надежность и безаварийность – одна из главных забот энергетиков. То, что отечественные энергосистемы продолжают функционировать, есть несомненная заслуга специалистов. Они внимательно управляют непрерывными процессами производства и распределения электроэнергии, бдительно защищают от повреждений и бережно поддерживают электрооборудование в исправном состоянии.

У истоков современных трехфазных электропередач стоял М.О. Доливо-Добровольский – русский инженер, ученый, отличавшийся широтой и тонкостью ума, умением практического воплощения идей и даром предвидеть будущее. Он занимался многими проблемами электротехники (в фирме, которая сегодня носит название *ABB*): машинами постоянного и переменного тока, измерительными приборами, электролизом, телефонией. Но главный итог его жизни – создание системы трехфазного тока.

Следует отметить, что знакомство электротехников с трехфазной системой проходило не без затруднений. Было непонятно, как это по трем проводам могут проходить три разных тока. Электрики в то время привыкли к тому, что каждый ток должен по одному проводу направляться к потребителю, а по второму – возвращаться. Доливо-Добровольский М.О. наглядно показал, что в системе с разностью фаз 120° ($2\pi/3$) алгебраическая сумма трех токов или напряжений в каждый момент времени равняется нулю.

Возможность получения вращающегося магнитного поля в электрических машинах банальными и надежными способами и очевидные практические достоинства стали важнейшими факторами, обеспечившими триумф трехфазной системы.

Благодаря изобретениям и усилиям М.О. Доливо-Добровольского трехфазная система убедительно продемонстрировала свои достоинства: короткозамкнутые асинхронные трехфазные двигатели неприхотливы, надежны и компактны; двигатели с фазным ротором позволяют регулировать пусковые токи и механические характеристики; трехфазные трансформаторы надежны и экономичны.

Достоинство трехфазной системы при дальних передачах больших мощностей были продемонстрированы в 1891 г. при испытаниях линии электропередачи в Германии от Лондонской гидроэлектростанции до города Франкфурт-на-Майне. Линия имела протяженность 170 км и была выполнена на деревянных опорах высотой 8...10 м, со средним пролетом 60 м. По линии передавалась мощность около 220 кВт при напряжении 15 кВ. Фактический КПД линии составил 0,75. Позже были проведены повторные испытания линии при напряжении 28,3 кВ, которые подтвердили, что при увеличении напряжения КПД линии возрастает.

Многие специалисты были восхищены блестящим комплексным решением проблемы передачи и распределения электрической энергии в трехфазной системе, и начался бурный процесс освоения линий более высокого напряжения и улучшения их параметров.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЯХ

Трехфазная электрическая цепь может быть представлена как совокупность трех однофазных цепей, в которой действуют ЭДС одной и той же частоты, сдвинутые относительно друг друга на одну треть периода или, что то же самое, на угол $2\pi/3$.

Эти три составные части трехфазной цепи называются фазами, и им будем приписывать буквенные обозначения *A*, *B*, *C*. Таким образом, термин «фаза» в электротехнике обозначает два понятия: угол, определяющий стадию периодического процесса, и составную часть трехфазной цепи.

Изобразим трехфазную цепь, фазы которой не связаны друг с другом (рис. 1). Такую трехфазную цепь называют несвязанной (в настоящее время не применяется).

Фазы *A*, *B*, *C* изображены под углом 120° для того, чтобы подчеркнуть, что напряжения источников u_A , u_B , u_C сдвинуты относительно друг другу на одну треть периода. Следовательно,

$$u_A = U_m \sin \omega t; \quad u_B = U_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right);$$

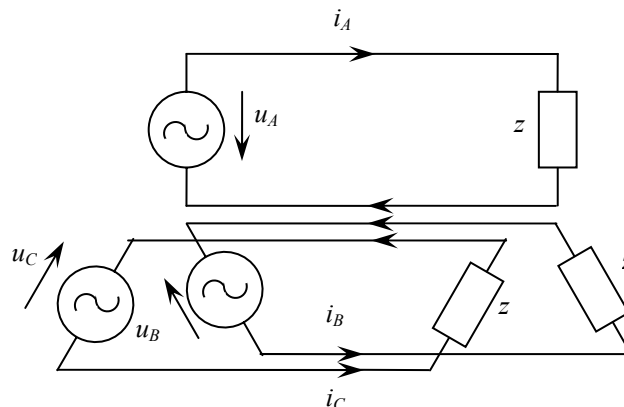


Рис. 1

$$u_C = U_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right).$$

Кривые, изображающие эти напряжения, показаны на рис. 2.

При равенстве амплитуд U_m напряжений и одинаковых сопротивлениях нагрузки z в фазах токи i_A, i_B, i_C также равны по величине и сдвинуты относительно друг друга на одну треть периода, образуя так называемый трехфазный ток. Сумма этих токов в любой момент времени равна нулю

$$i_A + i_B + i_C = 0.$$

Поэтому, если три провода, по которым токи возвращаются к источникам, объединить в один, то ток в этом проводе будет равен нулю. При отсутствии в проводе тока излишним в данном случае является и сам провод, от него можно отказаться, перейдя к схеме рис. 3.

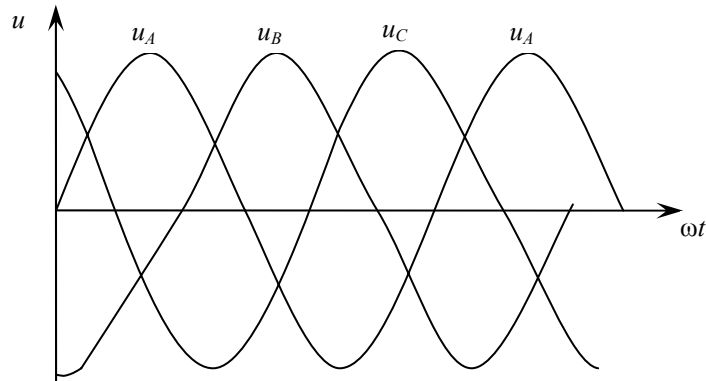


Рис. 2

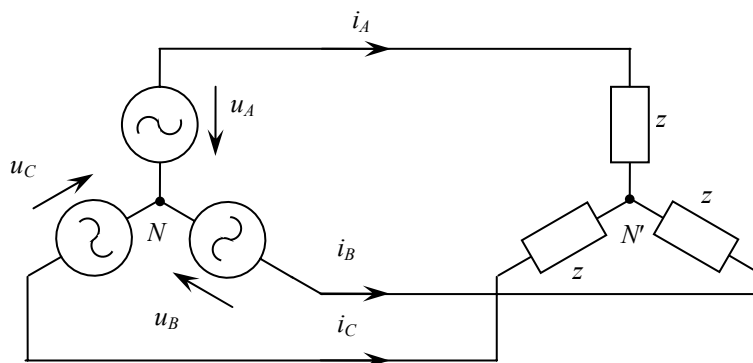


Рис. 3

В результате этого достигается экономия материала проводов, кроме того, по сравнению с несвязанной трехфазной цепью исключаются потери мощности от токов i_A, i_B, i_C в обратном проводе.

Трехфазная цепь рис. 3, фазы которой соединены электрически, представляет одну из разновидностей так называемых связанных трехфазных цепей.

Необходимо отметить, что для получения связанной трехфазной цепи не требуются отдельные однофазные генераторы, а используется один трехфазный генератор.

Обмотки трехфазного генератора могут быть соединены либо звездой, либо треугольником. При соединении звездой концы обмоток соединяют в общую точку, которую называют нейтральной. Начало обмоток обозначают A, B, C , концы – x, y, z (рис. 4, а). Начала обмоток соединяют с нагрузкой линейными проводами, по которым идут линейные токи.

Будем в дальнейшем пользоваться следующей терминологией: ЭДС, индуцируемые в обмотках генератора или трансформатора, напряжения на зажимах обмоток и токи в них называть фазными ЭДС, напряжениями и токами, а напряжения между линейными проводами и токи в них – линейными напряжениями и токами. На схеме (рис. 4, а) $U_{\phi A}, U_{\phi B}, U_{\phi C}$ – комплексы фазных напряжений генератора, U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} – комплексы линейных напряжений. Абсолютные значения этих напряжений являются их модулями, т.е.:

$$|U_{\phi A}| = |U_{\phi B}| = |U_{\phi C}| = U_{\phi};$$

$$|U_{AB}| = |U_{BC}| = |U_{CA}| = U_L.$$

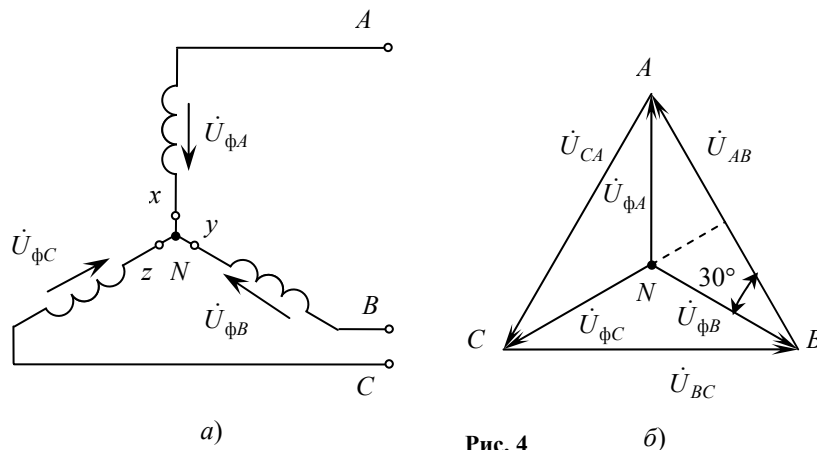


Рис. 4

Связь между линейными и фазными напряжениями устанавливается на основании второго закона Кирхгофа:

$$U_{AB} = U_A - U_B; U_{BC} = U_B - U_C; U_{CA} = U_C - U_A.$$

На рис. 4, б приведена топографическая векторная диаграмма линейных и фазных напряжений генератора.

Из векторной диаграммы следует, что при соединении генератора звездой линейные напряжения равны по величине и сдвинуты относительно друг друга на угол $2\pi/3$.

На основании геометрических соображений легко показать, что между фазными и линейными напряжениями при соединении звездой существует следующее соотношение

$$U_{л} = \sqrt{3}U_{\phi}.$$

Действительно из треугольника (рис. 4, б) следует

$$U_{AB} = 2U_{\phi B} \cos 30^\circ = 2U_{\phi B} \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}U_{\phi B}.$$

При соединении генератора треугольником конец первой фазы соединяется с началом второй фазы, конец второй – с началом третьей, конец третьей – с началом первой (рис. 5, а).

Топографическая диаграмма напряжений приведена на рис. 5, а. На рис. 5, б показана векторная диаграмма напряжений.

Общие точки соединенных обмоток генератора выводятся на зажимы, к которым присоединяются линейные провода или нагрузка.

Нагрузка (потребитель) в трехфазной цепи также может быть соединена звездой или треугольником.

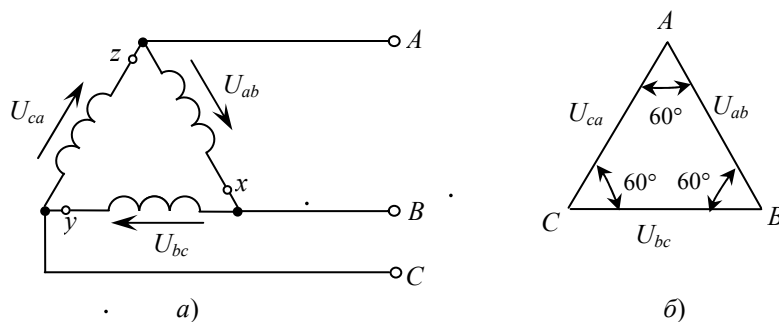


Рис. 5

СИММЕТРИЧНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ

Трехфазные цепи представляют собой разновидность цепей синусоидального тока, и поэтому расчет и исследование их производятся теми же методами, что и для однофазных цепей. Расчет трехфазной цепи, так же, как и расчет всякой сложной цепи, ведется обычно в комплексной форме. Ввиду того, что фазные ЭДС и напряжения генератора сдвинуты относительно друг друга на 120° , для краткости математической записи применяется фазовый оператор – комплексная величина

$$a = e^{j120^\circ} = \cos 120^\circ + j \sin 120^\circ = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Умножение вектора на оператор a означает поворот вектора на 120° в положительном направлении (против хода часовой стрелки), соответственно умножение вектора на a^2 означает поворот вектора на 240° в положительном направлении или, что то же самое, поворот вектора на 120° в отрицательном направлении

$$a^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Три вектора: 1 , a и a^2 – образуют симметричную трехфазную систему векторов. При этом: $1 + a + a^2 = 0$. При помощи оператора a можно, например, записать напряжения фаз трехфазной системы как

$$U_{\phi A}, U_{\phi B} = a^2 U_{\phi A}; U_{\phi C} = a U_{\phi A}.$$

На практике применяются различные комбинации соединений, например, генератор и нагрузка соединяются звездой, генератор может быть соединен звездой, а нагрузка – треугольником и т.д.

На рис. 6, *a* показано соединение нагрузки звездой. На схеме обозначены: I_A, I_B, I_C – линейные токи; U_A, U_B, U_C – фазные напряжения нагрузки; Z – сопротивления нагрузки.

В этой схеме комплексы фазных напряжений источника и комплексы фазных напряжений нагрузки соответствующих фаз равны между собой, т.е.:

$$U_{\phi A} = U_A; U_{\phi B} = U_B; U_{\phi C} = U_C.$$

Векторная диаграмма напряжений и токов имеет вид, показанный на рис. 6, *б*. Ток в каждой фазе отстает от напряжения той же фазы на угол

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R},$$

где R и X – активное и реактивное сопротивления фаз.

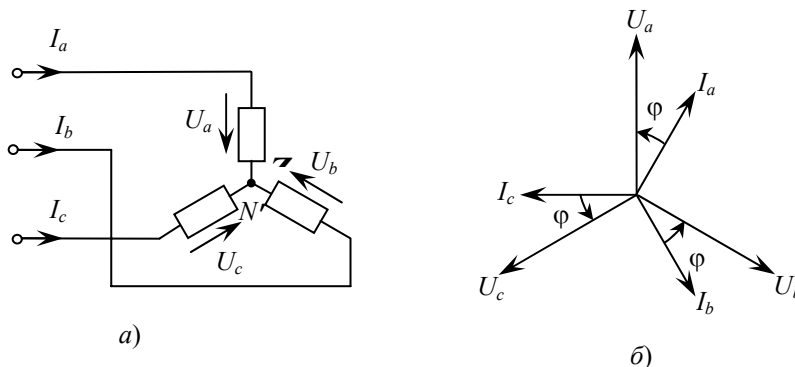


Рис. 6

Ток в каждой из фаз находят так же, как и в однофазной цепи. Например, в фазе A

$$I_A = \frac{U_A}{Z}.$$

Соответственно токи в фазах B и C выражаются через ток I_A :

$$I_B = e^{-j120^\circ} I_A; I_C = e^{j120^\circ} I_A.$$

Таким образом, при симметричном режиме работы трехфазной цепи задача сводится к расчету одной из фаз аналогично расчету однофазной цепи.

Линейное напряжение определяется как разности соответствующих фазных напряжений. Например:

$$U_{AB} = U_A - U_B = U_A(1 - a^2) = \sqrt{3}U_A \angle 30^\circ.$$

При соединении нагрузки треугольником (рис. 7, *a*) сопротивления отдельных фаз находятся под линейными напряжениями, поэтому фазные токи в них определяются по закону Ома:

$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{Z}; I_{BC} = \frac{U_{BC}}{Z} = a^2 I_{AB}; I_{CA} = \frac{U_{CA}}{Z} = a I_{AB}.$$

Линейные токи определяются на основании первого закона Кирхгофа. Так, линейный ток фазы A равен

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = I_{AB}(1 - a) = I_{AB}\sqrt{3}\angle -30^\circ,$$

т.е. линейный ток I_A отстает по фазе на 30° от тока I_{AB} , причем модуль его в $\sqrt{3}$ раз больше фазного тока I_{AB} .

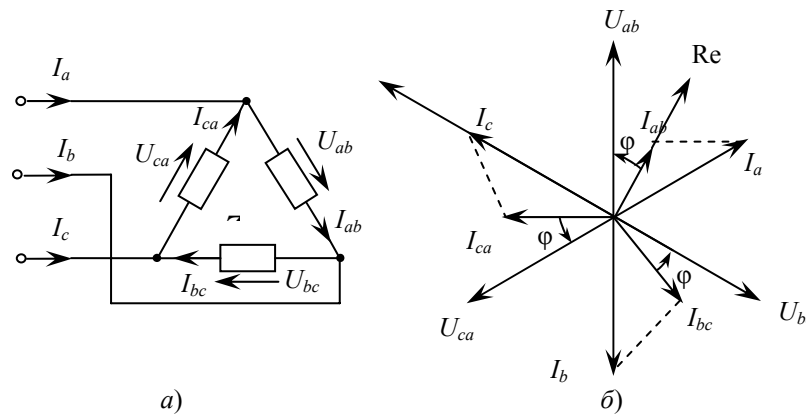


Рис. 7

Таким образом, при симметричном режиме работы цепи имеет место следующее соотношение

$$I_{л} = \sqrt{3}I_{\phi}.$$

Векторная диаграмма линейных напряжений и токов при соединении нагрузки треугольником показана на рис. 7, б. Как и при соединении звездой, угол сдвига фаз равен

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R}.$$

Активная мощность симметричной трехфазной цепи равна

$$P = 3U_{\phi}I_{\phi} \cos \varphi.$$

При соединении нагрузки звездой $U_{\phi} = \frac{U_{л}}{\sqrt{3}}$; $I_{\phi} = I_{л}$.

Поэтому активная мощность трехфазной цепи, выраженная через линейные токи и линейные напряжения,

$$P = 3 \frac{U_{л}}{\sqrt{3}} I_{л} \cos \varphi = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \cos \varphi.$$

При соединении нагрузки треугольником $U_{\phi} = U_{л}$; $I_{\phi} = \frac{I_{л}}{\sqrt{3}}$.

Активная мощность трехфазной цепи будет такой же:

$$P = 3 U_{л} \frac{I_{л}}{\sqrt{3}} \cos \varphi = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \cos \varphi.$$

Следовательно, независимо от схемы соединения нагрузки

$$P = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \cos \varphi.$$

Аналогично, реактивная мощность

$$Q = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \sin \varphi.$$

И полная мощность симметричной треугольной цепи

$$S = \sqrt{3} U_{л} I_{л}.$$

При этом коэффициент мощности определяется из соотношения

$$\cos \varphi = \frac{P}{S},$$

где φ – угол сдвига фазного тока относительно соответствующего фазного напряжения.

НЕСИММЕТРИЧНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ

Несимметричный режим работы трехфазной цепи имеет место в том случае, когда комплексные сопротивления отдельных фаз нагрузки не равны между собой, т.е. $Z_A \neq Z_B \neq Z_C$.

Расчет токов и напряжений при несимметричном режиме производится теми же методами, которые применяются для расчета сложных однофазных цепей. Рассмотрим несколько схем.

«Звезда-звезда» без нулевого провода. Схема, у которой источник и нагрузка соединены звездой, показана на рис. 8, а. Для расчета цепи целесообразно воспользоваться методом двух узлов, на основании которого напряжение смещения нейтрали, т.е. напряжение между нулевыми точками источника и нагрузки, равно

$$U_N = U_{N'N} = \frac{U_{\phi A} Y_A + U_{\phi B} Y_B + U_{\phi C} Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}.$$

Или, обозначив

$$U_{\phi A} = U_{\phi}; \quad U_{\phi B} = a^2 U_{\phi}; \quad U_{\phi C} = a U_{\phi},$$

получим

$$U_N = U_{\phi} \frac{Y_A + a^2 Y_B + a Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}. \quad (1)$$

Уравнение (1) позволяет по заданным фазным напряжениям генератора и сопротивлениям приемника $Z_A = \frac{1}{Y_A}$, $Z_B = \frac{1}{Y_B}$, $Z_C = \frac{1}{Y_C}$

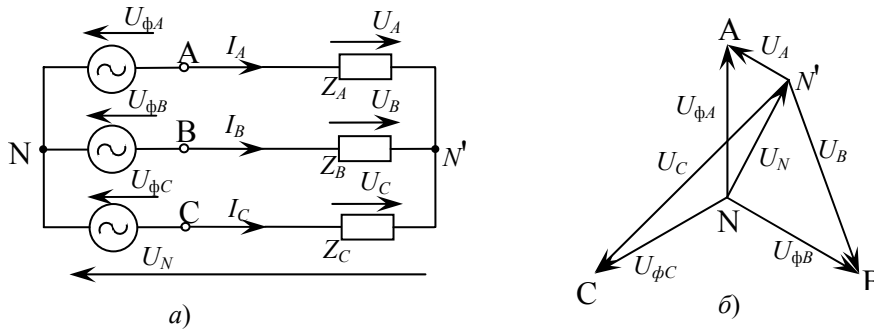


Рис. 8

определить напряжение смещения, нейтрали U_N , зная которое, легко найти напряжения на зажимах приемников и вычислить ток в каждом из них.

Имеем:

$$U_A = U_{\phi A} - U_N; \quad U_B = U_{\phi B} - U_N; \quad U_C = U_{\phi C} - U_N. \quad (2)$$

На рис. 8, б приведена топографическая диаграмма напряжений для некоторых конкретных значений Z_A, Z_B, Z_C .

Как видно из уравнений (2) и диаграммы, при неравномерной нагрузке фаз в системе без нулевого провода напряжения приемников не равны друг другу. На одних фазах может быть пониженное напряжение по сравнению с фазным, на других – повышенное, что является серьезным недостатком рассматриваемой схемы. Ее нельзя применять в тех случаях, когда нагрузка заведомо несимметрична, например, в осветительной сети.

Если заданы линейные напряжения U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} на зажимах нагрузки, то целесообразно пользоваться формулами, полученными подстановкой (1) в уравнения (2).

Имеем:

$$U_A = \frac{U_{AB} Y_B - U_{CA} Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C};$$

$$U_B = \frac{U_{BC} Y_C - U_{AB} Y_A}{Y_A + Y_B + Y_C};$$

$$U_C = \frac{U_{CA} Y_A - U_{BC} Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C}.$$

Мощность при несимметричной нагрузке, как и при симметричной, равна сумме мощностей отдельных фаз. Следовательно, активная мощность

$$P = P_A + P_B + P_C.$$

Аналогично, реактивная мощность равна сумме реактивных мощностей отдельных фаз

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C.$$

Поэтому полная или кажущаяся мощность трехфазной цепи может быть определена как

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad (4)$$

а коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P_A + P_B + P_C}{|S_A + S_B + S_C|}. \quad (5)$$

Здесь S_A, S_B, S_C – полные комплексные мощности отдельных фаз.

Пользуясь комплексной формой записи мощности, можно написать выражение для мощности трехфазной цепи, приведенной на рис. 8, а в функции линейных напряжений. Полная мощность

$$S = U_A^* I_A + U_B^* I_B + U_C^* I_C.$$

Исключая один из токов, например, I_B из условия

$$I_B = -I_A - I_C,$$

получим

$$S = (U_A - U_B)^* I_A + (U_C - U_B)^* I_C,$$

или

$$S = U_{AB}^* I_A + U_{CB}^* I_C. \quad (6)$$

Уравнение (6) справедливо и для нагрузки, соединенной в треугольник, так как оно определяется линейными напряжениями U_{AB} и U_{BC} . Круговой заменой индексов A, B, C в уравнении (6) можно получить выражения для других напряжений и токов мощности S .

«Звезда-звезда» с нулевым проводом (рис. 9). Одно из главных назначений нейтрального провода состоит в том, чтобы при несимметричной нагрузке выравнять фазные напряжения потребителей. Из схемы (рис. 9) следует:

$$U_A = U_{\phi A}; \quad U_B = U_{\phi B}; \quad U_C = U_{\phi C},$$

т.е. фазные напряжения источника равны фазным напряжениями нагрузки (потребителя).

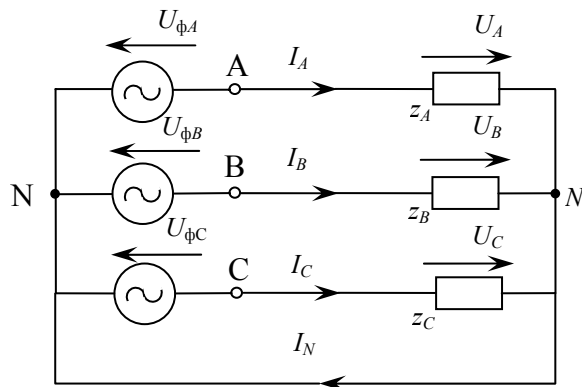


Рис. 9

Соединение нагрузки треугольником. При соединении нагрузки треугольником (рис. 7) токи в фазах находим на основании закона Ома:

$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{Z_{AB}}; \quad I_{BC} = \frac{U_{BC}}{Z_{BC}}; \quad I_{CA} = \frac{U_{CA}}{Z_{CA}}.$$

Таким образом, при соединении нагрузки треугольником, независимо от ее сопротивлений, напряжения на нагрузке равны линейным напряжениям источника.

ИЗМЕРЕНИЕ МОЩНОСТИ В ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ

Для измерения мощности в трехфазной цепи с нейтральным проводом простейшим является метод трех ваттметров (рис. 10). При таком соединении каждый из ваттметров измеряет активную мощность одной фазы приемника (нагрузки). Активная мощность всей трехфазной цепи равна сумме показаний трех ваттметров

$$P = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C.$$

Если нагрузка симметрична, достаточно произвести измерение одним ваттметром

$$P = 3P_W.$$

При отсутствии нейтрали провода достаточно иметь два ваттметра. В соответствии с (6) для схемы рис. 11 комплекс мощности всей цепи может быть записан как

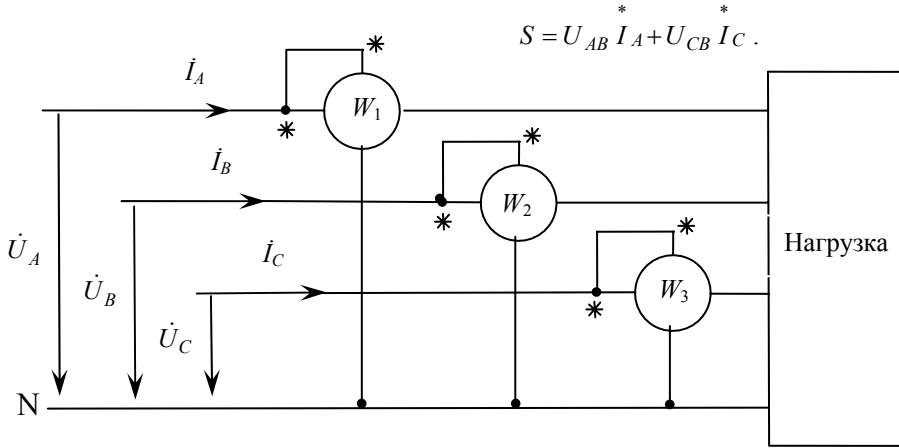


Рис. 10

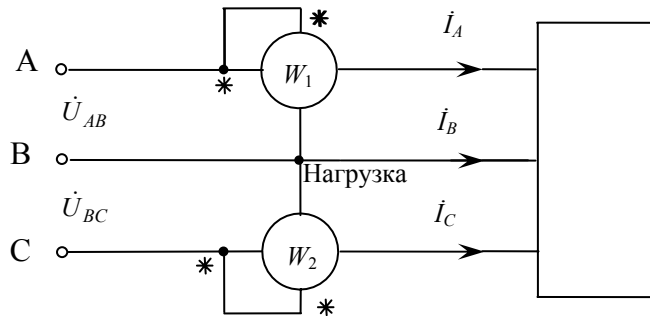


Рис. 11

При выводе формулы (6) не делалось никаких предположений о симметрии цепи, следовательно, данный метод измерения двумя ваттметрами применим как в случае симметричной, так и в случае несимметричной трехфазной системы.

Показания ваттметров следующие:

$$P_{W_1} = \operatorname{Re} \left[U_{AB} I_A^* \right] = U_{AB} I_A \cos(\widehat{U}_{AB} I_A);$$

$$P_{W_2} = \operatorname{Re} \left[U_{CB} I_C^* \right] = U_{CB} I_C \cos(\widehat{U}_{CB} I_C).$$

Мощность всей трехфазной цепи

$$P = P_{W_1} + P_{W_2},$$

т.е. сумме показаний отдельных ваттметров.

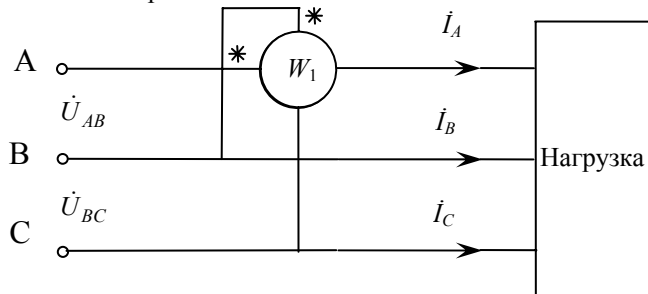


Рис. 12

Измерение реактивной мощности в трехфазных цепях производится с помощью специальных измерителей реактивной мощности, подобных по устройству ваттметрам. В симметричной трехфазной цепи измерение реактивной мощности может быть произведено, кроме того, с помощью ваттметров активной мощности. В этом случае ваттметр может быть включен в схему, как показано на рис. 12

Поскольку при симметричной нагрузке как при соединении треугольником, так и при соединении звездой, угол между линейным напряжением U_{BC} и линейным током I_A равен $90^\circ - \varphi$, то показание ваттметра будет

$$P_W = U_{BC} I_A \cos(\varphi - 90^\circ) = U_{BC} I_A \sin \varphi.$$

Для получения суммарной реактивной мощности показание ваттметра нужно умножить на $\sqrt{3}$

$$Q = \sqrt{3} P_W = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \sin \varphi,$$

где

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X}{R}.$$

В данном случае $X > 0$, т.е. нагрузка носит индуктивный характер.

ТРЕХФАЗНОЕ ВРАЩАЮЩЕЕСЯ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Большим достоинством трехфазных систем является легкость получения вращающегося магнитного поля. Это дает возможность создания большого класса трехфазных электрических машин переменного тока – генераторов и двигателей.

Пусть через катушку, показанную на рис. 13, проходит синусоидальный ток i . Катушка условно изображена в виде витка, причем точка и крестик указывают направление тока: точкой обозначено острие, а крестиком – конец стрелки. По правилу буравчика определено направление вектора

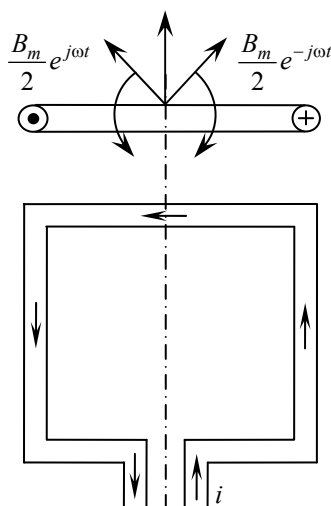


Рис. 13

магнитной индукции B . В среде с постоянной магнитной проницаемостью магнитная индукция в любой точке поля пропорциональна по величине току, создающему магнитное поле. Поэтому, если $i = I_m \cos \omega t$, то и B также изменяется по закону $B = B_m \cos \omega t$ (B_m – максимальное значение магнитной индукции в центре катушки), когда ток отрицателен, вектор магнитной индукции имеет противоположное направление.

Таким образом, магнитное поле изменяется (пульсирует) вдоль оси катушки. Такое магнитное поле катушки называется *пульсирующим*.

Условимся круговым вращающимся магнитным полем называть магнитное поле, ось которого равномерно вращается, причем значение магнитной индукции на этой оси неизменно. Легко убедиться в том, что магнитное поле, пульсирующее по закону синуса или косинуса, может рассматриваться как результат наложения двух полей, вращающихся в противоположные стороны со скоростью, равной угловой частоте переменного тока, и имеющих амплитуду, вдвое меньшую амплитуды пульсирующего поля (см. рис. 13). Действительно, если косинусоидальную функцию выразить через экспоненциальную в виде

$$\cos \omega t = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2},$$

то магнитная индукция запишется как

$$B = \frac{B_m}{2} e^{j\omega t} + \frac{B_m}{2} e^{-j\omega t},$$

где $e^{j\omega t}$ – единичный вектор, вращающийся с угловой скоростью ω в положительном направлении (против движения часовой стрелки), вектор с отрицательным показателем вращается в противоположную сторону.

Расположим три одинаковые катушки таким образом, чтобы их оси были сдвинуты друг относительно друга в пространстве на угол 120° (рис. 14, а), и подключим эти катушки к симметричной трехфазной цепи. Тогда через катушки будут протекать токи:

$$i_A = I_m \cos \omega t; \quad i_B = I_m \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$i_C = I_m \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right).$$

Направлениям токов i_A, i_B, i_C , обозначенным на рис. 14, а с помощью точек и крестиков, соответствуют по правилу буравчика указанные стрелками направления магнитных потоков (векторов индукций).

При пропорциональной зависимости индукции от токов мгновенные значения индукций фаз выразятся следующим образом:

$$B_A = B_m \cos \omega t; \quad B_B = B_m \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$B_C = B_m \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right),$$

где B_m – амплитуда индукции на оси каждой из катушек.

На рис. 14, б показано положение результирующего вектора для различных моментов времени.

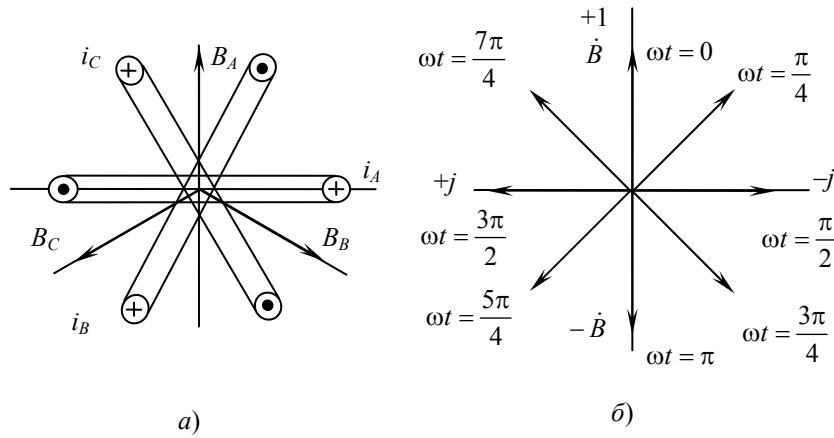


Рис. 14

Заменяя косинусоидальные функции на экспоненциальные, получим:

$$B_A = \frac{B_m}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t});$$

$$B_B = \frac{B_m}{2} \left[e^{j\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)} \right];$$

$$B_C = \frac{B_m}{2} \left[e^{j\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)} \right].$$

Каждое из уравнений системы (7) выражает собой пульсирующее магнитное поле. Чтобы осуществить направление этих полей в соответствии с рис. 14, а, достаточно представить индукции B_B и B_C в комплексной форме:

$$B_B = B_B e^{-j\frac{2\pi}{3}}; \quad B_C = B_C e^{j\frac{2\pi}{3}}. \quad (8)$$

Тогда, с учетом (7) и (8), получим:

$$B_A = \frac{B_m}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t});$$

$$B_B = \frac{B_m}{2} \left[e^{j\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)} + e^{-j\omega t} \right];$$

$$B_C = \frac{B_m}{2} \left[e^{j\left(\omega t - \frac{8\pi}{3}\right)} + e^{-j\omega t} \right].$$

Результирующий вектор индукции находится сложением векторов B_A, B_B, B_C .

В силу того, что сумма трех единичных векторов $1, e^{-j\frac{4\pi}{3}}, e^{-j\frac{8\pi}{3}}$ равна нулю, результирующая индукция принимает вид

$$B = \frac{3}{2} B_m e^{-j\omega t}. \quad (9)$$

Полученное выражение (9) показывает, что результирующий вектор магнитного поля имеет постоянный модуль, равный $1,5B_m$, и равномерно вращается с угловой скоростью ω от оси фазы A по направлению к оси фазы B и т.д., или по ходу часовой стрелки, т.е. имеет место вращающееся магнитное поле.

Для изменения направления вращения поля достаточно поменять местами токи в каких-нибудь двух катушках, например, токи i_B и i_C .

За один период переменного тока такое магнитное поле совершит один оборот, а за 1 мин – 60 оборотов.

Известно устройство для получения кругового вращающегося магнитного поля при помощи двух катушек, плоскости которых смещены в пространстве на угол 60° (заявка на изобретение № 2633114/07 от 16 июня 1978 г.)

При подведении к схеме рис. 15 трехфазной системы напряжений возникают токи i_1 и i_2 , создающие магнитные поля, индукции которых соответственно равны:

$$B_1 = B_m \cos \omega t;$$

$$B_2 = B_m \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right).$$

Результирующий вектор индукции находится сложением векторов:

$$B_1 = \frac{B_m}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) e^{-j\pi/6}$$

и

$$B_2 = \frac{B_m}{2} \left(e^{j\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)} \right) e^{j\pi/6}.$$

После простых преобразований получим

$$B = \frac{\sqrt{3}}{2} B_m e^{j(\omega t - \pi/6)}. \quad (10)$$

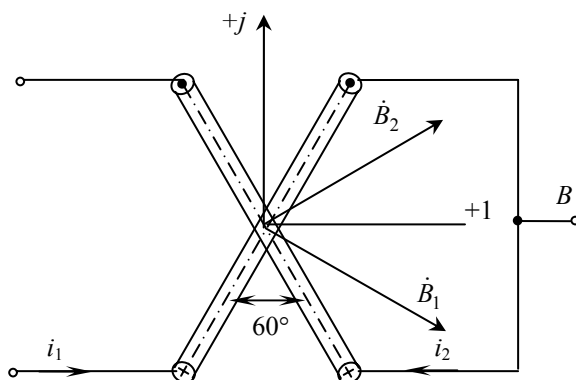


Рис. 15

Это выражение показывает, что результирующий вектор магнитной индукции вращается с угловой скоростью ω , причем значение индукции на оси неизменно равно $\frac{\sqrt{3}}{2} B_m$, т.е. получается круговое магнитное вращающееся поле.

НЕСИНУСОИДАЛЬНЫЕ ТОКИ В ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ

Если в трех одинаковых фазах обмотки трехфазного генератора переменного тока индуцируются одинаковые несинусоидальные напряжения, например, содержащие третью гармонику, то напряжение фазы *A* можно представить в виде

$$u_{\phi A} = U_{1m} \sin \omega t + U_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3).$$

Напряжения во второй и третьей фазах получаются путем замены в этом уравнении ωt соответственно на $\omega t - \frac{2\pi}{3}$ и $\omega t - \frac{4\pi}{3}$. Это дает

$$u_{\phi B} = U_{1m} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + U_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3);$$

$$u_{\phi C} = U_{1m} \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) + U_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3).$$

Таким образом, в то время как основные гармоники смещены по фазе друг относительно друга на 120° , высшие гармоники во всех трех направлениях совпадают по фазе. Поэтому в линейных напряжениях (проводах) высших гармонических не будет, и они будут синусоидальными (если, конечно, фазные напряжения не содержат пятой или седьмой гармоники).

Если три одинаковые фазы нагрузки подключены к генератору по схеме звезды, то на нагрузку будут действовать синусоидальные напряжения. Схемы для третьей гармоники показана на рис. 16.

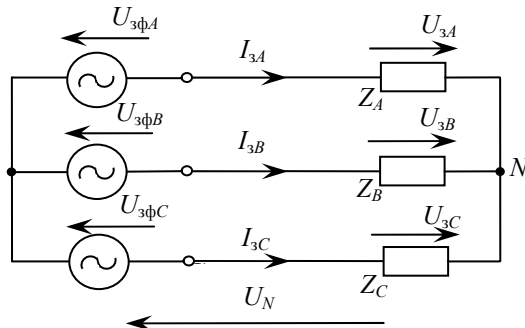


Рис. 16

Здесь

$$u_N = u_{3\phi A} = u_{3\phi B} = u_{3\phi C} = u_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3).$$

При этом легко показать, что $i_{3A} = i_{3B} = i_{3C} = 0$.

Поэтому

$$u_{3A} = u_{3B} = u_{3C} = 0.$$

Если нулевые точки генератора и нагрузки соединить между собой, как это показано на рис. 9, то через линейные провода и нулевой провод будет циркулировать ток утроенной частоты. Он создает в фазах нагрузки падение напряжения утроенной частоты и, таким образом, делает несинусоидальным также напряжение на нагрузке.

МЕТОД СИММЕТРИЧНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ

ДЛЯ РАСЧЕТА НЕСИММЕТРИЧНЫХ ТРЕХФАЗНЫХ СИСТЕМ

Запишем действующие значения симметричной системы ЭДС

$$\dot{E}_A = E_A;$$

$$\dot{E}_B = \dot{E}_B e^{-j\frac{2\pi}{3}};$$

$$\dot{E}_C = \dot{E}_C e^{-j\frac{4\pi}{3}}.$$

Обозначим

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2},$$

тогда

$$a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$a^3 = e^{j2\pi} = 1;$$

$$a^4 = a;$$

$$1 + a + a^2 = 0.$$

Симметричную трехфазную систему ЭДС можно записать в виде:

$$\dot{E}_A; \quad \dot{E}_B = a^2 \dot{E}_A; \quad \dot{E}_C = a \dot{E}_A.$$

Как видно из рис. 17, ЭДС в фазах проходит через максимум в алфавитном порядке фаз (A, B, C, A, B, C, \dots). Такую систему называют симметричной системой прямой последовательности.

Симметричную систему обратной последовательности, в которой ЭДС проходит через максимум в обратном алфавитном порядке фаз (A, C, B, A, C, B, \dots), можно записать в виде:

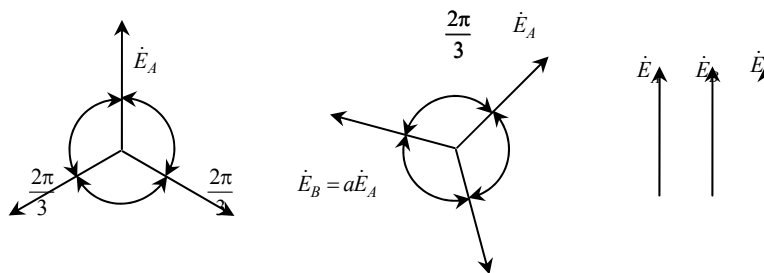


Рис. 17

$$\dot{E}_A; \quad \dot{E}_B = a \dot{E}_A; \quad \dot{E}_C = a^2 \dot{E}_A.$$

Симметричную систему нулевой последовательности, в которой все три ЭДС проходят через максимум амплитуды одновременно, записывают в виде

$$\dot{E}_A = \dot{E}_B = \dot{E}_C.$$

Любую несимметричную трехфазную систему ЭДС, напряжений или токов, например, $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ можно представить в виде суммы трех симметричных трехфазных систем: нулевой ($\dot{E}_0; \dot{E}_0; \dot{E}_0$), прямой ($\dot{E}_1; a^2 \dot{E}_1; a \dot{E}_1$) и обратной ($\dot{E}_2; a \dot{E}_2; a^2 \dot{E}_2$) последовательности, которые называют симметричными составляющими данной несимметричной трехфазной системы (рис. 18):

$$\begin{cases} \dot{E}_A = \dot{E}_0 + \dot{E}_1 + \dot{E}_2; \\ \dot{E}_B = \dot{E}_0 + a^2 \dot{E}_1 + a \dot{E}_2; \\ \dot{E}_C = \dot{E}_0 + a \dot{E}_1 + a^2 \dot{E}_2. \end{cases} \quad (11)$$

Из уравнения (11) можно выразить \dot{E}_0 , \dot{E}_1 и \dot{E}_2 через \dot{E}_A , \dot{E}_B и \dot{E}_C , если учесть, что

$$1 + a + a^2 = 0; \quad a^3 = 1; \quad a^4 = a.$$

Для получения \dot{E}_0 следует сложить равенства (11) и разделить полученную сумму на три.

Для получения \dot{E}_1 следует, оставив первое равенство без умножения, умножить второе равенство на a и третье – на a^2 , затем сложить три полученных равенства и разделить сумму на три.

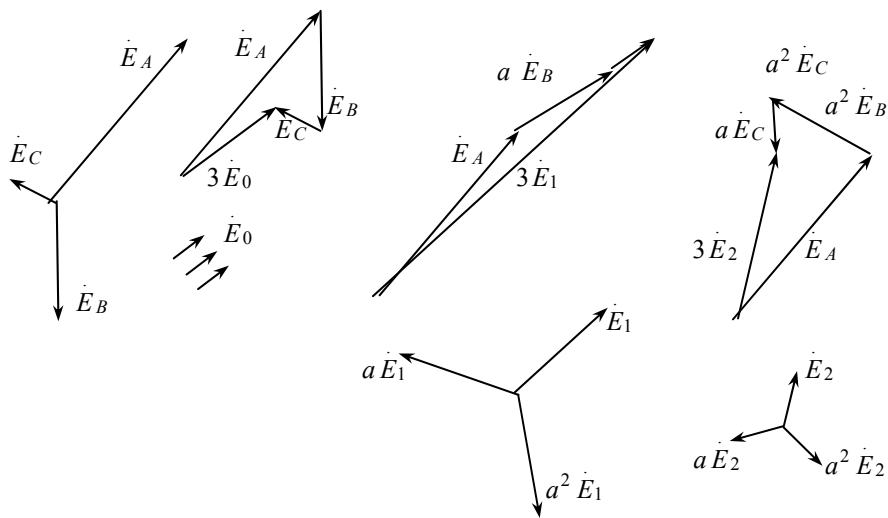


Рис. 18

Для получения \dot{E}_2 следует, оставив первое равенство (11) без умножения, умножить второе равенство на a^2 и третье – на a , затем сложить три полученных равенства и разделить сумму на три:

$$\begin{cases} \dot{E}_0 = \frac{1}{3}(\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C); \\ \dot{E}_1 = \frac{1}{3}(\dot{E}_A + a\dot{E}_B + a^2\dot{E}_C); \\ \dot{E}_2 = \frac{1}{3}(\dot{E}_A + a^2\dot{E}_B + a\dot{E}_C). \end{cases} \quad (12)$$

Получили формулы прямой, обратной и нулевой последовательностей линейных и фазных напряжений сети, по которым представляется возможным рассчитывать указанные симметричные составляющие на основании результатов измерения линейных и фазных напряжений обычными вольтметрами и создавать автоматические устройства непрерывного контроля указанных симметричных составляющих.

На рис. 19, а показан участок сети с указанием положительных направлений линейных U_{CA} , U_{AB} , U_{BC} , и фазных U_A , U_B , U_C напряжений, а на рис. 19, б представлена векторная диаграмма линейных напряжений.

Примем следующие обозначения:

$$U_{AB} = U_{AB}; \quad U_{BC} = U_{BC}e^{j\alpha}; \quad U_{CA} = U_{CA}e^{j\beta}.$$

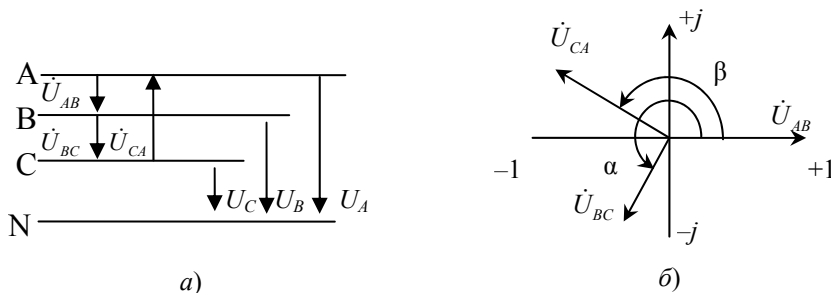


Рис. 19

Тогда на основании метода симметричных составляющих для обратной последовательности напряжения U_{AB} можем записать

$$U_{AB2} = \frac{1}{3} \cdot (U_{AB} + a^2 U_{BC} e^{j\alpha} + a U_{CA} e^{j\beta}), \quad (13)$$

где $a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$, $a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$ — фазный множитель.

Перепишем уравнение (13)

$$3U_{AB2} = U_{AB} + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) U_{BC} e^{j\alpha} + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) U_{CA} e^{j\beta}.$$

Можно показать, что модуль этого комплекса равен

$$9U_{AB2}^3 = U_{AB}^3 + U_{BC}^2 + U_{CA}^2 - U_{AB}U_{CA}(\cos\beta + \sqrt{3}\sin\beta) - U_{AB}U_{BC}(\cos\alpha - \sqrt{3}\sin\alpha) - U_{BC}U_{CA}\cos(\alpha - \beta) - \sqrt{3}\sin(\beta - \alpha). \quad (14)$$

Так как сумма комплексов линейных напряжений получена из рассмотрения треугольника на рис. 20.

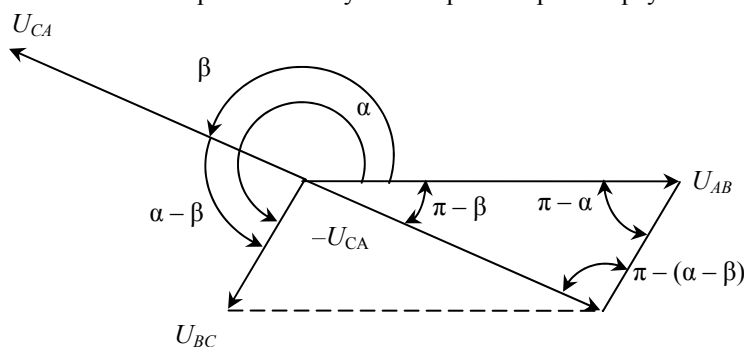


Рис. 20

Из треугольника по теореме косинусов имеем:

$$\cos(\alpha - \pi) = \frac{U_{AB}^2 + U_{BC}^2 - U_{CA}^2}{2U_{AB}U_{CA}} = -\cos\alpha; \quad (15)$$

$$\cos(\pi - \beta) = \frac{U_{AB}^2 + U_{CA}^2 - U_{BC}^2}{2U_{AB}U_{CA}} = -\cos\beta; \quad (16)$$

$$\cos(\pi - (\alpha - \beta)) = \frac{U_{BC}^2 + U_{CA}^2 - U_{AB}^2}{2U_{BC}U_{CA}} = -\cos(\alpha - \beta). \quad (17)$$

Следовательно, можем записать

$$\sin(\alpha - \pi) = -\sin\alpha;$$

$$\sin\alpha = -\sqrt{1 - \cos^2\alpha}. \quad (18)$$

По теореме синусов

$$\frac{U_{AB}}{\sin(\pi - (\alpha - \beta))} = \frac{U_{BC}}{\sin(\pi - \beta)} = -\frac{U_{CA}}{\sin(\alpha - \pi)}.$$

Или

$$\frac{U_{AB}}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{U_{BC}}{\sin \beta} = -\frac{U_{CA}}{\sin \alpha}.$$

Таким образом, с учетом (15) имеем

$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{(U_{AB}^2 + U_{BC}^2 - U_{CA}^2)^2}{4U_{AB}^2 + U_{BC}^2}}. \quad (19)$$

Подставляя (15) – (18) в (14) и производя несложные преобразования, с учетом (19) получим окончательное выражение для обратной последовательности линейного напряжения в функции его модулей

$$U_{AB2} = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{U_{AB}^2 + U_{BC}^2 + U_{CA}^2 - \sqrt{3} \sqrt{4U_{AB}^2 U_{BC}^2 - (U_{AB}^2 + U_{BC}^2 - U_{CA}^2)^2}}. \quad (20)$$

Аналогично можно найти уравнение для напряжения прямой последовательности. Действительно,

$$U_{AB1} = \frac{1}{3} \cdot (U_{AB} + aU_{BC}e^{j\alpha} + a^2U_{CA}e^{j\beta}).$$

Квадрат модуля этого комплекса равен

$$9U_{AB1}^2 = U_{AB}^2 + U_{BC}^2 + U_{CA}^2 - U_{AB}U_{BC}(\cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha) - U_{AB}U_{CA}(\cos \beta - \sqrt{3} \sin \beta) - U_{BC}U_{CA}(\cos(\alpha - \beta) - \sqrt{3} \sin(\alpha - \beta)). \quad (21)$$

Подставляя (15) – (18) в (21), получим уравнение для определения напряжения прямой последовательности

$$U_{AB1} = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{U_{AB}^2 + U_{BC}^2 + U_{CA}^2 + \sqrt{3} \sqrt{4U_{AB}^2 U_{BC}^2 - (U_{AB}^2 + U_{BC}^2 - U_{CA}^2)^2}}. \quad (22)$$

Уравнения (20) и (22) являются основными для расчета симметричных составляющих прямой и обратной последовательности несимметричных линейных напряжений.

Так как соотношения между симметричными составляющими фазных и линейных напряжений являются такими же, как и соотношения между действительными фазными и линейными напряжениями, то симметричные составляющие прямой и обратной последовательности фазных напряжений найдем из выражений:

$$U_{A1} = \frac{1}{\sqrt{3}} e^{-j\frac{\pi}{6}} U_{AB1}; \quad U_{A2} = \frac{1}{\sqrt{3}} e^{j\frac{\pi}{6}} U_{AB2}.$$

Для получения нулевой последовательности фазных напряжений рассмотрим векторную диаграмму рис. 21.

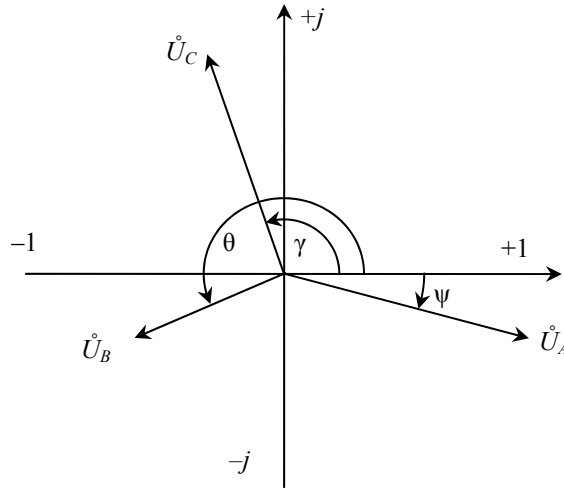


Рис. 21

Запишем фазные напряжения в комплексной форме:

$$U_A = U_A(\cos \alpha + j \sin \alpha); \quad U_B = U_B(\cos \beta + j \sin \beta); \\ U_C = U_C(\cos \gamma + j \sin \gamma).$$

Система линейных напряжений независимо от вида схемы определяется через фазные напряжения:

$$U_{AB} = U_A - U_B; \quad U_{BC} = U_B - U_C; \quad U_{CA} = U_C - U_A.$$

Причем

$$U_{AB} + U_{BC} + U_{CA} = 0.$$

На основании метода симметричных составляющих утроенное напряжение нулевой последовательности равно

$$\begin{aligned} 3U_0 &= U_A(\cos\alpha + j\sin\alpha) + U_B(\cos\beta + j\sin\beta) + U_C(\cos\gamma + j\sin\gamma) = \\ &= U_A \cos\alpha + U_B \cos\beta + U_C \cos\gamma + j(U_A \sin\alpha + U_B \sin\beta + U_C \sin\gamma). \end{aligned}$$

Модуль последнего выражения после простых преобразований будет выглядеть так

$$\begin{aligned} 9U_0^2 &= U_A^2 + U_B^2 + U_C^2 + 2U_C U_B \cos(\alpha - \beta) + \\ &+ 2U_B U_C \cos(\beta - \gamma) + 2U_C U_A \cos(\alpha - \gamma). \end{aligned}$$

С другой стороны, линейное напряжение U_{AB} , выраженное через фазные напряжения U_A и U_B , можно записать

$$\begin{aligned} U_{AB} &= U_A(\cos\alpha + j\sin\alpha) - U_B(\cos\beta + j\sin\beta) = \\ &= U_A \cos\alpha - U_B \cos\beta + j(U_A \sin\alpha - U_B \sin\beta). \end{aligned}$$

Его модуль

$$U_{AB}^2 = U_A^2 + U_B^2 - 2U_A U_B \cos(\alpha - \beta).$$

Таким образом,

$$2U_A U_B \cos(\alpha - \beta) = U_A^2 + U_B^2 - U_{AB}^2. \quad (25)$$

Аналогично получим уравнения для линейных напряжений U_{BC} и U_{AC} :

$$2U_B U_C \cos(\beta - \gamma) = U_B^2 + U_C^2 - U_{BC}^2; \quad (26)$$

$$2U_A U_C \cos(\alpha - \gamma) = U_A^2 + U_C^2 - U_{CA}^2. \quad (27)$$

Подставляя уравнения (25) – (27) в (23), имеем

$$9U_0^2 = 3U_A^2 + 3U_B^2 + U_C^2 - U_{AB}^2 - U_{BC}^2 - U_{CA}^2.$$

И окончательно искомое напряжение нулевой последовательности фазных напряжений будет определяться формулой

$$U_0 = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot (U_A^2 + U_B^2 + U_C^2) - \frac{1}{9} \cdot (U_{AB}^2 + U_{BC}^2 + U_{CA}^2)}. \quad (28)$$

В частном случае, когда система линейных напряжений симметрична, т.е. $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L$, из (28) получим

$$U_0 = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot (U_A^2 + U_B^2 + U_C^2 - U_L^2)}. \quad (29)$$

На рис. 22 дана схема фильтра для выделения составляющих прямой или обратной последовательности системы токов, составляющая нулевой последовательности которой равна нулю. Определим условия, которым следует подчинить полные сопротивления Z_{ab} и Z_{bc} элементов этой цепи, причем полное сопротивление амперметра обозначим через Z_{ca} . На основании законов Кирхгофа имеем:

$$I_{ab} Z_{ab} + I_{bc} Z_{bc} + I_{ca} Z_{ca} = 0;$$

$$I_{ab} = I_a + I_{ca}; \quad I_{bc} = I_c + I_{ca},$$

откуда

$$I_{ca} = -\frac{I_a Z_{ab} + I_c Z_{bc}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}}.$$

Так как составляющая нулевой последовательности системы линейных токов по условию равна нулю, то, выражая токи I_c и I_a через составляющие прямой и обратной последовательностей I_1 и I_2 , получим

$$I_a = I_1 + I_2; \quad I_c = aI_1 + a^2 I_2.$$

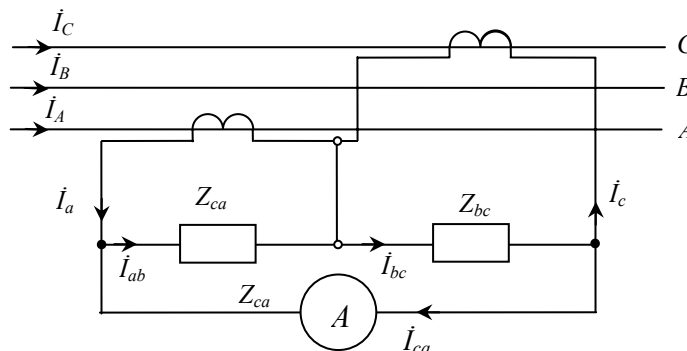


Рис. 22

и, подставив эти значения в выражение для I_{ca} , найдем

$$I_{ca} = -\frac{I_1(Z_{ab} + aZ_{bc}) + I_2(Z_{ab} + a^2Z_{bc})}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}}.$$

Из этого выражения следует, что ток I_{ca} , проходящий через амперметр, не зависит от составляющей обратной последовательности и пропорционален составляющей прямой последовательности, если выполнены условия

$$Z_{ab} + a^2Z_{bc} = 0,$$

или

$$Z_{ab} = -a^2Z_{bc} = Z_{bc}e^{j\pi/3}, \quad (30)$$

и не зависит от составляющей прямой последовательности и пропорционален составляющей обратной последовательности, если выполнены условия

$$Z_{ab} + aZ_{bc} = 0,$$

или

$$Z_{bc} = -a^2Z_{ab} = Z_{ab}e^{j\pi/3}.$$

Фильтр для выделения составляющей прямой последовательности логично получить при

$$Z_{bc} = R; \quad Z_{ab} = R' + jX.$$

Нетрудно показать, что равенство (30) будет выполняться при

$$R' = \frac{1}{2}R; \quad X = \frac{\sqrt{3}}{2}R.$$

На рис. 23, а показана схема, в которой реализуются указанные условия.

Фильтр для выделения составляющей обратной последовательности получим, взяв

$$Z_{ab} = R; \quad Z_{bc} = R' + jX.$$

Равенство (30), как и ранее, будет выполняться при

$$R' = \frac{1}{2}R; \quad X = \frac{\sqrt{3}}{2}R.$$

На рис. 23, б показана схема для выделения составляющей обратной последовательности.

Как уже отмечалось, величина напряжения нулевой последовательности равна одной трети суммы фазных напряжений,

т.е.

$$U_0 = \frac{1}{3} \cdot (U_A + U_B + U_C). \quad (31)$$

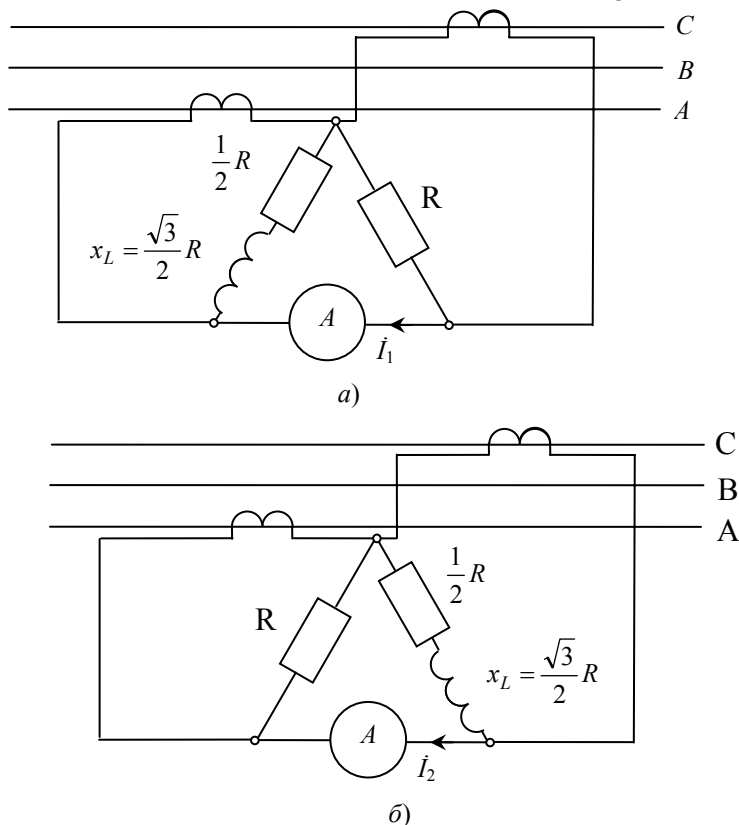


Рис. 23

Это соотношение используется при измерении напряжения нулевой последовательности. Три однофазных трансформатора напряжения соединяются, как показано на рис. 24, причем первичные обмотки соединяются звездой, а общая точка подсоединяется к нейтрали. Вторичные обмотки трансформаторов соединяются открытым треугольником, благодаря чему напряжение на зажимах треугольника пропорционально сумме вторичных фазных напряжений. Вольтметр, показанный на схеме, используется для измерений данного напряжения

$$U_V = U_a + U_b + U_c,$$

а при соответствующей градуировке его можно использовать для измерения напряжения нулевой последовательности: $U_V \equiv U_0$.

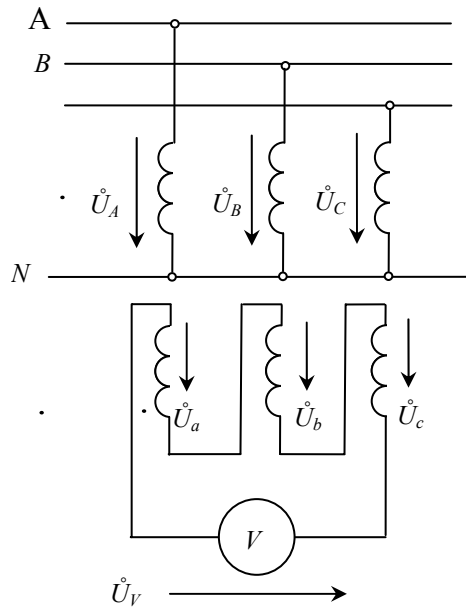


Рис. 24

Напряжение нулевой последовательности можно также измерить при помощи схемы, показанной на рис. 25. Три индуктивные катушки с равными сопротивлениями Z соединены звездой и подсоединены к трем фазам линии. Общая точка звезды подсоединена через вольтметр к нейтрали. Напряжение на вольтметре U_V можно определить из следующих соотношений:

$$U'_A - U_V - U_A = 0;$$

$$U'_B - U_V - U_B = 0;$$

$$U'_C - U_V - U_C = 0.$$

Сложив эти уравнения и учтя, что

$$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 3\dot{U}_0; \quad U'_A + U'_B + U'_C = 3U'_0,$$

получим

$$U_V = U'_0 - U_0.$$

Напряжение U'_0 определяется асимметрией фазных напряжений источника питания линии. Эта система, как правило, симметрична. Поэтому показание вольтметра равно напряжению нулевой последовательности $U_V = U_0$.

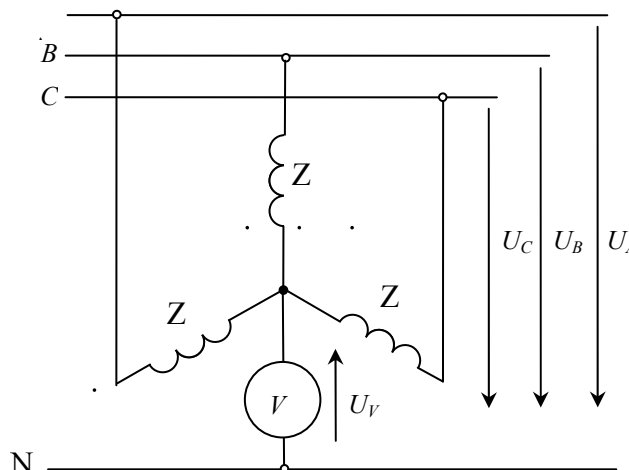


Рис. 25

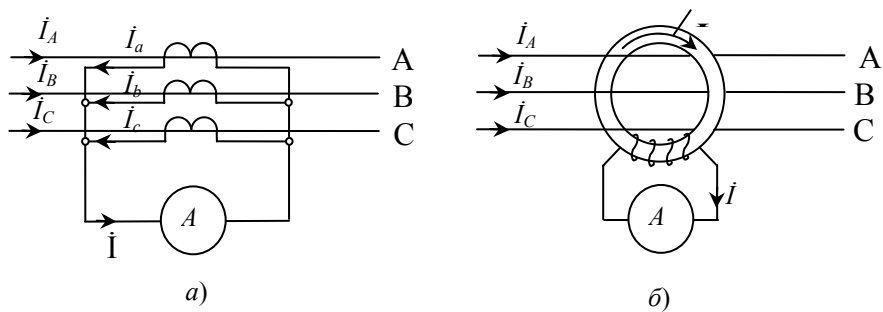


Рис. 26

Аналогично (31) ток нулевой последовательности можно представить в виде

$$\dot{i}_0 = \frac{1}{3} \cdot (\dot{i}_A + \dot{i}_B + \dot{i}_C). \quad (32)$$

Поэтому для измерения токов нулевой последовательности необходимо использовать три трансформатора тока, вторичные обмотки которых соединяются параллельно (рис. 26, а). Через амперметр А, подсоединенный к концам трех вторичных обмоток, проходит ток, соответствующий сумме токов:

$$I = I_a + I_b + I_c,$$

и следовательно, его можно отградуировать на показание тока нулевой последовательности, т.е. $I \equiv I_0$.

Для этой же цели часто используется один кольцевой трансформатор, сердечник которого охватывает три провода (рис. 26, б). В этой схеме происходит суммирование магнитных потоков, создаваемых токами трех фаз I_A, I_B, I_C . Поэтому ЭДС, индуцируемая вторичной обмоткой кольцевого трансформатора, пропорциональна результирующему магнитному потоку Φ , а показание амперметра, как и в схеме рис. 26, а, пропорционально току нулевой последовательности.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. В качестве примера применения формул (3) рассмотрим схему фазоуказателя, используемую для определения чередования фаз по времени (рис. 27). Емкостное сопротивление конденсатора берется равным по величине сопротивлению лампы, т.е. $X_C = R$. Тогда

$$Y_A = \frac{1}{-jX_C} = j\frac{1}{R}; \quad Y_B = Y_C = \frac{1}{R}.$$

Пусть

$$U_{BC} = a^2 U_{AB}; \quad U_{CA} = a U_{AB}.$$

Из (3) получим

$$U_B = \frac{U_{AB}(a^2 + j)}{2 + j}; \quad U_C = \frac{U_{AB}(ja - a^2)}{2 + j}.$$

Отношение модулей этих комплексов дает

$$\left| \frac{U_B}{U_C} \right| = \left| \frac{a^2 + j}{a(j - a)} \right| = 3,73.$$

Следовательно, лампа, присоединенная к фазе В, будет светить ярко, а лампа, присоединенная к фазе С, – тускло.

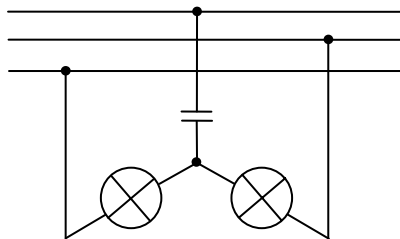


Рис. 27

Пример 2. Нагрузка, соединенная в звезду с нулевым проводом, к которой приложено напряжение симметричной трехфазной системы, представлена на рис. 28. Линейное напряжение $U_n = 380$ В; $R = 22$ Ом.

$$X_L = \frac{22}{\sqrt{3}} \text{ Ом}; \quad X_C = \frac{22}{\sqrt{3}} \text{ Ом}.$$

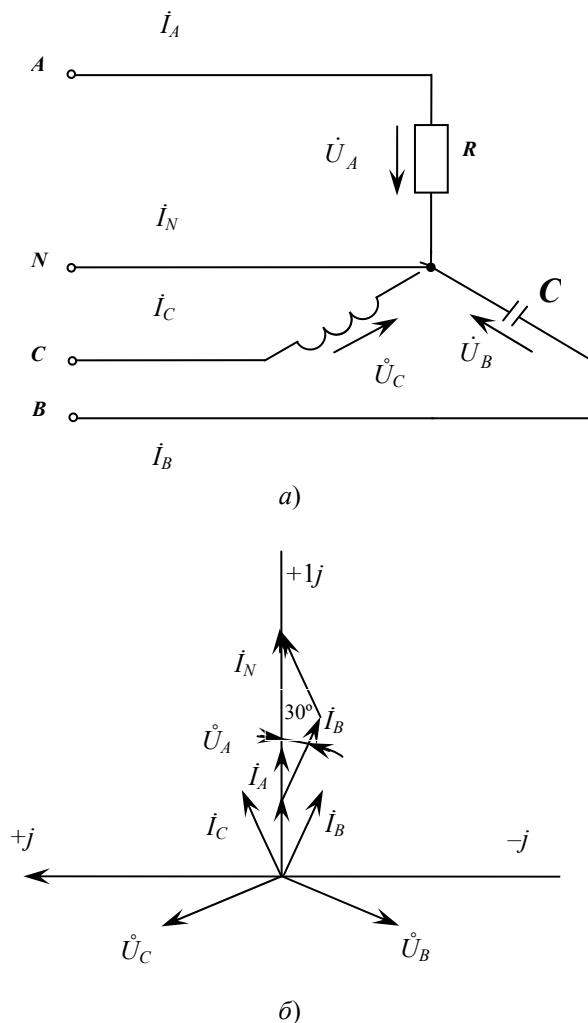


Рис. 28

Требуется:

- а) определить линейные токи и ток в нулевом проводе;
- б) построить векторную диаграмму напряжений и токов.

Решение. Выбираем положительные напряжения для токов и фазных напряжений и отмечаем их стрелками на расчетной схеме рис. 28, а.

Принимаем, что

$$U_A = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}; \quad U_B = a^2 U_A = a^2 220 \text{ В};$$

$$U_C = a U_A = a 220 \text{ В},$$

находим комплексы линейных токов:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{R} = \frac{220}{22} = 10 \text{ А};$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{-jX_C} = \frac{a^2 220 \sqrt{3}}{-j22} = ja^2 \sqrt{3} 10 \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{jX_L} = \frac{a 220 \sqrt{3}}{j22} = -ja \sqrt{3} 10 \text{ А}.$$

Находим ток в нулевом проводе

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 10 + j(a^2 - a)\sqrt{3} 10 = 40 \text{ А}.$$

Строим на комплексной плоскости векторную диаграмму напряжений и токов (рис. 28, б).

Пример 3. Напряжения симметричной трехфазной системы приложены к нагрузке, соединенной звездой без нулевого провода (рис. 29). Линейное напряжение $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$; $R = 20 \text{ Ом}$; $X_L = 40 \text{ Ом}$; $X_C = 30 \text{ Ом}$.

Требуется:

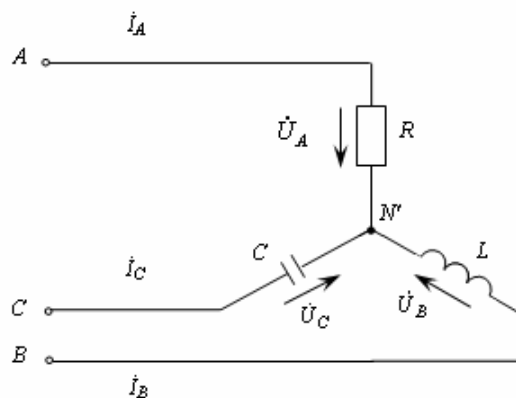
а) определить напряжение смещения нейтрали;

б) определить линейные токи.

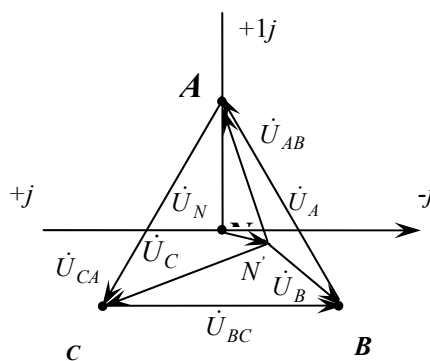
Решение. Выбираем положительные направления для токов и фазных напряжений и отмечаем их стрелкой на расчетной схеме рис. 29, а.

Определяем напряжение смещения нейтрали:

$$U_N = U_\phi \cdot \frac{\frac{1}{R} + a \frac{1}{-jX_C} + a^2 \frac{1}{jX_L}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{-jX_C} + \frac{1}{jX_L}} = 220 \cdot \frac{\frac{1}{20} + a \frac{1}{-j30} + a^2 \frac{1}{j40}}{\frac{1}{20} + \frac{1}{-j30} + \frac{1}{j40}},$$



а)



б)

Рис. 29

НО ТАК КАК

$$a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2},$$

ТО

$$U_N = 220 \cdot \frac{\frac{1}{2} + j\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - j\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\frac{1}{2} + j\frac{1}{12}} =$$

$$= 220 \cdot \frac{12 - 7\sqrt{3} - j}{12 + 2j} = 110 \cdot \frac{-0,11 - j}{6 + j} \text{ В,}$$

И ОКОНЧАТЕЛЬНО

$$U_N = (-4,9 - 17,5j) \text{ В.}$$

Находим линейные токи:

$$I_A = \frac{U_{\phi A} - U_N}{R} = \frac{220 - (-4,9 - 17,5j)}{20} = 11,2 + 0,875j \text{ A};$$

$$I_B = \frac{a^2 U_{\phi A} - U_N}{jX_L} = \frac{a^2 220 - (-4,9 - 17,5j)}{j40} = -4,32 + 2,62j \text{ A};$$

$$I_C = \frac{a U_{\phi A} - U_N}{-jX_C} = \frac{a 220 - (-4,9 - 17,5j)}{-j30} = -6,9 - 3,5j \text{ A}.$$

Пример 3. В схеме (рис. 30, а) дано $R = 22 \text{ Ом}$; $X_L = 19 \text{ Ом}$; $X_C = 19 \text{ Ом}$; $U_n = 380 \text{ В}$.

Требуется:

- определить линейные токи;
- определить фазные токи;
- построить векторную диаграмму фазных токов и напряжений.

Решение. Выбираем положительные напряжения для токов и напряжений на расчетной схеме рис. 30, а.

Определяем фазные токи:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{R} = \frac{380e^{j30^\circ}}{22} = 10\sqrt{3}e^{j30^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{-jX_C} = \frac{380e^{-j90^\circ}}{-j19} = 20 \text{ A};$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{jX_L} = \frac{380e^{j150^\circ}}{j19} = 20e^{j60^\circ} \text{ A}.$$

Определяем линейные токи:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{AB} = 20e^{j60^\circ} - 10\sqrt{3}e^{j30^\circ} = 20 \cos 60^\circ + j20 \sin 60^\circ - 10\sqrt{3} \cos 30^\circ - j10\sqrt{3} \sin 30^\circ = 10 - 15 + j(10\sqrt{3} - 5\sqrt{3}) = -5 + j5\sqrt{3} \text{ A};$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{BC} = 10\sqrt{3}e^{j30^\circ} - 20 = 15 - 20 + j5\sqrt{3} = -5 + j5\sqrt{3} \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AC} = 20 + 10 + 10\sqrt{3}j = 30 + 10\sqrt{3}j \text{ A}.$$

Строим векторную диаграмму токов и векторную диаграмму напряжений (рис. 30, б).

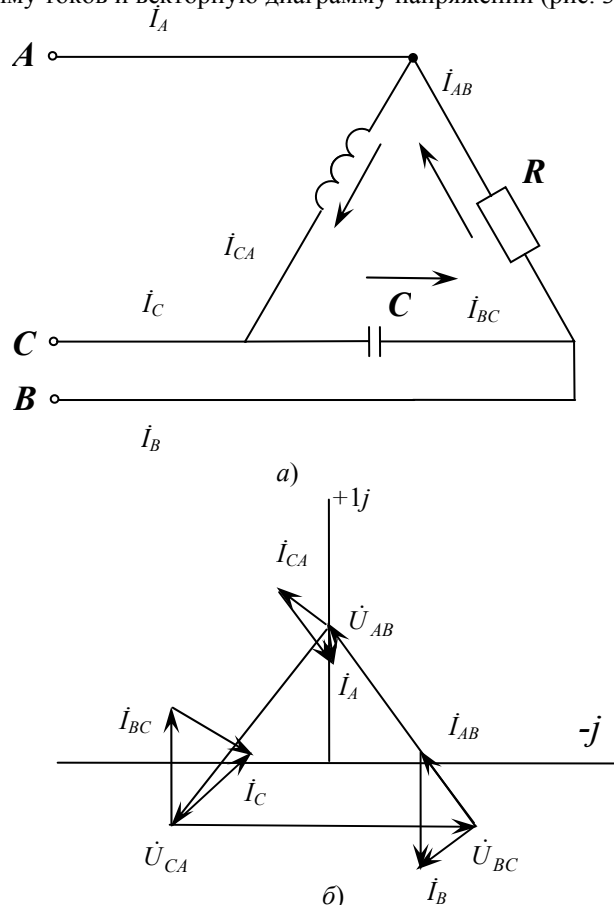


Рис. 30

Пример 4. Рассчитать токи короткого замыкания представленной на рис. 31 трехфазной цепи.

Решение. Симметричная система фазных ЭДС: $\dot{E}_0 = 0$; $\dot{E}_1 = \dot{E}$; $\dot{E}_2 = 0$ имеет нейтральную точку, соединенную с землей через z_{00} и эквивалентные сопротивления $z_0 \neq z_1 \neq z_2$. Ввиду того, что реакция ротора на цепь статора питающего генератора, для прямой и обратной последовательности различна, потоки, созданные токами нулевой последовательности, одновременно во всех трех фазах направлены к ротору или от него и вынуждены замыкаться от ротора к статору по воздуху в торцевых частях машины, т.е. z_0 существенно отличается от z_1 и z_2 (см. рис. 31).

Так как у места короткого замыкания (КЗ) \dot{U}_A ; \dot{U}_B ; \dot{U}_C ; \dot{I}_A ; \dot{I}_B ; \dot{I}_C несимметричны, то, разложив их на симметричные составляющие \dot{U}_0 ; \dot{U}_1 ; \dot{U}_2 и \dot{I}_0 ; \dot{I}_1 ; \dot{I}_2 , можно записать:

$$0 = \dot{I}_0 z_0 + \dot{U}_0; \quad \dot{E}_1 = \dot{I}_1 z_1 + \dot{U}_1; \quad 0 = \dot{I}_2 z_2 + \dot{U}_2. \quad (33)$$

Пренебрегая токами нормальной нагрузки по сравнению с токами короткого замыкания, имеем: $\dot{U}_A = 0$; $\dot{I}_B = 0$; $\dot{I}_C = 0$.

А так как $\dot{U}_A = \dot{U}_0 + \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 0$, то, суммируя (33), получим

$$\dot{E}_1 = \dot{I}_0 z_0 + \dot{I}_1 z_1 + \dot{I}_2 z_2.$$

Приняв во внимание, что при $\dot{I}_B = \dot{I}_C = 0$

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \frac{1}{3} \dot{I}_A,$$

найдем

$$\dot{E}_1 = \frac{1}{3} \dot{I}_A (z_0 + z_1 + z_2);$$

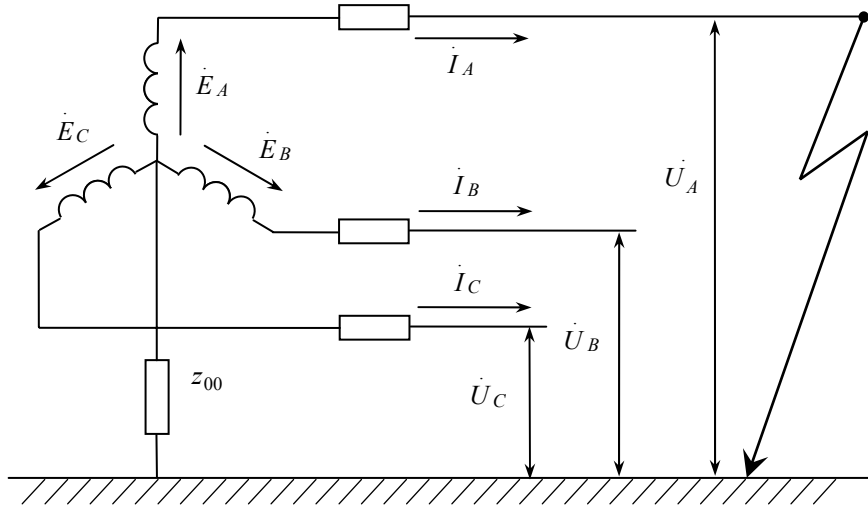


Рис. 31

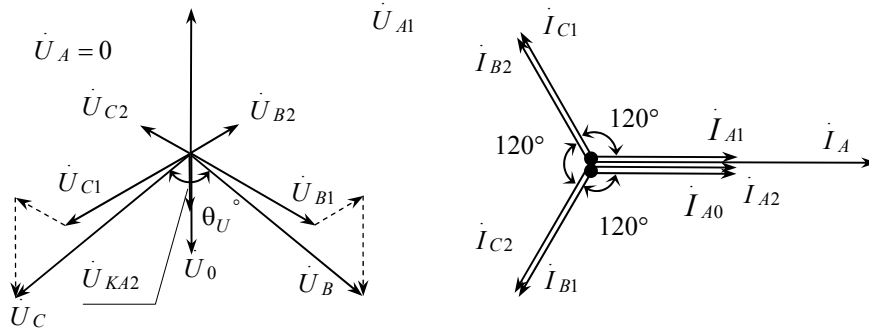


Рис. 32. Векторные диаграммы в месте однофазного КЗ фазы А

$$\dot{I}_A = \frac{3\dot{E}_1}{z_0 + z_1 + z_2};$$

$$\dot{U}_0 = -\frac{\dot{I}_A z_0}{3} = -\frac{\dot{E}_1 z_0}{z_0 + z_1 + z_2};$$

$$\dot{U}_1 = \dot{E} - \frac{\dot{I}_A z_1}{3} = \frac{\dot{E}(z_0 + z_2)}{z_0 + z_1 + z_2};$$

$$\dot{U}_2 = -\frac{\dot{I}_A z_2}{3} = -\frac{\dot{E} z_2}{z_0 + z_1 + z_2},$$

после чего легко определяются \dot{U}_B и \dot{U}_C (рис. 32).

Примечание. Сопротивления z_0 , z_1 , z_2 рассчитываются по конструктивным параметрам электрической машины, которые для большинства оборудования являются справочными величинами.

Пример 5. Определить токи в месте двухфазного КЗ фаз B и C (рис. 33, а). Построить векторную диаграмму.

Решение. Двухфазное КЗ между фазами B и C характеризуется следующими условиями:

$$j_{kA}^{(2)} = 0; \quad i_{kB}^{(2)} = -i_{kC}^{(2)}; \quad \dot{U}_{kB}^{(2)} - \dot{U}_{kC}^{(2)} = 0.$$

Так как сумма фазных токов равна нулю, то система является уравновешенной и следовательно, $i_{kO}^{(2)} = 0$.

Произведем разложение тока фазы A на симметричные составляющие:

$$i_{kA}^{(2)} = i_{kA1}^{(2)} + i_{kA2}^{(2)} = 0,$$

откуда

$$i_{kA1}^{(2)} = -i_{kA2}^{(2)}. \quad (34)$$

Исходя из условия $\dot{U}_{kB}^{(2)} = \dot{U}_{kC}^{(2)}$ и рассматривая его совместно с системой (11), можно убедиться в том, что

$$\dot{U}_{kA1}^{(2)} = \dot{U}_{kA2}^{(2)}. \quad (35)$$

Исходя из (35), запишем равенство

$$\dot{E}_A - j_{kA1}^{(2)} j x_{1\Sigma} = -j_{kA2}^{(2)} j x_{2\Sigma}.$$

Согласно (34), получим расчетное выражение для определения тока при двухфазном КЗ:

$$j_{kA1}^{(2)} = \frac{\dot{E}_A}{j(x_{1\Sigma} + x_{2\Sigma})}. \quad (36)$$

Комплексная форма выражения (36) означает, что ток отстает от фазной ЭДС на угол 90° (деление на j) и по абсолютному значению равен

$$I_{kA1}^{(2)} = \frac{E_A}{j(x_{1\Sigma} + x_{2\Sigma})}. \quad (37)$$

Токи в поврежденных фазах B и C находим по (11) и (34):

$$j_{kB}^{(2)} = a^2 j_{kA1}^{(2)} + a j_{kA2}^{(2)} = (a^2 - a) j_{kA1}^{(2)} = -j\sqrt{3} j_{kA1}^{(2)}; \quad (38)$$

$$j_{kC}^{(2)} = (a - a^2) j_{kA1}^{(2)} = j\sqrt{3} j_{kA1}^{(2)}. \quad (39)$$

Абсолютное значение полного тока при двухфазном КЗ определится из равенств (37) – (39)

$$I_k^{(2)} = \frac{\sqrt{3} E}{x_{1\Sigma} + x_{2\Sigma}}. \quad (40)$$

На основании (40) для момента возникновения КЗ

$$I_k^{(2)''} = \frac{\sqrt{3} E''}{\sqrt{3}(x_{1\Sigma} + x_{2\Sigma})} = \frac{E''}{x_{1\Sigma} + x_{2\Sigma}}, \quad (41)$$

где E'' – сверхпереходная междуфазная ЭДС.

В случае питания КЗ от энергосистемы

$$I_k^{(2)''} = \frac{\sqrt{3} U_{cp}}{\sqrt{3}(x_{1\Sigma} + x_{2\Sigma})} = \frac{U_{cp}}{x_{1\Sigma} + x_{2\Sigma}}. \quad (42)$$

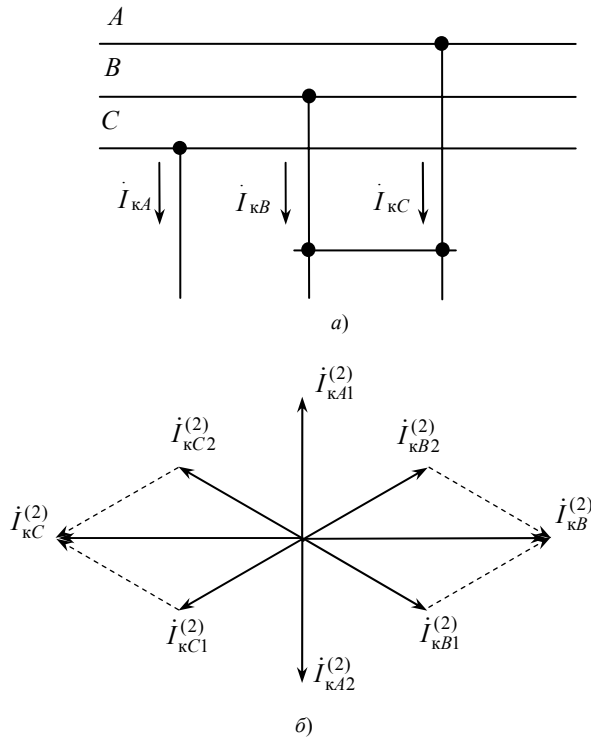


Рис. 33. Двухфазное КЗ (а) и векторная диаграмма токов в месте повреждения (б)

На рис. 33, б произведено построение симметричных составляющих и полных токов для двухфазного КЗ $B - C$.

Пример 6. Определить токи в месте однофазного КЗ фазы A (рис. 34, а). Построить векторную диаграмму.

Решение. Однофазное КЗ на землю одной из фаз, например фазы A , определяется следующими условиями:

$$\dot{I}_{kA}^{(1)} = 0; \quad \dot{I}_{kB}^{(1)} = 0; \quad \dot{I}_{kC}^{(1)} = 0.$$

Так как токи в двух фазах отсутствуют, то, очевидно, что симметричные составляющие поврежденной фазы A (рис. 34, б) в соответствии с (12) равны:

$$\dot{I}_{kA1}^{(1)} = \dot{I}_{kA2}^{(1)} = \dot{I}_{kA0}^{(1)} = \frac{1}{3} \dot{I}_{kA}^{(1)}.$$

Выражая напряжение $\dot{U}_{kA}^{(1)}$ через симметричные составляющие, получим:

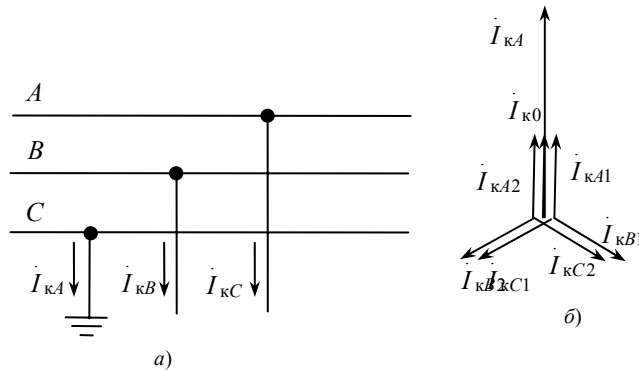


Рис. 34. Однофазное КЗ (а) и векторная диаграмма токов в месте повреждения (б)

$$\dot{U}_{kA}^{(1)} = \dot{U}_{kA1}^{(1)} + \dot{U}_{kA2}^{(1)} + \dot{U}_{kA0}^{(1)} = 0$$

и далее:

$$\dot{E}_A - \dot{I}_{kA1}^{(1)} j(x_{1\Sigma} + x_{2\Sigma} + x_{0\Sigma}) = 0,$$

откуда

$$\dot{I}_{kA1}^{(1)} = \frac{\dot{E}_A}{j(x_{1\Sigma} + x_{2\Sigma} + x_{0\Sigma})}. \quad (43)$$

Абсолютное значение полного тока КЗ равно

$$I_k^{(1)} = 3I_{k1}^{(1)} = \frac{3E}{x_{1\Sigma} + x_{2\Sigma} + x_{0\Sigma}}. \quad (44)$$

Для начального момента времени

$$I^{(1)''} = \frac{3E''}{\sqrt{3}(x_{1\Sigma} + x_{2\Sigma} + x_{0\Sigma})} = \frac{\sqrt{3}E''}{(x_{1\Sigma} + x_{2\Sigma} + x_{0\Sigma})}. \quad (45)$$

где E'' – сверхпереходная междуфазная ЭДС.

При питании от энергосистемы

$$I^{(1)} = \frac{3U_{cp}}{\sqrt{3}(x_{1\Sigma} + x_{2\Sigma} + x_{0\Sigma})} = \frac{\sqrt{3}U_{cp}}{(x_{1\Sigma} + x_{2\Sigma} + x_{0\Sigma})}. \quad (46)$$

Пример 7. Известно, что обмотки трехфазных генераторов и трансформаторов могут быть соединены «звездой» или «треугольником». При соединении «звездой» для получения системы симметричных линейных напряжений одноименные выводы обмоток («начала» или «концы») должны быть присоединены к одной точке; при соединении треугольником «начало» каждой обмотки должно быть соединено с «концом» другой. Кроме разметки одноименных зажимов обмоток, требуется определение порядка чередования фаз. Знание порядка чередования фаз необходимо, в частности, при включении на параллельную работу нескольких источников энергии и при подключении к трехфазным источникам асинхронных и синхронных двигателей, у которых направление вращения зависит от порядка чередования фаз.

Обычно поступающие с завода-изготовителя генераторы и трансформаторы имеют маркировку выводов обмоток, но после ремонтных работ на этих агрегатах, как правило, требуется проверка правильности соединения обмоток и порядка чередования фаз.

Обмотки симметричного трехфазного генератора подсоединены к выводам клеммной коробки (рис. 35).

Для разметки зажимов используется вольтметр. При соединении вольтметра к зажимам 1–2, 3–6, и 4–5 его показания равны 229 В, при соединении к другим выводам показания вольтметра равны нулю. Затем выводы 1, 3, 4 были соединены между собой, после чего вольтметр, подключенный к выводам 2–5, показал 380 В, к выводам 2–6 – 220 В, к выводам 5–6 – 220 В.

Определить «начала» и «концы» обмоток и нарисовать схему соединения выводов обмоток при соединении обмоток генератора «звездой» и «треугольником». Определить порядок чередования фаз.

Решение. Показания вольтметра отличны от нуля, когда он подсоединен к выводам одной и той же обмотки источника энергии, следовательно, фазные обмотки генератора подключены к зажимам 1–2, 3–6, 4–5 и фазное напряжение равно 220 В. Эти обмотки пронумеруем цифрами I, II, III (рис. 36). Анализ показаний вольтметра после соединения выводов 1, 3, 4 между собой показывает, что выводы 1 и 4 обмоток I и III – одноименные, а вывод 3 обмотки II – разноименный. Это ясно из рассмотрения двух вариантов топографических диаграмм фазных и линейных напряжений, соответствующих условию задачи (рис. 37). Следовательно, одноименными зажимами обмоток являются зажимы 1, 4, 6 и 2, 5, 3.

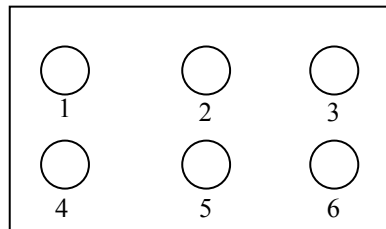


Рис. 35. Выводы клеммной коробки

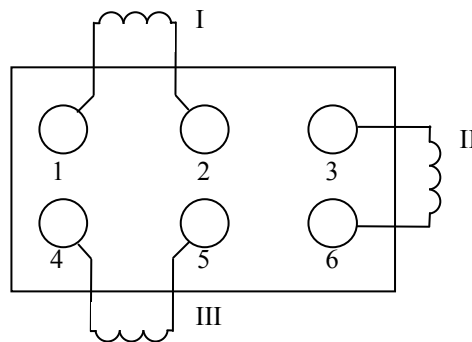


Рис. 36. Нумерация обмоток генератора

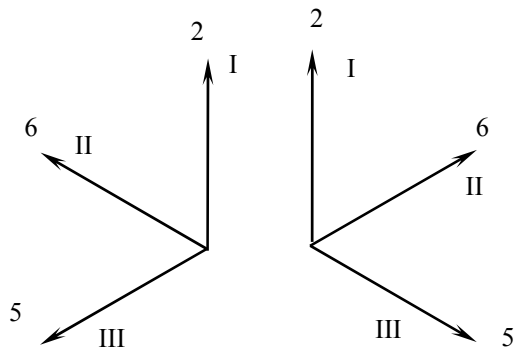


Рис. 37. Топографическая диаграмма фазных и линейных напряжений

При соединении обмоток «звездой» выводы клеммной коробки должны быть соединены, как показано на рис. 38, а при соединении «треугольником» – так, как показано на рис. 39.

Для определения последовательности фаз следует собрать схему фазоуказателя (рис. 40). Подключив эту схему к выводам генератора, соединенного, например, «звездой», вольтметром измеряют напряжения на резисторах фазоуказателя. При этом, если считать фазой *A* ту, к которой подсоединен конденсатор фазоуказателя, то фазой *B* будет та, к которой подсоединен резистор, напряжение на котором больше.

Покажем это, определив напряжения на резисторах фазоуказателя в рассматриваемом случае, при $X_C = R$.

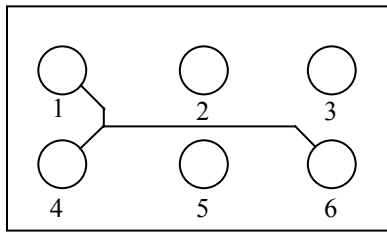


Рис. 38. Выводы клеммной коробки при соединении обмоток «звездой»

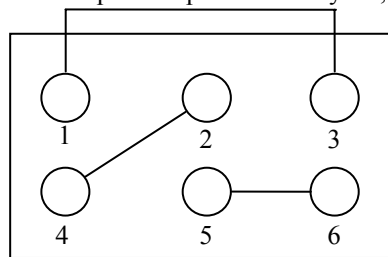


Рис. 39. Выводы клеммной коробки при соединении обмоток «треугольником»

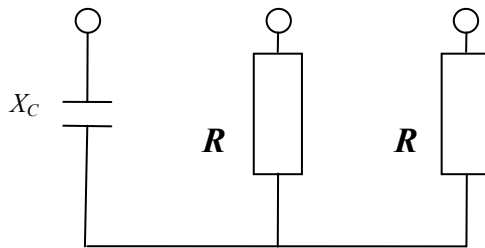


Рис. 40. Схема фазоуказателя

Напряжение между нейтральными точками фазоуказателя и генератора

$$\dot{U}_{0,0} = \frac{\sum \dot{U}_{\phi Y}}{\Sigma Y} = \frac{220e^{j0^\circ} \frac{1}{-jX_C} + 220e^{-j120^\circ} \frac{1}{R} + 220e^{j120^\circ} \frac{1}{R}}{\frac{1}{-jX_C} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}} = 139e^{j108^\circ}$$

Напряжение на резисторах фазоуказателя:

$$\dot{U}_{B0_1} = \dot{U}_{B0} - \dot{U}_{0,0} = 220e^{-j120^\circ} - 139e^{j108^\circ} = 329e^{-j101,6^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{C0_1} = \dot{U}_{C0} - \dot{U}_{0,0} = 220e^{j120^\circ} - 139e^{j108^\circ} = 87,8e^{j138,7^\circ} \text{ В.}$$

Таким образом, напряжение на резисторе, подключенном к фазе *B*, составляет 329 В, а на резисторе, подключенном к фазе *C*, – 87,8 В.

Пример 8. Важным показателем качества электроэнергии является симметрия линейных напряжений трехфазных систем электроснабжения. Обычно несимметрия напряжений в конце ЛЭП вызывается подключением к сети мощных однофазных нагрузок, например, электрометаллургических агрегатов.

Несимметрия напряжений оказывает значительное влияние на работу некоторых видов потребителей электроэнергии. Так, питание асинхронных двигателей несимметричным напряжением вызывает повышенный нагрев их роторов и сокращение срока службы двигателей. Это вызвано тем, что магнитное поле, создаваемое статором двигателя, обмотки которого питаются несимметричными напряжениями, может быть представлено в виде двух вращающихся в противоположные стороны полей. При этом поле, которое вращается в сторону, противоположную вращению ротора, индуцирует в роторе вихревые токи значительной величины, которые и вызывают повышенный нагрев ротора.

Несимметрия напряжений оценивается величиной коэффициента несимметрии:

$$K_{\text{НСМ}} = \frac{\left| \dot{U}_{AB} + a^2 \dot{U}_{BC} + a \dot{U}_{CA} \right|}{3 \dot{U}_{\text{НОМ}}} \cdot 100 \%,$$

где \dot{U}_{AB} , \dot{U}_{BC} , \dot{U}_{CA} – комплексы линейных напряжений; $\dot{U}_{\text{НОМ}}$ – номинальное значение линейного напряжения в симметричном режиме.

$$a = e^{j120^\circ} = 0,5 + 0,5\sqrt{3}j \text{ – фазный множитель.}$$

Согласно ГОСТ 13109–67 «Нормы качества электрической энергии», коэффициент несимметрии не должен превышать 2 %.

Из-за неправильного соединения обмоток трехфазного трансформатора диаграмма линейных напряжений имеет вид, показанный на рис. 41. Определить величину коэффициента несимметрии линейных напряжений при $U_{AB} = U_{BC} = 220 \text{ В}$; $U_{CA} = 380 \text{ В}$.

Запишем комплексы линейных напряжений, приняв $\dot{U}_{AB} = 220e^{j0^\circ}$; тогда

$$\dot{U}_{BC} = 220e^{-j60^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_{CA} = 380e^{j150^\circ} \text{ В.}$$

Тогда

$$K_{\text{НСМ}} = \frac{220e^{-j120^\circ} + 220e^{-j60^\circ} + 380e^{j150^\circ} e^{j120^\circ}}{3 \cdot 380} \cdot 100 \% = 33,3 \%.$$

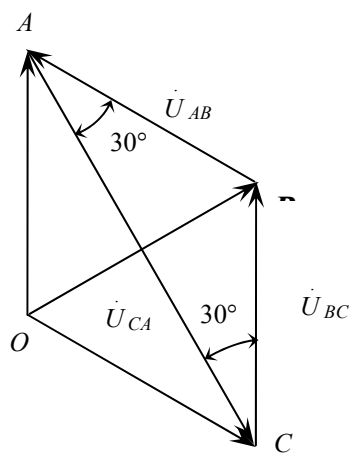


Рис. 41. Векторная диаграмма линейных напряжений

Пример 9. Из-за неправильного подключения обмоток трехфазного трансформатора с фазным напряжением $U_{\phi} = 220 \text{ В}$, питающего асинхронный двигатель, система линейных напряжений на зажимах двигателя имеет вид, показанный на рис. 41. Определить фазные токи двигателя при соединении его обмоток звездой, если сопротивление токам прямой последовательности $Z_1 = j_3 \text{ Ом}$, сопротивление токам обратной последовательности $Z_2 = j_1 \text{ Ом}$. Каковы будут токи при правильном соединении обмоток трансформатора?

Решение.

$$\dot{U}_{AO} = 220e^{j0^\circ} \text{ В. При этом } \dot{U}_{BO} = 220e^{-j60^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_{CO} = 220e^{-j120^\circ} \text{ В.}$$

Фазные напряжения прямой последовательности

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \frac{1}{3} \cdot (\dot{U}_{AO} + a \dot{U}_{BO} + a^2 \dot{U}_{CO}) = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \left(220 + e^{j120^\circ} 220e^{-j60^\circ} + e^{j240^\circ} 220e^{-j120^\circ} \right) = 73,3 + j126,7 \text{ В.} \end{aligned}$$

Напряжения обратной последовательности

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \frac{1}{3} \cdot (\dot{U}_{AO} + a^2 \dot{U}_{BO} + a \dot{U}_{CO}) = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \left(220 + e^{j240^\circ} 220e^{-j60^\circ} + e^{j120^\circ} 220e^{-j120^\circ} \right) = 73,3 \text{ В.} \end{aligned}$$

Симметричные составляющие фазных токов

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}_1}{Z_1} = \frac{73,3 + j126,7}{j3} = 42,2 - j24,4 = 48,7e^{-j30^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_2 &= \frac{\dot{U}_2}{Z_2} = \frac{73,3}{j1} = -j73,3 \text{ А.} \end{aligned}$$

Фазные токи

$$\dot{I}_A = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 42,2 - j97,7 = 106,3e^{-j66,6^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_B = a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2 = e^{j240^\circ} 48,7 e^{-j30^\circ} + e^{j120^\circ} 73,3 e^{-j90^\circ} = 24,6 e^{j30^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = a \dot{I}_1 + a^2 \dot{I}_2 = e^{j120^\circ} 48,7 e^{-j30^\circ} + e^{j240^\circ} 73,3 e^{-j90^\circ} = 106,3 e^{j126,3^\circ} \text{ А}.$$

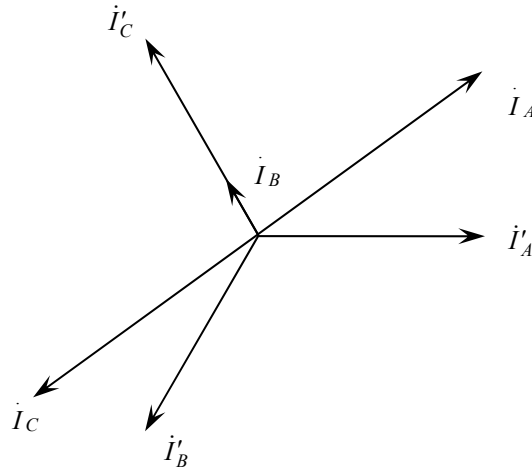


Рис. 42. Векторная диаграмма токов

При правильном соединении обмоток трансформатора фазные напряжения образуют симметричную звезду, а фазные токи равны:

$$\dot{I}'_A = \frac{\dot{U}_{AO}}{Z_1} = \frac{220}{j3} = 73,3 e^{-j90^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}'_B = 73,3 e^{-j210^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}'_C = 73,3 e^{-j330^\circ} = 73,3 e^{j30^\circ} \text{ А}.$$

Векторная диаграмма токов при неправильном и правильном соединении обмоток приведена на рис. 42.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задача 1. При производстве работ электромонтер повредил кабель трехфазной электрической сети с изолированной нейтралью с линейным напряжением $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_n = 380 \text{ В}$ при частоте $f = 50 \text{ Гц}$ и коснулся инструментом одной из фаз. Емкость каждой фазы кабеля относительно земли $C = 0,1 \text{ мкФ}$. Определить ток, протекающий по телу электромонтера, приняв сопротивление его тела $R = 1000 \text{ Ом}$ (рис. 43).

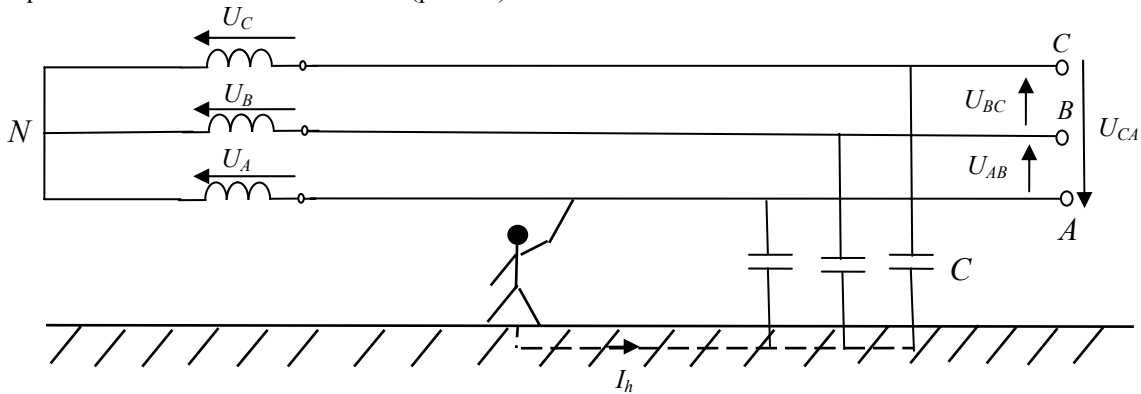


Рис. 43

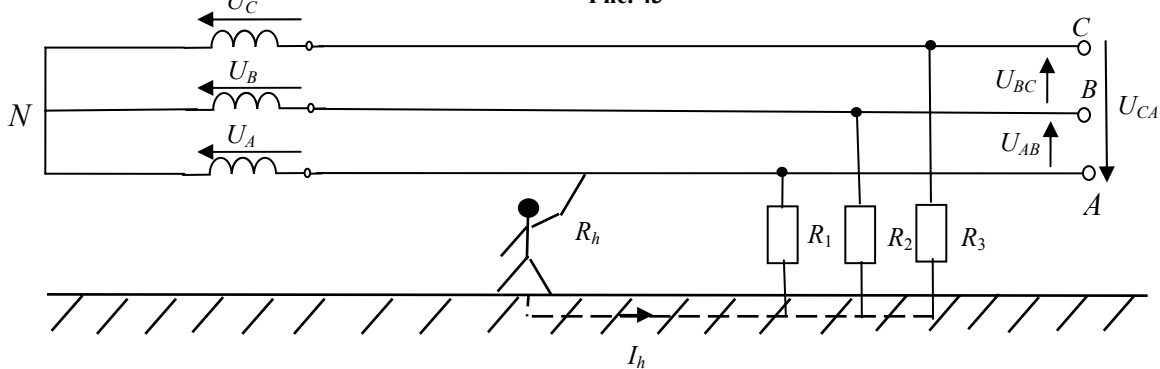


Рис. 44

Задача 2. При ревизии электрооборудования электромонтер, находясь на земле, коснулся линейного провода с линейным напряжением $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_{л\text{ ном}} = 380$ В. Сопротивление изоляции проводов $R_1 = R_2 = R_3 = 10$ кОм. Определить ток, протекающий по телу человека, сопротивление которого $R_h = 1000$ Ом. Емкостью проводов относительно земли пренебречь ввиду их малой напряженности (рис. 44).

Задача 3. Определить ток I_h , протекающий по телу человека в аварийном режиме в трехфазной симметричной трехпроводной электрической цепи с изолированной нейтралью при замыкании фазы C на землю через небольшое активное сопротивление заземления $R_{зм} = 100$ Ом и прикосновении человека к исправной фазе A с фазным напряжением $U_{1ф\text{ ном}} = 220$ В. Сопротивления изоляции проводников $R_1 = R_2 = R_3 = 10$ кОм, $R_h = 1$ кОм (рис. 45).

Задача 4. Три группы осветительных ламп мощностью $P = 100$ Вт каждая с номинальным напряжением $U_{ном} = 220$ В соединены по схеме «звезда» с нейтральным проводом. При этом в фазе A включено параллельно $n_1 = 6$ ламп, в фазе $B - n_2 = 4$ лампы, в фазе $C - n_3 = 2$ лампы. Линейное симметричное напряжение источника питания $U_{л} = 380$ В.

Определить фазные сопротивления Z_{ϕ} и фазные токи I_{ϕ} потребителя электроэнергии. Построить векторную диаграмму токов и напряжений, определить ток I_N в нейтральном проводе (рис. 46).

Задача 5. Определить ток трехфазного КЗ на выводах генератора $S_{ном} = 15$.

Задача 6. Определить токи в линии до и после обрыва нейтрального провода с замыканием в фазе: а) A ; б) B . Построить векторные диаграммы, если $\dot{Z}_A = -j11$ Ом; $\dot{Z}_B = 22$ Ом; $\dot{Z}_C = j11$ Ом; $U_{лин} = 380$ В (рис. 47).

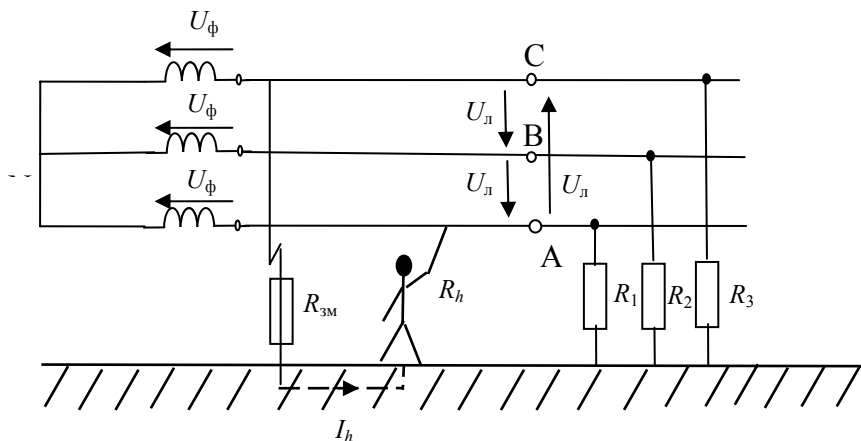


Рис. 45

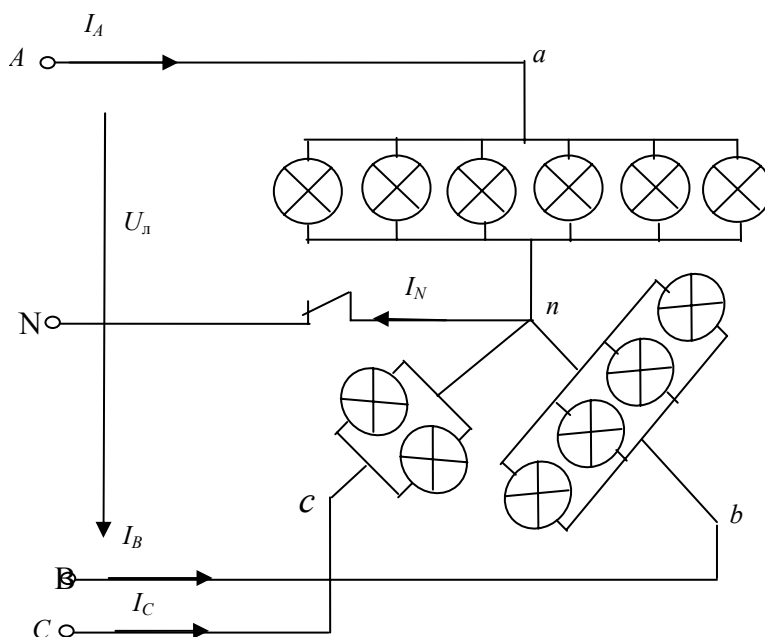


Рис. 46

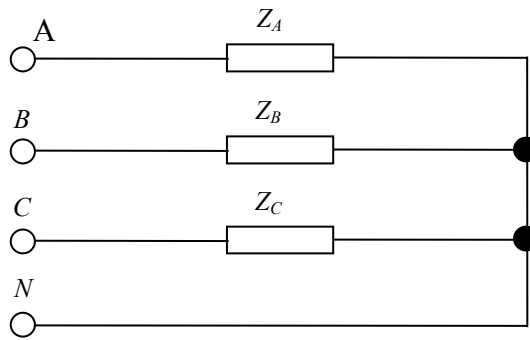


Рис. 47

Задача 7. $\dot{Z}_A = -j10$ Ом; $\dot{Z}_B = j10$ Ом; $\dot{Z}_C = j10$ Ом (рис. 48). Определить токи в линии до и после обрыва линейного провода В, построить векторные диаграммы, при $U_{\text{л}} = 127$ В, при $U_{\text{л}} = 220$ В.

Задача 8. По условию задачи 7 найти потребляемую приемником мощность двумя способами: по показаниям двух ваттметров и по мощности каждой фазы.

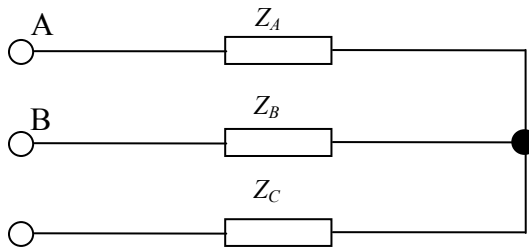


Рис. 48

Задача 9. Определить токи в линии и построить векторную диаграмму, если $\dot{Z}_A = -j22$ Ом; $\dot{Z}_B = 11 - j11$ Ом; $\dot{Z}_C = j44$ Ом; $U_{\text{л}} = 220$ В; $\dot{Z}_N = 8$ Ом (рис. 49).

Задача 10. Определить фазные и линейные токи до и после обрыва нагрузки в фазах АВ; ВС; СА, при условии, что $\dot{Z}_{AB} = j10$ Ом; $\dot{Z}_{BC} = -j19$ Ом; $\dot{Z}_{CA} = 10 + j20$ Ом; $U_{\text{л}} = 380$ В (рис. 50).

Задача 11. По условию задачи 10 определить суммарную активную мощность нагрузки при помощи двух ваттметров.

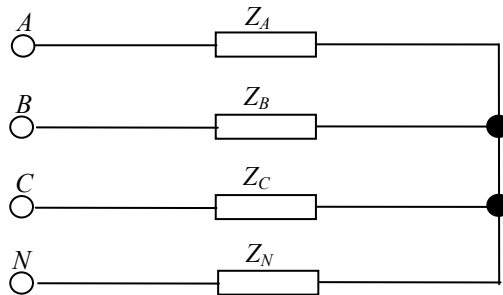


Рис. 49

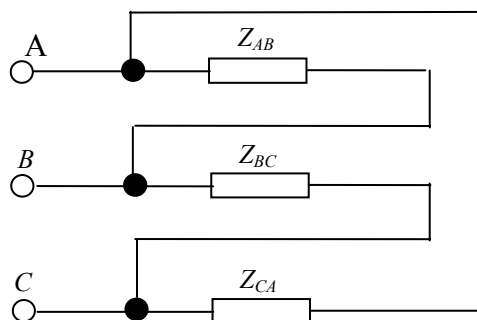


Рис. 50

Задача 12. Определить токи в линии, если $\dot{Z}_{AB} = 22$ Ом; $\dot{Z}_{BC} = -j11$ Ом; $\dot{Z}_{CA} = j22$ Ом; $\dot{Z}_A = \dot{Z}_B = \dot{Z}_C = 5$ Ом; $U_{\text{л}} = 380$ (рис. 51).

Задача 13. Доказать, что данные схемы можно использовать в качестве фазоуказателя.

$\dot{Z}_A = j22$ Ом; $\dot{Z}_B = 22$ Ом; $\dot{Z}_C = 22$ Ом; $U_{\text{л}} = 380$ (рис. 52).

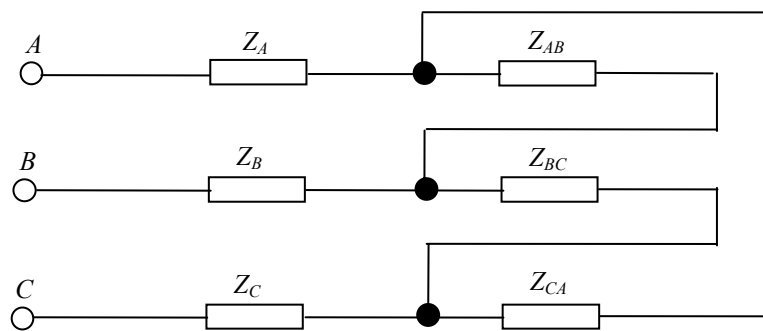


Рис. 51

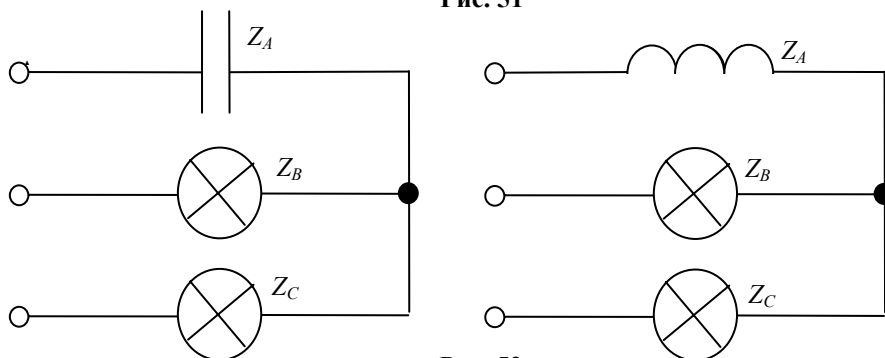


Рис. 52

ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

В трехфазную сеть большой мощности включены однофазные и трехфазные приемники. По указанным в табл. 1 их параметрам выполнить следующее.

1. Составить схему включения приемников и ваттметров для измерения суммарной активной мощности всех приемников.
2. Определить сопротивление элементов схемы замещения приемников.
3. Определить фазные и линейные токи приемников.
4. Построить в масштабе на комплексной плоскости совмещенную векторную диаграмму токов и напряжений.
5. Определить показания ваттметров.
6. Соединить однофазные приемники звездой без нулевого провода и рассчитать в них токи.
7. Построить в масштабе на комплексной плоскости совмещенную векторную диаграмму токов и напряжений приемников.

Таблица 1

Номер варианта	Количество проводов	Напряжение в сети, В	Однофазный приемник № 1					Однофазный приемник № 2					Однофазный приемник № 3					3-фазный симметричный приемник № 4				
			$U_{ном}, В$	$P_{н}, кВт$	$Q_{н}, кВАР$	$\cos \varphi$	Род нагрузки	$U_{ном}, В$	$P_{н}, кВт$	$Q_{н}, кВАР$	$\cos \varphi$	Род нагрузки	$U_{ном}, В$	$P_{н}, кВт$	$Q_{н}, кВАР$	$\cos \varphi$	Род нагрузки	$U_{ном}, В$	$P_{н}, кВт$	$Q_{н}, кВАР$	$\cos \varphi$	Род нагрузки
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	3	380	220		0,9	0	емк	380	18		1		380	25		0,7	инд	380	12		0,85	емк
2	4	127	127	6		0,8	инд	127	14		1		127	8		0	емк	220	62		0,78	инд
3	3	220	127	15		0,92	емк	127		11	0	инд	127	16		1		220	45		0,95	инд
4	3	220	220	12		1		220	20		1		220	30		0,25	инд	127	7		0,87	инд
5	3	380	380		5	0	емк	380	15		1		380	20		0,7	инд	380	57		0,8	емк
6	4	380	380	10		1		380	11		0,7	инд	380	11		0,7	инд	220	20		0,8	емк
7	3	220	220	20		0,9	инд	220	15		1		220	10		0,7	емк	220	10		0,8	емк
8	4	220	127	5		0,7	емк	127	3		0,8	инд	127	7		1		220	11		0,8	емк
9	3	220	220	5		0,6	емк	220	7		0,8	инд	220	4		0,7	инд	127	9		1	
10	4	380	220	6		1		220	7		0,8	инд	220	9		0,7	емк	380	14		0,85	инд
11	3	380	380	10		0,8	емк	380		7	0	инд	380	15		1		220	45		0,5	инд
12	3	220	220	3		1		220	5		0,6	емк	220	8		0,8	емк	127	15		1	
13	4	380	220	15		1		220	10		0,6	емк	220		12	0	инд	220		36	0	инд
14	4	220	127	3		0,8	емк	127	2		1		127	9		0,7	инд	220	14		0,85	емк
15	4	380	220	10		0,8	инд	220	12		1		220	4		0,2	емк	220	8		1	
16	4	380	220	15		1		220	10		0,6	емк	220		12	0	емк	220		26	0	емк
17	3	380	380	12		1		380		4	0	инд	380	5		0,85	емк	220	32		0,7	инд

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
18	3	220	220	4		1		220		4	0	емк	220	7		0,8	емк	127	15		0,75	инд
19	3	220	220	10		0,85	инд	220		12	0	емк	220	14		1		220	92		1	
20	4	380	380	16		0,75	емк	380	16		0,75	инд	380	16		1		220		20	0	инд
21	4	380	220		12	0	инд	220	2		0,8	емк	220	30		0,87	инд	220	42		1	
22	3	380	380	9	1	0,87	инд	380		13	0	инд	380	18		0,7	емк	220	12		1	
23	4	220	127	3		1		127	15		0,8	емк	127		4	0	емк	127	8		0,85	инд
24	4	220	220	10		0,6	инд	220	18		0,4	емк	220		15	0	емк	127	34		0,52	инд
25	4	220	127	1		1		127		4	0	емк	127	5		0,9	инд	220	16		0,8	емк
26	3	220	220	5		1		220	12		1		220	14		0,8	емк	127	2		0,7	инд
27	4	380	220	4		1		220	5		0,7	емк	220	6		0,7	инд	380	15		0,9	емк
28	3	220	220	7		1		220	12		0,9	инд	220	17		1		127	10		0,7	емк
29	3	380	380	10		0,8	емк	380	12		0,8		380	14		0,6	инд	380	10		0,9	емк
30	4	220	127	6		0,7	инд	127	10		1		127		10	0	емк	220	40		0,8	инд
31	3	220	127	14		0,6	емк	127		8	0	инд	127	10		1		220	20		0,9	инд
32	3	220	220	16		0,9		220	14		1		220	16		0,3	инд	127	7		0,6	инд
33	3	380	380	6		1	емк	380	12		1		380	8		0,9	инд	380	24		0,7	емк
34	4	380	380		3	0	емк	380	16		1	инд	380	10		0,6	инд	220	17		0,5	емк
35	3	220	220	15		0,7	инд	220	7		0,6		220	7		0,5	емк	220	9		0,7	емк
36	4	220	127	4		0,6	емк	127	3		0,7	инд	127	9		1		220	5		0,9	емк
37	3	220	220	4		0,9	инд	220	5		0,6	емк	220	6		0,8	инд	127	10		0,8	емк
38	4	380	220	6		1		220	4		0,7	инд	220	9		0,7	емк	380	6		0,9	инд
39	3	380	380	9		0,7	емк	380		5	0	инд	380	7		1		220	7		0,4	инд
40	3	220	220	4		1		220	6		0,7	емк	220	5		0,7	емк	127	12		1	
41	4	380	220	6		1		220	7		0,5	емк	220		10	0	инд	220		30	0	инд

Номер варианта	Количество проводов	Напряжение в сети, В	Однофазный приемник № 1					Однофазный приемник № 2					Однофазный приемник № 3					3-фазный симметричный приемник № 4				
			$U_{\text{ном}}$, В	$P_{\text{н}}$, кВт	$Q_{\text{н}}$, кВАР	$\cos \varphi$	Род нагрузки	$U_{\text{ном}}$, В	$P_{\text{н}}$, кВт	$Q_{\text{н}}$, кВАР	$\cos \varphi$	Род нагрузки	$U_{\text{ном}}$, В	$P_{\text{н}}$, кВт	$Q_{\text{н}}$, кВАР	$\cos \varphi$	Род нагрузки	$U_{\text{ном}}$, В	$P_{\text{н}}$, кВт	$Q_{\text{н}}$, кВАР	$\cos \varphi$	Род нагрузки
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
42	3	380	380	12		1		380		4	0	инд	380	3		0,7	емк	220	10		0,7	инд
43	3	220	220	4		1		220		4	0	емк	220	7		0,6	емк	127	12		0,7	инд
44	4	380	380	16		0,8	емк	380	17		0,8	инд	380	19		1		220	18		0,4	емк
45	4	220	127	5		0,9	емк	127	4		1		127	8		0,7	инд	220	12		0,8	емк
46	4	380	220	7		0,9	инд	220	10		1		220	4		0,3	емк	220	6		1	
47	4	220	127	3		1		127	15		0,8	емк	127		3	0	емк	127	8		0,9	инд
48	4	380	220	12		1		220	9		0,7	емк	220		12	0	емк	220		27	0	емк
49	3	220	220	10		0,8	инд	220		12	0	емк	220	14		1		220	1	60	0,8	инд
50	4	380	220		10	0	инд	220	4		0,6	емк	220	30		0,7	инд	220	2	40	0,7	емк
51	3	380	380	6		0,8	инд	380		14	0	инд	380	12		0,6	емк	220	16		1	
52	4	220	220	7		0,6	инд	220	16		0,5	емк	220		16	0	емк	127	40		0,7	инд
53	4	220	127	2		1		127		4	0	емк	127	6		0,7	инд	220	17		0,9	емк
54	3	220	220	6		1		220	10		1		220	16		0,9	емк	127	4		0,6	инд
55	4	380	220	4		1		220	6		0,8	емк	220	4		0,6	инд	380	14		0,9	емк
56	3	220	220	7		1		220	10		0,9	инд	220	14		1		127	4		0,6	инд
57	3	380	380	14		0,7	емк	380	40		0,7	инд	380	7		0,7	инд	380	16		0,8	емк
58	4	220	127	10		0,6	инд	127	17		1		127		10	0	емк	220	60		0,8	инд
59	3	220	127	19		0,9	емк	127		13	0	инд	127	20		1		220	50		0,9	инд

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
60	3	220	220	17		0,9	инд	220	24		1		220	36		0,3	инд	127	10		1	
61	3	380	380		7	0	инд	380	19		1		380	24		0,7	инд	380	20		0,6	емк
62	4	380	380	14		0,7	инд	380	12		0,6	инд	380	14		0,7	инд	220	24		0,8	емк
63	3	220	220	20		0,6	инд	220	16		1		220	14		0,6	емк	220	14		0,9	емк
64	4	220	127	9		0,7	емк	127	6		0,8	инд	127	10		1		220	15		0,6	емк
65	3	220	220	10		0,5	емк	220	10		0,7	инд	220	7		0,6	инд	127	12		1	
66	4	380	220	9		1		220	6		0,9	инд	220	12		0,7	емк	380	18		0,9	инд
67	3	380	380	14		0,7	емк	380		10	0	инд	380	16		1		220	45		0,6	инд
68	3	220	220	6		1		220	8		0,7	емк	220	12		0,8	емк	220	12		0,7	инд
69	4	380	220	16		1		220	9		0,6	емк	220		14	0	инд	220		38	0	инд
70	4	220	127	6		0,8	емк	127	6		1		127	12		0,7	инд	220	17		0,9	инд
71	4	380	220	14		0,7	инд	220	4		1		220	6		0,3	емк	220	14		1	
72	4	380	220	16		1		220	14		0,5	емк	220		12	0	емк	220		9	0	инд
73	3	380	380	12		1		380		6	0	инд	380	9		0,9	емк	220	40		0,7	инд
74	3	220	220	6		1		220		7	0	емк	220	7		0,6	емк	127	14		0,8	инд
75	3	220	220	14		0,9	инд	220		12	0	емк	220	16		1		220	96		1	
76	4	380	380	16		0,8	емк	380	19		0,6	емк	380	19		1		220		20	1	
77	4	380	220		14	0	инд	220	4		1		220	4		0,7	инд	220	42		1	
78	3	380	380	12		0,7	инд	220	5		0,6	емк	380	6		0,4	инд	220	41		1	
79	4	220	127	6		1		127	8		0,9	инд	127		8	0	инд	127	4		0,9	инд
80	4	220	220	7		0,6	емк	220	9		0,6	инд	220	6		1		127	7		0,6	емк
81	4	220	127	6		0,3	инд	127	6		1		127	5		0,7	инд	220	9		0,5	емк
82	3	220	220	10		0,9	инд	220	10		1		220	6		0,3	инд	127	14		0,3	емк
83	4	380	220	12		0,6	инд	220	5		0,7	емк	220	5		1		380		6	0	инд

Номер варианта	Количество проводов	Напряжение в сети, В	Однофазный приемник № 1					Однофазный приемник № 2					Однофазный приемник № 3					3-фазный симметричный приемник № 4				
			$U_{\text{ном}}$, В	$P_{\text{н}}$, кВт	$Q_{\text{н}}$, кВАР	$\cos \varphi$	Род нагрузки	$U_{\text{ном}}$, В	$P_{\text{н}}$, кВт	$Q_{\text{н}}$, кВАР	$\cos \varphi$	Род нагрузки	$U_{\text{ном}}$, В	$P_{\text{н}}$, кВт	$Q_{\text{н}}$, кВАР	$\cos \varphi$	Род нагрузки	$U_{\text{ном}}$, В	$P_{\text{н}}$, кВт	$Q_{\text{н}}$, кВАР	$\cos \varphi$	Род нагрузки
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
84	3	220	220	6		0,5	емк	127		6	0,3	инд	220	10		1		220	7		0,3	инд
85	3	380	380		4	0	инд	380	10		0,7	емк	380	14		1		380	15		0,7	инд
86	4	220	127	6		0,3	емк	127	7		0,7	инд	127	12		0,4	инд	220	7		0,7	емк
87	3	220	127	14		0,4	инд	127	5		1		127	7		0,2	инд	220	12		0,7	инд
88	3	220	220		10	0	емк	220	6		1		220	12		0,9	инд	127	18		0,4	емк
89	3	380	380	12		0,1	емк	380	7		0,9	инд	380	10		0,1	инд	380		4	0	инд
90	4	380	380	17		1		380	19		0,6	емк	380	14		0,7	инд	220	17		1	
91	3	220	220	4		0,6	емк	220	15		0,4	емк	220	24		0,1	инд	220	42		1	
92	4	220	127	16		0,7	инд	127	24		0,9	емк	220	15		0,4	инд	220	41		0,7	емк
93	3	220	220		12	0	емк	220	41		0,7	инд	220	24		0,5	инд	127	42		1	
94	4	380	220	17		0,7	емк	220	14		0,9	емк	380	7		1		380	62		1	
95	3	380	380	24		0,2	емк	380	21		0,7	емк	220	12		1		220	4		0,7	инд
96	3	220	220	24		0,3	инд	220	15		0,9	инд	220	16		0,7	инд	127		9	0	емк
97	4	380	220	16		0,9	инд	220		21	0	инд	380	19		0,8	емк	220	10		0,5	инд
98	4	220	127	19		0,6	инд	127	12		0,2	инд	127		20	0	инд	220	12		1	
99	4	380	220	18		0,7	емк	220		4	0,4	емк	220	21		0,4	инд	380	24		0,2	инд
100	4	380	220	2		0,4	емк	220	10		0,5	емк	220	26		0,2	емк	380	41		0,9	емк

ПРИМЕРНЫЙ ВАРИАНТ ВЫПОЛНЕНИЯ

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Рассмотрим для примера решение варианта № 2.

Исходные данные (табл. 2).

Таблица 2

Сеть 4-проводная $U_{\text{сети}} = 220 \text{ В}$	Однофазный приемник № 1	Однофазный приемник № 2	Однофазный приемник № 3	Трехфазный приемник № 4
$U_{\text{ном}}, \text{ В}$	127	127	127	220
$P_{\text{ном}}, \text{ кВт}$	6	14	–	62
$Q_{\text{ном}}, \text{ квар}$	–	–	8	–
$\cos \varphi_{\text{ном}}$	0,8	1	0	0,78
Характер	инд	акт	емк	инд

Схема включения приемников и ваттметров для измерения суммарной активной мощности всех приемников имеет следующий вид (рис. 53).

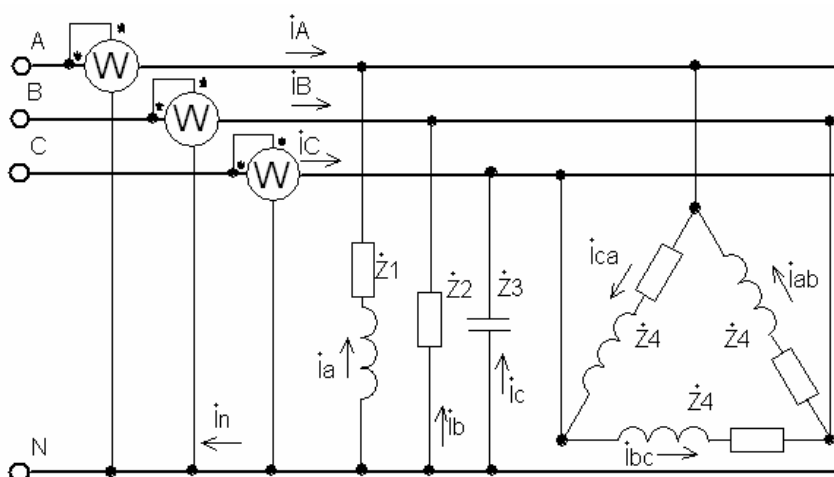


Рис. 53

Определим сопротивление элементов схемы замещения приемников:

$$Z_1 = \frac{U_{1\text{ном}}^2 \cos \varphi_{1\text{ном}}}{P_{1\text{ном}}} = 2,151 \text{ Ом}; \quad \varphi_1 = \arccos(\cos \varphi_{1\text{ном}}) = 37^\circ;$$

$$Z_2 = \frac{U_{2\text{ном}}^2 \cos \varphi_{2\text{ном}}}{P_{2\text{ном}}} = 1,152 \text{ Ом}; \quad \varphi_2 = \arccos(\cos \varphi_{2\text{ном}}) = 0^\circ;$$

$$Z_3 = \frac{U_{3\text{ном}}^2 \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_{3\text{ном}}}}{Q_{3\text{ном}}} = 2,016 \text{ Ом}; \quad \varphi_3 = -\arccos(\cos \varphi_{3\text{ном}}) = -90^\circ;$$

$$Z_4 = \frac{U_{4\text{ном}}^2 \cos \varphi_{4\text{ном}}}{P_{3\text{ном}} / 3} = 1,827 \text{ Ом}; \quad \varphi_4 = \arccos(\cos \varphi_{4\text{ном}}) = 39^\circ;$$

в комплексной форме

$$\dot{Z}_1 = 2,151 e^{j37^\circ} = 1,72 + j1,29 \text{ Ом};$$

$$\dot{Z}_2 = 1,152 e^{j0^\circ} = 1,152 \text{ Ом};$$

$$\dot{Z}_3 = 2,016 e^{j90^\circ} = -j2,016 \text{ Ом};$$

$$\dot{Z}_4 = 1,827 e^{j39^\circ} = 1,425 + j1,143 \text{ Ом}.$$

Определим фазные и линейные токи приемников:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= 127 \text{ В}; \\ \dot{U}_b &= 127e^{-j120^\circ} = -63,5 - j109,985 \text{ В}; \\ \dot{U}_c &= 127e^{j120^\circ} = -63,5 + j109,985 \text{ В}; \\ \dot{U}_{ab} &= 220e^{j30^\circ} = 190,526 + j110 \text{ В}; \\ \dot{U}_{bc} &= 220e^{-j90^\circ} = -j220 \text{ В}; \\ \dot{U}_{ca} &= 220e^{j150^\circ} = -190,526 + j110 \text{ В}; \\ \dot{I}_a &= \frac{\dot{U}_a}{\dot{Z}_1} = 59,055e^{-j37^\circ} = 47,244 - j35,433 \text{ А}; \\ \dot{I}_b &= \frac{\dot{U}_b}{\dot{Z}_2} = 110,236e^{-j120^\circ} = -55,118 - j95,467 \text{ А}; \\ \dot{I}_c &= \frac{\dot{U}_c}{\dot{Z}_3} = 62,992e^{-j150^\circ} = -54,553 - j31,496 \text{ А}; \\ \dot{I}_{ab} &= \frac{\dot{U}_{ab}}{\dot{Z}_4} = 120,435e^{-j9^\circ} = 119,037 - j18,299 \text{ А}; \\ \dot{I}_{bc} &= \frac{\dot{U}_{bc}}{\dot{Z}_4} = 120,435e^{-j127^\circ} = -68,182 - j90,909 \text{ А}; \\ \dot{I}_{ca} &= \frac{\dot{U}_{ca}}{\dot{Z}_4} = 120,435e^{-j111^\circ} = -43,671 - j112,238 \text{ А}. \end{aligned}$$

Линейные токи:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{ab} - \dot{I}_a = -209,952 + j165,971 = 267,63e^{j142^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{bc} - \dot{I}_b = 249,521 + j171,108 = 302,553e^{j34^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ca} - \dot{I}_c = 22,858 - j174,682 = 176,171e^{-j83^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

Ток нулевого провода

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = -62,427 - j162,397 = 173,982e^{-j111^\circ} \text{ А}.$$

Построим на комплексной плоскости в масштабе совмещенную векторную диаграмму токов и напряжений (рис. 54).
Мощность, показываемая ваттметрами

$$\begin{aligned} P_1 &= \text{Re}(-\dot{U}_a \dot{I}_A^*) = 26 \text{ 664 Вт}; \\ P_2 &= \text{Re}(-\dot{U}_b \dot{I}_B^*) = 34 \text{ 664 Вт}; \\ P_3 &= \text{Re}(-\dot{U}_c \dot{I}_C^*) = 20 \text{ 664 Вт}. \end{aligned}$$

Суммарная потребляемая мощность

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 81 \text{ 992} = 82 \text{ кВт}.$$

Согласно условию,

$$P = 6 + 14 + 0 + 62 = 92 \text{ кВт}.$$

Соединить однофазные приемники звездой без нулевого провода и рассчитать в них токи. Построить в масштабе на комплексной плоскости совмещенную векторную диаграмму токов и напряжений приемников (рис. 55).

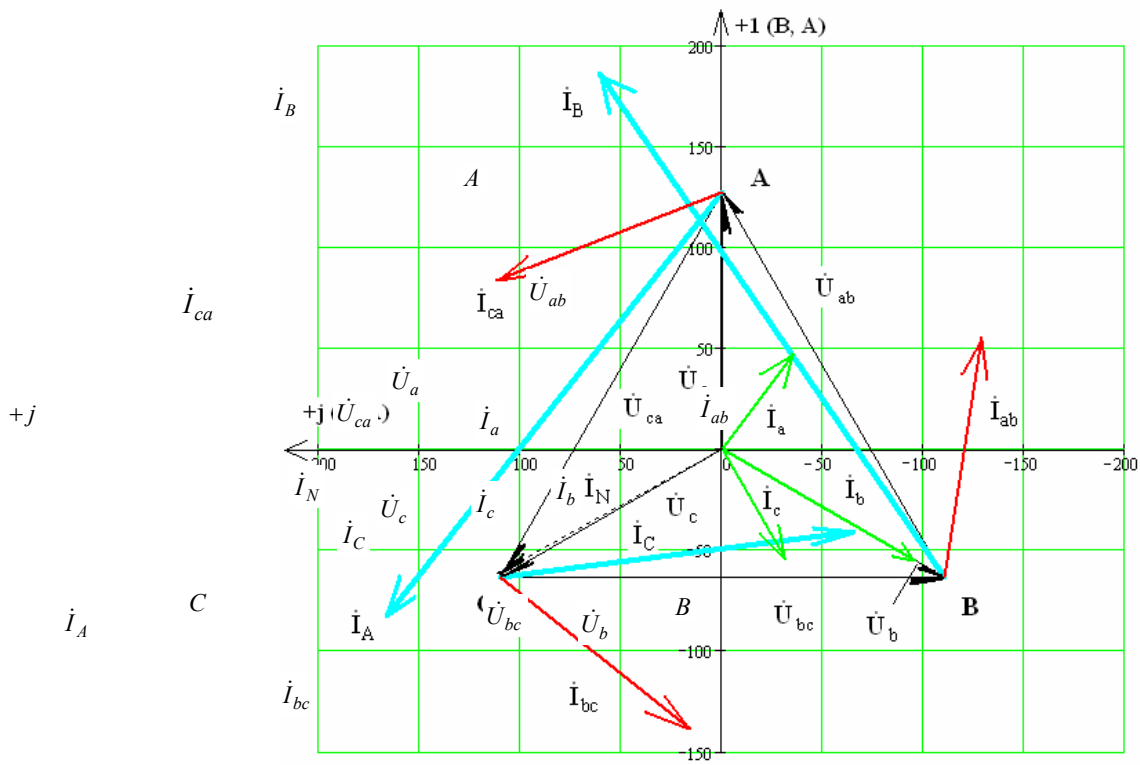


Рис. 54

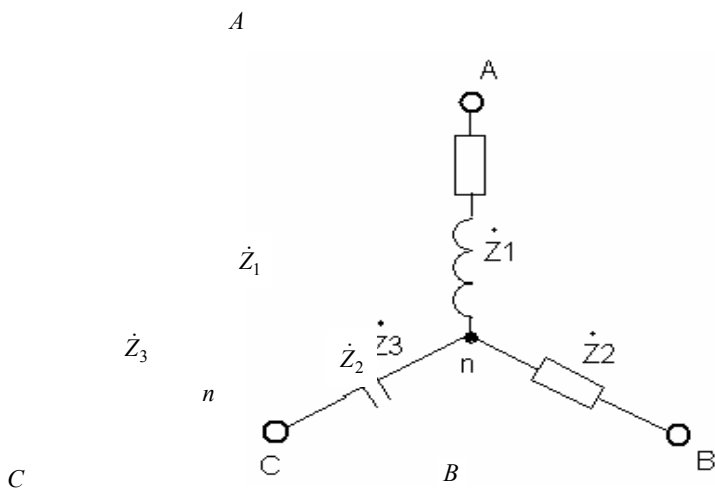


Рис. 55

Определим напряжение смещения нейтрали

$$\dot{U}_N = \frac{\frac{\dot{U}_a}{\dot{Z}_1} + \frac{\dot{U}_b}{\dot{Z}_2} + \frac{\dot{U}_c}{\dot{Z}_3}}{\frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2} + \frac{1}{\dot{Z}_3}} = 138,207e^{-j121^\circ} = -71,086 - j118,525 \text{ В.}$$

Определим напряжение в фазах нагрузки:

$$\dot{U}_{a1} = \dot{U}_a - \dot{U}_N = 198,086 + j118,525 = 230,838e^{j31^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{b1} = \dot{U}_b - \dot{U}_N = 7,586 + j8,539 = 11,422e^{j48^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{c1} = \dot{U}_c - \dot{U}_N = 7,586 + j228,51 = 228,636e^{j88^\circ} \text{ В.}$$

Векторная диаграмма токов и напряжений представлена на рис. 56.

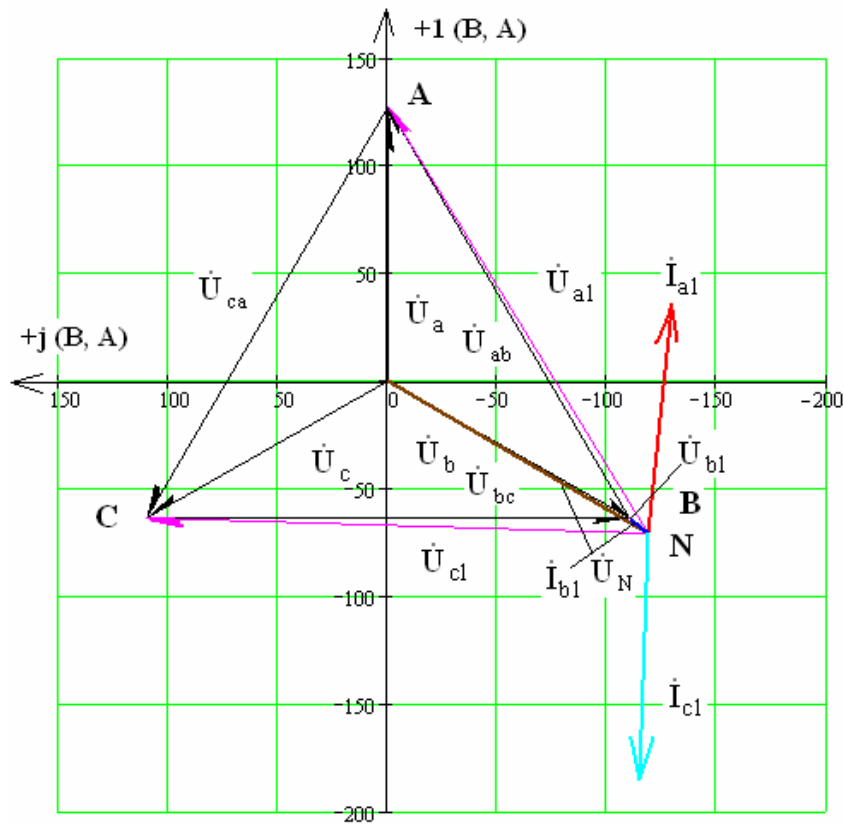


Рис. 56

Определим токи в фазах нагрузки:

$$\dot{I}_{a1} = \frac{\dot{U}_{a1}}{\dot{Z}_1} = 107,34e^{-j6^\circ} = 106,757 - j11,175 \text{ A};$$

$$\dot{I}_{b1} = \frac{\dot{U}_{b1}}{\dot{Z}_2} = 9,915e^{48^\circ} = 6,585 + j7,412 \text{ A};$$

$$\dot{I}_{c1} = \frac{\dot{U}_{c1}}{\dot{Z}_3} = 113,404e^{j178^\circ} = -113,341 + j3,763 \text{ A}.$$

Исходные данные для варианта № 5 (табл. 2).

Таблица 2

Сеть 3-проводная $U_{\text{сети}} = 380 \text{ В}$	Однофазный приемник № 1	Однофазный приемник № 2	Однофазный приемник № 3	Трёхфазный приемник № 4
$U_{\text{ном}}$, В	380	380	380	380
$P_{\text{ном}}$, кВт	–	15	20	57
$Q_{\text{ном}}$, квар	5	–	–	–
$\cos \varphi_{\text{ном}}$	0	1	0,7	0,8
Характер	емк	акт	инд	емк

Схема включения приемников и ваттметров для измерения суммарной активной мощности всех приемников имеет следующий вид (рис. 57).

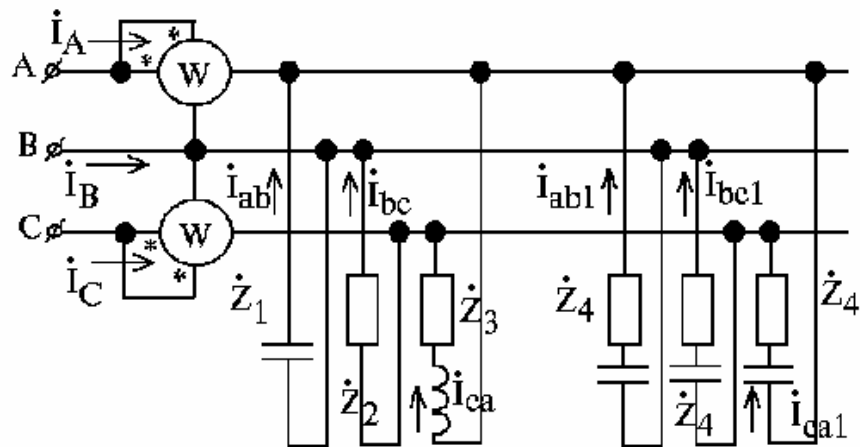


Рис. 57

Определим сопротивление элементов схемы замещения приемников:

$$Z_1 = \frac{U_{1\text{нн}}^2 \sqrt{1 - \cos \varphi_{1\text{ном}}}}{Q_{1\text{ном}}} = 28,88 \text{ Ом};$$

$$Z_2 = \frac{U_{2\text{ном}}^2 \cos \varphi_{2\text{ном}}}{P_{2\text{ном}}} = 9,627 \text{ Ом};$$

$$Z_3 = \frac{U_{3\text{ном}}^2 \cos \varphi_{3\text{ном}}}{P_{3\text{ном}}} = 5,054 \text{ Ом};$$

$$Z_4 = \frac{3U_{4\text{ном}}^2 \cos \varphi_{4\text{ном}}}{P_{4\text{ном}} / 3} = 6,08 \text{ Ом};$$

$$\varphi_1 = -\arccos(\cos \varphi_{1\text{ном}}) = -90^\circ;$$

$$\varphi_2 = \arccos(\cos \varphi_{2\text{ном}}) = 0^\circ;$$

$$\varphi_3 = \arccos(\cos \varphi_{3\text{нн}}) = 46^\circ;$$

$$\varphi_4 = -\arccos(\cos \varphi_{4\text{ном}}) = -37^\circ;$$

в комплексной форме:

$$\dot{Z}_1 = 28,88e^{-j90^\circ} = -j28,88 \text{ Ом};$$

$$\dot{Z}_2 = 9,627e^{j0^\circ} = 9,627 \text{ Ом};$$

$$\dot{Z}_3 = 5,054e^{j46^\circ} = 3,538 + j3,609 \text{ Ом};$$

$$\dot{Z}_4 = 6,08e^{-j37^\circ} = 4,864 - j3,648 \text{ Ом}.$$

Определим фазные и линейные токи приемников:

$$\dot{U}_a = 220 \text{ В};$$

$$\dot{U}_b = 220e^{-j120^\circ} = -110 - j190,526 \text{ В};$$

$$\dot{U}_c = 220e^{j120^\circ} = -110 + j190,526 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{ab} = 380e^{j30^\circ} = 329,09 + j190 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{bc} = 380e^{-j90^\circ} = -j380 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{ac} = 380e^{j150^\circ};$$

$$\dot{I}_{ab1} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\dot{Z}_4} = 62,5e^{j67^\circ} = 24,551 + j57,476 \text{ А};$$

$$\dot{I}_{bc1} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\dot{Z}_4} = 62,5e^{-j53^\circ} = 37,5 - j50 \text{ A};$$

$$\dot{I}_{ca1} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\dot{Z}_4} = 62,5e^{-j173^\circ} = -62,051 - j7,476 \text{ A};$$

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\dot{Z}_1} = 13,158e^{j120^\circ} = -6,579 + j11,395 \text{ A};$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\dot{Z}_2} = 39,474e^{-j90^\circ} = -j39,474 \text{ A};$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\dot{Z}_3} = 75,188e^{j104^\circ} = -18,733 + j72,817 \text{ A};$$

линейные токи:

$$\dot{I}_A = -\dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ab1} + \dot{I}_{ca} + \dot{I}_{ca1} = -98,756 - j3,53 = 98,819e^{-j178^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_B = -\dot{I}_{bc} - \dot{I}_{bc1} + \dot{I}_{ab} + \dot{I}_{ab1} = -19,528 - j158,345 = 159,544e^{j97^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = -\dot{I}_{ca} - \dot{I}_{ca1} + \dot{I}_{bc} + \dot{I}_{bc1} = 118,284 - j154,815 = 194,83e^{-j53^\circ} \text{ A};$$

проверка

$$\dot{I} = \dot{I}_A - \dot{I}_B - \dot{I}_C = 0 \text{ A}.$$

Построим на комплексной плоскости в масштабе совмещенную векторную диаграмму токов и напряжений (рис. 58).

Мощность, показываемая ваттметрами:

$$P_1 = \text{Re}(-\dot{U}_{ab} \dot{I}_A^*) = 33 \text{ 170 Вт};$$

$$P_2 = \text{Re}(\dot{U}_{bc} \dot{I}_C^*) = 58 \text{ 830 Вт}.$$

Суммарная потребляемая мощность

$$P = P_1 + P_2 = 92 \text{ 000 Вт}.$$

Согласно условию,

$$P = 0 + 15 + 20 + 57 = 92 \text{ кВт}.$$

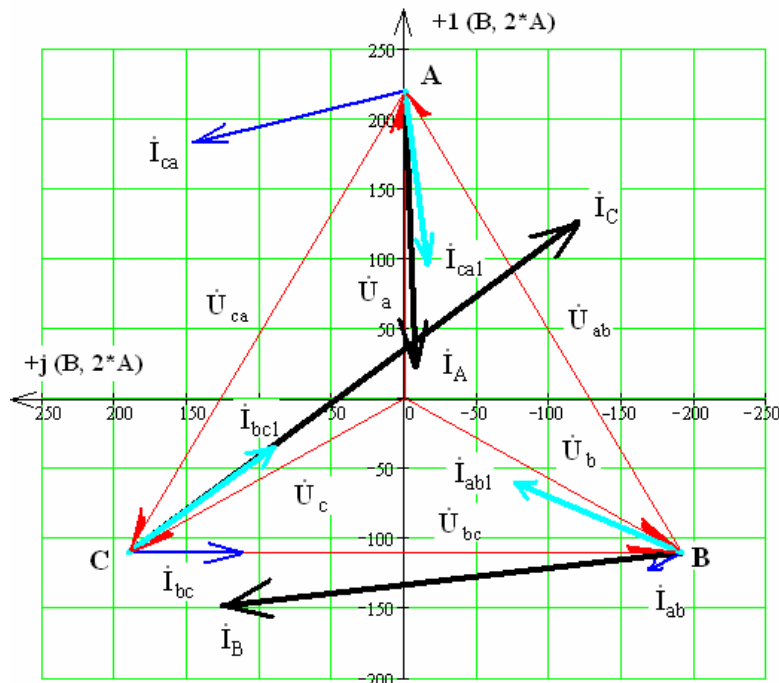


Рис. 58

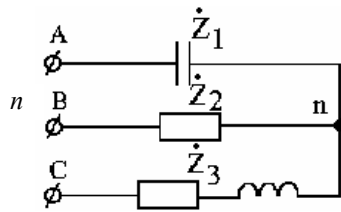


Рис. 59

Соединить однофазные приемники звездой без нулевого провода и рассчитать в них токи. Построить в масштабе на комплексной плоскости совмещенную векторную диаграмму токов и напряжений приемников (рис. 59).

Определим напряжение смещения нейтрали

$$\dot{U}_N = \frac{\frac{\dot{U}_a}{\dot{Z}_1} + \frac{\dot{U}_b}{\dot{Z}_2} + \frac{\dot{U}_c}{\dot{Z}_3}}{\frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2} + \frac{1}{\dot{Z}_3}} = 112,376e^{j113} = -44,369 + j103,246 \text{ В.}$$

Определим напряжение в фазах нагрузки:

$$\dot{U}_{a1} = \dot{U}_a - \dot{U}_N = 264,369 - j103,246 = 283,815e^{-j21^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{b1} = \dot{U}_b - \dot{U}_N = -65,631 - j293,772 = 301,014e^{-j103^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{c1} = \dot{U}_c - \dot{U}_N = -65,631 + j87,279 = 109,202e^{j127^\circ} \text{ В.}$$

Определим токи в фазах нагрузки:

$$\dot{I}_{a1} = \frac{\dot{U}_{a1}}{\dot{Z}_1} = 9,827e^{j69^\circ} = 3,575 + j9,154 \text{ А;}$$

$$\dot{I}_{b1} = \frac{\dot{U}_{b1}}{\dot{Z}_2} = 31,269e^{-j103^\circ} = -6,818 - j30,516 \text{ А;}$$

$$\dot{I}_{c1} = \frac{\dot{U}_{c1}}{\dot{Z}_3} = 21,607e^{j81^\circ} = 3,243 + j21,362 \text{ А.}$$

Совмещенная векторная диаграмма токов и напряжений представлена на рис. 60.

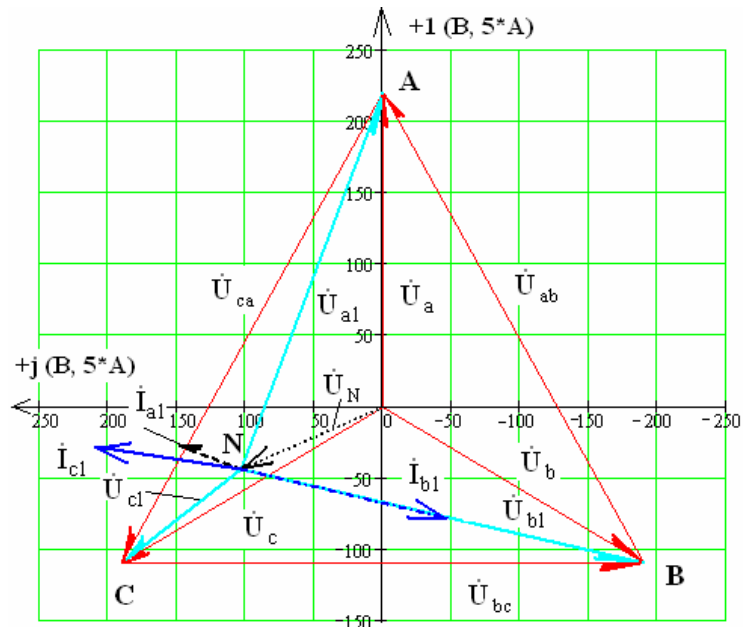


Рис. 60

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	3
ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЯХ	4
СИММЕТРИЧНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ	8
НЕСИММЕТРИЧНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ...	11
ИЗМЕРЕНИЕ МОЩНОСТИ В ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ	14
ТРЕХФАЗНОЕ ВРАЩАЮЩЕЕСЯ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ	16
НЕСИНУСОИДАЛЬНЫЕ ТОКИ В ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ	21
МЕТОД СИММЕТРИЧНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ДЛЯ РАСЧЕТА НЕСИММЕТРИЧНЫХ ТРЕХФАЗНЫХ СИСТЕМ	22
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ	34
ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ	50
ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ	55
ПРИМЕРНЫЙ ВАРИАНТ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИ- ЧЕСКОЙ РАБОТЫ	61