

**Б.И. ГЕРАСИМОВ, В.В. ДРОБЫШЕВА, О.В. ВОРОНКОВА**

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ  
ИССЛЕДОВАНИЯ  
В МАРКЕТИНГЕ:  
ВВЕДЕНИЕ  
В ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

**ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ**

Учебное издание

ГЕРАСИМОВ Борис Иванович  
ДРОБЫШЕВА Вера Владимировна  
ВОРОНКОВА Ольга Васильевна

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ  
В МАРКЕТИНГЕ: ВВЕДЕНИЕ  
В ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Учебное пособие

Редактор Е.С. Мордасова  
Компьютерное макетирование М.А. Филатовой

Подписано в печать 6.12.06  
Формат 60 × 84 / 16. Бумага офсетная. Гарнитура Times New Roman.  
Объем: 7,82 усл. печ. л. Тираж 100 экз. Заказ № 771

Издательско-полиграфический центр  
Тамбовского государственного технического университета,  
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14  
Министерство образования и науки Российской Федерации  
**ГОУ ВПО "Тамбовский государственный технический университет"**

**Б.И. ГЕРАСИМОВ, В.В. ДРОБЫШЕВА, О.В. ВОРОНКОВА.**

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ  
В МАРКЕТИНГЕ: ВВЕДЕНИЕ  
В ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

*Утверждено Ученым советом ТГТУ  
в качестве учебного пособия*



Тамбов  
◆ Издательство ТГТУ ◆  
2006

УДК 339.138(075)  
ББК У9(2)я73-5  
Г-371

Рецензенты:  
Доктор экономических наук, профессор  
*В.Д. Жариков*  
Кандидат экономических наук  
*Л.В. Пархоменко*

**Герасимов, Б.И.**  
Г-371 Статистические исследования в маркетинге: введение в экономический анализ : учебное пособие /  
Б.И. Герасимов, В.В. Дробышева, О.В. Воронкова ; под ред. проф. Б.И. Герасимова. – Тамбов : Изд-  
во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. – 136 с. – 100 экз. – ISBN 5-8265-0541-9.

Рассмотрены история статистики, ее основные школы, а также современная методология построения и анализа показателей микро- и макроэкономической статистики. Приведены математические методы количественного анализа финансово-кредитных операций, рассмотрены методы начисления простых и сложных процентов разовых платежей и аннуитетов, анализ эффективности инвестиционных процессов, что позволит конкретизировать полученные знания и применить их для решения практических задач, в частности, при осуществлении маркетинговых исследований.

Предназначено студентам специальности 080111 "Маркетинг" дневной и заочной форм обучения.

УДК 339.138(075)

ББК У9(2)я73-5

ISBN 5-8265-0541-9

© Герасимов Б.И., Дробышева В.В.,  
Воронкова О.В., 2006

© ГОУ ВПО "Тамбовский государственный  
технический университет" (ТГТУ), 2006

## ВВЕДЕНИЕ

---

---

Маркетинговые исследования – это аналитическая функция маркетинга, связывающая потребителей конкурентов посредством информации, которая используется для распознавания и определения возможностей и проблем, выработки, оптимизации и оценки маркетинговых действий, определения эффективности комплекса маркетинга и улучшения понимания маркетинга как процесса. Маркетинговые исследования связаны с принятием решений по всем аспектам маркетинговой деятельности, они снижают уровень неопределенности и касаются всех элементов комплекса маркетинга.

Данное учебное пособие поможет студентам лучше осмыслить категории статистической науки, научиться применять научные методы статистического исследования и за статистическими показателями видеть конкретное их содержание, а также выработать практические навыки решения конкретных задач различного типа, в том числе в области маркетинговых исследований.

В системе экономических наук статистика является одной из фундаментальных дисциплин, формирующих специальность экономиста, менеджера, финансиста, коммерсанта, бухгалтера-аудитора. Роль статистики в обществе огромна. Общество в процессе своего развития ставит перед статистикой все новые и новые задачи, что способствует выделению отдельных отраслей единой статистической науки. Каждая из этих отраслей имеет свой объект исследования, выясняет сущность определенной системы показателей, разрабатывает правила и методы их получения и использования в научной и практической деятельности. Однако во всех отраслевых статистиках применяются принципы и методы общей теории статистики.

Общая теория статистики, находясь на первом из трех уровней статистики, является наукой о наиболее общих принципах, правилах и законах цифрового освещения социально-экономических явлений.

В результате изучения статистики студенты должны овладеть системой показателей, приемов и статистических методов, применяемых на основных стадиях экономико-статистического исследования: сбора (в соответствии с целевой функцией исследования) первичной информации, ее обработки в ходе статистической сводки, вычисления обобщающих показателей для анализа и прогнозирования с применением экономико-математических методов, табличного и графического методов.

### Глава 1. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

---

---

#### 1.1. СТАТИСТИКА: ЕЕ ПРЕДМЕТ И МЕТОДЫ, СВЯЗЬ С ДРУГИМИ НАУКАМИ

Термин «статистика» употребляется в различных значениях. Под статистикой понимается практическая деятельность по сбору, накоплению, обработке и анализу цифровых данных, характеризующих население, экономику, культуру, образование и другие стороны жизни общества.

Статистикой также называют науку, имеющую целью сбор, упорядочивание, анализ и сопоставление числового представления факторов, относящихся к самым разнообразным массовым явлениям. Это вместе с тем учение о системе показателей, т.е. количественных характеристик, дающих всестороннее представление об общественных явлениях, о народном хозяйстве в целом и отдельных его отраслях.

Статистикой называют также различного рода числовые или цифровые данные, характеризующие различные стороны жизни государства: политические отношения, культуру, население, производство и т.д.

Между статистической наукой и практикой существует тесная связь и зависимость: наука использует данные практики, обобщает их и разрабатывает методы проведения статистических исследований. В свою очередь, в практической деятельности применяются теоретические положения статистической науки для решения конкретных управленческих задач.

Статистика как наука имеет свой предмет исследования. Она изучает массовые социально-экономические явления и процессы, а не отдельные факты. Эти массовые явления и процессы выступают как множества отдельных фактов, обладающих как индивидуальными, так и общими признаками. Таким образом, чтобы охарактеризовать массовое общественное явление или процесс в целом, необходимо рассмотреть всю или очень большую массу относящихся к ним явлений или процессов.

Объект статистического исследования называют статистической совокупностью. Статистическая совокупность – это множество единиц, обладающих массовостью, однородностью, определенной целостностью, взаимозависимостью состояний отдельных единиц и наличием вариаций. Статистическая совокупность всегда состоит из реально существующих материальных объектов. Например, в качестве объектов статистических совокупностей могут выступать множества: предприятий, семей, студентов и т.д.

Каждый отдельно взятый элемент данного множества называется единицей статистической совокупности, которые характеризуются общими признаками. Например, признаком предприятий является их отраслевая принадлежность и разряд предприятий.

Признаки – качественная определенность совокупности хотя и имеет общую основу, устанавливается в каждом конкретном статистическом исследовании в соответствии с его целями и задачами.

Таким образом, единицы совокупности наряду с общими для всех единиц признаками, обуславливающими качественную определенность совокупности, обладают индивидуальными особенностями и различиями, отличающими их друг от друга, т.е. существует так называемая вариация признаков, которая обусловлена различным сочетанием условий, составляющих развитие элементов множества. Например, распределение жителей по росту и другим физическим показателям интересует лишь антропологию. Но без этих распределений невозможна успешная работа легкой промышленности.

Наряду с распределением массовых общественных явлений статистика устанавливает их размещение в пространстве и времени, что требует их тщательного анализа.

Второй особенностью статистики выступают размеры и количественные соотношения социально-экономических явлений, закономерности их связи и развития. Например, статистика изучает экономические характеристики производства, распределения и потребления, уровень материального благосостояния, численность населения земного шара и его распределение по континентам и странам и т.д.

Другим выражением количественной стороны общественной жизни являются числовые соотношения размеров общественных явлений.

Количественная определенность – это объективное свойство предмета познания статистикой. Количественные характеристики, устанавливаемые статистикой, не являются зафиксированными, одинаковыми для всех единиц совокупности. В каждый момент общественной жизни явления обладают определенными уровнями, независимо от того находят они свое выражение в данных статистики или нет. Они меняются (варьируют) от одной единицы совокупности к другой в пространстве и времени.

Количественную характеристику статистика выражает через определенного рода числа, которые называются статистическими показателями. Статистический показатель отражает результат измерения у единиц совокупности и совокупности в целом.

Статистический показатель имеет три обязательных атрибута: количественную определенность, место и время.

Изменяя объем статистической совокупности или ее частей, статик получает объемные показатели.

Количественная характеристика уровня, степени распространения явления, его динамика измеряются качественными показателями, например уровнем производительности труда, себестоимостью продукции, количеством браков на 1000 жителей, темпом роста населения и т.д.

Совокупность показателей, всесторонне отражая сложное явление, составляет систему показателей. Однако статистику нельзя назвать только наукой о размерах социально-экономических явлений.

Третья особенность статистики как науки заключается в том, что она характеризует структуру общественных явлений. Структура – это внутреннее строение массовых явлений, т.е. внутреннее строение статистического множества. Статистика должна обнаружить эту структуру, выразить и отразить с помощью статистических показателей.

При анализе структуры выявляются составные части социально-экономических явлений. Эти составные части сопоставляются с явлением в целом и между собой. Производится сравнение данной структуры с другими однотипными структурами, а так же с заданной и выявление причин отклонений, подготавливаются предложения по оптимизации структуры. В процессе ее анализа используется метод группировок.

Например, применительно к статистике населения целью первого направления исследований является изучение численности населения и структуры по полу, возрасту, национальности, образованию, роду занятий, источнику средств существования и т.д.; второе направление включает изучение зависимости одних структурных характеристик от других; третье – изучение прироста населения и изменение его структуры.

Таким образом, каждому общественному явлению свойственны изменения в пространстве и времени. Изменения в пространстве, т.е. в статике, выявляются посредством анализа структуры общественного явления, а изменения уровня и структуры явления исследуются во времени, т.е. в динамике. Такова четвертая особенность статистики как науки. Анализ динамики включает: установление размера уровня общественных явлений на определенные моменты или промежутки времени и среднего уровня; выявление характера изменений за каждый промежуток времени и в целом; определение величины и темпов изменения; установление основной тенденции изменений, их закономерностей и составление статистического прогноза.

Явления общественной жизни взаимосвязаны и взаимообусловлены: изменение одних явлений предопределяет другие; например, снижение затрат на сырье и материалы приводит к снижению себестоимости, и наоборот. Поэтому выявление связей является пятой особенностью статистики как науки, так как познание действительности невозможно без познания всех или по крайней мере основных взаимосвязей общественных явлений. Наибольшее значение имеет выявление причинно-следственных связей, чтобы воздействовать на общественные явления с целью их изменения в интересах общества.

С помощью специальной методологии статистика определяет количественные связи между общественными явлениями.

Методологической основой статистики является теория познания, определяющая научный подход к изучению явлений природы и общества. Это означает, что статистика анализирует социально-экономические явления и процессы не изолированно, а в их взаимодействии, взаимосвязи, не в состоянии покоя и неизменности, а в движении, в изменении и развитии.

Под статистической методологией понимается система приемов, способов и методов, направленных на изучение количественных закономерностей, проявляющихся в структуре, динамике и взаимосвязях социально-экономических явлений.

Статистическое исследование состоит из трех стадий:

- 1) статистическое наблюдение;
- 2) первичная обработка, свodka и группировка результатов наблюдения;
- 3) анализ полученных сводных материалов.

Все эти этапы связаны между собой, отсутствие одного из них ведет к разрыву целостности статистического исследования. Прохождение каждой стадии связано с использованием специальных методов, объясняемых выполняемой работой.

Начальной стадией статистических исследований является статистическое наблюдение – научно организованный сбор сведений об изучаемых социально-экономических процессах или явлениях.

Полученные в результате статистического наблюдения данные являются исходными для выполнения последующих этапов статистического исследования. Характерным для этой стадии является метод массовых наблюдений, так как статистическое наблюдение всегда массовое. Это объясняется тем, что статистика изучает закономерности, которые выделяются через исследование массовых явлений под действием закона больших чисел. На этом же этапе формируются цели и задачи наблюдения, разрабатываются программы исследования в целом и по вышеуказанным стадиям, определяются конкретные способы и методы, используемые на каждом этапе исследования, составляется организационный план его проведения, определяются объект и единица наблюдения.

Результатом статистического наблюдения являются данные, характеризующие каждую единицу наблюдения. Цель же исследования – получение характеристики объекта наблюдения в целом, поэтому результаты статистического наблюдения представляют собой лишь исходный статистический материал. Эти результаты необходимо определенным образом обработать, чтобы выявить статистические данные. Такая обработка является следующей после наблюдения стадией статистического исследования и представляет собой сводку исходных данных для получения обобщающих характеристик исследуемого процесса или явления.

Именно статистическое наблюдение является источником статистической информации. Различают много способов статистического наблюдения, важнейшими из которых является непосредственное наблюдение, документальный учет фактора и опрос.

Непосредственное – наблюдение, при котором сами регистры путем непосредственного замера, подсчета и т.п. устанавливают факт, подлежащий регистрации, на основе чего производят записи в формуляре наблюдения.

Документированный способ основан на использовании в качестве источника статистической информации, как правило, документов учетного характера, при надлежащем контроле за постановкой первичного учета и правильном заполнении статистических формуляров.

Опрос – способ наблюдения, при котором необходимые сведения получают со слов респондента. Он предполагает непосредственное обращение к носителю признаков.

Метод статистических группировок и таблиц. Вторая стадия статистического исследования представляет собой комплекс последовательных действий по обобщению конкретных единичных фактов, образующих совокупность в целях выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению в целом. Важнейшим специфическим методом на этой стадии является метод группировок. Статистическая свodka включает в себя распределение исходных данных по группам, качественно однородным по одному или нескольким признакам и получение групповых итогов. На правильность выводов, получаемых в результате исследования, оказывает существенное влияние выбор группировочных признаков.

Для правильного выделения качественно однородных групп следует выбирать основные, наиболее существенные для данного явления или процесса, признаки. Одним из этапов процесса группировки является построение рядов распределения, т.е. группировка единиц наблюдения по величине или значению признака.

Результаты статистической группировки и свodka излагаются в виде статистических таблиц, являющихся наиболее рациональной, систематизированной и наглядной формой представления массовых данных.

Метод анализа с помощью обобщающих показателей. Статистический анализ является заключительной стадией статистического исследования.

Выделяют следующие основные этапы анализа:

- 1) констатация фактов и их оценка;
- 2) установление характерных черт и причин явления;
- 3) сопоставление явления с другими, принятыми за базу сравнения, – нормативными, плановыми и прочими явлениями;
- 4) формулирование гипотез, выводов и предложений;
- 5) статистическая проверка выдвинутых гипотез с помощью специальных статистических показателей.

Характерным для статистических методов на этой стадии является применение обобщающих показателей: абсолютных, относительных, средних величин и индексных систем. Некоторые общие черты формирования обобщающих показателей устанавливаются посредством измерения их вариации. Изучение вариации наряду с применением средних и относительных величин имеет большое практическое значение. Показатели вариации дополняют средние величины, за которыми скрываются индивидуальные различия. Они характеризуют степень

однородности статистической совокупности по данному признаку. Показатели вариации определяют границы вариации признака, а их соотношение выражает взаимосвязь признаков.

Изучение структуры – исходный пункт статистического исследования. Здесь вопросы изменения и развития возникают в отраженной форме с различным уровнем развития элементов структуры. Конечная задача статистического исследования – отношение закономерностей. Исследование динамики обычно носит дифференциальный или интегральный характер. Фиксация состояний процесса образует интегральный динамический ряд, который исследуется на основе обобщающих аналитических показателей, специальных приемов обработки и моделирования рядов динамики. Прогнозирование дальнейшего хода развития общественных явлений осуществляется с помощью экстраполяции.

Закономерности причинно-следственных связей общественных процессов и явлений устанавливаются с помощью корреляционно-регрессивного анализа, а также методов многомерного статистического анализа. Взаимосвязи явлений также изучаются с помощью статистических группировок, параллельных рядов, взаимосвязанных индексов и т.д.

Широкое применение в статистике находят графические методы, позволяющие в наглядной форме представлять результаты статистических исследований.

Одной из основных задач статистики является всестороннее освещение социально-экономического положения РФ, происходящие изменения, связанные с переходом к рыночным отношениям. Наличие систематической и полной информации о происходящих процессах и явлениях становится необходимым условием принятия эффективных управленческих решений на государственном и региональном уровне. В этой связи обеспечение информационных запросов управленческих структур является весьма актуальной задачей статистики, способствующей успешному реформированию экономики.

В условиях становления рыночных отношений в стране первоочередной и основополагающей задачей развития теории и практики является реформирование общеметодологических и организационных основ государственной статистики, соответствующих экономике переходного периода.

Наиболее полно запросам рынка отвечает система национальных счетов (СНС), принятая в международной практике учета и статистики, переход к которой начался в РФ на основе разработанной и утвержденной программы, рассчитанной на период с 1993 – 1995 гг. Внедрение СНС в российскую статистическую практику требует внесения изменений в действующую систему показателей рыночной экономики, методологии их определения, а также пересмотра действующих форм государственной статистической отчетности.

В современных условиях требует совершенствования система сбора и обработки информации, т.е. с переходом к рыночным отношениям достаточно остро встает проблема совершенствования организации статистического наблюдения.

Построение фундаментальных основ статистики, адаптированной к рыночным условиям, связано с переходом на такие формы наблюдения, как регистры, переписи, цензы и др.

Регистр статистических единиц, в котором зафиксировано количество агентов рынка, является в условиях рыночных отношений единственным аргументом сплошного учета. Особую значимость также приобретают выборочные наблюдения, поскольку большинство статистических показателей в настоящее время собирается на выборочной основе.

Актуальной является задача создания постоянно действующих мониторингов, представляющих собой специально организованные систематические наблюдения за состоянием каких-либо объектов и в первую очередь – окружающей среды. Данные мониторинга используются для комплексной оценки качества, например, окружающей среды, разработки природоохранных мероприятий.

В соответствии с требованиями развития рыночной экономики встают задачи компьютеризации статистики, являющиеся составной частью программы информатизации России. В этой программе предстоит решить ряд задач по программной и технической совместимости различных автоматизированных систем на федеральном и региональном уровнях.

В целях развития методов и средств сбора, передачи, обработки, накопления и выдачи статистических данных перед статистикой встает достаточно важная задача по созданию информационно-телекоммуникационной системы статистики (ИТСС), строящейся на основе вводимой в эксплуатацию информационно-вычислительной сети, в основе которой лежит создание локальных вычислительных сетей (ЛВС) во всех органах государственной статистики федерального и регионального уровней. Создание ЛВС позволяет перейти от традиционной пакетной обработки статистической информации к новой информационной технологии, максимально автоматизирующей разработку статистической отчетности и информационно-справочное обслуживание местных органов власти и управления, предприятий, организаций и населения.

Наряду с существующими комплексами электронной обработки информации (КЭОИ), являющимися преобладающим средством информационной системы, перед статистикой стоит задача перехода к комплексам регламентной обработки информации (КРО), основой которой будет автоматизация формирования статистической информации для федеральных органов.

Общество в процессе своего развития ставит перед статистикой все новые задачи, что способствует выделению отдельных отраслей единой статистической науки. Все они используют принципы и методы общей теории статистики, но имеют свои объекты исследования.

Первый уровень – общая теория статистики является наукой о наиболее общих принципах, правилах и законах цифрового освещения социально-экономических явлений. Она разрабатывает наиболее общие понятия и

категории статической науки, которые имеют общестатистический смысл и методы изучения социально-экономических явлений.

Ее категориями, показателями и методами пользуются все отраслевые статистики, т.е. общая теория статистики является методологической основой, ядром всех отраслей статистики.

Общая теория статистики изучает историю статистической науки, разрабатывает организацию статистической службы в своей стране, изучает опыт организации статистики в других странах.

На втором уровне выделены две большие обобщающие отрасли: экономическая и социально-демографическая статистики.

Экономическая статистика изучает явления и процессы в области экономики: структуру, пропорции, взаимосвязи отраслей и элементов общественного воспроизводства.

Социально-демографическая статистика изучает население, а также социальные (неэкономические) явления и процессы, которые характеризуют условия жизнедеятельности людей, их взаимоотношения в процессе труда и внепроизводственной деятельности. Ее основной целью является комплексное изучение различных сторон социальных условий и образа жизни людей.

На третьем уровне выделены отрасли экономической и социально-демографической статистики. В структуре экономической статистики выделяют макроэкономическую статистику, разрабатывающую методы комплексного изучения экономики страны, межотраслевые связи и др. Помимо этого в совокупность отраслей экономической статистики входят статистики промышленности, сельского хозяйства, торговли и других отраслей производственной сферы. В состав социально-демографической статистики входят статистики населения, уровня жизни, культуры, общественного мнения, политическая, моральная и другие отрасли. Каждая отраслевая статистика представляет собой науку о количественных изменениях, происходящих в соответствующих отраслях народного хозяйства. Задачей всех отраслевых статистик является разработка статистических показателей соответствующих отраслей.

Статистика развивается как единая наука, и развитие каждой отрасли содействует ее совершенствованию в целом.

## 1.2. СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ. СТАТИСТИЧЕСКАЯ СВОДКА И ГРУППИРОВКА

Для исследования социально-экономических явлений и процессов общественной жизни следует собрать о них необходимые сведения – статистические данные. Под статистическими данными понимают совокупность количественных характеристик социально-экономических явлений и процессов, полученных в результате соответствующих расчетов.

Важной частью любого статистического исследования является статистическое наблюдение.

Статистическое наблюдение – это массовое, планомерное, научно организованное наблюдение за явлениями социальной и экономической жизни, которое заключается в регистрации отобранных признаков у каждой единицы совокупности.

Примером статистического наблюдения является опрос общественного мнения. Такое наблюдение предпринимается с целью выявления отношения людей к некоторым представляющим интерес вопросам или спорным событиям.

Статистическое наблюдение может проводиться органами государственной статистики, научно-исследовательскими институтами, экономическими службами банков, бирж, фирм.

Статистическое наблюдение можно разбить на группы по следующим признакам:

- времени регистрации фактов;
- охвату единиц совокупности.

По времени регистрации фактов бывает непрерывное (текущее), периодическое и единовременное наблюдение. При текущем наблюдении изменения в отношении изучаемых явлений фиксируются по мере их наступления, например, при регистрации рождений, смерти, состоянии в браке. Такое наблюдение проводится с целью изучения динамики какого-либо явления.

Данные, отражающие изменение объекта, могут быть собраны в ходе нескольких обследований. Они обычно проводятся по схожей программе и инструментарию и называются периодическими. К такому виду наблюдений относятся переписи населения, которые проводятся через каждые 10 лет; регистрация цен производителей по отдельным товарам, которая в настоящее время проводится ежемесячно.

Единовременное обследование дает сведения о количественных характеристиках какого-либо явления или процесса в момент его исследования. Повторная регистрация проводится спустя какое-то время (не определенное заранее) или может не проводиться вообще. Единовременным обследованием была инвентаризация незавершенного производственного строительства 1990 г.

По охвату единиц совокупности статистическое наблюдение бывает сплошное и несплошное.

Задачей сплошного наблюдения является получение информации о всех единицах исследуемой совокупности.

Такой вид наблюдения имеет серьезные недостатки: высокую стоимость получения и обработки всего объема информации; большие затраты трудовых ресурсов; недостаточную оперативность информации, так как для ее сбора и обработки необходимо много времени. И наконец, ни одно сплошное наблюдение не обеспечи-

вает полного охвата всех без исключения единиц совокупности. Больше или меньше число единиц обязательно остается вне наблюдения.

Несплошное наблюдение заранее предполагает, что обследованию подлежит лишь часть единиц изучаемой совокупности. При его проведении заранее следует определить, какая часть совокупности должна быть подвергнута наблюдению и каким образом следует отобрать те единицы, которые должны быть обследованы.

Одним из преимуществ несплошных наблюдений является возможность получения информации в более короткие сроки и с меньшими затратами ресурсов, чем при сплошном наблюдении. Это связано с меньшим объемом собираемой информации, а следовательно, с более низкими затратами на ее получение, проверку достоверности, обработку, анализ.

Существует несколько видов несплошного наблюдения. Одно из них – выборочное наблюдение. Оно основано на принципе случайного отбора тех единиц изучаемой совокупности, которые должны быть подвергнуты наблюдению. При правильной организации выборочное наблюдение дает достаточно точные результаты, вполне пригодные для характеристики всей исследуемой совокупности.

Численность выборочной совокупности зависит от природы исследуемого социально-экономического явления. В выборочной совокупности должны быть представлены все типы единиц, имеющиеся в исследуемой совокупности. Иначе она не будет точно воспроизводить пропорции и зависимости, характерные для совокупности во всем ее объеме.

Разновидностью выборочного наблюдения является метод моментных наблюдений. Суть его состоит в том, что информация собирается путем регистрации значений признаков у единиц выборочной совокупности в некоторые заранее определенные моменты времени. Поэтому метод моментных наблюдений предполагает отбор не только единиц исследуемой совокупности, но и моментов времени, в которые проводится регистрация состояния исследуемого объекта.

Этот вид наблюдения применяется при проведении обследований доходов населения.

Другой вид несплошного наблюдения – это метод основного массива. При нем обследованию подвергаются самые существенные, обычно наиболее крупные единицы изучаемой совокупности, которые по основному признаку имеют наибольший удельный вес в совокупности. Именно этот вид используется для организации наблюдения за работой городских рынков.

Монографическое обследование представляет собой вид несплошного наблюдения, при котором тщательному обследованию подвергаются отдельные единицы изучаемой совокупности, обычно представители каких-либо новых типов явлений. Оно проводится с целью выявления имеющихся тенденций в развитии данного явления.

Монографическое обследование изучает отдельные единицы наблюдения с высокой степенью детализации, которой нельзя достигнуть при сплошном или даже выборочном обследовании, что позволяет уловить те пропорции и связи, которые ускользают из поля зрения при массовых наблюдениях.

Монографическое обследование часто проводится для составления программы нового массового наблюдения. Существует связь между сплошным (или выборочным) и монографическим наблюдениями. С одной стороны, для отбора единиц наблюдения, которые должны быть подвергнуты монографическому обследованию, используют данные массовых обследований. С другой – результаты монографических обследований дают возможность уточнить структуру исследуемой совокупности и связь между отдельными признаками, характеризующими изучаемое явление. Это позволяет уточнить программу массового наблюдения, характерные черты и основные признаки объекта исследования.

На основе информации, собранной в ходе статистического наблюдения, как правило, нельзя непосредственно выявить и охарактеризовать закономерности социально-экономических явлений. Это связано с тем, что наблюдение дает сведения по каждой единице исследуемого объекта. Полученные данные не являются обобщающими показателями. С их помощью нельзя сделать выводы в целом об объекте без предварительной обработки данных.

Поэтому цель следующего этапа статистического исследования состоит в систематизации первичных данных и получении на этой основе сводной характеристики всего объекта при помощи обобщающих статистических показателей.

Сводка представляет собой комплекс последовательных операций по обобщению конкретных единичных фактов, образующих совокупность, для выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению в целом.

Таким образом, если при статистическом наблюдении собирают данные о каждой единице объекта, то результатом сводки являются подробные данные, отражающие в целом всю совокупность.

Статистическая сводка должна вестись на основе предварительного теоретического анализа явлений и процессов. Это необходимо для того, чтобы во время сводки не потерять информацию об исследуемом явлении и все статистические итоги отражали важнейшие характерные черты объекта.

По глубине обработки материала сводка бывает простая и сложная.

Простой сводкой называется операция по подсчету общих итогов по совокупности единиц наблюдения.

Сложная сводка представляет собой комплекс операций, включающих группировку единиц наблюдения, подсчет итогов по каждой группе и по всему объекту и представление результатов группировки и сводки в виде статистических таблиц.

Проведению сводки предшествует разработка ее программы, которая состоит из следующих этапов: выбор группировочных признаков; определение порядка формирования групп; разработка системы статистических

показателей для характеристики групп и объекта в целом; разработка системы макетов статистических таблиц, в которых должны быть представлены результаты сводки.

По форме обработки материала сводка бывает децентрализованная и централизованная.

При децентрализованной сводке разработка материала производится последовательными этапами. Например, отчеты предприятий сводятся статистическими органами субъектов РФ, а уже итоги по региону поступают в Госкомстат России, а там определяются показатели в целом по народному хозяйству страны.

При централизованной сводке весь первичный материал поступает в одну организацию, где и подвергается обработке от начала и до конца. Централизованная сводка обычно используется для обработки материалов, одновременных статистических обследований.

По технике выполнения статистическая сводка подразделяется на механизированную и ручную.

Механизированная сводка – это способ выполнения сводки статистических данных, при котором все операции осуществляются с помощью применения ЭВМ. При ручной сводке все основные операции осуществляются вручную. В настоящее время она используется крайне редко.

Для проведения сводки составляется план, в котором излагаются организационные вопросы: кем и когда будут осуществляться все операции, порядок ее проведения, состав сведений, подлежащих опубликований в периодической печати.

Опираясь на диалектическое единство синтеза и анализа как дополняющих друг друга способов познания, допуская определенную степень абстракции, статистическое исследование производит расчленение множества единиц изучаемой совокупности на не различающиеся между собой, но внутренне однородные части и одновременно с этим объединяет их в типичные группы по существенному для них признаку. Именно при таком подходе к изучению социально-экономических явлений группировки являются важнейшим методом статистического исследования, позволяющим уловить переход количественных изменений в качественные, выявить закономерности их развития. Существование множества форм развития социально-экономических явлений, а также конкретных целей исследования и неоднородных по содержанию исходных данных обуславливает необходимость осуществления разнообразных приемов группировок.

Группировка – это процесс образования однородных групп на основе расчленения статистической совокупности на части или объединение изучаемых единиц в частные совокупности по существенным для них признакам.

Иначе говоря, в зависимости от содержания и форм изучаемых признаков, статистические группировки образуются или посредством разделения совокупности на отдельные части, характеризующиеся внутренней однородностью и различающиеся между собой рядом признаков, или благодаря объединению в группы единиц совокупности по типичным признакам. Результатом осуществления этого двуединого процесса является разделенный на группы объект наблюдения.

Признаки, по которым производится распределение единиц наблюдаемой совокупности на группы, называются группировочными признаками, или основанием группировки.

Особым видом группировок являются классификации. Объективная необходимость разработки классификации обусловлена многообразием атрибутивных признаков при изучении многочисленных явлений и процессов, создающих трудности при отнесении единиц совокупности к определенной группе или классу. При наличии нескольких признаков у отдельной единицы статистической совокупности ее относят к определенной группе по признаку, имеющему преимущественное значение.

Классификация, представляющая собой устойчивую номенклатуру классов и групп, образованных на основе сходства и различий единиц наблюдаемого объекта, имеет фундаментальное значение для всего цикла статистических работ, особенно для составления баланса народного хозяйства, позволяющего следить за пропорциональностью экономического развития отдельных регионов. С помощью классификации общественных явлений вариация их признаков фиксируется в определенном системном виде. Классификации выступают в роли своеобразного статистического стандарта.

В современных условиях возникает потребность внесения коррективов в действующие классификации и создания новых, отвечающих задачам коммерческой деятельности коллективов магазинов, объединений и других предприятий, организаций торговли. Это прежде всего классификации деклараций доходов отдельных лиц или их групп, работающих в разных отраслях народного хозяйства, расширения номенклатуры продукции промышленности, классификации типов покупателей по характеру спроса, роду занятий и т.д., сегментации рынка, т.е. разделения покупателей на группы по ряду количественных характеристик, связанных с потребительскими свойствами товара, и др.

Значение статистических группировок состоит в том, что они раскрывают объективное положение вещей и выявляют самые существенные черты и свойства изучаемых явлений, а также позволяют получить информацию о размерности отдельных групп, соотношении их в общей совокупности и о связях между изучаемыми показателями, характеризующими выделенные части, и признакам, положенными в основу группировки.

Содержание и приемы группировок многообразны. Различны и задачи, выполняемые ими. Однако принято выделять следующие основные задачи: образование социально-экономических типов явлений; изучение строения изучаемых явлений и структурных изменений, происходящих в них; выявление связи между изучаемыми признаками. Для решения этих задач соответственно применяют типологические, структурные и аналитические группировки.

Типологические группировки. Выделение типов явлений на основе количественных и атрибутивных признаков. Важнейшим их содержанием является выделение из множества признаков, характеризующих изучаемые

мые явления, основных типов в качественно однородные. При использовании метода типологических группировок важное значение имеет правильный выбор группировочного признака. При атрибутивном признаке с незначительным разнообразием его значений число групп определяется свойствами изучаемого явления. Выделение типов на основе количественного признака состоит в определении групп с учетом значений изучаемых признаков. При этом важно установить интервал группировки, на основе которого количественно различаются одни группы от других, намечаются границы выделения их нового качества.

Структурные группировки. Выделенные типы явлений с помощью типологической группировки могут изучаться с точки зрения их структуры и состава. При этом используются структурные группировки. Это группировки, используемые для изучения строения изучаемой совокупности. В большинстве своем структурные группировки производятся на основе образования качественно однородных групп, хотя нередко они применяются и без предварительного расчленения совокупности на части.

Структурная группировка позволяет оценить процесс концентрации, если в их основание положены существенный признак. В коммерческой деятельности нередко применяется другой вид группировки. Так, для изучения явления, а также связи между отдельными признаками явления используются аналитические группировки. В торговле и сфере быта встречается большое разнообразие взаимосвязей между признаками, выступающими в роли причины или следствия явления: из них можно выделить следующие:

- 1) когда факторным выступает количественный признак, а результативным – качественный;
- 2) когда в основу группировки положен качественный признак, а результативный представлен количественным;
- 3) когда в роли фактора и результата выступает качественный признак;
- 4) когда в группировке факторный и результативный показатели представлены количественным признаком.

Комбинированные группировки. Образование групп по двум и более признакам, взятым в определенном сочетании, называется комбинированной группировкой. При этом группировочные признаки принято располагать начиная с атрибутивного, в определенной последовательности, исходя из логики взаимосвязи показателей.

Социально-экономические явления отличаются большим многообразием форм своего развития, и поэтому при группировке встает вопрос о выборе того признака, который адекватен цели исследования и характеру исходной информации. Руководствуясь творческими положениями экономической науки и исходя из задач исследования, для осуществления группировки необходимо из множества признаков выбрать определяющие. Определяющими являются признаки, которые наиболее полно и точно характеризуют изучаемый объект, позволяют выбрать его типичные черты и свойства.

Важным моментом при выборе группировочного признака является необходимость учета изменившихся обстоятельств, в которых действует то или иное явление. Принцип соблюдения условия места и времени здесь должен выполняться.

Все многообразие признаков, на основе которых могут производиться статистические группировки, можно соответствующим образом классифицировать.

1. По форме выражения группировочные признаки могут быть атрибутивными, не имеющими количественного значения, и количественными, т.е. признаками, принимающими различные цифровые характеристики у отдельных единиц изучаемой совокупности. При этом количественные признаки, в свою очередь, могут быть дискретными (прерывными), значения которых выражаются только целыми числами, и непрерывными, принимающими как целые, так и дробные значения.

2. По характеру колеблемости группировочные признаки могут быть альтернативными, которыми одни единицы обладают, а другие – нет, и имеющими множество количественных значений.

3. По той роли, которую играют признаки во взаимосвязи изучаемых явлений, их подразделяют на факторные, воздействующие на другие признаки, и результативные, испытывающие на себе влияние других. Причем в зависимости от сложившихся объективных условий и цели исследования признаки могут меняться ролями. В одних случаях они являются факторными признаками, в других – результативными.

Следующим важным шагом после определения группировочного признака является распределение единиц совокупности по группам. Здесь встает вопрос о количестве групп и величине интервала, которые между собой взаимосвязаны. При прочих равных условиях чем больше число групп, тем меньше величина интервала и наоборот. Одним из основных требований, возникающих при решении данного вопроса, является выбор такого числа групп и величины интервала, которые позволяют более равномерно распределить единицы совокупности по группам и достичь при этом их представительности, качественной однородности. Оптимальная наполняемость интервалов является важным критерием правильности группировки.

Количество групп во многом зависит от того, какой признак служит основанием группировки.

Интервалы групп устанавливаются только при значительной колеблемости дискретного признака и тем более при непрерывно изменяющемся количественном признаке. Под величиной интервала обычно понимают разность между максимальными и минимальными значениями признака в каждой группе. Однако эту величину можно определить как разность между верхними или нижними границами значений признака в смежных группах.

В практике статистических группировок правильное установление величины интервала имеет первостепенное значение для образования качественно однородных групп. В зависимости от степени колеблемости группировочного признака, характера распределения статистической совокупности, устанавливаются интервалы равные или неравные.

Число групп тесно связано с объемом совокупности. Здесь нет строго научных процессов, позволяющих решать этот вопрос при любых взаимосвязях названных величин. Однако при равенстве интервалов для ориентировки существует формула, предложенная американским ученым Стерджессом, с помощью которой можно наметить число групп  $n$  при известной численности совокупности  $N$ :

$$n = 1 + 3,322 \lg N. \quad (1)$$

Зная размах колеблемости значений изучаемого признака во всей совокупности и намечаемое число групп, величина равного интервала  $i$  определяется по формуле:  $i = (x_{\max} - x_{\min})/n$ ,  $n$  – число групп.

В пределах одной группировки могут применяться несколько признаков и устанавливаться интервалы разной величины.

При определении величины интервала в распределении единиц объекта наблюдения по группам важное значение имеет точное установление границ, которые в большинстве своем обозначаются указанием значений признака «от» и «до» для единиц, включаемых в данную группу. В практике построения группировки нередко одно и то же число служит верхней и нижней границами двух смежных групп.

Намечаемые при группировке интервалы бывают открытые (у них указана одна граница – верхняя или нижняя) и закрытые (имеющие нижнюю и верхнюю границы).

Серединное значение интервалов определяется несколькими приемами. Этот показатель можно рассчитать суммированием верхней и нижней границ интервала и делением суммы пополам. Также это значение получают прибавлением к серединному значению второго интервала величины равного интервала. Вычитая величину равного интервала из серединного значения второго интервала, будем иметь середину первого, а середина последнего, открытого интервала определяется прибавлением длины интервала к середине интервала из предпоследней группы.

### 1.3. ОБОБЩАЮЩИЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ: АБСОЛЮТНЫЕ, ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ И СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Статистический показатель представляет собой количественную характеристику социально-экономических явлений и процессов в условиях качественной определенности. Как правило, изучаемые статистикой процессы и явления достаточно сложны, и их сущность не может быть отражена посредством одного отдельно взятого показателя. В таких случаях используется система показателей.

Все используемые в статистике показатели по форме выражения классифицируются на абсолютные, относительные и средние.

Абсолютные показатели отражают абсолютные размеры изучаемых статистикой процессов и явлений, а именно их массу, площадь, объем, временные характеристики, а также могут представлять объем совокупности, т.е. число составляющих ее единиц. Так, основная масса народно-хозяйственных абсолютных показателей фиксируется в первичных учетных документах. В статистике все абсолютные величины являются именованными и измеряются в конкретных единицах (человек, р., шт., квт-ч, чел.-дн., и т.д.) и, в отличие от математического понятия абсолютной величины, могут быть как положительными, так и отрицательными (убытки, потери и т.д.).

Относительный показатель – представляет собой числовую меру соотношения двух сопоставляемых абсолютных величин.

Основное условие правильного расчета относительной величины – сопоставимость сравниваемых показателей и наличие реальных связей между изучаемыми явлениями. Относительный показатель может выражаться в коэффициентах, процентах, промилле, продецимилле или быть именованным числом. Так, например, относительные показатели естественного движения населения, такие как коэффициенты рождаемости или смертности, исчисляются в промилле ( $^0/_{00}$ ), показывают число родившихся или умерших за год в расчете на 1000 человек среднегодовой численности.

Все используемые на практике относительные статистические показатели можно подразделить на следующие виды: показатели динамики, плана, реализации плана, структуры, координации, интенсивности и уровня экономического развития, сравнения и т.д.

Наиболее распространенной формой статистических показателей, используемой в социально-экономических исследованиях, является *средняя величина*, представляющая собой обобщенную количественную характеристику признака в статистической совокупности в конкретных условиях места и времени. Различают степенные и структурные средние. К степенным средним относятся: средняя геометрическая, средняя гармоническая, средняя арифметическая и средняя квадратическая. Все степенные средние могут быть либо взвешенными, либо невзвешенными (простыми). Простая средняя считается по несгруппированным данным и имеет следующий вид

$$\bar{x} = \sqrt[m]{\frac{\sum x_i^m}{n}}, \quad (2)$$

где  $x_i$  – варианта (значение) осредняемого признака;  $m$  – показатель степени средней;  $n$  – число вариант.

Взвешенная средняя считается по сгруппированным данным

$$\bar{x} = \sqrt[m]{\frac{\sum x^m_i f_i}{\sum f_i}}, \quad (3)$$

где  $f_i$  – частота, показывающая сколько раз встречается  $i$ -е значение осредняемого признака.

Основные виды степенных средних представлены в табл. 1.

Определить среднюю во многих случаях удобнее через исходное соотношение средней (ИСС) или ее логическую формулу:

$$\text{ИСС} = \frac{\text{суммарное значение или объем осредняемого признака}}{\text{число единиц или объем совокупности}}$$

### 1. Виды степенных средних

Вид степенной средней	Показатель степени $m$	Формула расчета	
		Простая	Взвешенная
Гармоническая	-1	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$	$\bar{x} = \frac{\sum m}{\sum \frac{m}{x}}; m = xf$
Геометрическая	0	$\bar{x} = \sqrt[n]{nx} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$	$\bar{x} = \sqrt[n]{\sum f \sqrt[n]{nx^f}} = \sqrt[n]{\sum f \sqrt[n]{x^{f_1} x^{f_2} \dots x^{f_n}}}$
Арифметическая	1	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$
Квадратическая	2	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}$
Кубическая	3	$\bar{x} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3}{n}}$	$\bar{x} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3 f}{\sum f}}$

Рассмотрим выбор средней на примере 1.

**Пример 1.** Определить средний удельный вес продукции первого сорта по двум цехам предприятия вместе: а) по плану; б) фактический (табл. 2).

### 2. Показатели работы по двум цехам предприятия

№ цеха	По плану		Факт	
	удельный вес продукции 1-го сорта (%), $x_1$	стоимость продукции 1-го сорта (тыс. р.), $f_1$	удельный вес продукции 1-го сорта (%), $x_2$	стоимость всей продукции (тыс. р.), $f_2$
1	90	225	92	275
2	85	170	90	210

Для определения среднего удельного веса продукции первого сорта составим исходное соотношение:

$$\text{ИСС} = \frac{\text{продукция первого сорта}}{\text{вся продукция}}$$

Реализуем полученное исходное соотношение:

$$\text{а) } \bar{x} = \frac{\sum f_1}{\sum \frac{f}{x_1}} = \frac{225 + 170}{\frac{225}{90} + \frac{170}{85}} = 87,7 \%, \text{ где } x_1 \text{ – значения осредняемого признака; } f_1 \text{ – веса.}$$

В данном случае мы использовали среднюю гармоническую взвешенную.

$$\text{б) } \bar{x} = \frac{\sum x_2 f_2}{\sum f_2} = \frac{92 \cdot 275 + 90 \cdot 210}{275 + 210} = 91 \%, \text{ т.е. мы применили среднюю арифметическую взвешенную.}$$

В качестве структурных средних чаще всего используют моду и медиану. Модой называется вариант признака, имеющий наибольшую частоту. Медиана представляет собой вариант, находящийся в середине ранжированного (упорядоченного) ряда всех значений признака. В вариационных рядах мода определяется по наибольшей частоте. Для определения медианы вычисляются накопленные частоты, медианным будет тот вариант, накопленная частота которого первой превысит половину всех частот.

#### 1.4. ВАРИАЦИОННЫЕ РЯДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.

**Ряды распределения** – это упорядоченное распределение единиц совокупности на группы по определенному признаку.

В зависимости от признака, положенного в основу ряда распределения, различают атрибутивные и вариационные ряды распределения.

*Атрибутивными* называют ряды распределения, построенные по качественным признакам, т.е. признакам, не имеющего числового выражения.

*Вариационными* называются ряды, построенные по количественному признаку. Любой вариационный ряд состоит из двух элементов: вариантов и частот. Вариантами называют отдельные значения признака, который он принимает в вариационном ряду, т.е. конкретное значение варьируемого признака.

**Частотами** называются численности отдельных вариантов или каждой группы вариационного ряда, т.е. это числа, которые показывают, как часто встречаются те или иные варианты в ряду распределения.

Сумма всех частот определяет численность всей совокупности, ее объем.

В зависимости от характера вариации признака различают дискретные и интервальные ряды.

*Дискретный вариационный ряд* характеризует распределение единиц совокупности по дискретному признаку, который принимает только целые значения.

*Интервальный вариационный ряд* характеризует распределение признака в определенных периодах.

Показатели вариации делятся на две группы: абсолютные и относительные. К абсолютным относятся размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия и среднее квадратическое отклонение. Вторая группа показателей вычисляется как отношение абсолютных показателей вариации к средней арифметической (или медиане). Относительными показателями вариации являются коэффициенты осцилляции, вариации, относительное линейное отклонение и др.

Самым простым абсолютным показателем является размах вариации  $R$ .

Размах показывает, насколько велико различие между единицами совокупности, имеющими самое маленькое и самое большое значение признака. Например, различие между максимальной и минимальной пенсией различных групп населения, заработной платой различных категорий работающих или нормами выработки у рабочих определенной специальности или квалификации; размах вариации урожайности в хозяйствах фермеров района, области.

Его рассчитывают как разность между наибольшим ( $X_{\max}$ ) и наименьшим ( $X_{\min}$ ) значениями варьирующего признака, т.е.

$$R = X_{\max} - X_{\min}. \quad (4)$$

Знание подобного рода величин необходимо в практической, хозяйственной и политической деятельности, а также в научных исследованиях.

Например, размах вариации применяется при контроле качества продукции для определения влияния систематически действующих причин на производственный процесс. Для этого отбирают через определенные промежутки времени несколько деталей и производят их измерение. Рассчитав по данным этих выборок показатель размаха вариации, на основе сопоставления результатов вычислений судят об устойчивости режима производственного процесса.

В учебной литературе по статистике обычно указывается, что размах имеет существенный недостаток. Его величина всецело зависит от крайних значений признака и он не учитывает всех изменений варьирующего признака в пределах совокупности. Например, согласно данным Центра экономической конъюнктуры при Правительстве РФ уровень инфляции в мае 1995 г. колебался от 5,9 % в Северном районе до 14,1 % в Уральском районе.

Этот упрек в адрес размаха вариации является не совсем верным. Какой же это недостаток, когда именно в этом заключается суть показателя?

Размах вариации для того и существует, чтобы измерять расстояние между крайними точками. Другое дело, что в изучении вариации нельзя ограничиться определением одного лишь ее размаха. Но это не исключает необходимости определения величины этого показателя, не умаляет его значения. К действительным недостаткам размаха вариации можно отнести то обстоятельство, что очень низкое и очень высокое значения признака по сравнению с основной массой его значений в совокупности могут быть обусловлены какими-либо сугубо случайными обстоятельствами (т.е. эти значения являются аномальными в совокупности). В этих случаях размах вариации дает искаженную амплитуду колебания признака против, так сказать, нормальных ее размеров, так как в данную совокупность включены единицы другой совокупности с аналогичным признаком. Поэтому следует очистить совокупность от аномальных наблюдений, прежде чем определить величину размаха вариации. Например, нельзя вычислять размах вариации заработков работников какого-либо частного предприятия, если наряду с заработками наемных работников включен «заработок» его владельца.

Итак, размах вариации – важный показатель колеблемости признака, но не исчерпывающий его характеристики.

Для анализа вариации необходим и показатель, который отражает все колебания варьирующего признака, дающий обобщенную ее характеристику. Для многих варьирующих признаков возможно допущение, что при прочих равных условиях все единицы совокупности в соответствии с основными законами своего развития имели бы одинаковую и притом вполне определенную величину признака в данных условиях места и времени. Вполне логично в качестве такой величины условно принять среднюю величину из всех значений признака, поскольку в ней более или менее погашаются случайные отклонения от закономерного хода развития явления,

и средняя тем самым отражает типичный размер признака у данной однородной совокупности единиц. Но условия существования и развития отдельных единиц совокупности в определенной степени различны, что сказывается и на различии значений у них взятого нами признака. Средняя величина отражает эти средние условия.

Следовательно, средняя применяется в качестве своего рода центра тяжести, вокруг которого происходят колебание, рассеяние значений признака. При обобщении этих колебаний необходимо вновь прибегнуть к методу средних величин – найти среднюю величину этих отклонений.

Такая средняя называется средним линейным отклонением  $d$ . Оно вычисляется как средняя арифметическая из абсолютных значений отклонений вариант  $x_i$  и  $\bar{x}$  (взвешенная или простая в зависимости от исходных условий), по следующей формуле:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} \text{ (простая средняя),} \quad (5)$$

$$d = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i} \text{ (взвешенная средняя).} \quad (6)$$

Поскольку сумма отклонений значений признака от средней ее величины равна нулю, приходится все отклонения брать по модулю, на что указывают прямые скобки в числителе формул. Покажем расчет среднего линейного отклонения на следующем примере (табл. 3).

*Пример 2.* По имеющимся данным о деятельности фирм рассчитать показатели вариации стоимости ОПФ на одного работника, сделать выводы по результатам расчетов.

### 3. Группировка промышленных фирм одного из регионов России по вооруженности работников промышленно-производственными основными фондами

Группы фирм по величине ОПФ на одного работника, млн. р., X	Среднегодовая численность ППП, % к итогу, $f_i$	Середина интервалов, $x'$	$x'f_i$	$ x' - \bar{x} $	$ x' - \bar{x} f_i$
А	1	2	3	4	5
До 1,01,1...2,02,1...303,1...5,05,1...10,010,1...20,020,1 и более	7,812,214,92 3,324,310,66 ,9	0,51,52,54,0 7,515,025,0	3,9018, 3037,2 593,20 182,25 159,00 172,50	3,165,1 64,162, 660,84 8,348,3 4	48,04862, 95261,984 61,97820, 41288,404 126,546
Итого	100,0	–	666,40	–	470,324

1. Прежде всего находим середины интервалов ( $x'$ ) по исходным данным (гр. А) и записываем их в таблицу (гр. 2).

2. Определим произведения значений средин интервалов ( $x'$ ) на соответствующие им веса ( $f_i$ ) (гр. 3). В итоге получаем 666,4.

Рассчитаем среднюю величину по формуле средней арифметической взвешенной

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{666,4}{100} = 6,664 \text{ млн. р.}$$

3. Для расчета среднего линейного отклонения находим абсолютные отклонения середины интервалов, принятых нами в качестве вариантов признака ( $x'$ ) от средней величины ( $\bar{x}$ ) (гр. 4).

4. Наконец, вычисляем произведения отклонений  $|x' - \bar{x}|$  на их веса  $f_i$  и подсчитываем сумму этих произведений. Эта сумма равна 470,324. Результаты записываем в гр. 5.

5. Делим эту сумму на сумму весов, чтобы получить искомую величину  $d$ :

$$\bar{d} = \frac{470,324}{100} = 4,70324 \text{ млн. р.}$$

Таково в среднем отклонение вариантов признака от их средней величины. Это отклонение по сравнению со средней величиной признака очень большое. Оно отличается от средней на 1,961 млн. р. Это свидетельствует о том, что данная совокупность в отношении нашего признака неоднородна, а средняя – нетипична. Действительно, средняя величина выведена из величин, резко различающихся (например, максимальное значение признака в 50 раз больше минимального – 25,0 против 0,5).

Таким образом, среднее линейное отклонение дает обобщенную характеристику степени колеблемости признака в совокупности. Однако при его исчислении приходится допускать некорректные, с точки зрения математики, действия, нарушать законы алгебры, что побудило математиков и статистиков искать иной способ

оценки вариации для того, чтобы иметь дело только с положительными величинами. Самый простой выход – возвести все отклонения во вторую степень. Это столь простое решение привело в последующем к большим научным результатам. Оказалось, что обобщающие показатели вариации, найденные с использованием вторых степеней отклонений, обладают замечательными свойствами. Поэтому они получили широкое распространение в различных областях знаний, на их основе были разработаны новые методы исследования, а также новые показатели количественной характеристики большого класса явлений.

Полученная мера вариации называется дисперсией ( $\sigma^2$ ), а корень квадратный из дисперсии – средним квадратическим отклонением ( $\sigma$ )\*. Эти показатели являются общепринятыми мерами вариации и часто используются в статистических исследованиях, а также в технике, биологии и других отраслях знаний. Данные показатели нашли также свое широкое применение в международной практике учета и статистического анализа, в частности, в системе национального счетоводства.

Дисперсия представляет собой средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины и вычисляется по формулам простой и взвешенной дисперсий (в зависимости от исходных данных):

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad (\text{простая дисперсия}), \quad (7)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} \quad (\text{взвешенная дисперсия}). \quad (8)$$

Дисперсия есть средняя величина квадратов отклонений. В данном случае варианты признака выражены в первой степени, значит, и мера их вариации также должна быть взята в первой степени. Для этого достаточно извлечь из дисперсии корень второй степени, получится среднее квадратическое отклонение ( $\sigma$ ). Значит, среднее квадратическое отклонение равно корню квадратному из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}, \quad (9)$$

или

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}}. \quad (10)$$

Среднее квадратическое отклонение – это обобщающая характеристика размеров вариации признака в совокупности. Оно выражается в тех же единицах измерения, что и признак (в метрах, тоннах, рублях, процентах и т.д.).

Рассмотрим расчет дисперсии и среднего квадратического отклонения по данным табл. 4.

#### 4. Вычисление $\sigma^2$ и $\sigma$ по несгруппированным данным

Хозяйство	Валовой сбор, ц X	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
А	1	2	3
1	600	100	10 000
2	520	20	400
3	400	-100	10 000
4	600	100	10 000
5	500	0	0
6	380	-120	14 400
Итого	3000	0	44 800

Определяем среднюю величину по исходным данным (гр. 1) по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{3000}{6} = 500 \text{ ц.}$$

Находим отклонения  $x_i$  от  $\bar{x}$  и записываем их в гр. 2. Возводим отклонения во вторую степень, отводим для них гр. 3. Определяем их сумму. Она равна 44 800.

Разделив ее на число единиц совокупности, получаем дисперсию

$$\sigma^2 = \frac{44\,800}{6} = 7466,67.$$

Извлекая из дисперсии корень второй степени  $\sqrt{7466,67} = 86,4099$  ц, получаем среднее квадратическое отклонение.

Степень вариации в данной совокупности невелика, так как средняя величина равна 500 ц. Это говорит об однородности рассматриваемой нами совокупности. Рассмотрим вычисление дисперсии и среднеквадратического отклонения по сгруппированным данным (табл. 5).

### 5. Расчет $\sigma^2$ и $\sigma$ в двух вариационных рядах с разным распределением частот

Тариф, разряд, $x_i$	Число работников, человек, $f_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
НПО «Платан»				
12	1	-3	9	9
13	5	-2	4	20
14	30	-1	1	30
15	60	0	0	0
16	30	1	1	30
17	5	2	4	20
18	1	3	9	9
Итого	132	-	-	118
НПО «Исток»				
12	30	-3	9	270
13	20	-2	4	80
14	10	-1	1	10
15	50	0	0	0
16	10	1	1	10
17	20	2	4	80
18	30	3	9	270
Итого	170	-	-	720

Рассмотрим на примере НПО «Платан»:

$$\bar{x}_1 = 15; \sigma_1^2 = \frac{118}{132} = 0,89; \sigma_1 = \sqrt{0,89} = 0,94 \text{ разряда.}$$

$$\text{НПО «Исток»: } \bar{x}_2 = 15; \sigma_2^2 = \frac{720}{170} = 4,24; \sigma_2 = \sqrt{4,24} = 2,05 \text{ разряда}$$

Среднее квадратическое отклонение во втором случае более чем в два раза превышает среднее квадратическое отклонение в первом. Это свидетельствует о более высокой колеблемости тарифного разряда в НПО "Исток".

Расчет дисперсии может быть упрощен. В случае равных интервалов в вариационном ряду распределения используется способ отсчета от условного нуля (способ моментов). Для его понимания необходимо знать следующие свойства дисперсии.

*Свойство 1.* Дисперсия постоянной величины равна нулю.

*Свойство 2.* Уменьшение всех значений признака на одну и ту же величину  $A$  не меняет величины дисперсии:

$$\sigma_{(x-A)}^2 = \sigma_x^2. \quad (11)$$

Значит, средний квадрат отклонений можно вычислить не по заданным значениям признака, а по отклонениям их от какого-то постоянного числа.

*Свойство 3.* Уменьшение всех значений признака в  $k$  раз уменьшает дисперсию в  $k^2$  раз, а среднее квадратическое отклонение – в  $k$  раз

$$\sigma_{(x/k)}^2 = \sigma_x^2 : k^2. \quad (12)$$

Значит, все значения признака можно разделить на какое-то постоянное число (скажем, на величину интервала ряда), исчислить среднее квадратическое отклонение, а затем умножить его на постоянное число

$$\sigma_x = \sigma_{(x/k)} k. \quad (13)$$

*Свойство 4.* Если исчислить средний квадрат отклонений от любой величины  $A$ , в той или иной степени отличающейся от средней арифметической ( $\bar{x}$ ), то он всегда будет больше среднего квадрата отклонений, исчисленного от средней арифметической:

$$\sigma_A^2 > \sigma_{\bar{x}}^2. \quad (14)$$

Средний квадрат отклонений при этом будет больше на вполне определенную величину – на квадрат разности средней и этой условно взятой величины, т.е. на  $(\bar{x} - A)^2$

$$\sigma_A^2 = \sigma_{\bar{x}}^2 + (\bar{x} - A)^2, \text{ или } \sigma_A^2 = \frac{\sum (x_i - A)^2 f_i}{\sum f_i} - (\bar{x} - A)^2. \quad (15)$$

Значит, дисперсия от средней всегда меньше дисперсий, исчисленных от любых других величин, т.е. она имеет свойство минимальности.

В случае когда  $A$  приравнивается к нулю и, следовательно, не вычисляются отклонения, формула принимает такой вид:

$$\sigma_X^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2, \text{ или } \sigma_X^2 = \frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \left( \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} \right)^2. \quad (16)$$

Значит, средний квадрат отклонений равен среднему квадрату значений признака минус квадрат среднего значения признака.

На приведенных выше математических свойствах дисперсии основываются способы, которые позволяют упростить ее вычисления; например, расчет дисперсии по способу моментов или способу отсчета от условного нуля применяется в вариационных рядах с равными интервалами. Расчет производится по формуле

$$\sigma^2 = \frac{\sum \left( \frac{x-A}{k} \right)^2 f_i}{\sum f_i} k^2 - (\bar{x} - A)^2, \quad (17)$$

где  $k$  – ширина интервала;  $A$  – условный нуль, в качестве которого удобно использовать середину интервала,

обладающего наибольшей частотой;  $\frac{\sum \left( \frac{x_i - A}{k} \right)^2}{\sum f_i}$  – так называемый момент второго порядка.

Между средним линейным и средним квадратическим отклонениями существует следующее примерное соотношение:  $\sigma = 1,25d$ , если фактическое распределение близко к нормальному. Исчисление среднего квадратического отклонения для явно несимметричных распределений не имеет смысла. По свойству мажорантности средних величин (гл. 6) среднее квадратическое отклонение ( $\sigma$ ) всегда больше среднего линейного отклонения ( $d$ ).

Среднее квадратическое отклонение играет важную роль в анализе рядов распределения. В условиях нормального распределения существует следующая зависимость между величиной среднего квадратического отклонения и количеством наблюдений:

- в пределах  $x \pm 1\sigma$  располагается 0,683, или 68,3 %, количества наблюдений;
- в пределах  $x \pm 2\sigma$  – 0,954 или 95,4 %;
- в пределах  $x \pm 3\sigma$  – 0,997 или 99,7 % количества наблюдений.

В действительности на практике почти не встречаются отклонения, которые превышают  $\pm 3\sigma$ . Отклонение  $3\sigma$  может считаться максимально возможным. Это положение называют "правилом трех сигм".

До сих пор говорилось о показателях вариации, выраженных в абсолютных величинах. Но для целей сравнения колеблемости различных признаков в одной и той же совокупности или же при сравнении колеблемости одного и того же признака в нескольких совокупностях представляют интерес показатели вариации, приведенные в относительных величинах. Базой для сравнения должна служить средняя арифметическая. Эти показатели вычисляются как отношение размаха вариации среднего линейного отклонения или среднего квадратического отклонения к средней арифметической или медиане. Чаще всего они выражаются в процентах и определяют не только сравнительную оценку вариации, но и дают характеристику однородности совокупности. Совокупность считается однородной, если коэффициент вариации не превышает 33 % (для распределений, близких к нормальному). Различают следующие относительные показатели вариации ( $V$ ): коэффициент осцилляции ( $V_r$ )

$$V_r = \frac{R}{x} \cdot 100\%. \quad (18)$$

Линейный коэффициент вариации ( $V_d$ ):

$$V_d = \frac{d}{x} \cdot 100 \% \text{ или } V_d = \frac{d}{M_e} \cdot 100 \%. \quad (19)$$

Коэффициент вариации ( $V_o$ )

$$V_o = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 \%. \quad (20)$$

Наиболее часто в практических расчетах применяется показатель относительной вариации – коэффициент вариации.

Для примера, приведенного в табл. 3, коэффициенты вариации получились следующие:

$$V_1 = \frac{0,94}{15} \cdot 100 \% = 6,27 \%; \quad V_2 = \frac{2,05}{15} \cdot 100 \% = 13,67 \%.$$

Основываясь на коэффициенте вариации, можно сделать вывод, что по тарифному разряду рабочих совокупности НПО "Платан" и НПО "Исток" являются однородными. Однако вариация колеблемости тарифного разряда рабочих в НПО "Исток" несколько выше, чем вариация в НПО "Платан".

**Структурные средние.** Наряду со средними величинами в качестве статистических характеристик вариационных рядов распределения рассчитываются так называемые структурные средние – мода и медиана.

**Мода** ( $M_o$ ) представляет собой значение изучаемого признака, повторяющееся с наибольшей частотой. **Медианой** ( $M_e$ ) называется значение признака, приходящееся на середину ранжированной (упорядоченной) совокупности.

Главное свойство медианы заключается в том, что сумма абсолютных отклонений значений признака от медианы меньше, чем от любой другой величины:

$$S|x_i - M_e| = \min.$$

Рассмотрим определение моды и медианы по несгруппированным данным.

Предположим, рабочие бригады, состоящей из 9 человек, имеют следующие тарифные разряды: 4, 3, 4, 5, 3, 3, 6, 2, 6.

Так как в данной бригаде больше всего рабочих 3-го разряда, этот тарифный разряд и будет модальным.

Для определения медианы необходимо провести ранжирование:

233344566.

Центральным в этом ряду является рабочий 4-го разряда, следовательно, данный разряд и будет медианым. Если ранжированный ряд включает четное число единиц, то медиана определяется как средняя из двух центральных значений.

Если мода отражает типичный, наиболее распространенный вариант значения признака, то медиана практически выполняет функции средней для неоднородной, не подчиняющейся нормальному закону распределения совокупности. Проиллюстрируем ее познавательное значение следующим примером.

*Пример 2.* Дать характеристику среднего дохода группы людей, насчитывающей 100 человек, из которых 99 имеют доходы в интервале от 100 до 1000 долл. в месяц, а месячные доходы последнего составляют 50 000 долл. (табл. 6).

### 6. Среднемесячные доходы исследуемой группы людей

№ п/п	1	2	3	4	50	51	99	100
Доход, долл.	100	104	104	107	162	164	200	50000

Если мы воспользуемся средней арифметической, то получим средний доход, равный примерно 600 – 700 долл., который не только в несколько раз меньше дохода 100-го человека, но и имеет мало общего с доходами остальной части группы. Медиана же, равная в данном случае 163 долл., позволит дать объективную характеристику уровня доходов 99 % данной группы людей.

Рассмотрим определение моды и медианы по сгруппированным данным (рядам распределения).

Предположим, распределение рабочих уже не отдельной бригады, а всего предприятия в целом по тарифному разряду имеет следующий вид (табл. 7).

Определение моды по дискретному вариационному ряду не составляет большого труда, наибольшую частоту (60 человек) имеет 5-й тарифный разряд, следовательно, он и является модальным.

### 7. Распределение рабочих предприятия по тарифному разряду

Тарифный разряд	Численность рабочих, человек
2	12
3	48
4	56
5	60
6	14
Всего	190

Для определения медианного значения признака по формуле (21) находят номер медианной единицы ряда ( $N_{Me}$ )

$$N_{Me} = \frac{n+1}{2}, \quad (21)$$

где  $n$  – объем совокупности.

В нашем случае

$$N_{Me} = \frac{190+1}{2} = 95,5.$$

Полученное дробное значение, всегда имеющее место при четном числе единиц в совокупности, указывает, что точная середина находится между 95-м и 96-м рабочими. Необходимо определить, к какой группе относятся рабочие с этими порядковыми номерами. Это можно сделать, рассчитав накопленные частоты. Очевидно, что рабочих с этими номерами нет в первой группе, где всего лишь 12 человек, нет их и во второй группе ( $12 + 48 = 60$ ), 95-й и 96-й рабочие находятся в третьей группе ( $12 + 48 + 56 = 116$ ), следовательно, медианным является 4-й тарифный разряд.

В отличие от дискретных вариационных рядов определение моды и медианы по интервальным рядам требует проведения определенных расчетов на основе формул (22), (23)

$$M_0 = X_0 + i \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})}, \quad (22)$$

где  $X_0$  — нижняя граница модального интервала;  $f_{M_0}$  — частота в модальном интервале;  $f_{M_0-1}$  — частота интервала, предшествующего модальному;  $f_{M_0+1}$  — частота интервала, следующего за модальным;  $i$  — величина модального интервала

$$Me = X_0 + i \times \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n f_i - S_{Me-1}}{f_{Me}}, \quad (23)$$

где  $X_0$  — нижняя граница медианного интервала;  $\sum_{i=1}^n f_i$  — сумма частот;  $S_{Me-1}$  — накопленная частота интервала, предшествующего медианному;  $f_{Me}$  — частота медианного интервала.

Проиллюстрируем применение этих формул, используя данные табл. 8.

Интервал с границами 60 – 80 в данном распределении будет модальным, так как он имеет наибольшую частоту. Определим моду:

$$M_o = 60 + 20 \cdot \frac{12,7 - 11,9}{(12,7 - 11,9) + (12,7 - 11,7)} = 68,9 \text{ тыс. р.}$$

### 8. Распределение населения РФ по уровню среднедушевых номинальных денежных доходов в марте 2004 г.

Группы по уровню среднедушевого дохода, тыс. р. в год	Удельный вес населения, %	Группы по уровню среднедушевого дохода, тыс. р. в год	Удельный вес населения, %
До 20	1,4	180...200	4,4
20...40	7,5	200...220	3,5
40...60	11,9	220...240	2,9
60...80	12,7	240...260	2,3
80...100	11,7	260...280	1,9
100...120	10,0	280...300	1,5
120...140	8,3	Свыше 300	7,7
140...160	6,8		
160...180	5,5	Итого	100,0

Для установления медианного интервала необходимо определять накопленную частоту каждого последующего интервала до тех пор, пока она не превысит половины суммы накопленных частот (в нашем случае 50 %) (табл. 8).

Мы установили, что медианным является интервал с границами 100...120 тыс. р. Определим теперь медиану:

$$M_e = 100 + 20 \cdot \frac{50,0 - 45,2}{10,0} = 109,6 \text{ тыс. р.}$$

### 9. Определение медианного интервала

Интервал, тыс. р.	Накопленная частота, %	Интервал, тыс. р.	Накопленная частота, %
До 20	1,4	60...80	33,5
20...40	8,9	80...100	45,2
40...60	20,8	100...120	55,2

Таким образом, в качестве обобщенной характеристики значений определенного признака у единиц ранжированной совокупности могут быть использованы средняя арифметическая, мода и медиана. Каждая из них имеет свои особенности.

Основной характеристикой центра распределения является средняя арифметическая, для которой характерно то, что все отклонения от нее (положительные и отрицательные) в сумме равняются нулю; для медианы характерно, что сумма отклонений от нее по модулю является минимальной, а мода представляет собой значение признака, которое наиболее часто встречается. Поэтому в зависимости от цели исследования распределения должна выбираться одна из упомянутых характеристик, либо же для сравнения – все три.

Соотношение моды, медианы и средней арифметической указывает на характер распределения признака в совокупности, позволяет оценить его асимметрию.

В симметричных распределениях все три характеристики совпадают. Чем больше расхождение между модой и средней арифметической, тем больше асимметричен ряд. Для умеренно асимметричных рядов разность между модой и средней примерно в три раза превышает разность между медианой и средней, т.е.

$$|M_0 - \bar{x}| = 3|M_e - \bar{x}|.$$

Моду и медиану в интервальном ряду можно определить графически. Мода определяется по гистограмме распределения. Для этого выбирается самый высокий прямоугольник, который является в данном случае модальным. Затем правую вершину модального прямоугольника соединяем с правым верхним углом предыдущего прямоугольника. А левую вершину модального прямоугольника – с левым верхним углом последующего прямоугольника. Далее из точки их пересечения опускают перпендикуляр на ось абсцисс. Абсцисса точки пересечения этих прямых и будет модой распределения. Медиана рассчитывается по кумуляте. Для ее определения из точки на шкале накопленных частот (частостей), соответствующей 50 %, проводится прямая, параллельная оси абсцисс, до пересечения с кумулятой. Затем из точки пересечения указанной прямой с кумулятой опускается перпендикуляр на ось абсцисс. Абсцисса точки пересечения является медианой.

Аналогично с нахождением медианы в вариационных рядах распределения можно отыскать значение признака у любой по порядку единицы ранжированного ряда. Так, например, можно найти значение признака у единиц, делящих ряд на четыре равные части, на десять или сто частей. Эти величины называются "квартили", "децили" и "перцентили".

Квартили представляют собой значения признака, делящие ранжированную совокупность на четыре равновеликие части. Различают квартиль нижний ( $Q_1$ ), отделяющий 1/4 часть совокупности с наименьшими значениями признака, и квартиль верхний ( $Q_3$ ), отсекающий 1/4 часть с наибольшими значениями признака. Это означает, что 25 % единиц совокупности будут меньше по величине  $Q_1$ ; 25 % единиц будут заключены между  $Q_1$  и  $Q_2$ ; 25 % – между  $Q_2$  и  $Q_3$  и остальные 25 % превосходят  $Q_3$ . Средним квартилем  $Q_2$  является медиана.

Для расчета квартилей по интервальному вариационному ряду используются формулы:

$$Q_1 = X_{Q_1} + i \times \frac{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n f_i - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}}; \quad Q_3 = X_{Q_3} + i \times \frac{\frac{3}{4} \sum_{i=1}^n f_i - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}}, \quad (24)$$

где  $X_{Q_1}$  – нижняя граница интервала, содержащего нижний квартиль (интервал определяется по накопленной частоте, первой превышающей 25 %);  $X_{Q_3}$  – нижняя граница интервала, содержащего верхний квартиль (интервал определяется по накопленной частоте, первой превышающей 75 %);  $i$  – величина интервала;  $S_{Q_1-1}$  – накопленная частота интервала, предшествующего интервалу, содержащему нижний квартиль;  $S_{Q_3-1}$  – то же для верхнего квартиля;  $f_{Q_1}$  – частота интервала, содержащего нижний квартиль;  $f_{Q_3}$  – то же для верхнего квартиля.

Рассмотрим расчет нижнего и верхнего квартилей по данным табл. 3. Нижний квартиль находится в интервале 60...80, накопленная частота которого равна 33,5 %. Верхний квартиль лежит в интервале 160...180 с накопленной частотой 75,8 %. С учетом этого получим:

$$Q_1 = 60 + 20 \cdot \frac{25,0 - 20,8}{12,7} = 66,6 \text{ тыс. р.};$$

$$Q_3 = 160 + 20 \cdot \frac{75,0 - 70,3}{5,5} = 177,1 \text{ тыс. р.}$$

Кроме квартилей в вариационных рядах распределения могут определяться децили – варианты, делящие ранжированный ряд на десять равных частей. Первый дециль ( $d_1$ ) делит совокупность в соотношении 1/10 к 9/10, второй дециль ( $d_2$ ) – в соотношении 2/10 к 8/10 и т.д.

Вычисляются они по той же схеме, что и медиана, и квартили.

Значения признака, делящие ряд на сто частей, называются перцентилиями. Поскольку эта характеристика применяется лишь при необходимости подробного изучения структуры вариационного ряда, приводить ее формулу и расчет не будем.

Использование в анализе вариационных рядов распределения рассмотренных выше характеристик позволяет более глубоко и детально охарактеризовать изучаемую совокупность.

## 1.5. ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Под выборочным наблюдением понимается такое неполное наблюдение, при котором статистическому обследованию подвергаются единицы изучаемой совокупности, отобранные случайным способом.

Совокупность отобранных для обследования единиц в статистике принято называть выборочной, а совокупность единиц, из которых производится отбор, – генеральной. Выборка может быть:

- 1) собственно-случайная;
- 2) механическая;
- 3) типическая;
- 4) серийная;

5) комбинированная.

При организации выборочного наблюдения решаются такие вопросы, как определение способа отбора и процедуры выборки, вычисление ошибок выборки и построение доверительных интервалов выборочных характеристик, а также расчет необходимой численности выборки (табл. 10).

### 10. Численность выборки при собственно случайном и механическом отборе

Метод отбора	Формулы объема выборки	
	для средней	для доли
Повторный	$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2}$	$n = \frac{t^2 W(1-W)}{\Delta^2}$
Бесповторный	$n = \frac{t^2 \sigma^2 W}{W\Delta^2 + t^2 \Delta^2}$	$n = \frac{t^2 W(1-W)N}{\Delta^2 N + t^2 W(1-W)}$

При стратифицированном отборе, не пропорциональном объему групп, общее число отбираемых единиц делится на количество групп. Полученная величина даст объем выборки из каждой группы.

При отборе, пропорциональном числу единиц в группе, число наблюдений по каждой группе определяется формулой:

$$n_i = n \frac{W_i}{W}, \quad (25)$$

где  $n_i$  – объем выборки  $i$ -й группы;  $n$  – общий объем выборки;  $N_i$  – объем  $i$ -й группы;  $N$  – объем генеральной совокупности.

При отборе с учетом вариационного признака, дающем минимальную величину ошибки выборки, процент выборки из каждой стратифицированной группы должен быть пропорционален среднему квадратическому отклонению в этой группе.

Для средней:

$$n_i = \frac{n N_i \sigma_i}{\sum N_i \sigma_i}. \quad (26)$$

Для доли:

$$n_i = \frac{n N_i \sqrt{W(1-W)}}{\sum N_i \sqrt{W_i(1-W_i)}}. \quad (27)$$

При серийном (гнездовом) отборе необходимую численность отбираемых серий определяют также, как и при собственно случайном, только вместо  $N$ ,  $n$  и  $\sigma^2$  подставляют  $R$ ,  $r$  и  $\sigma_{м.гр}^2$ , где  $R$  – число серий в генеральной совокупности;  $r$  – число отобранных серий;  $\sigma_{м.гр}^2$  – межсерийная (межгрупповая) дисперсия.

Расчет ошибок позволяет решить одну из главных проблем организации выборочного наблюдения – оценить репрезентативность (представительность) выборочной совокупности. Различают среднюю и предельную ошибку выборки. Расчет средней и предельной ошибок выборки позволяет определить возможные пределы, в которых будут находиться характеристики генеральной совокупности (табл. 11).

### 11. Определение ошибки выборки

Метод отбора	Предельные ошибки индивидуального отбора	
	для средней	для доли
Повторный	$\Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\Delta = t \sqrt{\frac{W(1-W)}{n}}$
Бесповторный	$\Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$	$\Delta = t \sqrt{\frac{W(1-W)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Средняя ошибка выборки		
Повторный	$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\mu_W = \sqrt{\frac{W(1-W)}{n}}$
Бесповторный	$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$	$\mu_W = \sqrt{\frac{W(1-W)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$

Рассмотрим эту методику на примере.

*Пример 3.* Для определения средней продолжительности телефонных разговоров по городской сети произведено 5 %-ное выборочное обследование. В результате случайной повторной выборки получены следующие данные (табл. 12):

### 12. Данные о средней продолжительности телефонных разговоров

Продолжительность телефонных разговоров, мин.	Количество телефонных разговоров
до 1	15
1...2	28
2...3	26
3...4	18
4...5	8
5 и более	5
Итого	100

Определите:

1) с вероятностью 0,997 возможные пределы доли разговоров, продолжительность которых больше четырех минут;

2) с вероятностью 0,954 возможные пределы средней продолжительности разговоров по городской сети.

1. Определим возможные пределы доли разговоров, продолжительность которых больше 4 мин

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w, \quad (28)$$

где  $p$  – доля единиц, обладающих обследуемым признаком для генеральной совокупности;  $w$  – доля единиц, обладающих обследуемым признаком для выборочной совокупности.

$$w = 13:100 = 0,13,$$

где  $\Delta_w$  – предельная ошибка выборки, которая не должна превышать значения

$$\Delta = t\mu, \quad (29)$$

коэффициент  $t$  определяется по таблицам в зависимости от значений вероятности

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^t e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (\text{теорема Чебышева-Ляпунова}),$$

при  $F(t) = 0,997$ ;  $t = 3$ ;  $\mu$  – средняя ошибка выборки,  $\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ;  $\sigma^2_w = w(1-w)$  – дисперсия доли.

$$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} = \sqrt{\frac{0,13(1-0,13)}{100}} = 0,034,$$

где  $n$  – численность единиц выборочной совокупности.

Следовательно  $\Delta_w = 3 \cdot 0,034 = 0,102$ .

Доля разговоров, превышающих 4 мин по городской телефонной сети, т.е. генеральной совокупности, лежит в полученных пределах:

$$0,13 - 0,102 \leq p \leq 0,13 + 0,102;$$

$$0,028 \leq p \leq 0,232 \text{ или } 2,8 \% \leq p \leq 23,2 \%$$

2. Определим возможные пределы средней продолжительности разговоров по городской телефонной сети (т.е. получим данные для генеральной совокупности, используя выборочное обследование)

$$\bar{x} - \Delta_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \bar{x} + \Delta_{\bar{x}}, \quad (30)$$

где  $\bar{x}$  – генеральная средняя;  $\bar{x}$  – выборочная средняя.

Выборочная средняя определяется как средняя арифметическая взвешенная

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n} = \frac{1 \cdot 15 + 1,5 \cdot 28 + 2,5 \cdot 26 + 3,5 \cdot 18 + 4,5 \cdot 8 + 5 \cdot 5}{100} = 2,5.$$

где  $\Delta_{\bar{x}}$  – предельная ошибка выборки;

$$\Delta_{\bar{x}} = t\mu$$

при  $F(t) = 0,954$ ,  $t = 2$ .

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}},$$

дисперсия количественного признака равна:  $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{n}$ .

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = 1,196,$$

средняя ошибка выборки равна  $\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,196}{\sqrt{100}} = 0,12$ .

$$\Delta_{\bar{x}} = 2 \cdot 0,12 = 0,24; 2,5 - 0,24 \leq \bar{x} \leq 2,5 + 0,24, \text{ или } 2,3 \text{ мин} \leq \bar{x} \leq 2,7 \text{ мин.}$$

Следовательно, с вероятностью 0,954 можно утверждать, что средняя продолжительность разговоров по городской телефонной сети лежит в пределах от 2,3 до 2,7 мин.

## 1.6. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ. КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

Из множества разнообразных форм проявления взаимосвязей в качестве двух самых общих их видов выделяют функциональную (полную) и корреляционную (неполную) связи. В первом случае величине факторного признака строго соответствует одно или несколько значений функции. Корреляционная связь (статистическая) проявляется в среднем, для массовых наблюдений, когда заданным значениям зависимой переменной соответствует некоторый ряд вероятных значений независимой переменной.

По направлению связи бывают прямыми и обратными, положительными и отрицательными. Относительно своей аналитической формы связи делятся на линейные и нелинейные. С точки зрения взаимодействующих факторов связи могут быть парными и множественными. Кроме этого различают также непосредственные, косвенные и ложные связи.

Для выявления наличия связи, ее характера и направления в статистике используются методы: приведения параллельных данных; аналитических группировок; графический; корреляции.

Корреляционно-регрессионный анализ включает в себя измерение тесноты, направления связи и установление аналитического выражения (формы) связи (регрессионный анализ).

Одним из методов корреляционно-регрессионного анализа является метод парной корреляции, рассматривающий влияние вариации факторного признака  $x$  на результативный  $y$ . Аналитическая связь между ними описывается уравнениями:

прямой  $y_x = a_0 + a_1x$ ;

параболы  $y_x = a_0 + a_1x + a_2x^2$ ;

гиперболы  $y_x = a_0 + a_1 \cdot \frac{1}{x}$  и т.д.

Оценка параметров уравнения регрессии  $a_0$  и  $a_1$  осуществляется методом наименьших квадратов, в основе которого лежит требование минимальности сумм квадратов отклонений эмпирических данных  $y_i$  от выровненных (теоретических)  $y_{\chi_i}$

$$\sum (y_i - \bar{y}_{\chi_i})^2 = \min. \quad (31)$$

Система нормальных уравнений для нахождения параметров линейной парной регрессии имеет вид:

$$\begin{aligned} \sum y &= na_0 + a_1 \sum x; \\ \sum xy &= a_0 \sum x + a_1 \sum x^2. \end{aligned} \quad (32)$$

Для оценки типичности параметров уравнения регрессии используется  $t$ -критерий Стьюдента. При этом вычисляются фактические значения  $t$ -критерия:

для параметра  $a_0$

$$t_{a_0} = a_0 \frac{\sqrt{n-2}}{\sigma_\varepsilon}; \quad (33)$$

для параметра  $a_1$

$$t_{a_1} = a_1 \frac{\sqrt{n-2}\sigma_\chi}{\sigma_\varepsilon}, \quad (34)$$

где 
$$\sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum (y_i - y_{\chi_i})^2}{n}} \quad (35)$$

– среднее квадратическое отклонение результативного признака  $y_i$  от выровненных значений  $y_{\chi_i}$ ;

$$\sigma_\chi = \sqrt{\frac{\sum (\chi_i - \bar{\chi})^2}{n}} \quad (36)$$

– среднее квадратическое отклонение факторного признака  $x_i$  от общей средней  $\bar{\chi}$ .

Полученные фактические значения  $t_{a_0}$  и  $t_{a_1}$  сравниваются с критическим  $t_k$ , который получают по таблице Стьюдента с учетом принятого уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы  $k$ .

Полученные при анализе корреляционной связи параметры уравнения регрессии признаются типичными, если  $t$  фактическое больше  $t$  критического

$$t_{a_0} > t_k < t_{a_1}.$$

По приведенным на типичность параметрам уравнения регрессии производится синтезирование (построение) математической модели связи. При этом параметры примененной в анализе математической функции получают соответствующие количественные значения: параметр  $a_0$  показывает усредненное влияние на результативный признак неучтенных (не выделенных для исследования) факторов; параметр  $a_1$  – на сколько изменяется в среднем значение результативного признака при изменении факторного на единицу его собственного измерения.

Проверка практической значимости синтезированных в корреляционно-регрессионном анализе математических моделей осуществляется посредством показателей тесноты связи между признаками  $x$  и  $y$ .

Для статистической оценки тесноты связи применяются следующие показатели вариации:

1) общая дисперсия результативного признака  $\sigma^2_y$ , отображающая общее влияние всех факторов:

$$\sigma^2_y = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n}; \quad (37)$$

2) факторная дисперсия результативного признака  $\sigma^2_{y_x}$ , отображающая вариацию  $y$  только от воздействия изучаемого фактора  $x$ :

$$\sigma^2_{y_x} = \frac{\sum (y_{x_i} - \bar{y})^2}{n}. \quad (38)$$

Данная формула характеризует отклонение выровненных значений  $y_x$  от их общей средней величины  $\bar{y}$ ;

3) остаточная дисперсия  $\sigma^2_\varepsilon$ , отображающая вариацию результативного признака  $y$  от всех прочих, кроме  $x$ , факторов:

$$\sigma^2_\varepsilon = \frac{\sum (y_i - y_{x_i})^2}{n}. \quad (39)$$

Данная формула характеризует отклонения эмпирических (фактических) значений результативного признака  $y_i$  от их выровненных значений  $y_{x_i}$ .

Соотношение между факторной и общей дисперсиями характеризует меру тесноты связи между признаками  $x$  и  $y$

$$\frac{\sigma^2_{y_x}}{\sigma^2_y} = R^2. \quad (40)$$

Показатель  $R^2$  называется *индексом детерминации* (причинности). Он выражает долю факторной дисперсии в общей дисперсии, т.е. характеризует, какая часть общей вариации результативного признака  $y$  объясняется изменением факторного признака  $x$ .

На основе предыдущей формулы определяется индекс корреляции  $R$ :

$$R^2 = \sqrt{\frac{\sigma^2_{y_x}}{\sigma^2_y}}. \quad (41)$$

Используя правило сложения дисперсий, получают формулу индекса корреляции:

$$R = \sqrt{\frac{\sigma^2_y - \sigma^2_\varepsilon}{\sigma^2_y}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma^2_\varepsilon}{\sigma^2_y}}. \quad (42)$$

При прямолинейной форме связи показатель тесноты связи определяется по формуле линейного коэффициента корреляции  $r$ :

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left[ \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right] \left[ \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \right]}}. \quad (43)$$

Для оценки значимости коэффициента корреляции  $r$  применяется  $t$ -критерий Стьюдента с учетом заданного уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы  $k$ .

Если  $t_r > t_k$ , то величина коэффициента корреляции признается существенной.

Для оценки значимости индекса корреляции  $R$  применяется  $F$ -критерий Фишера. Фактическое значение критерия  $F_R$  определяется по формуле:

$$F_R = \frac{R^2}{1-R^2} \frac{n-m}{m-1}, \quad (44)$$

где  $m$  – число параметров уравнения регрессии.

Величина  $F_R$  сравнивается с критическим значением  $F_{\alpha}$ , которое определяется по таблице  $F$  – критерия с учетом принятого уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы  $k_1 = m - 1$  и  $k_2 = n - m$ .

Если  $F_R > F_{\alpha}$ , то величина индекса корреляции признается существенной.

По степени тесноты связи различают количественные критерии оценки тесноты связи (табл. 13).

### 13. Количественные критерии оценки тесноты связи

Величина коэффициента корреляции	Характер связи
До 0,3	практически отсутствует
0,3...0,5	слабая
0,5...0,7	умеренная
0,7...1,0	сильная

С целью расширения возможностей экономического анализа используются частные коэффициенты эластичности:

$$\varepsilon_{x_1} = a_i \frac{x_i}{y}. \quad (45)$$

Он показывает, на сколько процентов в среднем изменится значение результативного признака при изменении факторного на 1 %.

Рассмотрим применение методов корреляционно-регрессионного анализа влияния вариации факторного показателя  $x$  на результативный  $y$ .

*Пример 4.* Имеются следующие данные о производстве товарной продукции и стоимости основных производственных фондов по 15 предприятиям области (табл. 14). Произведите синтез адекватной экономико-математической модели между изучаемыми признаками на базе метода наименьших квадратов. С экономической точки зрения сформулируйте выводы относительно исследуемой вами связи.

Зависимость  $y$  от  $x$  найдем с помощью корреляционно-регрессионного анализа. Рассмотрим прямолинейную форму зависимости  $y$  от  $x$ :

$$y_x = a_0 + a_1x.$$

### 14. Показатели работы некоторых предприятий области

Номер предприятия	Товарная продукция (млн. р.), $y$	Стоимость основных производственных фондов (млн. р.), $x$
1	6,0	3,5
2	9,2	7,5
3	11,4	5,3
4	5,1	2,9
5	4,2	3,2
6	5,7	2,1
7	8,2	4,0
8	6,3	2,5
9	8,2	3,2
10	4,0	3,0
11	11,0	5,4
12	6,5	3,2
13	8,9	6,5
14	11,5	5,5
15	4,2	8,2

9. Параметры этого уравнения найдем с помощью метода наименьших квадратов. Расчеты приведем в табл.

$$a_0 = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{120,4 \cdot 340,28 - 595,15 \cdot 66}{15 \cdot 340,28 - 66 \cdot 66} = 2,259;$$

$$a_1 = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - \sum x \sum x} = \frac{15 \cdot 595,15 - 66 \cdot 120,4}{15 \cdot 340,28 - 66 \cdot 66} = 1,311.$$

Получили следующее уравнение регрессии:

$$y_x = 2,259 + 1,311x,$$

следовательно, с увеличением основных производственных фондов на 1 млн. р., стоимость товарной продукции возрастает в среднем на 1,311 млн. р.

Далее определим адекватность полученной модели. Определим фактические значения  $t$ -критерия для  $a_0$  и  $a_1$ .

$$\sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum (y_i - y_{x_i})^2}{n}} = \sqrt{\frac{41,133}{15}} = 1,66, \quad \sigma_\varepsilon^2 = 2,755.$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{49,88}{15}} = 1,82.$$

Совокупность отобранных для обследования единиц в статистике принято называть выборочной, а совокупность единиц, из которых производится отбор, – генеральной. Выборка может быть:

- 6) собственно-случайная;
- 7) механическая;
- 8) типическая;
- 9) серийная;
- 10) комбинированная.

При организации выборочного наблюдения решаются такие вопросы, как определение способа отбора и процедуры выборки, вычисление ошибок выборки и построение доверительных интервалов выборочных характеристик, а также расчет необходимой численности выборки (табл. 10).

#### 10. Численность выборки при собственно случайном и механическом отборе

Метод отбора	Формулы объема выборки	
	для средней	для доли
Повторный	$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2}$	$n = \frac{t^2 W(1-W)}{\Delta^2}$
Бесповторный	$n = \frac{t^2 \sigma^2 W}{W\Delta^2 + t^2 \Delta^2}$	$n = \frac{t^2 W(1-W)N}{\Delta^2 N + t^2 W(1-W)}$

При стратифицированном отборе, не пропорциональном объему групп, общее число отбираемых единиц делится на количество групп. Полученная величина даст объем выборки из каждой группы.

При отборе, пропорциональном числу единиц в группе, число наблюдений по каждой группе определяется формулой:

$$n_i = n \frac{W_i}{W}, \quad (25)$$

где  $n_i$  – объем выборки  $i$ -й группы;  $n$  – общий объем выборки;  $N_i$  – объем  $i$ -й группы;  $N$  – объем генеральной совокупности.

При отборе с учетом вариационного признака, дающем минимальную величину ошибки выборки, процент выборки из каждой стратифицированной группы должен быть пропорционален среднему квадратическому отклонению в этой группе.

Для средней:

$$n_i = \frac{n N_i \sigma_i}{\sum N_i \sigma_i}. \quad (26)$$

Для доли:

$$n_i = \frac{n N_i \sqrt{W(1-W)}}{\sum N_i \sqrt{W_i(1-W_i)}}. \quad (27)$$

При серийном (гнездовом) отборе необходимую численность отбираемых серий определяют также, как и при собственно случайном, только вместо  $N$ ,  $n$  и  $\sigma^2$  подставляют  $R$ ,  $r$  и  $\sigma_{м.гр}^2$ , где  $R$  – число серий в генеральной совокупности;  $r$  – число отобранных серий;  $\sigma_{м.гр}^2$  – межсерийная (межгрупповая) дисперсия.

Расчет ошибок позволяет решить одну из главных проблем организации выборочного наблюдения – оценить репрезентативность (представительность) выборочной совокупности. Различают среднюю и предельную ошибку выборки. Расчет средней и предельной ошибок выборки позволяет определить возможные пределы, в которых будут находиться характеристики генеральной совокупности (табл. 11).

#### 11. Определение ошибки выборки

Метод отбора	Предельные ошибки индивидуального отбора
--------------	--

	для средней	для доли
Повторный	$\Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\Delta = t \sqrt{\frac{W(1-W)}{n}}$
Бесповторный	$\Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$	$\Delta = t \sqrt{\frac{W(1-W)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Средняя ошибка выборки		
Повторный	$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\mu_W = \sqrt{\frac{W(1-W)}{n}}$
Бесповторный	$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$	$\mu_W = \sqrt{\frac{W(1-W)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$

Рассмотрим эту методику на примере.

*Пример 3.* Для определения средней продолжительности телефонных разговоров по городской сети произведено 5 %-ное выборочное обследование. В результате случайной повторной выборки получены следующие данные (табл. 12):

### 12. Данные о средней продолжительности телефонных разговоров

Продолжительность телефонных разговоров, мин.	Количество телефонных разговоров
до1	15
1...2	28
2...3	26
3...4	18
4...5	8
5иболее	5
Итого	100

Определите:

1) с вероятностью 0,997 возможные пределы доли разговоров, продолжительность которых больше четырех минут;

2) с вероятностью 0,954 возможные пределы средней продолжительности разговоров по городской сети.

1. Определим возможные пределы доли разговоров, продолжительность которых больше 4 мин

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w, \quad (28)$$

где  $p$  – доля единиц, обладающих обследуемым признаком для генеральной совокупности;  $w$  – доля единиц, обладающих обследуемым признаком для выборочной совокупности.

$$w = 13:100 = 0,13,$$

где  $\Delta_w$  – предельная ошибка выборки, которая не должна превышать значения

$$\Delta = t\mu, \quad (29)$$

коэффициент  $t$  определяется по таблицам в зависимости от значений вероятности

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^t e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (\text{теорема Чебышева-Ляпунова}),$$

при  $F(t) = 0,997$   $t = 3$ ;  $\mu$  – средняя ошибка выборки,  $\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ;  $\sigma^2_w = w(1-w)$  – дисперсия доли.

$$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} = \sqrt{\frac{0,13(1-0,13)}{100}} = 0,034,$$

где  $n$  – численность единиц выборочной совокупности.

Следовательно  $\Delta_w = 3 \cdot 0,034 = 0,102$ .

Доля разговоров, превышающих 4 мин по городской телефонной сети, т.е. генеральной совокупности, лежит в полученных пределах:

$$0,13 - 0,102 \leq p \leq 0,13 + 0,102;$$

$$0,028 \leq p \leq 0,232 \text{ или } 2,8 \% \leq p \leq 23,2 \%$$

2. Определим возможные пределы средней продолжительности разговоров по городской телефонной сети (т.е. получим данные для генеральной совокупности, используя выборочное обследование)

$$\bar{x} - \Delta_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \bar{x} + \Delta_{\bar{x}}, \quad (30)$$

где  $\bar{x}$  – генеральная средняя;  $\bar{x}$  – выборочная средняя.

Выборочная средняя определяется как средняя арифметическая взвешенная

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n} = \frac{1 \cdot 15 + 1,5 \cdot 28 + 2,5 \cdot 26 + 3,5 \cdot 18 + 4,5 \cdot 8 + 5 \cdot 5}{100} = 2,5.$$

где  $\Delta_{\bar{x}}$  – предельная ошибка выборки;

$$\Delta_{\bar{x}} = t\mu$$

при  $F(t) = 0,954$ ,  $t = 2$ .

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}},$$

дисперсия количественного признака равна:  $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{n}$ .

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = 1,196,$$

средняя ошибка выборки равна  $\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,196}{\sqrt{100}} = 0,12$ .

$$\Delta_{\bar{x}} = 2 \cdot 0,12 = 0,24; \quad 2,5 - 0,24 \leq \bar{x} \leq 2,5 + 0,24, \text{ или } 2,3 \text{ мин} \leq \bar{x} \leq 2,7 \text{ мин}.$$

Следовательно, с вероятностью 0,954 можно утверждать, что средняя продолжительность разговоров по городской телефонной сети лежит в пределах от 2,3 до 2,7 мин.

## 1.6. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ. КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

Из множества разнообразных форм проявления взаимосвязей в качестве двух самых общих их видов выделяют функциональную (полную) и корреляционную (неполную) связи. В первом случае величине факторного признака строго соответствует одно или несколько значений функции. Корреляционная связь (статистическая) проявляется в среднем, для массовых наблюдений, когда заданным значениям зависимой переменной соответствует некоторый ряд вероятных значений независимой переменной.

По направлению связи бывают прямыми и обратными, положительными и отрицательными. Относительно своей аналитической формы связи делятся на линейные и нелинейные. С точки зрения взаимодействующих факторов связи могут быть парными и множественными. Кроме этого различают также непосредственные, косвенные и ложные связи.

Для выявления наличия связи, ее характера и направления в статистике используются методы: приведения параллельных данных; аналитических группировок; графический; корреляции.

Корреляционно-регрессионный анализ включает в себя измерение тесноты, направления связи и установление аналитического выражения (формы) связи (регрессионный анализ).

Одним из методов корреляционно-регрессионного анализа является метод парной корреляции, рассматривающий влияние вариации факторного признака  $x$  на результативный  $y$ . Аналитическая связь между ними описывается уравнениями:

$$\text{прямой } y_x = a_0 + a_1 x;$$

$$\text{параболы } y_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2;$$

$$\text{гиперболы } y_x = a_0 + a_1 \cdot \frac{1}{x} \text{ и т.д.}$$

Оценка параметров уравнения регрессии  $a_0$  и  $a_1$  осуществляется методом наименьших квадратов, в основе которого лежит требование минимальности сумм квадратов отклонений эмпирических данных  $y_i$  от выравненных (теоретических)  $y_{\chi_i}$

$$\sum (y_i - y_{\chi_i})^2 = \min. \quad (31)$$

Система нормальных уравнений для нахождения параметров линейной парной регрессии имеет вид:

$$\begin{aligned} \sum y &= n a_0 + a_1 \sum x; \\ \sum xy &= a_0 \sum x + a_1 \sum x^2. \end{aligned} \quad (32)$$

Для оценки типичности параметров уравнения регрессии используется  $t$ -критерий Стьюдента. При этом вычисляются фактические значения  $t$ -критерия:

для параметра  $a_0$

$$t_{a_0} = a_0 \frac{\sqrt{n-2}}{\sigma_\varepsilon}; \quad (33)$$

для параметра  $a_1$

$$t_{a_1} = a_1 \frac{\sqrt{n-2}\sigma_\chi}{\sigma_\varepsilon}, \quad (34)$$

где

$$\sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum (y_i - y_{\chi_i})^2}{n}} \quad (35)$$

– среднее квадратическое отклонение результативного признака  $y_i$  от выровненных значений  $y_{\chi_i}$ ;

$$\sigma_\chi = \sqrt{\frac{\sum (\chi_i - \bar{\chi})^2}{n}} \quad (36)$$

– среднее квадратическое отклонение факторного признака  $x_i$  от общей средней  $\bar{\chi}$ .

Полученные фактические значения  $t_{a_0}$  и  $t_{a_1}$  сравниваются с критическим  $t_k$ , который получают по таблице Стьюдента с учетом принятого уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы  $k$ .

Полученные при анализе корреляционной связи параметры уравнения регрессии признаются типичными, если  $t$  фактическое больше  $t$  критического

$$t_{a_0} > t_k < t_{a_1}.$$

По приведенным на типичность параметрам уравнения регрессии производится синтезирование (построение) математической модели связи. При этом параметры примененной в анализе математической функции получают соответствующие количественные значения: параметр  $a_0$  показывает усредненное влияние на результативный признак неучтенных (не выделенных для исследования) факторов; параметр  $a_1$  – на сколько изменяется в среднем значение результативного признака при изменении факторного на единицу его собственного измерения.

Проверка практической значимости синтезированных в корреляционно-регрессионном анализе математических моделей осуществляется посредством показателей тесноты связи между признаками  $x$  и  $y$ .

Для статистической оценки тесноты связи применяются следующие показатели вариации:

1) общая дисперсия результативного признака  $\sigma^2_y$ , отображающая общее влияние всех факторов:

$$\sigma^2_y = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n}; \quad (37)$$

2) факторная дисперсия результативного признака  $\sigma^2_{y_\chi}$ , отображающая вариацию  $y$  только от воздействия изучаемого фактора  $x$ :

$$\sigma^2_{y_\chi} = \frac{\sum (y_{\chi_i} - \bar{y})^2}{n}. \quad (38)$$

Данная формула характеризует отклонение выровненных значений  $y_x$  от их общей средней величины  $\bar{y}$ ;

3) остаточная дисперсия  $\sigma^2_\varepsilon$ , отображающая вариацию результативного признака  $y$  от всех прочих, кроме  $x$ , факторов:

$$\sigma^2_\varepsilon = \frac{\sum (y_i - y_{\chi_i})^2}{n}. \quad (39)$$

Данная формула характеризует отклонения эмпирических (фактических) значений результативного признака  $y_i$  от их выровненных значений  $y_{\chi_i}$ .

Соотношение между факторной и общей дисперсиями характеризует меру тесноты связи между признаками  $x$  и  $y$

$$\frac{\sigma^2_{y_\chi}}{\sigma^2_y} = R^2. \quad (40)$$

Показатель  $R^2$  называется *индексом детерминации* (причинности). Он выражает долю факторной дисперсии в общей дисперсии, т.е. характеризует, какая часть общей вариации результативного признака  $y$  объясняется изменением факторного признака  $x$ .

На основе предыдущей формулы определяется индекс корреляции  $R$ :

$$R^2 = \sqrt{\frac{\sigma^2_{y_\chi}}{\sigma^2_y}}. \quad (41)$$

Используя правило сложения дисперсий, получают формулу индекса корреляции:

$$R = \sqrt{\frac{\sigma_y^2 - \sigma_\varepsilon^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_y^2}}. \quad (42)$$

При прямолинейной форме связи показатель тесноты связи определяется по формуле линейного коэффициента корреляции  $r$ :

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left[ \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right] \left[ \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \right]}}. \quad (43)$$

Для оценки значимости коэффициента корреляции  $r$  применяется  $t$ -критерий Стьюдента с учетом заданного уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы  $k$ .

Если  $t_r > t_k$ , то величина коэффициента корреляции признается существенной.

Для оценки значимости индекса корреляции  $R$  применяется  $F$ -критерий Фишера. Фактическое значение критерия  $F_R$  определяется по формуле:

$$F_R = \frac{R^2}{1 - R^2} \frac{n - m}{m - 1}, \quad (44)$$

где  $m$  – число параметров уравнения регрессии.

Величина  $F_R$  сравнивается с критическим значением  $F_k$ , которое определяется по таблице  $F$  – критерия с учетом принятого уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы  $k_1 = m - 1$  и  $k_2 = n - m$ .

Если  $F_R > F_k$ , то величина индекса корреляции признается существенной.

По степени тесноты связи различают количественные критерии оценки тесноты связи (табл. 13).

### 13. Количественные критерии оценки тесноты связи

Величина коэффициента корреляции	Характер связи
До 0,3	практически отсутствует слабая умеренная сильная
0,3...0,5	
0,5...0,7	
0,7...1,0	

С целью расширения возможностей экономического анализа используются частные коэффициенты эластичности:

$$\varepsilon_{x_1} = a_i \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}}. \quad (45)$$

Он показывает, на сколько процентов в среднем изменится значение результативного признака при изменении факторного на 1 %.

Рассмотрим применение методов корреляционно-регрессионного анализа влияния вариации факторного показателя  $x$  на результативный  $y$ .

*Пример 4.* Имеются следующие данные о производстве товарной продукции и стоимости основных производственных фондов по 15 предприятиям области (табл. 14). Произведите синтез адекватной экономико-математической модели между изучаемыми признаками на базе метода наименьших квадратов. С экономической точки зрения сформулируйте выводы относительно исследуемой вами связи.

Зависимость  $y$  от  $x$  найдем с помощью корреляционно-регрессионного анализа. Рассмотрим прямолинейную форму зависимости  $y$  от  $x$ :

$$y_x = a_0 + a_1 x.$$

### 14. Показатели работы некоторых предприятий области

Номер предприятия	Товарная продукция (млн. р.), $y$	Стоимость основных производственных фондов (млн. р.), $x$
1	6,0	3,5
2	9,2	7,5
3	11,4	5,3
4	5,1	2,9
5	4,2	3,2
6	5,7	2,1
7	8,2	4,0
8	6,3	2,5
9	8,2	3,2

10	4,0	3,0
11	11,0	5,4
12	6,5	3,2
13	8,9	6,5
14	11,5	5,5
15	4,2	8,2

9. Параметры этого уравнения найдем с помощью метода наименьших квадратов. Расчеты приведем в табл.

$$a_0 = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{120,4 \cdot 340,28 - 595,15 \cdot 66}{15 \cdot 340,28 - 66 \cdot 66} = 2,259;$$

$$a_1 = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - \sum x \sum x} = \frac{15 \cdot 595,15 - 66 \cdot 120,4}{15 \cdot 340,28 - 66 \cdot 66} = 1,311.$$

Получили следующее уравнение регрессии:

$$y_x = 2,259 + 1,311x,$$

следовательно, с увеличением основных производственных фондов на 1 млн. р., стоимость товарной продукции возрастает в среднем на 1,311 млн. р.

Далее определим адекватность полученной модели. Определим фактические значения  $t$ -критерия для  $a_0$  и  $a_1$ .

$$\sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum (y_i - y_{x_i})^2}{n}} = \sqrt{\frac{41,133}{15}} = 1,66, \quad \sigma_\varepsilon^2 = 2,755.$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{49,88}{15}} = 1,82.$$

## Глава 2

### СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

#### 2.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ПОКАЗАТЕЛИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЧИСЛЕННОСТЬ И ДВИЖЕНИЕ НАСЕЛЕНИЯ

Макроэкономическая статистика является одной из статистических дисциплин прикладного характера. Объектом ее изучения являются массовые социально-экономические явления и процессы на уровне экономики региона, страны в целом. Макроэкономическая региональная статистика разрабатывает методологию статистического исследования экономических процессов и их развития: систему показателей и методику их расчета, в совокупности обеспечивающих количественную характеристику результатов функционирования экономики страны и регионов в разрезе отраслей, секторов. Макроэкономическая региональная статистика проводит анализ эффективности общественного производства, исследует уровень жизни населения, используя принятую в международной практике систему национальных счетов в качестве макростатистической модели рыночной экономики. Макроэкономическая статистика – это одна из наиболее важных отраслей статистики как научной дисциплины и вида практической деятельности органов государственной статистики.

Простыми показателями количественных измерений экономических явлений являются показатели:

- динамики цен;
- объема произведенной продукции;
- численности населения и трудовых ресурсов, безработицы;
- степени равномерности распределения доходов;
- наличия основных и оборотных фондов и т.д.

Однако иногда в экономической статистике количественно измеряются более сложные экономические процессы и явления и устанавливаются взаимосвязи между ними. Например, с помощью межотраслевого баланса дается цифровая характеристика:

- межотраслевых связей;
- зависимости между выпуском продукции отраслей народного хозяйства и конечным продуктом, т.е. продукцией, используемой для потребления и накопления.

Данные макроэкономической статистики позволяют обеспечить систематическое количественное описание всех основных аспектов экономического процесса и экономики в целом. Они необходимы органам государственного управления для решения вопросов, связанных с регулированием экономики и разработкой экономической политики.

Макроэкономическая статистика представляет собой самостоятельную научную дисциплину. Но количественное измерение экономических процессов и явлений основывается:

- на положениях экономической теории;
- на результатах изучения качественных аспектов экономических процессов, полученных в рамках общей экономической теории и различных прикладных разделов экономической науки.

В свою очередь, в экономической теории используются результаты статистического описания экономических процессов. Например, еще 300 лет назад выдающийся английский экономист У. Петти предположил, что со временем доля услуг будет повышаться, а доля производства товаров – сокращаться. Экономическая статистика с помощью своих методов не только проверяет корректность этой гипотезы, но и подтверждает конкретными цифровыми характеристиками развитие этой тенденции во времени.

Макроэкономическая статистика тесно связана с другими разделами статистики:

- с социально-демографической статистикой, предметом которой является детальное изучение социально-демографических процессов;
- со статистиками отдельных отраслей (промышленности, сельского хозяйства, строительства и т.д.), задача которых заключается в подробном описании и анализе экономик соответствующих отраслей.

Граница между макроэкономической статистикой и другими упомянутыми разделами носит в значительной мере условный характер. Экономическая статистика рассматривает экономические явления в тесной взаимосвязи с социальными процессами, и одни и те же показатели могут быть использованы для анализа как экономических, так и социальных аспектов.

Показатели оплаты труда характеризуют, с одной стороны, затраты на производство (экономический фактор), а с другой – процесс распределения доходов (социальный фактор).

Еще более тесная связь существует между статистикой отдельных отраслей и макроэкономической статистикой. Макроэкономическая региональная статистика использует данные отраслей статистики для получения обобщающих показателей. Это возможно потому, что основные определения и классификации экономической статистики и статистики отдельных отраслей четко согласованы друг с другом.

При разработке методов расчета тех или иных показателей опираются на инструментарий общей теории статистики. В этом разделе статистики изучаются наиболее общие категории, принципы и методы статистической науки. В макроэкономической же статистике широко используются положения теории статистики, касающиеся методов исчисления индексов, их формул, а также аналитических требований к индексам.

**Население**, как объект изучения статистикой, представляет собой совокупность людей, проживающих на определенной территории и непрерывно возобновляющихся за счет рождений и смертей. Население выступает в процессе экономической деятельности с одной стороны как производитель материальных благ и услуг, а с другой – как их потребитель.

Население в целом и его основная часть – трудоспособное население принимает активное участие в экономической деятельности и является носителем трудового потенциала. Таким образом, при изучении трудовых ресурсов страны, население исследуют как базу его формирования.

К основным статистическим показателям демографической статистики относятся такие как: показатели численности и состава населения, числа родившихся, умерших, браков, разводов, численности прибывших в страну и выбывших из нее, а также числа прибытий и убытий внутри страны и ее регионов.

Наиболее точные данные о численности и составе населения дает перепись населения. Перепись населения – процесс сбора демографических и социальных данных, характеризующих каждого жителя страны или территории по состоянию на определенный момент времени. Различают две категории населения, учитываемые при переписи: наличное и постоянное население.

**Наличное население** – население, находящееся на момент переписи в данном населенном пункте (независимо от того, постоянно или временно они здесь жили). **Постоянное население** – население, постоянно проживающее в данной местности, в данный момент времени.

Важнейшей характеристикой населения являются показатели структуры населения по полу и возрасту. Для наглядности они представляются в виде **возрастной пирамиды**. При графическом изображении возрастной пирамиды по вертикальной оси откладывается или их доля в общей численности населения, возраст или год рождения, по горизонтали – численность людей каждого возраста: влево от оси – мужчины, вправо – женщины. Пирамида характеризует некоторое состояние структуры населения по полу и возрасту в ходе непрерывного процесса воспроизводства населения.

Показатель демографической нагрузки – обобщенная количественная характеристика возрастной структуры населения, показывающая нагрузку на общество непроизводительным населением.

Общее движение населения представляет собой совокупность показателей естественного и миграционного движения населения. Интенсивность миграции характеризует частоту случаев перемены места жительства в совокупности населения за определенный период. Естественное движение населения характеризуется показателями числа родившихся, умерших, браков, разводов и относительными показателями, рассчитанными на их основе.

Основную часть населения составляют **трудовые ресурсы**. Рассмотрим основные классификации статистических данных о составе трудовых ресурсов страны.

**Экономически активное население** (рабочая сила) – часть населения, обеспечивающая предложение рабочей силы для производства товаров и услуг. Численность экономически активного населения включает занятых и безработных.

К **занятым** в экономике относятся лица обоего пола в возрасте 16 лет и старше, а также лица младших возрастов, и лиц пенсионного возраста, которые в рассматриваемый период:

а) выполняли работу по найму за вознаграждение на условиях полного, либо неполного рабочего времени, а также иную приносящую доход работу. Не включаются в состав занятых зарегистрированные безработные, выполняющие оплачиваемые общественные работы, полученные через службу занятости, и учащиеся и студенты, выполняющие оплачиваемые с/х работы по направлению учебных заведений;

б) временно отсутствовали на работе из-за: болезни, ухода за больными, ежегодного отпуска, обучения или переподготовки вне своего рабочего места, учебного отпуска, других подобных причин;

в) выполняли работу без оплаты на семейном предприятии.

К **безработным** относятся лица 16 лет и старше, которые в рассматриваемый период:

а) не имели работу (занятия, приносящего доход);

б) занимались поиском работы, обращаясь в службу занятости или использовали личные связи, а также предпринимали шаги к организации собственного дела;

в) были готовы приступить к работе.

**Уровень безработицы** – удельный вес численности безработных в численности экономически активного населения.

**Экономически неактивное население** – население обследуемого возраста, которое не входит в состав рабочей силы, т.е. занятых и безработных. Величина экономически неактивного населения включает следующие категории:

а) учащиеся и студенты, слушатели и курсанты, посещающие дневные учебные заведения (включая дневные аспирантуры и докторантуры);

б) лица, получающие пенсии по инвалидности, по старости;

в) лица, занятые ведением домашнего хозяйства;

г) лица, которые прекратили поиск работы, исчерпав все возможности ее получения, но которые могут и готовы работать;

д) другие лица, которым нет необходимости работать, независимо от источника дохода.

**Экономически активное население** делится на группы: наемные работники; лица, работающие не по найму.

Наемные работники – это лица, которые заключили письменный трудовой договор, контракт или устное соглашение с руководителем предприятия любой формы собственности или отдельным лицом об условиях трудовой деятельности, за которую они получают оговоренную при найме оплату наличными деньгами или натурой. Наемными работниками считаются также директора и управляющие предприятиями, служители религиозных культов. Наемные работники распределяются на группы: гражданское население; военнослужащие.

*Пример 8.* Определите коэффициент механического пополнения ( $K_{м.п.}$ ) трудовых ресурсов области (в промиле) по следующим данным: коэффициент механического выбытия ( $K_{м.в.}$ ) – 10 ‰, коэффициент общего прироста ( $K_{о.пр.}$ ) – 5, коэффициент естественного прироста ( $K_{е.пр.}$ ) – 3.

*Решение.*

Из формулы определения коэффициента общего прироста

$$K_{о.пр.} = K_{е.пр.} + K_{м.пр.}$$

следует, что коэффициент механического прироста равен

$$K_{м.пр.} = K_{о.пр.} - K_{е.пр.} = 5 - 3 = 2 \text{ (‰)}.$$

Из формулы определения коэффициента механического прироста

$$K_{м.пр.} = K_{м.п.} - K_{м.в.}$$

следует, что коэффициент механического пополнения равен

$$K_{м.п.} = K_{м.пр.} + K_{м.в.} = 2 + 10 = 12 \text{ (‰)}.$$

*Пример 9.* Определите численность трудовых ресурсов (ТР) (тыс. человек) по следующим данным: численность населения в рабочем возрасте ( $S_{р.в.}$ ) – 800; численность инвалидов I и II группы в рабочем возрасте ( $S_{и.}$ ) – 50; численность работающих пенсионеров ( $S_{р.пенс.}$ ) – 20; численность работающих подростков ( $S_{р.подр.}$ ) – 5.

*Решение.*

Численность трудовых ресурсов определяется как:

$$ТР = S_{р.в.} - S_{и.} + S_{р.пенс.} + S_{р.подр.} = 800 - 50 + 20 + 5 + 775 \text{ (тыс. человек)}$$

*Пример 10.* Численность населения одной из областей на начало года ( $S_{н.г.}$ ) – 1530 тыс. человек; на конец года ( $S_{к.г.}$ ) = 1570 тыс. человек. Численность безработных ( $S_{б.р.}$ ) от средней численности населения составила 2,2 %, а численность безработных от численности активного населения ( $S_{акт.}$ ) – 5,5 %.

Определить: среднегодовую численность населения; численность занятых ( $S_{зан.}$ ); коэффициент активности населения ( $K_{акт.}$ ); коэффициент занятости для активного населения  $K_{зан.для акт.}$ .

*Решение.*

Среднегодовая численность населения:

$$\bar{S} = \frac{S_{н.г.} + S_{к.г.}}{2} = \frac{1530 + 1570}{2} = 1550 \text{ тыс. человек.}$$

Численность безработных составила 2,2 % от 1550, т.е.

$$\bar{S} = \frac{2,2 \% \cdot 1550}{100 \%} = 34,1 \text{ тыс. человек.}$$

Коэффициент активности населения равен:

$$K_{\text{акт}} = \frac{S_{\text{акт}}}{S} .$$

Численность активного населения по условию равна:

$$S = \frac{34,1 \cdot 100 \%}{5,5 \%} = 620 \text{ тыс. человек};$$

$$K_{\text{акт}} = \frac{620}{1550} = 0,4 \text{ или } 400 \text{ } \text{‰}.$$

Численность занятого населения равна:

$$S_{\text{зан}} = S_{\text{акт}} - S_{\text{б.р}} = 620 - 34,1 = 585,9 \text{ тыс. человек.}$$

Определим коэффициент активности для занятого населения:

$$K_{\text{зан. для акт}} = \frac{S_{\text{зан}}}{S_{\text{акт}}} = \frac{585,9}{620} = 0,945 \text{ или } 945 \text{ } \text{‰}.$$

## 2.2. ПОНЯТИЕ, СОСТАВ И СТРУКТУРА НАЦИОНАЛЬНОГО БОГАТСТВА

**Национальное богатство** – совокупность ресурсов страны (экономических активов), составляющих необходимые условия производства товаров, оказания услуг, обеспечения жизни людей. Оно состоит из экономических объектов, существенным признаком которых является возможность получения их собственниками экономической выгоды. Национальное богатство исчисляется на определенный момент времени.

Объем национального богатства определяется, как правило, в стоимостном выражении в текущих и сопоставимых (постоянных) ценах. Объем национального богатства в текущих ценах отражает стоимость его элементов в ценах приобретения соответствующих периодов. Стоимость основных фондов при этом периодически (в зависимости от уровня инфляции) приводится в соответствие с ценами, существующими на дату переоценки.

В постоянных ценах объем национального богатства отражает стоимость всех его элементов в ценах одного периода (принятых за базисные цены). Изменение физического объема национального богатства и его отдельных элементов рассчитываются в сопоставимых ценах.

В национальное богатство включаются нефинансовые производственные активы, нефинансовые непроизводственные активы и финансовые активы. Отдельно учитываются также накопленные потребительские товары длительного пользования в домашних хозяйствах и прямые иностранные инвестиции.

**Нефинансовые производственные активы** – это активы, созданные в результате процессов, рассматриваемых как производство (основные фонды, функционирующие в отраслях, производящих товары и оказывающих услуги, запасы материальных оборотных средств и ценности).

**Основные фонды** (основные средства, основной капитал) – часть национального богатства, созданная в процессе производства, которая длительное время неоднократно или постоянно в неизменной натурально-вещественной форме используется в экономике, постепенно перенося свою стоимость на создаваемые продукты и услуги. В практике учета и статистики к основным фондам относятся объекты со сроком службы не менее одного года и стоимостью выше определенной величины, устанавливаемой в зависимости от динамики цен на продукцию фондообразующих отраслей.

К основным фондам относятся также **нематериальные производственные активы** – объекты, созданные трудом человека, представляющие собой необщедоступную информацию, нанесенную на какой-либо носитель. Стоимость этих объектов определяется именно заключенной в них информацией, поэтому они относятся к нематериальным активам.

Источниками информации об основных фондах служат формы статистической отчетности, а также составляемые на их основе органами госстатистики балансы основных фондов.

**Оборотные фонды** (средства) – важная часть национального богатства страны, его наиболее мобильный, постоянно возобновляемый элемент. Оборотные фонды включают:

- производственные запасы (сырье, материалы, топливо, запчасти, инструменты, хозтовары, семена, посадочные материалы и др.);
- незавершенное производство;
- готовую продукцию и товары для перепродажи;
- материальные резервы.

Запасы материальных оборотных средств состоят из запасов продукции, которая еще находится в распоряжении производителей до того, как она будет переработана, продана, доставлена другим единицам или использована иными способами, а также запасов продукции, приобретенной у других единиц и предназначенной для использования в промежуточном потреблении или для перепродажи без дальнейшей переработки.

**Ценности** – это дорогостоящие товары длительного пользования, которые не изнашиваются с течением времени, как правило, не используются для потребления или в производстве и приобретаются главным образом как средства сохранения стоимости во времени, так как их стоимость не должна уменьшаться по отношению к общему уровню цен. Они состоят из драгоценных металлов и камней, ювелирных изделий, произведений искусства и т.д.

**Нефинансовые непроизведенные активы** – это активы, не являющиеся результатом производственных процессов. Делятся на материальные и нематериальные непроизведенные активы.

**Материальные непроизведенные активы** – это не являющиеся результатом производственных процессов природные активы (земля, полезные ископаемые, подземные водные ресурсы), эффективное владение которыми может установлено или передано.

**Нематериальные непроизведенные активы** – это активы, которые созданы вне процесса производства, путем юридических или учетных действий. Нематериальные непроизведенные активы включают патенты, авторское право, договора об аренде и другие передаваемые контракты, "гудвилл" и т.п., которые могут быть проданы или переданы.

"Гудвилл" отражает совокупность факторов, которые побуждают клиентов вновь прибегать к услугам данной организации (репутация, деловые связи, название фирмы, используемые торговые марки, профессионализм руководства и т.д.).

**Финансовые активы** – это активы, которым, как правило, противостоят финансовые обязательства другого собственника. Финансовые активы включают: монетарное золото и специальные права заимствования; валюту и депозиты; ценные бумаги; акции и прочие виды акционерного капитала; займы; страховые технические резервы; прочую дебиторскую и кредиторскую задолженность; прямые иностранные инвестиции.

Объем, структура, воспроизводство основных фондов по экономике в целом и по отраслям учитываются в **балансе основных фондов**. По данным этого баланса исчисляются показатели износа, годности, обновления, выбытия, использования основных фондов. Баланс основных фондов составляется по полной и остаточной стоимости в текущих ценах, в среднегодовых ценах или в постоянных (сопоставимых или базисных) ценах.

**Первоначальная стоимость основных фондов** – стоимость основных фондов в ценах, учитывавшихся при их постановке на баланс. Выражает фактические денежные расходы на возведение зданий, сооружений и на приобретение, установку и монтаж.

**Полная первоначальная стоимость** представляет собой фактическую стоимость ввода в действие объектов основных фондов. После приемки основных фондов в эксплуатацию она отражается в активе бухгалтерского баланса и остается неизменной до переоценки основных фондов, в результате которой первоначальная стоимость объектов заменяется восстановительной стоимостью, или до проведения расширения, модернизации и реконструкции объектов за счет капиталовложений, при которых затраты добавляются к первоначальной стоимости.

**Остаточная первоначальная стоимость** основных фондов – это стоимость в ценах, учитывающихся при их постановке на баланс, с учетом износа на дату определения. Она равна полной первоначальной стоимости основных фондов, уменьшенной на величину накопленного к этому моменту износа. При переоценке основных фондов заменяется остаточной восстановительной.

**Восстановительная стоимость** основных фондов – это стоимость их воссоздания в современных условиях. Различается полная восстановительная стоимость и остаточная (полная восстановительная стоимость за вычетом износа).

**Полная восстановительная стоимость** определяется затратами на воссоздание новых основных фондов и учитывается при их переоценке, исходя из реально сложившихся условий воспроизводства основных фондов.

**Остаточная восстановительная стоимость** – стоимость основных фондов, не перенесенная на созданный продукт. Определяется по результатам переоценки основных фондов как разница между полной восстановительной стоимостью основных фондов и денежной оценкой, по данным бухгалтерского учета, изношенности инвентарных объектов.

В балансе по полной стоимости основные фонды рассматриваются с точки зрения их физического объема (но в ценностном выражении), который для каждого объекта остается неизменным за все время его функционирования. В этом балансе отражаются наличие основных фондов на начало года, ввод новых фондов, поступление по источникам, ликвидация, выбытие по направлениям, наличие основных фондов на конец года, а также среднегодовая стоимость основных фондов.

**Амортизация** – процесс перенесения части стоимости, представляющей износ фондов, на стоимость изготавливаемой продукции. Она осуществляется путем начисления стоимости износа основных фондов на затраты по выработке продукции на протяжении всего срока их функционирования и ежегодного отчисления начисленной суммы в амортизационный фонд. Целью последнего является полное восстановление основных производственных фондов.

Основным методом начисления амортизации, принятым в нашей стране, является так называемый *линейный метод*, суть которого состоит в установлении одинаковой ставки в течение всего срока службы объекта. Наряду с линейным методом применяется метод *ускоренной амортизации* (метод постоянного коэффициента). Его суть состоит в том, что утвержденная амортизация для равномерного (линейного) метода увеличивается на коэффициент ускорения (постановление Правительства РФ от 19 августа 1994 г.). Данный метод применяется единицами-резидентами высокотехнологических отраслей производства, определяющих темпы технического прогресса, стремящихся предотвратить моральное старение техники.

Для каждой отрасли и подотрасли промышленности государство централизованно устанавливает единые нормы амортизационных отчислений на полное восстановление основных фондов. Под **нормой амортизации** понимается процентное отношение ежегодных амортизационных отчислений к полной стоимости основных производственных фондов.

Пример 11.

Имеются следующие условные данные (табл. 23).

### 23. Показатели обновления основного капитала

Годы	Ввод в действие новых фондов в ценах соответствующих лет, тыс. р.	Индекс капитальных вложений	Коэффициент выбытия основных фондов, %
2000	1434	1,02	2,0
2001	1526	1,05	2,3
2002	3220	2,13	2,9

Основные фонды на 1 января 2000 г. в базисных ценах составили 1654 тыс. р. Определите: 1) объем основных фондов в базисных ценах на 1 января 2001 г., 2002 г.; 2) коэффициенты обновления фондов для 2000, 2001, 2002 гг.; 3) базисные и цепные индексы физического объема основных фондов в среднегодовом исчислении. Результаты представьте в таблице.

*Решение.*

Объем основных фондов на конец года ( $ОФ_{к.г}$ ) определяется как: объем основных фондов на начало года ( $ОФ_{н.г}$ ), плюс ввод в действие новых фондов в сопоставимых (неизменных) ценах ( $ОФ_{ввод}$ ), минус выбывшие основные фонды ( $ОФ_{выб}$ ), которые определяются по коэффициенту их выбытия.

$$ОФ_{к.г} = ОФ_{н.г} + ОФ_{ввод} - ОФ_{выб}$$

Определим объем выбывших фондов по коэффициенту их выбытия, который определяется по формуле:

$$K_{выб} = \frac{ОФ_{выб}}{ОФ_{н.г}}$$

учитывая, что объем основных фондов на конец предшествующего года равен стоимости основных фондов на начало текущего года.

1. Стоимость выбывших основных фондов:

$$2000 \text{ г. : } ОФ_{выб} = 1654 \cdot 0,02 = 33,08;$$

$$2001 \text{ г. : } ОФ_{выб} = 3026,8 \cdot 0,023 = 69,62;$$

$$2002 \text{ г. : } ОФ_{выб} = 4410,51 \cdot 0,029 = 127,9.$$

2. Ввод в действие основных фондов в сопоставимых ценах определим следующим образом, используя индекс капитальных вложений:

$$J_{кап.вл} = ОФ_{ввод} \text{ в факт. ценах} / ОФ_{ввод} \text{ в сопоставимых ценах } 2000 \text{ г. : } ОФ_{ввод} = 1434 : 1,02 = 1405,88;$$

$$2001 \text{ г. : } ОФ_{ввод} = 1526 : 1,05 = 1453,33;$$

$$2002 \text{ г. : } ОФ_{ввод} = 3220 : 2,13 = 1511,73.$$

3. Стоимость основных фондов на конец года:

$$2000 \text{ г. : } ОФ_{к.г} = 1654 + 1405,88 - 33,08 = 3026,8;$$

$$2001 \text{ г. : } ОФ_{к.г} = 3026,8 + 1453,33 - 69,62 = 4410,51;$$

$$2002 \text{ г. : } ОФ_{к.г} = 4410,51 + 1511,73 - 127,9 = 5794,16.$$

4. Объем основных фондов в среднегодовом исчислении:

$$\overline{ОФ} = \frac{ОФ_{н.г} + ОФ_{к.г}}{2}$$

Результаты расчетов занесем в табл. 24.

5. Определим коэффициент обновления основных фондов для каждого года по формуле

$$K_{обн} = \frac{ОФ_{ввод}}{ОФ_{к.г}}$$

$$2000 \text{ г. : } K_{обн} = 1405,88 : 3026,8 = 0,46;$$

$$2001 \text{ г. : } K_{обн} = 1453,33 : 4410,51 = 0,33;$$

$$2002 \text{ г. : } K_{обн} = 1511,73 : 5794,16 = 0,26.$$

6. Индексы физического объема основных фондов (цепные) определим по формуле

$$J_{ф.о} = \frac{ОФ_{отч.г}}{ОФ_{пред.г}}$$

индексы физического объема основных фондов (базисные):

$$J_{ф.о} = \frac{ОФ_{отч.г}}{ОФ_{баз.г}}$$

где  $\overline{ОФ}_{отч.г}$  – стоимость основных фондов в среднегодовом исчислении отчетного года;  $\overline{ОФ}_{пред.г}$  – стоимость основных фондов – предыдущего года;  $\overline{ОФ}_{баз.г}$  – стоимость основных фондов – базисного года (2000).

Все результаты расчетов представим в табл. 24.

### 24. Матрица расчетных показателей

Год	Основные фонды на начало года, (тыс.р.) $ОФ_{\text{нг}}$	Звод в действие новых фондов фактических цен (тыс. р.), $ОФ_{\text{вд}}$	Индекс капитальных вложений $J_{\text{кап.вл.}}$	коэффициент выбытия основных фондов, $K_{\text{выб.}}$ %	Стоимость выбывших основных фондов, (тыс. р.) $ОФ_{\text{выб}}$	Звод в действие новых фондов в сопоставимых ценах (тыс. р.), $ОФ_{\text{вд}}$	Основные фонды на конец года (тыс.р.) $ОФ_{\text{кг}}$	Коэффициент обновления основных фондов $K_{\text{обн.}}$	Основные фонды в среднем годовом исчислении	Индексы физического объема основных фондов (базисные) $J_{\text{ф}}$	Индексы физического объема основных фондов (цепные) $J_{\text{ф,ч}}$
2000	1654	1434	1,02	2	33,0	1405,88	3026,8	0,46	2340,4	–	–
2001	3026,8	1526	1,05	2,3	69,62	1453,33	4410,51	0,33	3718,65	1,59	1,59
2002	4410,5	3220	2,13	2,9	127,9	1511,73	5794,16	0,26	5102,33	2,18	1,37

### 2.3. ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Показатели результатов функционирования экономики в целом на народно-хозяйственном уровне (макроэкономическом) формируются как суммарный результат деятельности всех производителей материальных благ, т.е. микроэкономических показателей. Показатели результатов на всех уровнях должны быть сопоставимы, т.е. необходимо их рассчитывать на основе единых и методологических принципов, что обеспечивает их сопоставимость.

Система показателей – такой набор показателей, которые взаимосвязаны между собой, дополняют друг друга и ориентированы на достижение целей исследования. В данном случае – на характеристику результатов экономической деятельности.

Основным макроэкономическим показателем, являющимся центральным показателем СНС (система национальных счетов) является ВВП. ВВП характеризует конечный результат производственной деятельности экономических единиц – резидентов, на экономической территории страны за тот или иной период времени как в сфере материального производства, так и в сфере нематериальных услуг.

Наряду с ВВП в нашей стране определяется объем ВВП (валовой национальный продукт). ВВП характеризует стоимостной объем конечной продукции и услуг, созданный гражданами этой страны, как на ее территории, так и за ее пределами, т.е. ВВП включает деятельность резидентов на экономические территории данной страны и за границей и не включает деятельности нерезидентов на экономической территории данной страны.

Рассмотрим этот и другие показатели СНС более подробно.

**Выпуск (ВВ)** товаров и услуг представляет собой суммарную стоимость товаров и услуг, являющихся результатом производственной деятельности единиц-резидентов в отчетном периоде. Выпуск оценивается на основе данных реализованной продукции и изменений запасов готовой продукции и стоимости незавершенного производства. Основным принципом оценки рыночного выпуска товаров и услуг является использование рыночных цен, преобладающих в период, к которому относится производство продукции. Изменение запасов готовой продукции и незавершенного производства определяется как разница между поступлениями в запасы и изъятиями из них в оценке по ценам, действующим в момент их поступления и изъятия.

Выпуск розничной и оптовой торговли измеряется величиной торговой наценки (реализованного наложения). В жилищном хозяйстве к рыночным услугам отнесены доходы от сдачи жилья в аренду (квартирная плата). К нерыночным услугам отнесены затраты на текущее содержание жилья всех видов собственности, кроме муниципального. Продукция рассчитывается по затратам, которые несут владельцы жилья при его эксплуатации.

Нерыночные услуги в большинстве отраслей оцениваются по фактическим текущим расходам на оказание этих услуг (за вычетом пенсий, пособий и стипендий с добавлением потребления основного капитала). К текущим расходам относятся: материальные затраты, оплата услуг, потребленных в процессе производства, расходы на заработную плату и др.

Выпуск банковских услуг состоит из двух частей: непосредственной оплаты услуг банков (за ведение счетов и т.д.) и косвенно измеряемых услуг финансового посредничества, определяемых как разница между процентами, полученными банками за предоставленные кредиты и процентами, выплаченными за полученные кредиты.

**Промежуточное потребление (ПП)** равно стоимости товаров и услуг, которые трансформируются или полностью потребляются в отчетном периоде в процессе производства. Потребление основного капитала не включается в состав промежуточного потребления.

**Валовая добавленная стоимость (ВДС)** исчисляется на уровне отраслей как разность между выпуском товаров и услуг и промежуточным потреблением. Термин "валовая" указывает на то, что показатель включает потребленную в процессе производства стоимость основного капитала.

**Чистые налоги на продукты и на импорт (ЧН).** Налоги на продукты включают налоги, размер которых прямо зависит от стоимости произведенной продукции и оказанных услуг. К налогам на продукты относятся: налог на добавленную стоимость, акцизы и др. Налог на импорт – это налоги на импортируемые товары и услуги. Термин "чистые" означает, что налоги показаны за вычетом соответствующих субсидий на продукты и на импорт. Субсидии – текущие некомпенсируемые выплаты из государственного бюджета предприятиям, при условии производства ими определенного вида товаров и услуг.

**Валовой внутренний продукт (ВВП)** на стадии производства получается путем суммирования валовых добавленных стоимостей секторов или отраслей экономики. Валовой внутренний продукт рассчитывается в

рыночных ценах, т.е. включая чистые налоги на продукты и на импорт. ВВП может быть рассчитан тремя методами: производственным, использования и методом формирования ВВП по источникам доходов.

При расчете *производственным методом* ВВП получается как разность между выпуском товаров и услуг в целом по стране и промежуточным потреблением; или как сумма добавленных стоимостей, создаваемых в отраслях экономики.

ВВП, рассчитанный *методом использования (по расходам)*, представляет собой сумму расходов всех экономических секторов на конечное потребление, валовое накопление и чистого экспорта. Расходы на конечное потребление подразделяются на расходы домашних хозяйств, государственных учреждений (организаций бюджетной сферы) и некоммерческих организаций (НКО), обслуживающих домашние хозяйства.

Формирование ВВП *по источникам доходов* отражает первичные доходы, получаемые единицами, непосредственно участвующими в производстве, а также органами государственного управления (организации бюджетной сферы) и некоммерческими организациями, обслуживающими домашние хозяйства. Данный метод используется Госкомстатом России только для анализа стоимостной структуры ВВП, а не для определения его номинального объема или динамики.

**Оплата труда наемных работников (ОТ)** определяется суммой всех вознаграждений в денежной или натуральной форме, выплачиваемых работодателями наемным работникам за работу, выполненную в течение отчетного периода. Оплата труда наемных работников учитывается на основе начисленных сумм и включает в себя фактические и условно исчисленные отчисления на социальное страхование (включая государственный пенсионный фонд, фонд занятости, фонд социального страхования), налоги на доходы и другие выплаты, которые подлежат уплате наемными работниками, даже если фактически удерживаются нанимателями в административных интересах или по иным причинам и выплачиваются ими непосредственно органам социального страхования, налоговым службам и так далее от лица наемного работника.

**Другие налоги на производство** состоят из всех налогов, которыми облагаются производящие единицы в связи с их производством или использованием факторов производства, кроме налогов на продукты.

**Валовая (чистая) прибыль и валовые (чистые) смешанные доходы** представляют собой ту часть добавленной стоимости, которая остается у производителя после вычета расходов, связанных с оплатой труда наемных работников, и чистых налогов на производство и на импорт. Эта статья измеряет прибыль (или убыток), полученную от производства, до учета доходов от собственности. Чистая прибыль равняется валовой прибыли за вычетом основного капитала.

**Потребление основного капитала (ПОК)** представляет собой уменьшение стоимости основного капитала в течение отчетного периода в результате его физического и морального износа и случайных повреждений.

**Доходы от собственности** включают доходы, получаемые или выплачиваемые институциональными единицами в связи с предоставлением в пользование финансовых активов, земли и других нефинансовых непроданных активов.

**Сальдо первичных доходов** характеризует доходы, образующиеся у институциональных единиц-резидентов в результате их участия в производстве и от собственности. Оно определяется как разница между всеми первичными доходами, полученными и выплаченными единицами-резидентами. На уровне экономики в целом сальдо первичных доходов, определенных на валовой основе, т.е. до вычета потребления основного капитала, равно валовому национальному доходу. Сальдо первичных доходов, определенных на чистой основе, т.е. за вычетом потребления основного капитала, равно чистому национальному доходу.

**Трансферт** представляет собой операцию, когда одна институциональная единица предоставляет товар, услугу или актив (финансовый или нефинансовый) другой единице, не получая взамен от нее возмещения в виде товара, услуги или актива. Различают текущие и капитальные трансферты.

**Текущие трансферты** включают следующие основные виды: текущие налоги на доходы, богатство и т.п., отчисления на социальное страхование, социальные пособия, добровольные взносы и подарки, не имеющие капитального характера, штрафы и т.д.

**Капитальные трансферты** представляют собой безвозмездную передачу права собственности на активы (кроме наличных денег и материальных оборотных средств) или средств для их приобретения от одной институциональной единицы к другой. Капитальные трансферты обычно являются единовременными и значительными по величине операциями, связанными с приобретением или выбытием активов у участников операции. Они включают налоги на капитал, инвестиционные субсидии, прочие капитальные трансферты.

**Располагаемый доход** представляет собой доход, которым институциональная единица располагает для конечного потребления и сбережения. Он равен сальдо первичных доходов, минус доходы, переданные в качестве текущих трансфертов, плюс полученные текущие трансферты. Сумма располагаемых доходов всех институциональных единиц-резидентов равна **валовому национальному располагаемому доходу (ВНРД)**. На стадии использования валовой внутренний продукт рассчитывается как сумма конечного потребления товаров и услуг, валового накопления и чистого (за вычетом импорта) экспорта.

**Конечное потребление** складывается из расходов на конечное потребление домашних хозяйств, расходов на конечное потребление государственных учреждений, удовлетворяющих индивидуальные и коллективные потребности домашних хозяйств и общества в целом, а также расходов на конечное потребление некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства. Такая группировка показывает, кто финансирует расходы на конечное потребление.

**Сбережение** – часть располагаемого дохода, которая не израсходована на конечное потребление товаров и услуг.

**Валовое накопление** в целом по экономике показывает чистое приобретение резидентами товаров и услуг, произведенных в текущем периоде или поступивших по импорту, но не потребленных в нем. Валовое накопление включает валовое накопление основного капитала, изменение запасов материальных оборотных средств и чистое приобретение ценностей.

*Валовое накопление основного капитала* представляет собой вложение резидентами средств в объекты основного капитала для создания нового дохода в будущем путем использования их в производстве. Валовое накопление основного капитала включает следующие компоненты: а) приобретение, за вычетом выбытия, новых и существующих основных фондов; б) затраты на улучшение непроизводственных материальных активов; в) расходы в связи с передачей права собственности на непроизводственные активы.

*Изменение запасов материальных оборотных средств* включает изменение производственных запасов; незавершенного производства, готовой продукции товаров для перепродажи. Изменение стоимости запасов в течение данного периода рассчитывается как разность между стоимостью запасов на конец и на начало периода.

*Чистое приобретение ценностей* – стоимость покупок за вычетом продаж ценностей, приобретаемых как средство сохранения стоимости: драгоценных металлов и камней, антикварных изделий, коллекций и других произведений искусства.

**Чистое кредитование или чистое заимствование** представляет собой превышение или дефицит источников финансирования по сравнению с расходами на чистое приобретение нефинансовых активов. На уровне экономики в целом чистое кредитование или чистое заимствование показывает количество ресурсов, которое страна предоставляет в распоряжение "остального мира" или которое "остальной мир" предоставляет стране.

**Чистый экспорт** рассчитывается во внутренних ценах как разница между экспортом и импортом и включает в себя оборот российской торговли с зарубежными странами.

*Пример 12.* Определить валовой выпуск, промежуточное потребление, валовую и чистую добавленную стоимость в промышленности по следующим данным (тыс. р.):

1. Производство продукции:

– стоимость готовых изделий – 285;

– стоимость полуфабрикатов – 720,

в том числе:

реализовано на сторону – 155;

переработано в готовую продукцию – 535;

– незавершенное производство на начало года – 106;

на конец года – 110;

– работы промышленного характера, выполненные по заказам со стороны – 43;

– стоимость продукции из неоплаченного сырья заказчика – 206,

в том числе:

стоимость сырья – 124;

– продукция вспомогательных цехов и подразделений – 635,

в том числе:

реализованная на сторону – 188.

2. Затраты на производство:

– стоимость сырья, материалов и других потребляемых материальных благ – 1212;

– амортизация основных фондов – 288;

– материальные услуги – 62;

– нематериальные услуги – 18;

– заработная плата – 736;

– начисления на заработную плату – 202;

– внепроизводственные расходы – 95,

в том числе:

материальные затраты – 42;

– расходы в интересах текущего производства – 114.

Определим валовой выпуск:

$$ВВ = 2850 + (720 - 535) + (110 - 106) + 43 + 206 + 188 = 3476.$$

Элементы, относящиеся к промежуточному потреблению:

$$ПП = 1212 + 62 + 18 + 42 + 114 = 1448;$$

$$ВДС = ВВ - ПП = 3476 - 1448 = 2028;$$

$$ВЧДС = ВДС - ПОК = 2028 - 288 = 1740.$$

#### 2.4. ПОКАЗАТЕЛИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБЩЕСТВЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЬ

Статистическое изучение эффективности общественного производства связано с использованием системы показателей, исчисляемых как соотношение результатов и факторов производства (ресурсов) или результатов и затрат, связанных с этим процессом. Эффективность может быть охарактеризована и на основе обратных показателей: ресурсоемкости.

Эффективностью экономики возможна лишь при эффективном использовании ресурсов. Под эффективным использованием ресурсов понимается достижение наибольшей отдачи в сфере оптимального использования данных ресурсов. Возможность увеличения валового выпуска при минимуме затрат во многом зависит от эф-

фактивного использования факторов производства и их применения в различных комбинациях. Математически это выражается с помощью функции, представляющей собой отношение между количеством факторов и выпуском за определенный период времени (квартал, полугодие, год)

$$Q = f(A, B, C),$$

где  $Q$  – валовой выпуск;  $A, B, C$  – факторы производства.

Показателями результатов производственной деятельности, принятой по методологии СНС, являются валовой внутренний продукт, валовая добавленная стоимость, а также может быть использован показатель национального дохода.

Величина текущих затрат на производство ВВП складывается из используемых факторов производства и измеряется показателями их затрат: рабочей силы (оплата труда), средств труда (амортизация), предметов труда (промежуточное потребление).

К показателям эффективности использования ресурсов относятся: эффективное использование: 1) трудовых ресурсов (активное население); 2) средств труда (основные фонды); 3) предметов труда (материальные оборотные фонды).

Эффективность использования живого труда (производительность труда, трудоемкость, соотношение динамики производительности) характеризуют показатели, исчисленные как отношение результатов производства и численности работников или затрат труда.

Другая группа показателей характеризует эффективность использования производственных фондов: фондоотдача, фондоемкость, рентабельность, материалоемкость, оборачиваемость оборотных фондов. Причем, при эффективном использовании ресурсов наблюдается увеличение таких характеристик как производительность, фондоотдача, и уменьшение трудоемкости, фондоемкости и материалоемкости.

Методика расчета этих показателей следующая: фондоотдача определяется как отношение объема ВВП к стоимости основных фондов; фондоемкость – это величина, обратная фондоотдаче, и отражает необходимый для производства единицы ВВП объем основных фондов. Производительность труда – отношение объема ВВП к численности трудовых ресурсов. Трудоемкость – величина, обратная производительности труда, отражает уровень затрат живого труда, необходимый для производства единицы продукции.

В процессе комплексного анализа общественного производства ведущее положение занимают обобщающие показатели эффективности общественного производства, рассчитанные в затратном и ресурсном вариантах:

$$\mathcal{E}_3 = \frac{\text{ВВП}}{\text{ФОТ} + \text{ПП} + \text{А}}; \quad (58)$$

$$\mathcal{E}_p = \frac{\text{ВВП}}{\text{ТР} + \text{ОФ} + \text{ОбФ}}, \quad (59)$$

где ФОТ – фонд оплаты труда; ПП – промежуточное потребление; А – потребление основного капитала (амортизация); ТР – численность работающих; ОФ – объем основных фондов; ОбФ – величина оборотных средств.

Увеличение соотношения означает лучшее использование ресурсов – трудовых, финансовых, материальных, технологических, поскольку именно они влияют на соответствующие затраты, цены и выпускаемую продукцию и услуги.

Каждый из показателей эффективности представляет собой результат взаимодействия многих факторов. Динамика показателей эффективности общественного производства зависит от изменения этих факторов. Одной из задач статистики является измерение влияния каждой составляющей на конечный результат экономической деятельности всех хозяйствующих субъектов.

В качестве одного из методов определения влияния отдельных факторов на прирост ВВП статистика использует факторный анализ, предусматривающий следующие этапы:

- 1) определяют общий прирост ВВП по формуле

$$\Delta \text{ВВП} = \text{ВВП}_1 - \text{ВВП}_0; \quad (60)$$

где  $\text{ВВП}_1, \text{ВВП}_0$  – объем валового внутреннего продукта на начало и конец отчетного периода и равен произведению показателей фондоотдачи ( $f_{от}$ ); фондовооруженности ( $f_{воор}$ ) и численности трудовых ресурсов ( $T$ ):

$$\text{ВВП}_0 = f_{от0} f_{воор0} T_0, \quad (61)$$

$$\text{ВВП}_1 = f_{от1} f_{воор1} T_1, \quad (62)$$

- 2) рассчитывают прирост ВВП за счет изменения фондоотдачи

$$\Delta \text{ВВП}_{f_{от}} = \Delta f_{от} f_{воор0} T_0; \quad (63)$$

- 3) определяют общий прирост ВВП за счет изменения фондовооруженности труда:

$$\Delta \text{ВВП}_{f_{воор}} = \Delta f_{воор} f_{от1} T_0; \quad (64)$$

4) прирост ВВП за счет численности работающих можно определить балансовым путем, как разность между общим приростом ВВП и приростом за счет первых двух факторов, а также как произведение показателей:

$$\Delta \text{ВВП}_T = \Delta T f_{от1} f_{воор1}. \quad (65)$$

Уровень рентабельности определяется как отношение суммы прибыли к среднегодовой стоимости основных фондов и нормируемых оборотных средств. Влияние роста прибыли на изменение уровня рентабельности находят отношением прироста прибыли к сумме основных фондов и оборотных средств отчетного периода (в

%). А степень влияния на рентабельность увеличения основных фондов и оборотных средств находят как разницу между общим приростом уровня рентабельности и приростом вследствие увеличения прибыли.

*Пример 13.* Для измерения влияния отдельных факторов на прирост ВРП провести факторный анализ по данным по Тамбовской области за 2000–2001 гг. по следующим данным (табл. 25).

1. Прирост ВРП за счет изменения фондоотдачи

$$\Delta \text{ВРП}_{f_{\text{отд}}} = \Delta f_{\text{отд}} \cdot f_{\text{воор}_0} \cdot T_0 = 0,22 \cdot 160,205 \cdot 739,7 = 2607,1 \text{ тыс. р.}$$

2. Прирост ВРП за счет изменения фондовооруженности труда

$$\Delta \text{ВРП}_{f_{\text{воор}}} = \Delta f_{\text{воор}} \cdot f_{\text{отд}_1} \cdot T_0 = 36,662 \cdot 0,2331 \cdot 739,7 = 6321,4 \text{ тыс. р.}$$

3. Прирост ВРП за счет численности работающих

$$\Delta \text{ВРП}_T = \Delta T \cdot f_{\text{отд}_1} \cdot f_{\text{воор}_1} = -12,5 \cdot 0,2331 \cdot 196,867 = -573,6 \text{ тыс. р.}$$

## 25. Анализ влияния отдельных факторов на прирост ВРП

№ п/п	Показатель	Условное обозначение	Единица измерения	2000 г.	2001 г.	Изменение (+; -)
1	Валовой региональный продукт	ВРП	млн. р.	25015,6	33367,2	8351,6
2	Среднегодовая стоимость основных фондов	ОФ	млн. р.	118504	143162	24658
3	Занятые в экономике области	$T$	тыс. человек	739,7	727,2	-12,5
4	Фондоотдача (стр.1:стр.2)	$f_{\text{от}}$	р.	0,2111	0,2331	0,022
5	Фондовооруженность (стр.1:стр.3)	$f_{\text{воор}}$	тыс. р.	160,205	196,867	36,662
6	Производительность труда (стр.1:стр.3)	$W$	тыс. р.	33,8	45,9	12,1

Проверка:  $8355,6 = 2607,1 + 6321,4 - 573,6$   $8351,6 = 8351,6$  млн. р.

4. Влияние фондоотдачи на производительность труда

$$\frac{f_{\text{воор}_1} (f_{\text{отд}_1} - f_{\text{отд}_0})}{\Delta W} = \frac{196,867 \cdot 0,022}{12,1} = 35,8 \%$$

- 5.

Влияние фондовооруженности на производительность труда = 100 % – влияние фондоотдачи на производительность труда =  $100 - 35,8 = 64,2 \%$ .

Из расчета видно:

- 1) прирост ВРП по Тамбовской области за 2001 г. на 75,7 % обеспечен за счет изменения (увеличения) фондовооруженности труда, а также на 31,2 % за счет более рационального использования основных фондов. Снижение численности занятых в экономике привело к уменьшению объема ВРП на 573,6 млн. р. или на 6,9 %;
- 2) производительность труда в целом по экономике Тамбовской области увеличилась на 35,8 % (12,1 млн. р.)

На увеличение производительности труда в большей степени повлияла фондовооруженность. Доля этого показателя в общем объеме прироста производительности труда составила 64,2 % или 7,8 млн. р., за счет фондоотдачи увеличение составило 35,8 % или 4,3 млн. р.

## 2.5. ПОНЯТИЕ О СИСТЕМЕ НАЦИОНАЛЬНЫХ СЧЕТОВ, МЕТОДАХ ПОСТРОЕНИЯ ОСНОВНЫХ СЧЕТОВ

СНС – современная система информации, используемая практически во всех странах мира для описания и развития рыночной экономики на макроуровне. Показатели и классификации этой системы отражают структуру рыночной экономики, ее инфраструктуры и механизмы функционирования.

В СНС используются некоторые важные приемы бухгалтерского учета (например, принцип двойной записи операций), и ее цели во многом аналогичны целям бухгалтерского учета: обеспечение информации для принятия управленческих решений. Однако в бухгалтерском учете информация используется для принятия решений на уровне предприятия (компании), а в СНС – для принятия решений, относящихся к экономике в целом.

Счета являются важным элементом СНС. Они используются для регистрации экономических операций, осуществляемых институциональными единицами, т.е. предприятиями, учреждениями и организациями, домашними хозяйствами и др., которые являются резидентами данной страны. Регистрируемые операции включают также операции между резидентами данной страны и резидентами остального мира.

Записи в счетах относятся не к каждой отдельной экономической операции, а к обобщающим числовым характеристикам соответствующих групп экономических операций, например, потреблению, накоплению, экспорту.

Некоторые записи в счетах представляют собой не экономические операции (предполагающие добровольное взаимодействие двух или более институциональных единиц), а отражают изменение активов в результате экстраординарных событий (пожара, стихийного бедствия, войны и др.).

Наконец, отдельные записи в счетах – это аналитические обобщающие показатели различных аспектов экономического процесса. Большая часть этих показателей, например, добавленная стоимость, сбережение, первичный доход, исчисляются балансовым методом, т.е. как разница между суммой записей в использовании. Как было отмечено выше, наиболее важные показатели, относящиеся к экономике в целом, называются агрегатами (например, ВВП, национальный доход, национальное богатство).

По своей форме счета СНС сходны со счетами бухгалтерского учета. Они имеют Т-образную форму. Существует два метода балансировки счетов. Некоторые счета балансируются с помощью балансирующей статьи, т.е. балансовым методом. Балансирующая статья становится затем исходной статьей следующего счета.

В СНС существует четкая классификация счетов. Различают следующие группы счетов:

- счета для секторов экономики;
- счета для отраслей экономики;
- счета для отдельных экономических операций;
- счета для экономики в целом (консолидированные счета).

Счета для секторов экономики в свою очередь подразделяются на следующие группы:

- текущие счета;
- счета накопления;
- балансы активов и пассивов.

Текущие счета включают:

- счет производства;
- счет образования доходов;
- счет первичного распределения доходов;
- счет перераспределения доходов в денежной форме;
- счет использования располагаемого дохода в денежной форме;
- счет перераспределения доходов в натуральной форме;
- счет использования скорректированного располагаемого дохода.

Счета накопления включают:

- счет операций с капиталом;
- счета прочих изменений в активах и пассивах:
  - а) счета прочих изменений активов и пассивов;
  - б) счет переоценки активов и пассивов.

Балансы активов и пассивов включают:

- баланс активов и пассивов на начало периода,
- баланс активов и пассивов на конец периода,

Рассмотрим теперь более подробно каждый текущий счет.

### 1. Счет производства

Использование	Ресурсы
2. Промежуточное потребление	1. Выпуск
3. Валовая добавленная стоимость (1–2)	
<b>Итого использовано</b>	<b>Итого ресурсов</b>

Счет производства предназначен для описания и анализа результатов производства. Выпуск, который регистрирует на правой стороне счета, представляет собой начальную точку в измерении результатов производства. В широком смысле выпуск – это стоимость всех производственных товаров и услуг. При его исчислении не исключается стоимость товаров и услуг, израсходованных в процессе производства. В связи с этим выпуск содержит повторный счет стоимости.

### 2. Счет образования доходов

Использование	Ресурсы
2. Оплата труда	1. Валовая добавленная стоимость
3. Прочие налоги на производство	
4. Потребление основного капитала	
5. Прибыль/смешанный доход (1 – 2 – 3 – 4)	
<b>Итого использовано</b>	<b>Всего ресурсов</b>

Счет образования доходов предназначен для того, чтобы показать, каким образом распределяется ВДС на составляющие элементы. Основные элементы ВДС приведены на левой стороне счета.

### 3. Счет первичного распределения доходов

Использование	Ресурсы
5. Доходы от собственности 6. Сальдо первичных доходов (полученные) (1 + 2 + 3 + 4 – 5)	1. Прибыль/смешанный доход 2. Доходы от собственности 3. Налоги на производство и импорт 4. Оплата труда
<b>Всего ресурсов</b>	<b>Итого ресурсов</b>

Счет первичного распределения доходов предназначен для того, чтобы показать поступление доходов, полученных в секторах-производителях добавленной стоимости в виде первичных доходов, к секторам-получателям. На правой стороне счета приведены основные виды полученных первичных доходов, на левой – выплаченные доходы от собственности и балансирующая статья счета – сальдо первичных доходов.

### 4. Счет перераспределения доходов в денежной форме

Использование	Ресурсы
3. Текущие трансферты (выплаченные) 3. Располагаемый доход (1 + 2 – 3)	1. Сальдо первичных доходов 2. Текущие трансферты (полученные)
<b>Использование</b>	<b>Итого ресурсов</b>

Счет перераспределения доходов в денежной форме предназначен для описания процесса перераспределения доходов в денежной форме. Начальная статья счета – это балансирующая статья предыдущего счета, т.е. сальдо первичных доходов. Доходы перераспределяются с помощью перераспределительных платежей, которые в СНС назначаются трансфертами.

### 5. Счет использования располагаемого дохода в денежной форме

Использование	Ресурсы
2. Расходы на конечное потребление 3. Сбережение (1–2)	1. Располагаемый доход
<b>Всего использовано</b>	<b>Итого ресурсов</b>

Счет использования располагаемого дохода предназначен для регистрации операций, связанных с использованием располагаемого дохода.

Как известно, к расходам на конечное потребление относятся:

- расходы на конечное потребление домашних хозяйств;
- расходы на конечное потребление государственного управления;
- расходы на конечное потребление некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства.

*Пример 14.*

Составить счет производства товаров и услуг.

Дано (млн. р.):

- ВП (валовая прибыль) отраслей материального производства – 1675;
- стоимость продажи импорта внутри страны – 102;
- стоимость закупленного импорта – 74;
- государственные субсидии на закупку импорта – 13;
- выручка от оказания платных услуг – 206;
- выручка от оказания бесплатных услуг – 311;
- материальные затраты на производство благ и услуг – 876;
- в том числе амортизация – 102;
- проценты, полученные банками – 412;
- проценты, уплаченные банками – 321;
- недоамортизированная стоимость выбывших основных фондов – 1;
- прочие элементы, входящие в ПП – 36;
- НДС – 266;
- другие виды косвенных налогов – 34;
- субсидии на производство товаров и услуг – 46.

*Решение.*

Использование	Ресурсы
1. ПП = $36 + (876 - 102) + (412 - 321) = 901$ 2. НДС = 1651	1. ВВ = $1675 + (412 - 321) + (206 + 311) = 2283$ 2. Чистые и косвенные налоги = $266 + 34 - 46 = 254$

3. ПОК = 102 + 16 = 118*	3. Чистые налоги на импорт = 102 – 74 – 13 = 15
4. ЧДС = ВДС – ПОК = НД ЧДС = 1533*	
Итого: ВВ = (1) + (2) ВВ = 2552	Итого: ВВ = (1) + (2) + (3) ВВ = 2552

\* не входят в "итого"

ВДС = ВВ + чистые и косвенные налоги + чистые налоги на импорт – ПП.

## 2.6. СТАТИСТИКА УРОВНЯ И КАЧЕСТВА ЖИЗНИ

В условиях современной мировой экономики проблема повышения качества жизни является актуальной для государственных органов управления всех стран. В связи с формированием новых экономических отношений, радикальной сменой всех систем управления в России возникла необходимость разработки нового эффективного механизма управления качеством жизни, особенно на региональном уровне.

Качество – сложное, до конца не познанное понятие. Опираясь на опыт промышленно развитых стран, можно сказать, что качество – политическая, экономическая и нравственная категория. Качество продукта, работ, услуг – это прибыль самостоятельной экономической единицы и, следовательно, тех, кто создает это качество. Качество здравоохранения и окружающей среды – это здоровье. Качество образования – это высокий совокупный накопленный интеллект трудового потенциала. Все вместе – это высокий уровень благосостояния, достоинство нации и государства – качество жизни.

Качество жизни – это сложная социально-экономическая категория. Изучение качества жизни населения в условиях развития рыночной экономики остается одной из актуальных задач экономического анализа. О качестве жизни населения можно судить, всесторонне оценив уровень жизни, материальное положение населения, а также социально-экономические аспекты развития общества за исследуемый промежуток времени. Рынок сам по себе не способен вывести экономику из кризиса. Для этого необходимо на базе глубокого анализа реальной экономической ситуации заложить основы подъема производства и качества жизни населения.

В начале 1970-х гг. Экономический совет ООН, систематизировав и обобщив предложения демографов, социологов, экономистов, экологов и специалистов других профилей, подготовил документ по стратегии дальнейшего развития человечества. Одним из ключевых положений этого документа является ориентированность на "качество жизни" в глобальном экономическом развитии.

Все большее распространение получает не столько оценка качества товаров и услуг, сколько разработка концепции качества жизни населения, качества деятельности, гарантирующих стабильное экономическое развитие стран мирового сообщества.

Итак, качество жизни – категория, выражающаяся через конкретный набор качественных характеристик населения: здоровье, образование, культуру, которые представляют собой некоторый определяющий минимум, допускающий дальнейшее расширение. В связи с этим чрезвычайно важно найти универсальную методику определения "качества жизни" с целью выявления региональных различий и разработки соответствующих социально-экономических программ, направленных на его улучшение. Широкий охват различных сторон деятельности и бытия человека позволяет применить категорию "качество жизни" для оценки и анализа экономического и социального уровней жизни населения. Такая методика широко используется для идентификации стран, регионов и отдельных территорий при ранжировании их по отдельным показателям качества жизни.

Согласно программе развития ООН, основными показателями, характеризующими качество жизни являются:

- 1) ожидаемая продолжительность жизни;
- 2) уровень образования;
- 3) объем ВВП на душу населения.

Это позволяет перейти к оценке качества жизни, используя методику расчета индекса развития человеческого потенциала, предложенную группой специалистов Программы развития ООН.

Интегральный показатель, характеризующий качество жизни, определяется как средняя арифметическая из индексов трех показателей: ожидаемой продолжительности жизни при рождении; достигнутым уровнем образования; реальным объемом ВВП в расчете на душу населения (в долл.) на основе паритета покупательной способности (ППС). Индекс каждого показателя рассчитывается по формуле

$$I_i = \frac{x_i - x_{i \min}}{x_{i \max} - x_{i \min}}, \quad (66)$$

где  $x_i$  – фактическое значение  $i$ -го показателя;  $x_{i \min}$  и  $x_{i \max}$  – соответственно минимальное и максимальное значение  $i$ -го показателя.

Обобщающий показатель, характеризующий уровень качества жизни, рассчитывается по формуле:

$$I_{\text{кж}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_i. \quad (67)$$

где  $I_{\text{кж}}$  – индекс качества жизни (ИКЖ);  $n$  – число индексируемых показателей;  $I_i$  – индекс базового показателя.

В числе базовых показателей нами использовались следующие: продолжительность жизни, достигнутый уровень образования, скорректированный ВВП на душу населения (ППС в долл. США). При необходимости

могут быть дополнительно использованы и другие показатели, определяющие более узкие аспекты исследования, например, – показатели бедности, безработицы, обеспеченности жильем и др.

*Пример 15.* Определить интегральный показатель, характеризующий качество жизни населения Тамбовской области по показателю.

*Решение.*

Прежде чем определить сам интегральный показатель, необходимо рассчитать индексы для каждого из аспектов, которые выражаются величиной от 0 до 1. Предельно допустимые значения показателей для расчета индексов базовых составляющих представлены в табл. 26.

## 26. Предельные значения показателей для исчисления ИКЖ

Показатель	Максимальное значение	Минимальное значение
Ожидаемая продолжительность жизни (лет)	85	25
Уровень грамотности взрослого населения, %	100	0
Совокупная доля учащихся, %	100	0
ВРП на душу населения (ППС в долл. США)	40000	100

Данные для расчета индекса ожидаемой продолжительности жизни, индекса грамотности взрослого населения и индекса скорректированного реального ВРП на душу населения приведены в табл. 27 – 29.

## 27. Ожидаемая продолжительность жизни при рождении (лет)

Регион	Годы	2002	2003	2004
	Тамбовская область		65,34	65,47
РФ		64,82	65,07	65,33

Индекс ожидаемой продолжительности жизни в 2002 г. по Тамбовской области:

$$I_{\text{пр.жиз}} = \frac{x_i - x_{i\min}}{x_{i\max} - x_{i\min}} = \frac{65,34 - 25}{85 - 25} = 0,67,$$

по Российской Федерации

$$I_{\text{пр.жиз}} = \frac{x_i - x_{i\min}}{x_{i\max} - x_{i\min}} = \frac{64,82 - 25}{85 - 25} = 0,66.$$

Индекс достигнутого уровня образования рассчитывается как средняя арифметическая, взвешенная из двух субиндексов: индекса грамотности среди взрослого населения с весом  $\frac{2}{3}$  и индекса совокупной доли учащихся общих, средних профессиональных и высших учебных заведений весом  $\frac{1}{3}$ .

Уровень грамотности взрослого населения РФ по данным Федеральной службы государственной статистики РФ – 99,5. Соответственно, индекс грамотности населения составит в 2002 г.

$$I_{\text{гр}} = \frac{x_i - x_{i\min}}{x_{i\max} - x_{i\min}} = \frac{99,5 - 0}{100 - 0} = 0,995.$$

## 27. Совокупная доля учащихся, %

Регион	Годы	2002	2003	2004
	Тамбовская область		65,3	66,52
РФ		67,16	69,4	74,39

Исходя из данных табл. 27 исчислим индекс совокупной доли учащихся за 2002 г. по Тамбовской области:

$$I_{\text{доли уч}} = \frac{x_i - x_{i\min}}{x_{i\max} - x_{i\min}} = \frac{65,3 - 0}{100 - 0} = 0,653,$$

по Российской Федерации:

$$I_{\text{доли уч}} = \frac{x_i - x_{i\min}}{x_{i\max} - x_{i\min}} = \frac{67,16 - 0}{100 - 0} = 0,6716.$$

Индекс достигнутого уровня образования по Тамбовской области:

$$I_{\text{ур.обр}} = \frac{2}{3}I_{\text{гр}} + \frac{1}{3}I_{\text{доли уч}} = \frac{2}{3} \cdot 0,995 + \frac{1}{3} \cdot 0,653 = 0,881 ;$$

по Российской Федерации:

$$I_{\text{ур.обр}} = \frac{2}{3}I_{\text{гр}} + \frac{1}{3}I_{\text{доли уч}} = \frac{2}{3} \cdot 0,995 + \frac{1}{3} \cdot 0,6716 = 0,887 .$$

Метод расчета индекса реального объема ВРП в расчете на душу населения более сложен. Реальный объем ВРП рассчитывается в долларах на основе паритета покупательной способности валют (табл. 28).

### 28. Уровень ВВП на душу населения

Регион \ Годы	2002	2003	2004
Тамбовская область, ВВП на душу населения, р.	34869,1	43603,7	54504,6
(ППС долл. США)	1097,2	1480,6	1909,6
РФ, ВВП на душу населения, р.	74446,4	91315,3	112043,8
(ППС долл. США)	2342,5	3100,7	3925,8

Индекс скорректированного ВРП на душу населения (ППС в долл. США) по Тамбовской области в 2002 г.

$$I_{\text{скорВВП}} = \frac{\log(1097,2) - \log(100)}{\log(40000) - \log(100)} = \frac{3,04 - 2}{4,6 - 2} = 0,4 ;$$

по Российской Федерации:

$$I_{\text{скорВВП}} = \frac{\log(2342,5) - \log(100)}{\log(40000) - \log(100)} = \frac{3,3 - 2}{4,6 - 2} = 0,5 .$$

Далее сумма трех индексов составит:

по Тамбовской области –

$$\sum_{i=1}^3 I = I_{\text{прод.жиз}} + I_{\text{ур.обр}} + I_{\text{скор ВВП}} = 0,670 + 0,881 + 0,400 = 1,951 ;$$

по РФ –  $\sum_{i=1}^3 I = I_{\text{прод.жиз}} + I_{\text{ур.обр}} + I_{\text{скор ВВП}} = 0,660 + 0,887 + 0,500 = 2,047 .$

По результатам расчетов индекс качества жизни по Тамбовской области в 2002 г. равен:

$$I_{\text{кж}} = \frac{1,951}{3} = 0,650 ;$$

по РФ –  $I_{\text{кж}} = \frac{2,047}{3} = 0,682 .$

Аналогично исчисляется индекс качества жизни и его составляющие за 2003–2004 гг. Результаты расчетов представлены в табл. 29.

С 2002 по 2004 гг. показатель, характеризующий качество жизни по Тамбовской области, возрос с 0,650 по 0,690. В России этот же показатель составил в 2002 г. – 0,682, а в 2004 – 0,732. Результаты проведенных расчетов дают более всеобъемлющую картину жизни населения Тамбовской области. Значение ИКЖ неуклонно увеличивается с 2002 по 2004 гг., стремясь к единице, т.е. максимально возможному уровню. В среднем рост ИКЖ составляет 3,0 %. Можно сделать вывод, что экономическое развитие Тамбовской области неуклонно способствует улучшению качества жизни.

### 29. Расчет индекса качества жизни по Тамбовской области в сравнении с РФ

Показатели \ Годы	2002	2003	2004	
$I_{\text{пр.жиз}}$	Тамбовская обл.	0,670	0,674	0,676
	РФ	0,660	0,668	0,672
$I_{\text{ур.обр}}$	Тамбовская обл.	0,881	0,884	0,902
	РФ	0,887	0,894	0,911
$I_{\text{скорВВП}}$	Тамбовская обл.	0,400	0,438	0,492
	РФ	0,500	0,573	0,612
Сумма индексов	Тамбовская обл.	1,951	1,996	2,070
	РФ	2,047	2,118	2,195
$I_{\text{кж}}$	Тамбовская обл.	0,650	0,665	0,690
	РФ	0,682	0,706	0,732

Повышение качества жизни предполагает разработку и реализацию дополнительных мероприятий, направленных на совершенствование механизма оказания государственной поддержки человеческому потенциалу, каждой конкретной семье.

Анализ динамики и перспектив улучшения качества жизни показывает, что интегральный показатель (ИКЖ) следует использовать при разработке региональной программы обеспечения качества жизни и оценке ее эффективности, что позволит сориентировать Россию на такое развитие, в результате которого она смогла бы за относительно короткие сроки войти в число передовых стран с высоким уровнем качества жизни и развития человеческого потенциала.

### Глава 3

## СТАТИСТИКА ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

### 3.1. ПРОСТЫЕ ПРОЦЕНТЫ, ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В БАНКОВСКОЙ ПРАКТИКЕ. ДИСКОНТИРОВАНИЕ ПЛАТЕЖЕЙ. УЧЕТ ВЕКСЕЛЕЙ

Финансовая математика рассматривает большинство операций, в которых увеличение стоимости капитала происходит в результате предоставления его в долг и взимания процентной платы. В основе таких сделок лежат заранее оговоренные их субъектами правила получения дохода на процент от предоставления денег в долг, т.е. части прибыли, полученной в результате оборота фондов денежных средств в процессе воспроизводства.

Таким образом, процент выступает как причина изменения стоимости денег во времени и, следовательно, рассматривается в качестве основной категории финансовой математики.

Однако необходимо представлять, что процент в финансовой математике рассматривается не только как плата за пользование заемными средствами, а шире – как показатель доходности любого вложения капитала.

*Процентными деньгами*, или *процентами*, называют сумму, которую уплачивают за пользование денежными средствами. Это абсолютная величина дохода.

Практика уплаты процентов основывается на теории наращивания денежных средств по арифметической или геометрической прогрессии. Арифметическая прогрессия соответствует простым процентам.

Простые проценты – это метод расчета дохода кредитора от предоставления денег в долг заемщику. Сущность простых процентов заключается в том, что они начисляются на одну и ту же величину капитала в течение всего срока ссуды.

Процесс наращивания суммы денег за счет начисления простых процентов имеет следующий вид:

$$FV = PV + I, \quad (68)$$

где  $I = PVqi$  (69)

или 
$$I = \frac{PVpq}{100}. \quad (70)$$

Подставим вместо  $I$  в формулу (68) его значение  $PVi$ , получим:

$$FV = PV(1 + qi); \quad i = \frac{p}{100},$$

где  $FV$  – наращенная (будущая) сумма денег через определенный период времени (future value);  $PV$  – капитал или заем, за использование которого заемщик выплачивает определенный процент (present value);  $I$  – процентный платеж или доход, полученный кредитором от заемщика за пользование денежной ссудой (за кредит, по вкладам в банк и т.д.), т.е. "цена долга" для заемщика. Обычно, несмотря на то, что этот платеж выражен в абсолютной величине, его называют просто *процентом*;  $p$  – процентная ставка за период;  $q$  – срок финансовой операции, выраженный в годах.

Если  $q = 1$ , можно определить одномесячный процентный платеж следующим образом:

$$I = \frac{PVp}{100} : 12, \quad (71)$$

тогда 
$$I = \frac{PVp}{1200}. \quad (72)$$

Для  $m$  месяцев процентный платеж составит

$$I = \frac{PVpm}{1200}. \quad (73)$$

Однодневный процентный платеж определяется таким же образом. Однако следует помнить, что в практике встречаются два случая: а) величина расчетного года принимается за 360 дней; б) за 365 дней:

$$I = \frac{PVp}{100} : 360, \text{ т.е. } I = \frac{PVp}{36000},$$

или 
$$I = \frac{PVp}{100} : 365, \text{ т.е. } I = \frac{PVpd}{36500}.$$

Для  $d$  дней процентный платеж составит:

$$I = \frac{PVpd}{36000} \text{ или } I = \frac{PVpd}{36500}.$$

При определении числа дней ссуды по календарю первый день не учитывается, а последний учитывается. В мировой практике при подсчете процентов используются понятия "процентное число" и "процентный ключ" (дивизор).

В формуле для вычисления процентного платежа числитель и знаменатель разделим на  $p$ , т.е.

$$I = \frac{PVpd}{36000} = \frac{PVd}{36000/p},$$

$$I = \frac{PVd}{D}, \quad (74)$$

где  $PVd$  – обычно называют *процентным числом*, а  $D = 36000/p$  – процентным ключом или дивизором.

Если в расчетах принимается, что в году 365 дней, тогда дивизор равен частному от деления 36 500 и процентной ставки  $p$ .

Очевидно, что процентный платеж, вычисляемый с использованием дивизора  $36\,500/p$  будет меньше, чем процентный платеж, полученный при использовании дивизора  $36\,000/p$ . Поэтому при проведении конкретной финансовой операции всегда используется только один дивизор.

До сих пор для расчета процентного платежа мы рассматривали случаи, когда известна величина капитала  $PV$ . Однако при осуществлении финансовой операции могут быть такие ситуации, что известна только величина капитала уменьшенного или увеличенного на процентный платеж. В этом случае величину капитала или процентного платежа можно определить, используя следующие равенства:

$$PV = \frac{(PV - I) \cdot 36000}{36000 - pd}; \quad I = \frac{(PV - I)d}{D - d}.$$

Такой расчет называется расчетом "меньше ста".

Если известна величина капитала, увеличенного на процентный платеж, то расчет  $PV$  и  $I$  можно записать следующим образом:

$$PV = \frac{(PV + I) \cdot 36000}{36000 + pd}; \quad I = \frac{(PV + I)d}{D + d}.$$

Подобный расчет называется расчетом "выше ста".

Рассмотренные методы вычислений применяются также, если при осуществлении финансово-банковской операции необходимо определить **средний срок погашения ссуды одному кредитору**.

Предположим, что заемщик должен  $n$  сумм  $PV_1, PV_2, \dots, PV_n$ , погашаемых после  $d_1, d_2, \dots, d_n$  дней, т.е. в разные сроки, с процентными ставками  $p_1, p_2, \dots, p_n$ .

Заемщику было бы выгодно заплатить весь долг сразу, но кредитор на это согласится только, если он не потерпит при этом ущерб. Допустим, что все долги можно выплатить сразу через  $d_s$  дней. Этот срок называется *средний срок погашения ссуды*.

Для расчета среднего срока погашения ссуды воспользуемся следующим *правилом*:

сумма процентных платежей, начисленных на  $n$  ссуд на начальных условиях, равна одному процентному платежу, начисленному на сумму ссуд при средней процентной ставке  $p_s$  и среднем сроке  $d_s$ .

Исходя из этого правила, запишем:

$$\frac{PV_1 p_1 d}{36000} + \frac{PV_2 p_2 d_2}{36000} + \dots + \frac{PV_n p_n d_n}{36000} = \frac{(PV_1 + PV_2 + \dots + PV_n) p_s d_s}{36000}. \quad (75)$$

Можно рассмотреть три случая:

1) Полученные на разные сроки ссуды имеют одинаковую величину и даны под одинаковые процентные ставки.

$$PV_1 = PV_2 = \dots = PV_n = PV; \quad p_1 = p_2 = \dots = p_n = p_s; \quad d_1 = d_2 = \dots = d_n = d_s.$$

Из правила (75) определим  $d_s$ :

$$d_s = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_n}{n}.$$

2) Ссуды выданы различной величины, на разные сроки, но процентные ставки одинаковы, т.е.

$$PV_1 \neq PV_2 \neq \dots \neq PV_n \neq PV; \quad p_1 = p_2 = \dots = p_n = p_s; \quad d_1 \neq d_2 \neq \dots \neq d_n \neq d_s,$$

подставив в (75), получим:

$$d_s = \frac{PV_1 d_1 + PV_2 d_2 + \dots + PV_n d_n}{PV_1 + PV_2 + \dots + PV_n}.$$

3) Ссуды выданы различной величины, на разные сроки, под разные процентные ставки, т.е.

$$PV_1 \neq PV_2 \neq \dots \neq PV_n \neq PV; \quad p_1 \neq p_2 \neq \dots \neq p_n \neq p_s; \quad d_1 \neq d_2 \neq \dots \neq d_n \neq d_s,$$

из правила (75) выводим

$$d_s = \frac{PV_1 p_1 d_1 + PV_2 p_2 d_2 + \dots + PV_n p_n d_n}{(PV_1 + PV_2 + \dots + PV_n) p_s}.$$

Средняя процентная ставка  $p_s$  определяется как средняя арифметическая взвешенная.

*Пример 16.* На сколько лет должен быть вложен капитал  $PV$  при 6 % годовых, чтобы процентный платеж был равен тройной сумме капитала.

*Решение.*

$$3 PV = I; \quad 3 PV = \frac{PV \cdot 6q}{1000}, \text{ отсюда } q = 50 \text{ лет.}$$

*Пример 17.* Капитал величиной 1000 д.е. вложен в банк на 120 дней под 6 % годовых. Найти наращенную сумму капитала.

$$I = \frac{PVpd}{36000} = \frac{1000 \cdot 6 \cdot 120}{36000} = 20 \text{ д.е.}; \quad FV = PV + I = 1000 + 20 = 1020 \text{ д.е.}$$

В практике ФЭР может возникнуть и обратная (по отношению к наращению) задача: по известной сумме  $FV$  определить объем размещенных средств  $PV$ .

Вычисление  $PV$  на основе  $FV$  называется *дисконтированием*. В этих расчетах величина  $PV$  называется приведенной современной стоимостью суммы  $FV$ , а при операции наращения сумма  $FV$  выступает как будущая стоимость величины  $PV$ .

Следует иметь в виду, что привести стоимость денег можно к любому нужному моменту времени, а не обязательно к началу финансовой операции.

Из формул наращения "со ста" произойдет обратное действие, или расчет денежных средств, предоставляемых в долг (величины  $PV$ ). Дисконтированная величина капитала рассчитывается по формуле:

$$PV = \frac{FV}{1 + ni}. \quad (76)$$

*Дисконтирование векселя* означает его покупку у владельца до наступления срока оплаты векселя по цене, меньше той суммы, которая должна быть выплачена по нему в конце срока. Дисконтирование векселя является, как правило, формой кредитования банком векселедержателя путем досрочной выплаты ему обозначенной в векселе суммы за минусом определенных процентов. Эта операция называется *учетом векселей*.

Сумма, которую банк выплачивает векселедержателю при досрочном учете векселя, называется *дисконтированной величиной* векселя. Она ниже номинальной суммы векселя на процентный платеж, вычисленный со дня дисконтирования до дня погашения векселя. Этот процентный платеж называется *дисконтом*.

Если известна номинальная стоимость векселя, дисконт можно вычислить следующим образом:

$$I = \frac{FVd}{D}. \quad (77)$$

где  $FV$  – номинальная величина векселя;  $d$  – число дней от момента дисконтирования до даты погашения векселя;  $D$  – процентный ключ или дивизор ( $D = 36000/p$ ).

Дисконтированная величина векселя может быть получена по формуле:

$$PV = FV - I = FV - \frac{FVd}{D},$$

или

$$PV = FV \left( 1 - \frac{d}{D} \right). \quad (78)$$

Если, наоборот, известна дисконтированная величина векселя, процентный платеж определим, пользуясь формулой счета "меньше ста":

$$I = \frac{(FV - I)d}{D - d} = \frac{PVd}{D - d}. \quad (79)$$

Номинальная стоимость векселя в этом случае вычисляется таким образом:

$$FV = PV + \frac{PVd}{D - d} = PV \left( 1 + \frac{d}{D - d} \right). \quad (80)$$

*Пример 18.* Вексель номинальной стоимостью 30 000 р. со сроком погашения 7,09 учтен 7,06 при 6 % годовых. Найти дисконтированную величину векселя.

Дисконтированная величина векселя равна разности номинальной стоимости векселя и дисконта.

$$PV = FV - I.$$

Так как нам известна номинальная величина векселя, дисконт находим по формуле:

$$I = \frac{30000 \cdot 92}{4000} = \frac{2760000}{4000} = 690 \text{ р.}$$

$$PV = 30000 - 690 = 29\ 310 \text{ р.}$$

В практике часто случается, что заемщик не может вовремя погасить вексель. В этом случае он может частично или полностью обменять старый вексель на новый. Но и в том и в другом случае он выплачивает процентный платеж по новому векселю. Такая операция называется *продлонгацией векселя*.

### 3.2. РАСЧЕТЫ ПРИ НАЧИСЛЕНИИ СЛОЖНЫХ ПРОЦЕНТОВ. КОЭФФИЦИЕНТ НАРАЩИВАНИЯ. ДИСКОНТИРОВАНИЕ ПО СЛОЖНОЙ СТАВКЕ СРАВНЕНИЯ

В финансовой практике значительная часть расчетов ведется с использованием сложных процентов. В отличие от простых процентов, где процентный платеж начисляется на одну и ту же величину капитала в течение всего времени расчетов, в сложных процентах процентный платеж в каждом расчетном периоде вычисляется уже на эту наращенную величину первоначального капитала. Принципиальное отличие сложных процентов от простых в том, что база для исчисления процентного платежа (дисконта) меняется на протяжении всего срока финансовой операции за счет периодического присоединения начисленного ранее дохода, в то время как база при использовании простых процентов остается неизменной.

Способ вычисления процентных платежей по сложным процентам иногда называется вычислением "*процента на процент*", а процедура присоединения начисленных процентов – их *реинвестированием* или *капитализацией*.

Из-за постоянного роста базы вследствие капитализации процентов рост первоначальной суммы денег осуществляется с ускорением (рис. 3).

Сложные проценты применяются в средне- и долгосрочных финансовых операциях:

- при исчислении возросшей на проценты суммы задолженности, если проценты начисляются и присоединяются к основной сумме долга;

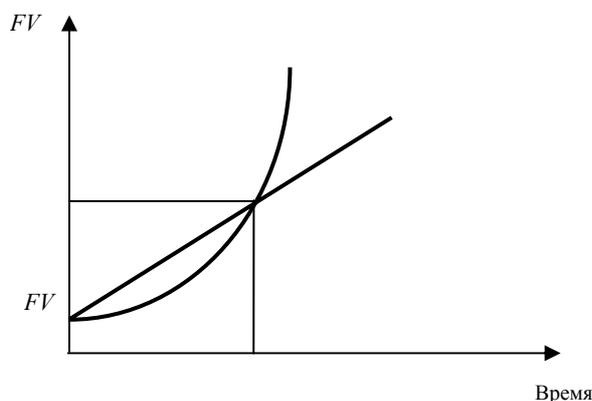


Рис. 3. Рост денежных средств при начислении простых и сложных процентов

- при неоднократном учете ценных бумаг (учете и переучете на одинаковых условиях);
- при определении арендной платы при лизинговом обслуживании;
- при определении изменения стоимости денег под влиянием инфляции;
- при дисконтировании денежных сумм за ряд периодов времени в простом проектном анализе.

Существует два способа вычисления сложных процентов: *антисипативный (предварительный)* и *декурсивный (последующий)*.

Если процентный платеж начисляется в начале каждого расчетного периода – это *антисипативное* начисление процентов, *декурсивное* начисление процентного платежа начисляется и добавляется к капиталу в конце каждого расчетного периода. Декурсивное начисление процента наиболее распространено в мировой практике.

Если расчет осуществляется по ставке *декурсивных* процентов, то формулу для определения наращенной суммы через  $n$  периодов можно вывести, проследив путь наращения с учетом капитализации процентов в конце каждого из  $n$  периодов.

Величина первоначального капитала, на которую рассчитывается процент, называется текущей (первоначальной) стоимостью капитала и обозначается  $PV$ . Стоимость, полученная в результате увеличения первоначального капитала, вложенного под сложные проценты по ставке  $i$  на  $n$  периодов, называется конечной стоимостью капитала  $FV$ .

По формуле вычисления простых процентов в конце первого года получим

$$FV = PV + PVi = PV(1 + i).$$

На полученные в конце первого года капитал в конце второго года опять начисляются простые проценты:

$$FV = PV(1 + i) + [PV(1 + i)i] = PV(1 + i)^2.$$

В конце  $n$ -го года имеем:

$$FV = PV(1 + i)^n. \quad (81)$$

Выражение  $(1 + i) = f$  называется сложным декурсивным коэффициентом. Сложный декурсивный коэффициент равен стоимости одной денежной единицы, увеличенной на процентный платеж в конце одного расчетного периода при ставке  $i$ , а  $n$ -я степень сложного декурсивного процентного коэффициента называется *коэффициентом наращивания* ( $f^n$ ). Он показывает конечную стоимость одной денежной единицы, вложенной под сложные проценты декурсивно.

Таким образом, можно записать:

$$FV = PVf^n. \quad (82)$$

Из этого уравнения можно определить процентную ставку, а также длительность расчетного периода. Определим величину процентной ставки.

$$(1 + i)^n = \frac{FV}{PV}.$$

Тогда:

$$i = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1. \quad (83)$$

Определим длительность расчетного периода из данной формулы

$$n = \frac{\log FV - \log PV}{\log(1 + i)}. \quad (84)$$

Процентный платеж за  $n$  периодов исчисляется по формуле:

$$I = FV - PV = PV \cdot f^n - PV$$

или 
$$I = PV(f^n - 1) \quad (85)$$

*Пример 19.* Ссуда была выдана на 2 года. Размер ссуды 100 тыс. р. Определить начисленные проценты, если годовая процентная ставка 14 % годовых, осуществляется сложное начисление процентов.

*Решение.*

Процентный платеж определим по формуле:

$$I = PV(f^n - 1) = 100[(1 + 0,14)^2 - 1] = 22,96 \text{ тыс. р.}$$

Антисипативный (предварительный) метод вычисления сложных процентов обычно применяется в условиях высокой инфляции. Формула для расчета величины капитала  $FV$  в конце  $n$ -го периода при использовании данного метода имеет вид:

$$FV = PV \left( \frac{1}{1 - i} \right)^n. \quad (86)$$

Если проценты начисляются и присоединяются не по истечении года, а чаще ( $m$  раз в год), то говорят, что имеет место  $m$ -кратное начисление процентов. Наращение идет быстрее, чем при разовой капитализации.

В проектном анализе при принятии инвестиционных решений иногда предполагают, что  $m = \infty$ , т.е. осуществляется непрерывное начисление процентов по истечении сколь угодно малых промежутков времени. Ставку за этот сколь угодно малый промежуток времени называют силой роста, а наращенную стоимость исчисляют так:

$$FV = PVe^{\delta n},$$

где  $e^{\delta n}$  – математическая постоянная.

Данная формула является непрерывной функцией и позволяет вычислить величину капитала в любом периоде времени.

Наращенная сумма при внутригодовой капитализации  $m$  раз в год с использованием декурсивного метода расчета, определяется по формуле:

$$FV = PV \left( 1 + \frac{j}{m} \right)^{mn}. \quad (87)$$

При антисипативном способе расчета сложных процентов имеем

$$FV = PV \left( \frac{m}{m - i} \right)^{mn}. \quad (88)$$

Рассмотрим ситуацию, показывающую, что при декурсивном и антисипативном методе расчета сложных процентов получаются различные результаты.

*Пример 20.* Первоначальный капитал  $PV$ , равный 2000 д.е., вложен на 4 года под 4 % годовых. Найти доход от вложения денег при: а) декурсивном способе расчета сложных процентов; б) антисипативном способе расчета сложных процентов.

*Решение.*

Применяя формулы для расчета наращенной величины капитала, определим:

а)  $FV = 2000(1+0,4)^4 = 2339,6$  д.е.

$$I = 2339,6 - 2000 = 339,6 \text{ д.е.}$$

б)  $FV = 2000 \left( \frac{1}{1-0,4} \right)^4 = 2354,75$  д.е.

$$I = 2354,75 - 2000 = 354,75 \text{ д.е.}$$

Данный пример показывает, что при антисипативном расчете получается больший доход, чем при декурсивном.

При капитализации процентов чаще чем раз в год применяется так называемая действительная или эффективная ставка процента (effective rate). Эта ставка измеряет тот реальный относительный доход, который получают в целом за год. Эффективная ставка – это годовая ставка сложных процентов, которая дает тот же результат, что и  $m$ -разовое начисление процентов по ставке  $j/m$ .

Обозначим эффективную ставку через  $i$ . По определению множители наращения по двум ставкам (эффективной и номинальной ( $j$ ) при  $m$ -разовом начислении) должны быть равны друг другу

$$(1+i)^n = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{nm}.$$

Из равенства множителей наращения следует:

$$i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{nm} - 1. \quad (89)$$

Эффективная ставка при  $m > 1$  больше номинальной.

*Пример 21.* Определить величину эффективной ставки, если номинальная ставка равна 20 % при поквартальном начислении процентов.

$$i = \left(1 + \frac{0,2}{4}\right)^4 - 1 = 0,22,$$

т.е., можно сделать вывод, что для участвующих в сделке сторон применение ставки 20 % при поквартальном начислении процентов тождественно применению годовой (эффективной) ставки 22 %.

Замена в договоре номинальной ставки  $j$  при  $m$ -разовом начислении процентов на эффективную ставку  $i$  не изменяет финансовых обязательств участвующих сторон. Обе ставки эквивалентны в финансовом отношении. Отсюда следует, что разные по величине номинальные ставки оказываются эквивалентными, если соответствующие им эффективные ставки имеют одну величину.

Обозначим размер номинальной ставки и количество начислений за год как  $j^{(m)}$ . Эквивалентная замена номинальной ставки имеет место только в том случае, когда удовлетворяется равенство:

$$\left(1 + \frac{j_1^{(m_1)}}{m_1}\right)^{m_1} = \left(1 + \frac{j_2^{(m_2)}}{m_2}\right)^{m_2}.$$

Поскольку  $m$  может иметь только целые значения, то удобнее определять значение новой ставки, задаваясь величиной  $m_2$ :

$$j_2^{(m_2)} = m_2 \left[ \left(1 + \frac{j_1^{(m_1)}}{m_1}\right)^{\frac{m_1}{m_2}} - 1 \right]. \quad (90)$$

*Пример 22.* Заемщик взял у кредитора сумму 200 тыс р. сроком на один год. По условию сделки осуществляется ежемесячное начисление сложных процентов по ставке 30 % годовых. По обоюдному соглашению сторон условия сделки изменились: начисление процентов осуществляется ежеквартально. Определить номинальную ставку  $j^{(4)}$ , которая безубыточно заменит ставку  $j^{(12)} = 30$  %.

*Решение.*

Из приведенной формулы следует:

$$j^{(4)} = 4 \left[ \left(1 + \frac{0,3}{12}\right)^{\frac{12}{4}} - 1 \right] = 0,36.$$

Таким образом, сокращение количества начислений потребует увеличения ставки с 30 до 36 %. Взаимосвязь между эффективной и номинальной ставками можно представить следующим образом:

$$j = m(\sqrt[m]{1+i} - 1). \quad (91)$$

В случае, если срок для начисления процентов не является целым числом, для расчета наращенной величины капитала применяют так называемый смешанный метод, который предполагает начисление процентов за целое число лет по формуле сложных процентов и за дробную часть срока по формуле простых процентов

$$FV = PV(1+i)^a(1+bi), \quad (92)$$

где  $n = a + b$  – срок ссуды;  $a$  – целое число лет;  $b$  – дробная часть года.

Аналогичный метод применяется и в случаях, когда периодом начисления является полугодие, квартал или месяц.

При выборе метода расчета следует иметь в виду, что множитель наращения по смешанному методу оказывается несколько больше, чем по общему, так как для  $n < 1$  справедливо соотношение  $1 + ni > (1 + i)^n$ . Наибольшая разница наблюдается при  $b = 1/2$ .

Определение  $FV$  по  $PV$  называют прямым счетом. Соответственно обратный расчет, называемый учетом "на 100", дает значение современной стоимости денег.

По отношению к капиталу  $FV$  величина  $PV$  является уменьшенной величиной, т.е. она равна разности между конечной суммой капитала  $FV$  и процента на процент, рассчитанного с момента вложения средств в течение  $n$  периодов. Эта исходная величина капитала  $PV$  называется приведенной или *дисконтированной* величиной.

Из уравнения

$$FV = PV \cdot f^n$$

определим  $PV$ :

$$PV = \frac{FV}{f^n} = \frac{FV}{(1+i)^n},$$

тогда  $PV = FV(1+i)^{-n}$ . (93)

Значение  $f^{-n}$  или  $(1+i)^{-n}$  называется *коэффициентом дисконтирования*. Данный коэффициент показывает текущую стоимость одной денежной единицы через ее стоимость через  $n$  лет при декурсивном расчете сложных процентов.

Можно сделать вывод, что коэффициент дисконтирования равен обратной величине коэффициента наращивания.

Текущую или первоначальную стоимость капитала можно вычислить еще одним способом:

$$PV = FV - I,$$

где  $I$  – процент на процент (процентный платеж, вычисленный по сложным процентам).

Данные вычисления имеют большое прикладное значение в проектном анализе для приведения денег, оцененных по состоянию на различные даты (как правило, это будущие суммы денег), к одному требуемому моменту времени (например, современному).

При неоднократном учете дисконтированных ценных бумаг (учете и переучете) на одинаковых условиях расчеты выглядят так:

$$PV = FV(1-d)^n, \quad (94)$$

где  $d$  – учетная ставка;  $n$  – срок до конца финансовой операции, равный числу раз учета.

*Пример 23.* На одном из счетов в банке в течение 10 лет накоплено 100 000 д.е. Сколько денег было положено на счет первоначально, если процентная ставка – 5 % годовых?

Используя формулу исчисления дисконтированной величины капитала, имеем:

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n} = \frac{100000}{(1+0,05)^{10}} = 6139 \text{ д.е.}$$

### 3.3. КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ РЕГУЛЯРНОГО ФИНАНСОВОГО ПОТОКА

В практике финансово-кредитных операций часто приходится иметь дело не с отдельными платежами, а с совокупностью денежных выплат, последовательных во времени, например – погашение задолженности в расщину, периодическое поступление доходов от инвестиций, выплата пенсий и т.д. Создается ситуация, когда денежные средства переходят от одного владельца к другому в несколько приемов и платежи рассредоточены во времени.

*Потоками финансовых платежей*, т.е. финансовыми, денежными потоками, называют ряд следующих друг за другом выплат и поступлений. Финансовые потоки могут быть *регулярными* и *нерегулярными*.

В регулярных финансовых потоках поступление осуществляется через одинаковые промежутки времени вне зависимости от происхождения и назначения этих платежей, например, взносы по погашению кредита, перечисление прибыли, поступления от реализации проекта. Регулярные финансовые потоки называют также *финансовыми рентами* или *аннуитетами*.

Основными задачами количественного анализа аннуитетов являются исчисление наращенной стоимости денежного потока и расчет его суммарной современной стоимости.

Рента характеризуется следующими параметрами: *суммарный годовой платеж* ( $R$ ) – размер суммы, которая переходит от одного владельца к другому в течение года (либо предполагает возможность такого перехода);

( $p$ ) – число раз поступлений в году отдельных платежей; *член ренты* ( $R/p$ ) – сумма отдельного разового платежа; *период ренты* – временной интервал между двумя соседними платежами; *срок ренты* ( $n$ ) – время от начала первого периода ренты до конца последнего периода; *процентная ставка* ( $i, j$ ) – ставка, используемая при наращении или дисконтировании отдельных платежей, из которых состоит поток;  $t$  – число раз начисления в году процентов исходя из ставки  $j$ .

Финансовые ренты отличаются друг от друга как по вышеперечисленным, так по другим параметрам. В зависимости от размера платежа бывают *постоянные* и *переменные*.

По времени осуществления платежи могут производиться в начале процентного периода. Такая финансовая рента называется *prenumerando*. Если платежи осуществляются в конце расчетного периода, такая рента называется *postnumerando*.

Исходя из продолжительности периода существуют *годовые*, *полугодовые*, *ежемесячные* и другие платежи. Регулярные денежные потоки могут быть *безусловными* и *условными* (выплачиваются после наступления какого-либо события), а также *немедленными*, действие которых начинается после заключения договора, и *отложенными*, платежи по которым производятся по истечении оговоренного периода.

*Наращенная стоимость* регулярного финансового потока ( $FVf$ ) – это сумма всех последовательных платежей с начисленными на них процентами к концу срока операции.

Пусть задан регулярный финансовый поток *postnumerando*,  $R, i$ . Пусть в течение  $n$  лет в банк в конце каждого года вносится по  $R$  рублей. На взносы начисляются сложные проценты по ставке  $i$  % годовых. Таким образом, имеется рента, член которой равен  $R$ , а срок  $n$ . Все члены ренты, кроме последнего, приносят проценты – на первый член проценты начисляются  $n - 1$  год, на второй  $n - 2$  и т.д. На последний взнос проценты не начисляются (напомним, что рента *postnumerando*). Нарощенные к концу каждого к концу срока каждого взноса суммы составят

$$R(1+i)^{n-1}, R(1+i)^{n-2}, \dots, R(1+i), R.$$

Проанализируем вышесказанное на рис. 4.

Нарощенные отдельные платежи  $R, R(1+i)^1, R(1+i)^2$  представляют собой геометрическую прогрессию с первым членом  $R$  и  $(1+i)$  – множителем прогрессии. Поэтому сумма как сумма геометрической прогрессии для случая  $m = 1, p = 1$  такова:

$$FVf = R \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}. \quad (95)$$

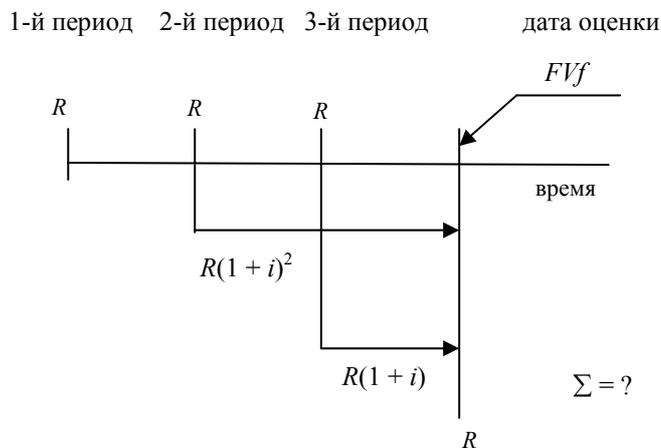


Рис. 4. Наращение регулярного финансового потока

Выражение  $ff_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$  называют коэффициентом (множителем) наращивания обычной финансовой ренты

(*postnumerando*). Он представляет собой стоимость наращивания регулярного потока платежей, каждый из которых равен одной денежной единице к моменту окончания всех платежей.

Пусть задан необычный аннуитет (*postnumerando*), а финансовая рента *prenumerando*, т.е. платежи осуществляются в начале каждого периода. Следовательно, число раз наращивания каждого платежа на один раз больше, что дает увеличение каждого платежа в  $(1+i)$  раз.

Поэтому множитель наращивания будет выглядеть следующим образом

$$ff_{n,i}^{\text{prenum}} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot (1+i), \quad (96)$$

а наращенная стоимость финансовой ренты *prenumerando* определяется по формуле

$$FVf^{\text{prenum}} = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot (1+i) = R \cdot ff_{n,i}^{\text{postnum}} (1+i). \quad (97)$$

Если вложения и капитализация осуществляются чаще, чем один раз в год, т.е.  $m = p \neq 1$ , то формула наращивания (97) имеет следующий вид

$$FVf = \frac{R}{p} \frac{(1 + j/m)^{mn} - 1}{j/m}, \quad (98)$$

где  $R$  – размер годового платежа за период;  $n$  – число периодов;  $p$  – количество платежей в год;  $R/p$  – платеж за период;  $m \cdot n$  – число процентных периодов.

Если вложения осуществляются реже, чем капитализация ( $p < m$ ), или вложения осуществляются чаще чем капитализация ( $p > m$ ), то можно воспользоваться универсальной формулой, годной для любого случая:

$$FVf = \frac{R}{p} \frac{(1 + j/m)^{mn} - 1}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}. \quad (99)$$

**Пример 24.** Ежегодно в конце года в течение 4 лет на специальный счет поступают 50 д.е. Определить наращенную стоимость, если ежегодно в конце года осуществляется начисление сложных процентов по ставке 10 %.

$$FVf = R \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 50 \frac{(1+0,1)^4 - 1}{0,1} = 50 \times 4,641 = 232,05 \text{ д.е.}$$

**Пример 25.** Для погашения задолженности единовременным через два года должником в кредитном учреждении создается амортизационный (погасительный) фонд, в котором постепенно накапливаются достаточные для этого средства. Определить размер равных взносов в конце полугодия для создания погасительного фонда, равного 500 тыс р. Проценты начисляются ежеквартально, исходя из годовой ставки 8 %.

Выразим  $\frac{R}{p}$

$$\frac{R}{p} = FVf : \frac{(1 + j/m)^{mn} - 1}{(1 + j/m)^{m/p} - 1} = 500 : \frac{(1 + 0,08/4)^{4 \cdot 2} - 1}{(1 + 0,08/4)^{4/2} - 1} = 117,7 \text{ тыс. р.}$$

Исчисление *современной стоимости* регулярных финансовых потоков имеет большое прикладное значение, так как такая потребность обязательно возникает при осуществлении проектного анализа.

Под *современной стоимостью регулярных финансовых потоков* (от англ. flow – PVf) понимают сумму всех платежей, дисконтированных на начало периода первого платежа.

Представим процесс дисконтирования на рис. 5 исходя из тех же параметров, что и при определении FVf.

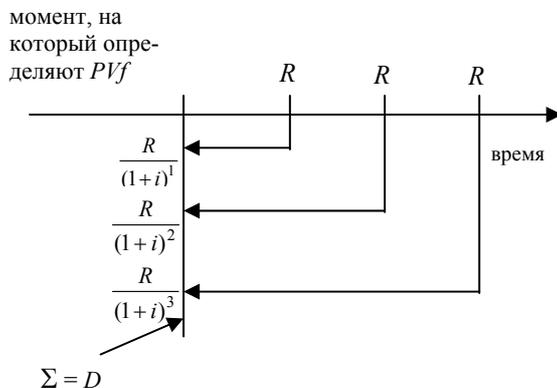
Дисконтированные отдельные платежи  $R(1+i)^{-1}$ ,  $R((1+i)^{-1})^2$ ,  $R((1+i)^{-1})^3$  представляют собой геометрическую прогрессию с первым членом  $R(1+i)^{-1}$  и знаменателем  $(1+i)^{-1}$ . Ее сумма имеет вид:

$$PVf = R(1+i)^{-1} \frac{((1+i)^{-1})^n - 1}{(1+i)^{-1} - 1} = R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}. \quad (100)$$

Величина  $fp_{n,i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$  называется *коэффициентом современной стоимости аннуитета* (или коэффициентом приведения вкладов) и характеризует современную величину регулярного потока платежей *postnumerando*.

Для регулярного финансового потока *prenumerando* формула меняется

$$fPV = R(1+i) \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}. \quad (101)$$



**Рис. 3.** Дисконтирование регулярного финансового потока (аннуитета)

Для конкретных вариантов формулы для исчисления современной стоимости аннуитета можно видоизменить. Рассмотрим несколько частных случаев.

Если капитализация осуществляется  $m$  раз в году, при этом  $p = 1$ , то расчет осуществляется по формуле

$$PVf = R \frac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{(1 + j/m)^m - 1}. \quad (102)$$

Если вложения осуществляются не один, а  $p$  раз в году ( $m=1$ ), то коэффициент приведения ренты видоизменяется, а сумма дисконтированных платежей равна:

$$PVf = \frac{R}{p} \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{(1 + i)^{1/p} - 1}. \quad (103)$$

Для случая, если вложения и капитализация осуществляются чаще, чем 1 раз в год, при этом  $p = m$ , имеем

$$PVf = R \frac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{j}. \quad (104)$$

Если вложения и капитализация осуществляются несколько раз за период, при этом  $p \neq m$ , имеем

$$PVf = \frac{R}{p} \frac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}. \quad (105)$$

Количественный анализ нерегулярных финансовых потоков с неравными поступлениями, меняющейся ставкой сравнения по указанным выше формулам невозможен. Величину будущей и современной стоимости таких потоков следует считать прямым счетом, наращивая или дисконтируя к требуемому моменту времени отдельные платежи исходя из конкретных параметров. Затем находится сумма рассчитанных величин. Также поступают и при осуществлении консолидации и замене финансовых платежей.

### 3.4. КОНСОЛИДИРОВАНИЕ ПЛАТЕЖЕЙ. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ПРОЦЕНТНЫХ СТАВОК

В практике нередко возникают случаи, когда необходимо заменить одно обязательство другим, например, с более отдаленным сроком платежа, досрочно погасить задолженность, объединить несколько платежей в один (консолидировать платежи) и т.п. В таких ситуациях применяется принцип *эквивалентности обязательств*, который предполагает неизменность обязательств до и после изменения контракта.

Эквивалентными считаются такие платежи, которые, будучи приведены к одному моменту времени, оказываются равными. Приведение осуществляется путем дисконтирования к более ранней дате или, наоборот, наращивания суммы платежа, если дата относится к будущему. Принцип эквивалентности следует из формул наращивания и дисконтирования, связывающих величины  $PV$  и  $FV$ . Сумма  $PV$  эквивалентна  $FV$  при принятой процентной ставке и методе ее начисления. Две суммы денег  $FV_1$  и  $FV_2$ , выплачиваемые в разные моменты времени, считаются эквивалентными, если их современные или наращенные величины, рассчитанные по одной и той же процентной ставке и на один момент времени, одинаковы. Замена  $FV_1$  на  $FV_2$  в этих условиях формально не изменяет отношения сторон.

Сравнение платежей предполагает использование некоторой процентной ставки, и, следовательно, результат зависит от выбора ее величины. Допустим, сравниваются два платежа  $FV_1$  и  $FV_2$  со сроками  $n_1$  и  $n_2$ , измеряемые от одного момента времени, причем  $FV_1 < FV_2$  и  $n_1 < n_2$ . Их современные стоимости  $PV_1$  и  $PV_2$  в зависимости от размера процентной ставки не равнозначны. С ростом  $i$  величины  $PV_1$  и  $PV_2$  уменьшаются. Равенство  $PV_1 = PV_2$  наблюдается, если размер процентной ставки равен критическому (барьерному) размеру ставки  $i_0$ . Определим величину уравнивающей процентной ставки  $i_0$  на основе равенства современных стоимостей сравниваемых платежей

$$\frac{FV_1}{1 + n_1 i_0} = \frac{FV_2}{1 + n_2 i_0}.$$

Далее находим

$$i_0 = \frac{1 - \left( \frac{FV_1}{FV_2} \right)}{\left( \frac{FV_1}{FV_2} \right)^{n_2 - n_1}}. \quad (106)$$

Очевидно, что чем больше различие в сроках, тем больше величин  $i_0$  при всех прочих равных условиях. Если дисконтирование производится по сложной ставке, то критическую ставку найдем из равенства:

$$FV_1(1 + i_0)^{-n_1} = FV_2(1 + i_0)^{-n_2}.$$

Критический размер ставки равен

$$i_0 = \sqrt[n_2 - n_1]{\frac{FV_2}{FV_1}} - 1. \quad (107)$$

Принцип эквивалентности применяется также при различных изменениях условий выплат денежных сумм. Общий метод решения подобного рода задач заключается в разработке уравнения эквивалентности, в котором сумма заменяемых платежей, приведенных к одному моменту времени, приравнивается к сумме платежей по

новому обязательству, приведенных к той же дате. Одним из распространенных случаев изменения условия является консолидация (объединение) платежей.

Пусть платежи  $FV_1, FV_2, \dots, FV_m$  со сроками  $n_1, n_2, \dots, n_m$  заменяются одним в сумме  $FV_0$  и сроком  $n_0$ , при этом задается срок, а сумма консолидированного платежа не известна. При условии, когда  $n_1 < n_2 < \dots < n_m$ , причем  $n_1 < n_0 < n_m$ , уравнение эквивалентности имеет простой вид

$$FV_0 = \sum FV_j [1 + (n_0 - n_j)i] + \sum FV_k [1 + (n_m - n_k)i]^{-1}, \quad (108)$$

где  $FV_j$  – размеры объединяемых платежей со сроками меньше  $n_0$ ;  $FV_k$  – размеры платежей со сроками, превышающими  $n_0$ .

*Пример 26.* Платежи 2 тыс. р., 2,5 тыс. р. и 3 тыс. р. со сроками уплаты соответственно 4 месяца, 6 месяцев и 10 месяцев объединяются в один со сроком 8 месяцев. Годовая процентная ставка составляет 10 % годовых. Найти консолидированную сумму.

*Решение.*

Определим величину консолидированного капитала:

$$FV_0 = 2 \left( 1 + \frac{8-4}{12} \cdot 0,1 \right) + 2,5 \left( 1 + \frac{8-6}{12} \cdot 0,1 \right) + 3 \left( 1 + \frac{10-8}{12} \cdot 0,1 \right)^{-1} = 7,55.$$

Консолидацию платежей можно осуществлять и на основе сложных ставок. Для общего случая, когда  $n_1 < n_0 < n_m$ ,  $FV_0$  определим по формуле:

$$FV_0 = \sum FV_j (1+i)^{n_0-n_j} + \sum FV_k (1+i)^{-(n_m-n_k)}. \quad (109)$$

Если при объединении платежей задана величина консолидированного платежа, но не известен его срок, уравнение эквивалентности представляет собой равенство современных стоимостей соответствующих платежей.

При применении простой ставки равенство (109) имеет вид:

$$FV_0 (1+n_0 i)^{-1} = \sum FV_j (1+n_j i)^{-1}.$$

Отсюда

$$n_0 = \frac{1}{i} \left( \frac{FV_0}{\sum FV_j (1+n_j i)^{-1}} - 1 \right). \quad (110)$$

При условии, что консолидация платежей осуществляется на основе сложных процентных ставок, уравнение эквивалентности имеет вид:

$$FV_0 (1+i)^{-n_0} = \sum FV_j (1+i)^{-n_j}. \quad (111)$$

Введем следующее обозначение:  $V = \sum FV_j (1+i)^{-n_j}$ .

Срок консолидированного платежа определим по формуле:

$$n_0 = \frac{\ln \frac{FV_0}{V}}{\ln(1+i)}. \quad (112)$$

Для частного случая, когда  $FV_0 = \sum FV_j$ , при определении срока консолидированного платежа применяют средний взвешенный срок

$$n_0 = \frac{\sum FV_j n_j}{FV_0}. \quad (113)$$

Недостатком формулы (113) является то, что она дает приближенный результат, который больше точного. Чем выше ставка  $i$ , тем больше погрешность решения по данной формуле.

В практике иногда сталкиваются с необходимостью изменения условия выплаты ренты. Иначе говоря, речь идет о *конверсии* условий, предусматриваемых при выплате финансовой ренты. Простейшими случаями конверсии являются: замена ренты разовым платежом (выкуп ренты), или наоборот, замена разового платежа рентой (рассрочка платежа). Примером может служить изменение договора оплаты за обучение в вузе.

К более сложному изменению договора относится объединение нескольких рент с разными характеристиками в одну – консолидация рент. Если предполагается, что конверсия не должна приводить к изменению финансовых последствий для каждой из участвующих сторон, то конверсия должна основываться на принципе финансовой эквивалентности.

Рассмотрим несколько основных случаев конверсии рент.

*Выкуп ренты.* Этот вид конверсии сводится к замене ренты единовременным платежом. При такой замене договора ренты необходимо выполнение условия: размер выкупа должен быть равен современной стоимости выкупаемой ренты. Применяемая при расчете современной стоимости процентная ставка должна удовлетворять обе участвующие стороны.

*Рассрочка платежей* – операция, обратная выкупу ренты. Если есть обязательство уплатить некоторую крупную сумму и стороны согласились, что задолженность будет погашена частями – в рассрочку, то последнюю удобно осуществить в виде выплаты постоянной ренты.

Для расчета одного из параметров этой ренты – члена ренты или ее срока – приравняем современную стоимость ренты, с помощью которой производится рассрочка, к сумме долга. Именно такого рода задачу приходится решать при оплате образования в рассрочку.

*Объединение (консолидация) рент.* Объединение рент заключается в замене нескольких рент одной, параметры которой необходимо определить. В этом случае из принципа финансовой эквивалентности следует равенство современных стоимостей заменяющей и заменяемых рент, что соответствует равенству:

$$PVf = \sum_q PVf_q, \quad (114)$$

где  $PVf$  – современная стоимость заменяющей ренты;  $PVf_q$  – современная стоимость  $q$ -й заменяемой ренты.

Если заменяющая рента постнумерандо является немедленной и задан ее срок  $n$ , то член ренты рассчитывается по формуле

$$R = \frac{\sum PVf_q}{fp_{n,i}}. \quad (115)$$

В свою очередь, если задается сумма платежа и его периодичность, то отыскивается срок новой ренты. Необходимая для расчета величина коэффициента приведения определяется условиями задачи. Для ренты *постнумерандо* определим

$$fp_{n,i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = \frac{\sum_q PVf_q}{R}. \quad (116)$$

Если  $\sum_q PVf_q$  известно, то величину  $n$  определим по формуле

$$n = \frac{-\ln\left(1 - \frac{\sum PVf_q}{R} i\right)}{\ln(1+i)}. \quad (117)$$

Очевидно, при решении поставленной задачи необходимо соблюдение условия

$$\frac{i \sum PVf_q}{R} < 1.$$

Для расчета срока заменяющей ренты воспользуемся формулой  $R = \sum_q R_q$ . Если все ренты годовые, *постнумерандо* и процентная ставка одинакова, то получим:

$$R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = \sum_q R_q \frac{[1 - (1+i)^{-n}]}{i}, \quad (118)$$

где  $n$  – срок заменяющей ренты.

После преобразований получим:

$$n = \frac{\ln R - \ln \sum R_q (1+i)^{-n}}{\ln(1+i)}. \quad (119)$$

Из равенства современных стоимостей консолидированных и заменяющих рент можно вывести соответствующую формулу для решения конкретной задачи.

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Предмет, метод и задачи статистики.
2. История статистики. Описательная статистика, ее представители.
3. Математическая статистика, ее представители, отличительные особенности.
4. Источники статистической информации, связь статистики с другими науками.
5. Основные понятия статистики: статистическая совокупность, признаки совокупности.
6. Статистические показатели, система статистических показателей, статистические данные – понятие и определение.
7. Методы статистики. Задачи статистики.
8. Статистическое наблюдение, этапы его проведения.
9. Формы, виды и способы статистического наблюдения.
10. Точность статистического наблюдения. Контроль качества статистического наблюдения.
11. Статистическая сводка и группировка. Цели и задачи статистической группировки.
12. Группировка, виды статистических группировок, их роль в анализе социально-экономических явлений.

13. Группировочные признаки, их обоснование и выбор.
14. Статистические таблицы, элементы статистических таблиц.
15. Правила построения статистических таблиц.
16. Определение числа групп статистической группировки, формирование интервалов.
17. Абсолютные статистические показатели.
18. Относительные статистические показатели.
19. Показатели структуры и координации в анализе статистических данных.
20. Виды средних величин, средняя арифметическая простая и взвешенная.
21. Средняя арифметическая и ее свойства.
22. Статистические ряды распределения, их виды.
23. Вычисление средней по данным ряда распределения, структурные средние.
24. Показатели вариации: размах вариации, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.
25. Показатели, характеризующие однородность совокупности вариационного ряда распределения.
26. Виды дисперсий, правило сложения дисперсий.
27. Эмпирическое корреляционное отношение.
28. Показатели формы распределения единиц совокупности.
29. Статистический анализ взаимосвязи социально-экономических явлений.
30. Этапы исследования взаимосвязей между явлениями.
31. Понятие корреляционной связи.
32. Показатели корреляции, их расчет.
33. Принципы построения математической модели; метод наименьших квадратов.
34. Показатели тесноты связи между результативным и факторным признаками.
35. Оценка качества модели.
36. Выборочный метод наблюдения, его цели и задачи.
37. Основные характеристики выборочной и генеральной совокупности.
38. Основные способы формирования выборочной совокупности.
39. Средняя и предельная ошибки выборки.
40. Методы отбора единиц в выборочную совокупность.
41. Повторный и бесповторный отбор, особенности применения в анализе выборочной совокупности.
42. Определение необходимого объема выборки.
43. Виды рядов динамики, показатели рядов динамики.
44. Средние показатели изменения уровней ряда динамики.
45. Выявление основной тенденции развития социально-экономических явлений.
46. Понятие о статистическом графике. Элементы статистического графика.
47. Классификация видов статистических диаграмм.
48. Экономические индексы, индивидуальные и сводные.
49. Экономические индексы, взаимосвязь индексов.
50. Экономическая статистика, ее предмет, метод и задачи.
51. Каковы основные задачи статистики населения.
52. Естественное движение населения, показатели, его характеризующие.
53. Трудовые ресурсы. Экономически активное население. Абсолютные и относительные показатели, характеризующие занятость населения.
54. Национальное богатство, его состав и структура.
55. Основные фонды: определение, состав, структура, виды оценки основных фондов.
56. Балансы основного капитала (основных фондов). Показатели, характеризующие состояние и движение основных фондов.
57. Показатели фондоотдачи и фондоемкости, их экономическая сущность, исчисление.
58. Износ основных фондов. Виды износа. Методы начисления амортизации.
59. Характеристика состава оборотных фондов.
60. Показатели, характеризующие эффективность использования оборотных фондов.
61. Показатели наличия и использования оборотных фондов.
62. Социально-экономическое значение и сущность ВВП.
63. Методы исчисления ВВП.
64. Основные показатели СНС и методы их расчета.
65. Содержание и методика расчета промежуточного потребления.
66. Показатели результатов производственной деятельности, принятой по методологии СНС.
67. Исчисление обобщающих показателей эффективности общественного производства в затратном и ресурсном вариантах.
68. СНС как макростатистическая модель рыночной экономики.

69. Уровень и качество жизни, определение, отличительные особенности, показатели, характеризующие данные социально-экономические категории.
70. Сущность и задачи финансово-экономических расчетов.
71. Простые проценты, их использование в банковской практике.
72. Математическое дисконтирование; понятие, примеры расчета.
73. Дисконтирование векселей, учет векселей.
74. Расчеты при начислении сложных процентов.
75. Сложные проценты, декурсивный и антисипативный расчет сложных процентов.
76. Дисконтирование по сложной ставке процентов. Коэффициент дисконтирования.
77. Эквивалентность обязательств, консолидирование задолженности.
78. Оценка потоков финансовых платежей, их основные параметры.
79. Нарощенная стоимость регулярного финансового потока.
80. Определение дисконтированной стоимости вкладов *постнумерандо* и *пренумерандо*.

---

---

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

---

---

### Задача 1

Выберите объект статистического наблюдения. Для избранного объекта:

- 1) сформулируйте цель статистического наблюдения;
- 2) определите единицу наблюдения и учетную единицу;
- 3) выберите форму, вид и способ наблюдения;
- 4) разработайте программу наблюдения;
- 5) спроектируйте инструментарий статистического наблюдения: составьте макет статистического формуляра, а также краткую инструкцию к его заполнению.

### Задача 2

По данным табл. П2 методических указаний выполнить следующие задания:

- 1) провести группировку 39 компаний РФ по количеству работающих с равными или неравными интервалами. Число групп определите самостоятельно, но не менее 4-х на основе исходной информации. Рассчитайте по каждой группе объем реализации, балансовую прибыль и прибыль после налогообложения;
- 2) группировку произведите на основе разработанной вспомогательной таблицы, изложив ее в тексте работы;
- 3) результаты изложите в сводной групповой таблице. Произведите анализ полученных данных.

### Задача 3

Постройте аналитическую группировку компаний РФ (табл. П2), характеризующую зависимость балансовой прибыли от объема реализации. Результаты изложите в табличной и графической формах. Проанализируйте полученные результаты.

### Задача 4

На основании группировки, построенной в п.3 задачи 2 рассчитайте:

- а) относительные величины структуры (по двум любым показателям);
- б) средний размер объема реализации на одну компанию по каждой выделенной группе;
- в) средний размер прибыли после налогообложения на одного работающего по каждой выделенной группе.

Результаты расчетов изложите в сводной групповой таблице задачи 2, дополнив ее соответствующими графами.

### Задача 5

1. По исходным данным табл. П2 (вашего варианта) постройте ряд распределения по количеству работающих, образовав не более шести групп компаний с равными интервалами.

2. По полученному ряду распределения постройте кумуляту, гистограмму и полигон распределения, определите моду и медиану графически.

3. По полученному ряду распределения рассчитайте моду, медиану, квартили, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.

4. С помощью критерия Пирсона  $\chi^2$  проверить гипотезу о нормальном законе распределения количества работающих на уровне значимости  $\alpha = 0,1$ .

### Задача 6

1. По данным табл. П2 произведите отбор необходимого числа компаний РФ по принципам выборочного наблюдения. Способ отбора и численность выборки определите самостоятельно.

2. Для сформулированной выборочной совокупности компаний РФ вычислите:

- а) средний объем реализации;
- б) предельную ошибку выборки и пределы, в которых находится генеральная средняя (уровень вероятности 0,954);

в) генеральную среднюю.

Сопоставьте результаты расчетов, сформулируйте выводы.

#### Задача 7

Для изучения связи между прибылью и объемом вложений в государственные ценные бумаги (по 15 компаниям Вашего варианта табл. П3) выполните следующие действия:

а) постройте по этим показателям ряд параллельных данных; сделайте выводы о характере связи между признаками;

б) изобразите связь между изучаемыми признаками графически;

в) произведите синтез адекватной экономико-математической модели между результативным и факторным признаками с построением соответствующих графиков на базе метода наименьших квадратов; на основе  $t$ -критерия проверьте значимость параметров уравнений регрессии;

г) с экономической точки зрения сформулируйте выводы относительно исследуемой вами связи.

#### Задача 8

По данным Вашего варианта табл. П4 выполните следующее:

а) исчислите индивидуальные цепные индексы цен;

б) исчислите сводные цепные индексы цен, товарооборота и физического объема проданных товаров;

в) проверьте правильность расчета сводных индексов, используя их взаимосвязь;

г) исчислите сводные базисные индексы цен с постоянными и переменными весами;

д) исчислите сводные индексы цен в средней гармонической форме.

#### Задача 9

Имеются следующие данные о численности занятого населения и безработных в экономике Тамбовской области (табл. 30).

### 30. Показатели деятельности экономики, тыс. человек

Показатели	Годы		
	2000	2001	2002
Общая численность населения	1256,6	1240,7	1224,4
в том числе			
городское население	728,5	720,8	712,7
Общая численность занятых:			
в том числе			
в сельской местности	532,8	513,9	515,3
в сельской местности	171,0	164,4	164,3
Число безработных в городах	33,5	47,2	39,2

Определить в динамике следующие показатели:

1) долю городского и сельского населения;

2) коэффициенты активности городского населения;

3) коэффициенты занятости и безработицы городского активного населения;

4) коэффициенты занятости сельского населения.

Сделайте выводы.

#### Задача 10

Имеются следующие данные по Тамбовской области (табл. 31).

### 31. Показатели естественного прироста населения, тыс. человек

Годы	Численность населения на начало года	Коэффициент рождаемости, ‰	Коэффициент смертности, ‰
2000	1270,5	7,7	18,4
2001	1256,6	7,5	18,2
2002	1240,7	7,8	19,0
2003	1224,4	8,9	19,2

Численность населения на конец 2003 г. по предварительным расчетам составит 1213,3 тыс. человек. Для каждого года рассчитать:

1) абсолютный естественный прирост населения;

2) коэффициент механического прироста.

Определить среднегодовой темп роста населения по годам.

Сделайте выводы.

#### Задача 11

Имеются следующие данные по Тамбовской области на конец года (табл. 32).

### 32. Показатели занятости населения, тыс. человек

Годы	Экономически активное население	Численность занятых в отраслях экономики	Из них занято в секторах		
			I	II	III
1998	541,0	472,7		84,3	62,2
1999	608,4	532,4	285,3	126,7	
2000	580,7	532,8	274,1	138,3	
2001	581,3	513,9	269,4		97,36
2002	571,3	515,3		143,1	132,5

Рассчитать недостающие показатели и определить:

- 1) численность и динамику безработных;
- 2) коэффициенты занятости и безработицы для активного населения;
- 3) коэффициенты структурных сдвигов по секторам в 2002 г. по сравнению с 1998 г.

Сделайте выводы.

#### Задача 12

Имеются следующие условные данные по Тамбовской области (тыс. человек):

1. На начало 2002 г. численность всего населения составила 1240,7  
численность трудоспособного населения – 715,8;  
численность работающих пенсионеров – 12,8.
2. За предшествующие годы среднегодовые коэффициенты по всему населению были равны:  
рождаемости – 7,7 ‰;  
смертности 18,5 ‰;  
механического прироста 5,5 ‰.

Определите:

- 1) численность трудовых ресурсов и их долю во всем населении на начало исходного года;
- 2) перспективную численность населения на 3 года вперед при условии, что коэффициенты естественного и механического прироста на том же уровне, а доля численности трудовых ресурсов во всем населении для искомого первого и второго года будет на один пункт выше, чем в исходном году, а для третьего – на два пункта.

Сделайте выводы.

#### Задача 13

Имеются данные о численности экономически активного населения и занятых в экономике Тамбовской области за ряд лет (по данным баланса по труду) (табл. 25).

### 33. Показатели занятости, тыс. человек

Показатели	Годы				
	1998	1999	2000	2001	2002
Экономически активное население	541,0	608,4	580,7	581,3	571,3
Занятые в экономике	427,2	532,4	532,8	513,9	515,3

Рассчитайте динамику экономически активного населения, занятых и безработных.

Определите базисные (1998 = 100) и цепные абсолютные приросты (снижения), темпы роста (снижения) и темпы прироста (снижения) экономически активного населения, занятых и безработных. Рассчитайте для этих показателей средние темпы роста (снижения) и прироста (снижения) за 1998 – 2002 гг., за 1998 – 2000 гг. и за 2001 – 2002 гг. Сделайте выводы на основе результатов расчетов.

#### Задача 14

Имеются следующие условные данные (табл. 34).

### 34. Показатели движения ОК, тыс. человек

Годы	Стоимость основного капитала на начало года в сопоставимых ценах	Ввод в действие новых основных фондов в текущих ценах	Индекс капиталовложений	Коэффициент выбытия, %
1995	1800	500	1,02	6,8
1996	–	380	1,08	7,0
1997	–	345	1,08	8,2
1998	–	420	0,99	9,8
1999	–	150	1,07	11,0
2000	–	125	1,05	13,6

Определить:

- 1) коэффициенты обновления основных фондов за 1995 – 2000 гг.;
- 2) цепные индексы физического объема основных фондов за 1995 – 2000 гг.

Сделайте выводы.

#### Задача 15

Имеются следующие условные данные по Тамбовской области.

Полная первоначальная стоимость основных фондов на начало года составила 154 828 тыс. р. За год было введено новых фондов на сумму 4253 тыс. р. Выбыло в течение года основных фондов по стоимости за вычетом износа 12 879 тыс. р. Первоначальная стоимость выбывших фондов составила 17 869 тыс. р. Износ основных фондов на начало года составил 15 %, годовая норма амортизации 10 %.

Определите:

- 1) полную первоначальную стоимость основных фондов и стоимость за вычетом износа на конец года;
- 2) сумму амортизационных отчислений за год;
- 3) коэффициенты обновления, выбытия, износа и годности основных фондов на начало и конец года.

#### Задача 16

Имеются следующие данные о национальном богатстве региона (табл. 35).

**35. Динамика национального богатства, млрд. р.**

Показатели	Годы	1998		2000	
		На начало года	На конец года	На начало года	На конец года
Полная стоимость основного капитала		270	282	310	315
Стоимость оборотного капитала		61	64	68	72
Стоимость резервов и запасов различного назначения		45	47	48	51
Стоимость основного капитала за вычетом износа		210	218	235	242
Оценка земли и природных ресурсов		182	185	190	192

Определить:

- 1) среднюю стоимость и динамику основного капитала (полную и за вычетом износа);
- 2) коэффициенты годности и износа основного капитала в среднегодовом исчислении;
- 3) среднегодовую стоимость национального богатства и его структуру за анализируемые годы.

#### Задача 17

Имеются следующие условные данные по одной из областей (табл. 36).

**36. Показатели результатов экономической деятельности, млн. р.**

Показатели	Годы	1995	2001	
			Сопоставимые цены	Текущие цены
Частные потребительские конечные расходы		250	270	285
Правительственные конечные потребительские расходы		40	42	45
Валовое образование постоянного капитала		136	135	138
Прирост запасов		2,5	0,3	-0,1
Экспорт		50	55	46
Импорт		43	45	36

Определить:

- 1) динамику и структуру ВВП;
- 2) индексы-дефляторы по отдельным компонентам и по ВВП в целом;
- 3) коэффициенты покрытия экспортом импорта.

#### Задача 18

Имеются следующие данные по региону (табл. 37).

**37. Показатели результатов экономической деятельности, млн. р.**

Показатели	Базисный период	Отчетный период
Частное потребление	750	780

Правительственные потребительские расходы	102	108
Экспорт	132	164
Импорт	130	151
Прирост запасов	-2	10
Валовое образование постоянного капитала	34	36
Сальдо факторных доходов из-за рубежа	8	-12

Определить:

- 1) ВВП и его динамику;
- 2) фонд накопления и его структуру;
- 3) ВВП и его динамику;
- 4) норму накопления за оба периода.

#### Задача 19

Определить динамику обобщающего показателя эффективности производства в ресурсном и затратном вариантах по следующим данным (табл. 38).

#### 38. Динамика показателей экономической деятельности, тыс. р.

Показатели	Базисный период	Отчетный период
Национальный доход	730	840
Основной капитал	9600	9750
Материальные затраты	710	745
Среднегодовая стоимость оборотного капитала	1140	1205
Трудовые ресурсы в условной денежной оценке	5320	5640
Потери в экономике	12	15
Оплата труда	312	328
Амортизация основного капитала	102	115

#### Задача 20

Имеются следующие условные данные по экономике по региону (табл. 39).

#### 39. Показатели общественного производства, тыс. р

Показатели	Базисный период	Отчетный период
НД в сопоставимых ценах	250	320
Среднегодовая численность работников, тыс. человек	105	120
Фондовооруженность труда	4550	5365

Определите:

- 1) общественную производительность труда в базисном и отчетном периодах;
- 2) взаимосвязь показателей общественной производительности труда, фондовооруженности и фондоотдачи;
- 3) исчислите абсолютный прирост НД за счет изменения:
  - а) численности работников; б) фондовооруженности; в) фондоотдачи.

#### Задача 21

Между двумя капиталами разница в 100 долл. Капитал большего размера вложен на 6 месяцев при ставке 10 %, а капитал меньшего размера на 10 месяцев при ставке 15 % годовых. Процентный платеж первого капитала равен процентному платежу второго капитала. Найти величину капиталов.

#### Задача 22

За какое время капитал величиной 52 тыс. р., вложенный под 12 % годовых, увеличится на такую же величину, как и капитал 67 тыс. р., вложенный с 10.03 по 20.05 одного года под 8 % годовых.

#### Задача 23

На сколько лет должен быть вложен капитал PV при 18 % годовых, чтобы процентный платеж превышал величину капитала в два раза.

#### Задача 24

01.03 были учтены следующие вексели:

300 д.е. – 10.04;

400 д.е. – 15.05;

... д.е. – 30.05.

Процентная ставка 8 % годовых.

Какова номинальная стоимость третьего векселя, если дисконтированная величина всех трех векселей составляет 1150 д.е.

#### **Задача 25**

Два платежа в 100 тыс. р. и 150 тыс. р. со сроками уплаты 1,5 года и 2,5 года соответственно объединяются в один, со сроком 2 года. Применяемая годовая процентная сложная ставка 12 % годовых.

Определить консолидированную сумму долга.

#### **Задача 26**

Суммы в размере 200 д.е., 250 д.е. и 350 д.е. должны быть выплачены через 3 месяца, 4 месяца и 6 месяцев соответственно. Стороны согласились заменить их одним платежом в размере 900 д.е. с отсрочкой выплаты долга.

Определить срок возврата объединенного платежа при условии, что начисляется 10 % годовых, начисление простое.

#### **Задача 27**

Какая сумма обеспечит периодические годовые выплаты в размере 5000 р. в течение 5 лет, если на эти вложения будут начисляться 10 % годовых. Выплаты будут производиться: а) один раз в конце года; б) ежемесячно.

#### **Задача 28**

Для погашения задолженности единовременным платежом через 2,5 года должником в кредитном учреждении создается амортизационный фонд, в котором постепенно накапливаются достаточные для этого средства.

Определить размер равных взносов в конце полугодия для создания погасительного фонда 150 тыс. р. Проценты начисляются ежеквартально исходя из годовой процентной ставки 8 %.

#### **Задача 29**

В начале первого периода фирме предложено вложить 3 млн. р. Доходы от инвестирования ожидаются в конце четырех последующих лет по 750 тыс. р.

Исчислить чистую приведенную стоимость исходя из ставки сравнения 8 % годовых.

#### **Задача 30**

Имеются варианты инвестиционного проекта, которые характеризуются следующими потоками платежей:

а) инвестиции – 300 тыс. р.; отдача – 150 тыс. р. ежегодно в течение 3 лет;

б) инвестиции – 400 тыс. р.; отдача – 200 тыс. р. в течение 2 лет.

Годовая процентная ставка 10 % годовых.

Рассчитать показатели рентабельности данных проектов. Определить предпочтительный проект для инвесторов.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### П1. Выбор варианта для выполнения задания

Номер варианта	Номер реферата	Задачи 2, 3, 4, 5,	Задача 7	Задача 8
		По табл. П2, номера компаний, данные о которых необходимо	По табл. П3, номера банков, данные о которых необходимо	По табл. П4, данные, которые необходимо

		ВЗЯТЬ	ВЗЯТЬ	ВЗЯТЬ
1	1, 11	1...30	1...15	1...3
2	2, 12	2...31	2...16	2...4
3	3, 13	3...32	3...17	3...5
4	4, 14	4...33	4...18	4...6
5	5, 15	5...34	5...19	5...7
6	6, 16	6...35	6...20	6...8
7	7, 17	7...36	7...21	7...9
8	8, 18	8...37	8...22	8...10
9	9, 19	9...38	9...23	9...11
10	10, 20	10...39	10...24	10...12

**П2. Технико-экономические показатели работы компаний в одном из регионов РФ в 2004 г. (цифры условные)**

№ компа- нии	Количество работаю- щих, тыс. человек	Объем реализации в 2004 г., млн. р.	Балансовая прибыль в 2004 г., млн. р.	Прибыль после налогообложе- ния за 2004 г., млн. р.
1	18,6	18,72	2,18	1,68
2	9,1	18,27	2,90	2,04
3	17,4	16,02	1,57	0,94
4	6,4	15,63	1,17	1,01
5	26,0	15,44	2,70	1,68
6	6,4	14,70	1,42	0,93
7	15,0	14,62	1,06	0,91
8	15,7	13,92	1,38	0,92
9	10,9	13,59	1,07	0,90
10	7,6	13,50	2,62	1,50
11	9,7	13,40	3,14	1,59
12	20,6	12,90	1,90	1,06
13	13,2	12,90	2,69	2,04
14	6,3	12,85	1,31	1,01
15	11,6	12,73	2,00	1,54
16	5,6	12,70	3,00	3,00,
17	6,4	12,67	4,39	3,30
18	11,5	12,66	2,43	1,15
19	5,5	12,40	2,61	1,77
20	17,5	12,28	1,36	1,04
21	7,0	11,80	1,66	1,08
22	10,7	11,64	1,33	1,00

23	15,2	11,28	2,05	1,73
24	11,3	10,98	1,36	0,91
25	4,8	10,80	280	2,13
26	6,5	10,80	3,19	2,53
27	11,4	10,36	3,04	2,12
28	7,5	10,33	1,18	0,97
29	12,6	10,10	1,30	1,06
30	5,3	10,07	1,48	1,09
31	16,4	10,06	3,65	2,57

Продолжение табл. П1

№ компани	Количество работающих, тыс. человек	Объем реализации в 2004 г., млн. р.	Балансовая прибыль в 2004 г., млн. р.	Прибыль после налогообложения за 2004 г., млн. р.
32	13,0	9,84	1,06	0,97
33	14,5	9,50	1,09	0,96
34	6,3	9,26	1,36	1,08
35	7,6	8,90	1,19	0,85
36	8,3	8,86	1,19	0,78
37	14,0	8,78	1,17	0,95
38	17,6	8,58	1,00	0,92
39	6,7	8,35	2,45	1,86

**П3. Показатели финансовой деятельности банков России в 2004 г.**

№ банка	Объем вложений в ценные бумаги, млрд. р.	Прибыль млрд. р.
1	48,68	19,62
2	49,91	6,45
3	15,47	2,66
4	6,10	5,12
5	29,75	7,44
6	8,52	2,82
7	654	4,29
8	16,84	9,13
9	11,73	2,90
10	45,56	1,75
11	5,97	1,8
12	5,51	4,17
13	14,29	3,67
14	18,38	4,81
15	7,86	1,46
16	4,69	3,65
17	11,15	2,39
18	9,91	3,06
19	4,39	5,7
20	6,73	2,65
21	5,32	1,58
22	20,20	12,9
23	5,43	3,40

**П4. Динамика реализации сельскохозяйственных продуктов на рынках города за 2004 г.**

№ п/п	Наименование товара	Январь		Февраль		Март	
		количество проданных товаров	оборот, млн. р.	количество проданных товаров	оборот, млн. р.	количество проданных товаров	оборот, млн. р.
1	Семя подсолнуха, ц	23,3	12,8	41,1	22,7	36,6	18,2
2	Картофель, ц	299,8	40,5	269,0	40,4	246,1	36,9

3	Капуста, ц	26,3	10,6	35	17,7	29,0	14,5
4	Лук репчатый, ц	75,4	30,2	82,7	49,6	57,8	40,5
5	Свекла, ц	31,9	8,0	35,5	10,1	27,4	8,3
6	Морковь, ц	22,1	14,8	29,4	25,0	22,6	22,2
7	Огурцы, ц	26,9	12,3	28,3	17,0	22,5	13,5
8	Помидоры, ц	13,0	7,2	16,6	9,2	11,7	5,9
9	Овощи прочие, ц	38,8	9,7	38,0	11,4	24,1	7,3
10	Яблоки, ц	85,1	14,4	100,7	18,1	37,3	7,4
11	Орехи, ц	20,8	42,7	39,0	83,9	23,8	51,2
12	Творог, ц	5,7	4,9	7,2	7,2	6,0	6,0

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Плошко, Б.Г. История статистики : учебное пособие / Б.Г. Плошко, И.И. Елисеева. – М. : Финансы и статистика, 1990.
2. Баканов, М.И. Теория экономического анализа : учебник / М.И. Баканов, А.Д. Шеремет. – 4-е изд., доп. и перераб. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 416.
3. Балацкий, Е. Дисконт-фактор в расчетах рентабельности вложений в человеческий капитал. Общество и экономика / Е. Балацкий. – № 11–12, 2000.
4. Балацкий, Е. Финансовые расчеты в коммерческих сделках / Е. Балацкий. – М. : Изд. Корпорация "Логос", 1998. – 120 с.
5. Балацкий, Е. Статистика / Е. Балацкий. – Тамбов : ТГТУ, 1997. – 71 с.
6. Гусаров, В.М. Статистика : учебное пособие для вузов / В.М. Гусаров. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2001.
7. Елисеева, И.И. Общая теория статистики : учебник / И.И. Елисеева, М.М. Юзбашев ; под ред. И.И. Елисеевой. – М. : Финансы и статистика, 1995. – 368 с.
8. Ивченко, Г.И. Математическая статистика : учебное пособие для вузов / Г.И. Ивченко, Ю.И. Медведев. – М. : Высшая школа, 1992. – 304 с.
9. Ковалев, В.В. Курс финансовых вычислений / В.В. Ковалев, В.А. Уланова. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 328 с.
10. Количественные методы финансового анализа / под ред. С. Дж. Брауна и М.П. Крипмена. – М. : ИНФРА-М, 1996. – 336 с.
11. Корнев, В.П. Видные деятели отечественной статистики 1686 – 1990 : биографический словарь / В.П. Корнев. – М. : 1993.
12. Кремлев, Н.Д. Система национальных счетов: Статистика и методы исследования : учебное пособие / Н.Д. Кремлев. – 2-е изд., исправ. и доп. – Курган : Изд-во КГУ, 2003.
13. Курс социально-экономической статистики : учебник для вузов / под ред. М.Г. Назарова. – М. : Финстатинформ, ЮНИТИ-ДАНА, 2000.
14. Салин, В.А. Макроэкономическая статистика : учебное пособие для вузов / В.А. Салин, В.Г. Медведев. – М.: Дело, 2001.
15. Методологические пособия по статистике / Госкомстат России. – М., 1996. – Вып. 1
16. Методология проведения статистического анализа социально-экономического развития регионов : учебное пособие. – М. : МИНК учета и статистики, 1998.
17. Общая теория статистики : учебник / А.И. Харламов, О.Э. Башина и др.; под ред. А.А. Спирина, О.Э. Башинной. – М. : Финансы и статистика, 1997. – 296 с.
18. Основные фонды в национальном хозяйстве Тамбовской области. – Тамбовский облкомстат, 2003.
19. Шмойлова, Р.А. Практикум по теории статистики / Р.А. Шмойлова, А.Б. Гусынин и др.; под ред. Р.А. Шмойловой. – М. : Финансы и статистика, 2002. – 416 с.

20. Региональные показатели системы национальных счетов Тамбовской области в 1995 – 2001 годах / Тамбовский облкомстат, 2003.
21. Рябушкин, Б.Т. Национальные счета и экономические балансы : учебное пособие / Б.Т. Рябушкин. – 2-е изд., перераб. и доп. М. : Финансы и статистика, 2002.
22. Сборник материалов к региональному семинару по системе национальных счетов / Госкомстат России, мингосстатистики СНГ. М., 2000.
23. Социально-экономическая статистика : практикум / под ред. В.Н. Салина. – М. : Финансы и статистика, 2003.
24. Статистический ежегодник / Тамбовский облкомстат, 2003.
25. Теория статистики : учебник / под ред. Р.А. Шмойловой. – М. : Финансы и статистика, 2002. – 576 с.
26. Финансовый менеджмент: теория и практика : учебник / под ред. Е.С. Стояновой. – М. : Перспектива, 2001.
27. Экономическая статистика : учебник / под ред. Ю.И. Иванова. – М. : ИНФРА – М., 1998.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
Глава 1. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ .....	4
1.1. Статистика: ее предмет, методы, связь с другими науками .....	4
1.2. Статистическое наблюдение. Статистическая сводка и группировка .....	12
1.3. Обобщающие статистические показатели: абсолютные, относительные и средние величины .....	20
1.4. Вариационные ряды распределения .....	23
1.5. Выборочное наблюдение .....	37
1.6. Статистическое изучение взаимосвязи социально-экономических явлений. Корреляционно-регрессионный анализ .....	41
1.7. Статистическое изучение динамики .....	50
1.8. Экономические индексы .....	54
Глава 2. СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА ...	64
2.1. Основные понятия и показатели, характеризующие численность и движение населения .....	64
2.2. Понятие, состав и структура национального богатства .....	69
2.3. Основные показатели результатов экономической деятельности .....	75
2.4. Показатели эффективности общественного производства и их взаимосвязь .....	80
2.5. Понятие о системе национальных счетов, методах построения основных счетов .....	84
2.6. Статистика уровня и качества жизни .....	88



3	11,4	5,3	28,09	60,42	9,207	2,193	4,809	0,9	0,81	129,96
4	5,1	2,9	8,41	14,79	6,061	-0,961	0,924	-1,5	2,25	26,01
5	4,2	3,2	10,24	13,44	6,454	-2,254	5,081	-1,2	1,44	17,64
6	5,7	2,1	4,41	11,97	5,012	0,688	0,473	-2,3	5,29	32,49
7	8,2	4,0	16,0	32,8	7,503	0,697	0,486	-0,4	0,16	67,24
8	6,3	2,5	6,25	15,75	5,537	0,763	0,582	-1,9	3,61	39,69
9	8,2	3,2	10,24	26,24	6,454	1,746	3,049	-1,2	1,44	67,24
10	4,0	3,0	9,0	12,0	6,192	-2,192	4,805	-1,4	1,96	16
11	11,0	5,4	29,16	59,4	9,338	1,662	2,762	1	1	121
12	6,5	3,2	10,24	20,8	6,454	0,046	0,002	-1,2	1,44	42,25
13	8,9	6,5	42,25	57,85	10,781	-1,881	3,538	2,1	4,41	79,21
14	11,5	5,5	30,25	63,25	9,47	2,03	4,121	1,1	1,21	132,25
15	4,2	8,2	67,24	116,44	13,009	1,191	1,418	3,8	14,44	201,64
Итого	120,4	66,0	340,28	592,15	120,412	-	41,133	-	49,88	1093,26