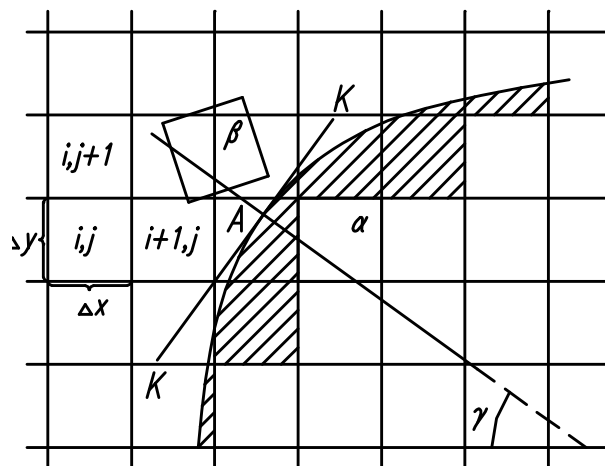


РАСЧЕТ МАШИН И АППАРАТОВ ХИМИЧЕСКИХ ПРОИЗВОДСТВ МЕТОДОМ КРУПНЫХ ЧАСТИЦ



◆ ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ ◆

УДК 62-1/-9.001.24(075)
ББК Л11-5-02 я 73-5

Утверждено редакционно-издательским советом университета

Рецензент
Доктор технических наук, профессор
С. И. Дворецкий

Составитель
А. И. Попов

Расчет машин и аппаратов химических производств методом крупных частиц:
Метод. указ. / Сост. А. И. Попов. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2001. 20 с.

В методических указаниях к курсовому и дипломному проектированию изложены теоретические положения метода крупных частиц, показаны примеры применения метода к моделированию оборудования отрасли.

Предназначены для студентов 5 курса дневного отделения специальности 655400.

УДК 62-1/-9.001.24(075)
ББК Л11-5-02 я 73-5

© Тамбовский государственный
технический университет
(ТГТУ), 2001

Министерство образования Российской Федерации
ТАМБОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время одним из основных способов исследования сложных нелинейных задач механики является вычислительный эксперимент. Для численного моделирования разнообразных задач механики сплошных сред успешно используется метод крупных частиц. С его помощью решаются актуальные задачи механики сплошных сред в разнообразных областях: машиностроении, экологии, технологии и др.

Современное понимание метода крупных частиц состоит в рассмотрении многопараметрических классов разностных схем расщепления с оптимизацией по параметрам. Значительное развитие получило исследование глубоко нелинейных свойств применяемых алгоритмов: получены матрицы аппроксимационных бивязкости, бидисперсии, тривязности.

С помощью единого численного подхода рассматривается широкий круг физических процессов. К ним относятся задачи аэрогидродинамики, физики плазмы, механики деформируемого твердого тела, механики сыпучих сред. Многие практические приложения метода крупных частиц относятся к решению актуальных задач машиностроения, экологии. К перспективным разработкам относится моделирование технологических процессов переработки сыпучих материалов

Около четверти века назад была предложена первая разностная схема метода крупных частиц и защищена первая диссертация по этому методу. Разработка теории метода крупных частиц и его использование для решения актуальных задач науки и техники превратились в мощное научное направление. По методу крупных частиц опубликовано более тысячи статей, десятки книг; на основании расчетов сделан ряд изобретений, на которые получены авторские свидетельства.

В методических указаниях приводятся основные положения метода крупных частиц, результаты его применения для создания современных машин и аппаратов химических производств.

I Основные положения метода

Метод крупных частиц используется для расчета сжимаемых течений сплошной среды. Он основывается на расщеплении исходной системы дифференциальных уравнений по физическим процессам.

Разностная схема метода крупных частиц может быть описана на примере движения идеального сжимаемого газа (уравнения неразрывности, импульса и энергии):

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v^*) &= 0; \\ \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v^* u_i) + \frac{\partial P}{\partial x_i} &= 0; \\ \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho E v^*) + \operatorname{div}(P v^*) &= 0,\end{aligned}$$

где $x_i = \{x, y, z\}$, t – время, ρ – плотность, $v^* = \{u_i, v, w\}$ – скорость, E – удельная энергия, P – давление.

Для замыкания системы используется уравнение состояния

$$P = P(\rho, J)$$

где $J = E - \frac{1}{2} |v^*|^2$ – внутренняя удельная энергия.

Процесс решения эволюционной системы разбивается на шаги по времени, каждый из которых состоит из трех этапов: эйлерова, лагранжева и заключительного. Вначале рассматривается изменение внутреннего состояния подсистемы – "крупной частицы"

(эйлеров этап), а затем – перемещение этой подсистемы без изменения внутреннего состояния (лагранжев и заключительный этапы).

Эйлеров этап. Область интегрирования покрывается неподвижной (эйлеровой) разностной сеткой произвольной формы (в качестве примера рассматривается прямоугольная сетка в двумерной (плоской) области рис. 1). На этом этапе изменяются лишь величины, относящиеся к ячейке в целом, а жидкость предполагается моментально заторможенной. Поэтому конвертивные члены вида $div(\psi, \rho v^*)$, $\psi(1, u, v, E)$, соответствующее эффектам перемещения, из уравнений опускаются. В оставшихся уравнениях ρ выносятся из-под знака дифференциала, и уравнения разрешаются относительно временных производных от u, v, E :

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0;$$

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial y} = 0;$$

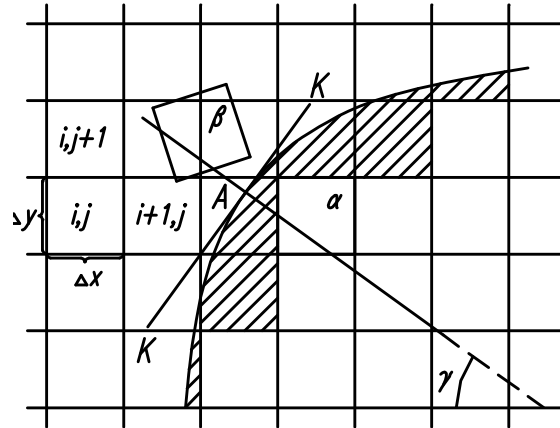


Рис. 1

$$\rho \frac{\partial E}{\partial t} + div(Pv^*) = 0.$$

Простейшая конечно-разностная аппроксимация (центральные разности) приводит к следующим выражениям:

$$\tilde{U}_{i,j}^n = U_{i,j}^n - \frac{P_{i+1/2,j}^n - P_{i-1/2,j}^n}{\Delta x} \frac{\Delta t}{\rho_{i,j}^n};$$

$$\tilde{V}_{i,j}^n = V_{i,j}^n - \frac{P_{i,j+1/2}^n - P_{i,j-1/2}^n}{\Delta y} \frac{\Delta t}{\rho_{i,j}^n};$$

$$\tilde{E}_{i,j}^n = E_{i,j}^n - \left[\frac{P_{i+1/2,j}^n \tilde{U}_{i+1/2}^n - P_{i-1/2,j}^n \tilde{U}_{i-1/2}^n}{\Delta x} + \frac{P_{i,j+1/2}^n \tilde{V}_{i,j+1/2}^n - P_{i,j-1/2}^n \tilde{V}_{i,j-1/2}^n}{\Delta y} \right] \frac{\Delta t}{\rho_{i,j}^n}.$$

Здесь величины с дробными индексами относятся к границам ячеек:

$$U_{i+1/2,j}^n = \frac{U_{i,j}^n + U_{i+1,j}^n}{2};$$

$$P_{i-1/2,j}^n = \frac{P_{i-1,j}^n + P_{i,j}^n}{2},$$

где $\tilde{U}, \tilde{V}, \tilde{E}$ – промежуточные значения параметров потока, полученные в предположении "замороженности" поля ρ на слое $t^n + \Delta t$.

Лагранжев этап. На данном этапе находятся при $t^n + \Delta t$ потоки массы через границы ячеек. При этом полагают, что масса крупной частицы переносится только за счет нормальной к границе составляющей скорости

$$\Delta M_{i+1/2,j}^n = \langle \rho_{i+1/2,j}^n \rangle \langle U_{i+1/2,j}^n \rangle \Delta y \Delta t.$$

Знак $\langle \rangle$ определяет параметры ρ и u на границе ячейки.

Заключительный этап. На этом этапе находятся окончательные поля эйлеровых параметров потока в момент $t^{n+1} = t^n + \Delta t$. Уравнения этого этапа представляют собой законы сохранения массы M , импульса P^* , полной энергии E , записанные для данной ячейки (крупной частицы) в разностной форме:

$$\begin{aligned} M^{n+1} &= M^{n+} + \sum \Delta M^n; \\ P^{*n+1} &= P^{*n} + \sum \Delta P; \\ E^{n+1} &= E^n + \sum \Delta E^n. \end{aligned}$$

Окончательные значения параметров потока $\rho, x = \{U, V, E\}$ на следующем временном слое вычисляются по формулам (поток течет слева направо и снизу вверх):

$$\begin{aligned} \rho_{i,j}^{n+1} &= \rho_{i,j}^n + \frac{\Delta M_{i-1/2,j}^n + \Delta M_{i,j-1/2}^n - \Delta M_{i,j+1/2}^n - \Delta M_{i+1/2,j}^n}{\Delta x \Delta y}; \\ \tilde{X}_{i,j}^{n+1} &= \frac{\rho_{i,j}^n}{\rho_{i,j}^{n+1}} \tilde{X}_{i,j}^n + \frac{\tilde{X}_{i-1,j}^n M_{i-1/2,j}^n + \tilde{X}_{i,j-1}^n \Delta M_{i,j-1/2}^n}{\rho_{i,j}^{n+1} \Delta x \Delta y} + \\ &+ \frac{-\tilde{X}_{i,j}^n \Delta M_{i+1/2,j}^n - \tilde{X}_{i,j}^n \Delta M_{i,j+1/2}^n}{\rho_{i,j}^{n+1} \Delta x \Delta y}. \end{aligned}$$

Консервативность и полную дивергентность разностной схемы обеспечивает уравнение для полной энергии E .

На заключительном этапе целесообразно производить дополнительный пересчет плотности, что сглаживает флуктуации и повышает точность вычислений. Комбинируя различные представления этапов, получают серию разностных схем, что позволяет осуществить широкий класс численных экспериментов.

Граничные условия ставятся с помощью рядов фиктивных ячеек (чтобы каждую расчетную точку сделать внутренней и сохранить единый алгоритм для всех ячеек). Для схемы 1-го порядка аппроксимации достаточно одного слоя, для 2-го порядка – два слоя и т.д.

При расчете обтекания тел конечно-разностными методами можно использовать два подхода: расчет в координатах S, n ; введение в рассмотрение дробных ячеек.

Граничные условия на теле в случае дробных ячеек ставятся, как и в случае целых ячеек, с помощью введения фиктивных ячеек, прилегающих к дробным ячейкам. Для определения параметров газа из центра фиктивной ячейки α на контур тела опускают нормаль и в точке их пересечения A проводят касательную $K-K$ (рис. 1). Затем в поле течения строят некоторую ячейку β , симметричную данной ячейке α относительно касательной $K-K$. Газодинамические параметры q в ячейке β определяют путем "взвешивания"

$$q_\beta = \sum_i S_{\beta i} q_i, \quad (\sum_i S_{\beta i} = 1),$$

где суммирование производится по тем ячейкам i , часть площади $i S_{\beta i}$ которых попала в ячейку β . Постановка условий непротекания требует для каждой фиктивной ячейки задания еще одного параметра ∞ : угла наклона радиус-вектора, пересекающего контур тела в точке A . При использовании условий, когда обе компоненты скорости при переходе через поверхность тела меняют знак, не требуется задания дополнительного параметра ∞ .

Параметры газа в фиктивной ячейке

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \\ E \end{array} \right\}_\alpha = \sum S_{\beta i} \left\{ \begin{array}{l} \rho \\ E \end{array} \right\}_i; \quad \left\{ \begin{array}{l} u \\ v \end{array} \right\}_\alpha = - \sum S_{\beta i} \left\{ \begin{array}{l} u \\ v \end{array} \right\}_i.$$

Для каждой дробной ячейки необходимо знать 5 геометрических характеристик

$$A_{i-1/2,j}; A_{i,j-1/2}; A_{i+1/2,j}; A_{i,j+1/2} \text{ и } f_{i,j},$$

где $f_{i,j}$ – доля объема дробной ячейки по отношению к объему полной ячейки $\Delta x \Delta y$, $A_{i-1/2,j}$ – часть площади стороны $(i - 1/2, j)$, открытой для течения жидкости и т.п.

Размещение твердой границы внутри ячейки вносит две особенности: оно смещает центр масс из геометрического центра ячейки ближе к границе и уменьшает реальные размеры ячейки. При рассмотрении как целых, так и дробных ячеек все параметры потока относятся к центру массы. Именно между центрами масс производятся интерполяции газодинамических функций.

Разностные формулы для дробных ячеек получаются путем незначительного изменения разностных выражений для целых ячеек.

II. Расчет сепараторов

Конфигурация рабочей зоны большинства сепараторов обладает довольно сложной геометрией. Возникает необходимость в создании математической модели, описывающей движение многоскоростных континуумов в областях с произвольными границами.

Движение газокapельных потоков можно рассматривать в рамках двухскоростной, двухтемпературной схемы течения взаимопроникающих континуумов. Если в качестве дисперсной фазы рассматриваются твердые частицы, то постановку граничных условий на твердой стенке необходимо усложнить – нужно учитывать частицы, отраженные от поверхности.

В рассматриваемой задаче диапазон изменения скорости газового потока очень велик ($U_0 = 10 \dots 120$ м/с), а также возможен учет теплообменных процессов между газом и каплями. Поставленную задачу необходимо рассматривать в полной постановке, т.е. с учетом снижаемости несущей фазы. Исходную систему уравнений можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \text{div} \rho_i \bar{V}_i &= \delta I_{ij}; & \delta &= \begin{cases} 0, i=1; \\ 1; i \neq 1 \end{cases} \\ \frac{\partial \rho_i \bar{V}_i}{\partial t} + \nabla^K (\rho_i V_i^K \bar{V}_i) &= (\delta - 1) \nabla p + \bar{f}_{ij} + I_{ij} \delta \bar{V}_j; \\ \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \rho_i E_i}{\partial t} + \text{div} (\rho_i E_i + (1 - \delta) p) \bar{V}_i \right] &= 0; \\ \frac{\partial \rho_i e}{\partial t} + \text{div} \rho_i e_i \bar{V}_i &= q_{1i} + \bar{f}_{ij} (\bar{V}_i - \bar{V}_j) + \frac{1}{2} I_{ij} \left[(\bar{V}_i - \bar{V}_j)^2 + 2e_j \right] \end{aligned}$$

где i, j – параметры газа и капель.

Для интенсивности теплообмена:

$$q_{1j} = \frac{6 \rho_i \lambda_1 \text{Nu}_{1i} (T_1 - T_i)}{\rho_i^0 d^2};$$

$$\text{Nu}_{1i} = 2 + 0,6 \text{Re}_{1i}^{1/2} \text{Pr}^{1/3};$$

Систему уравнений замкнем уравнениями состояния фаз:

$$P = \rho_1^0 (\gamma - 1) e_1;$$

$$e_1 = C_{v1} T_1; \quad e_i = C_i T_i; \quad C_i = C_j; \quad \rho_i^0 = \text{const},$$

где γ – показатель адиабаты газа, C_{v1}, C_i – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме и удельная теплоемкость капель; T_i – температура фаз.

При интегрировании системы уравнений конечно-разностным методом в криволинейной области возникает необходимость в замене непрерывной области – сеточной. Однако непосредственная замена нецелесообразна, поскольку она ведет к появлению нерегулярных граничных узлов. Поэтому обычно вводят такие новые независимые переменные $\xi = \xi(x, y)$, $\eta = \eta(x, y)$, в которых криволинейная область становится прямоугольной (рис. 2). В данном случае при помощи замены независимых переменных

$$x = x, \quad \xi = (y - y_2)/(y_1 - y_2),$$

где $y_1 = F(x)$, $y_2 = G(x)$ – уравнения боковых поверхностей области, криволинейная область перейдет в прямоугольную.

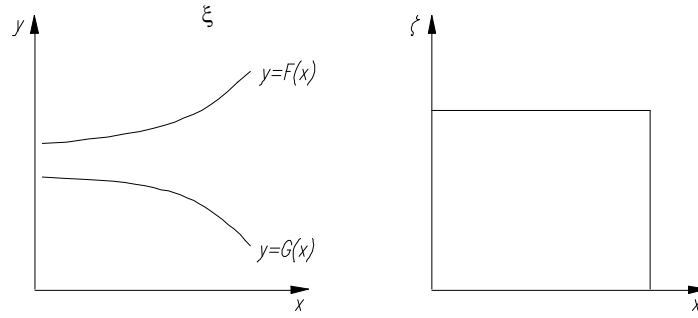


Рис. 2

Система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i u_i}{\partial x} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \rho_i U_i}{\partial \xi} &= -\frac{\rho_i U_i^\varepsilon}{\varepsilon \xi} + \delta I_{ij} \\ \varepsilon(x) &= F(x) - G(x); \\ \frac{\partial \rho_i u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i u_i^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_i u_i U_i}{\varepsilon \partial \xi} &= \frac{\delta - 1}{\varepsilon} \left(-\varepsilon \frac{\partial p}{\partial x} + \xi \varepsilon \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) - \frac{\rho_i u_i U_i^\varepsilon}{\varepsilon \xi} + f_{i,j}^x + \delta I_{i,j}; \\ \frac{\partial \rho_i V_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i V_i u_i}{\partial x} + \frac{\partial \rho_i V_i U_i}{\varepsilon \partial \xi} &= \frac{\delta - 1}{\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial \xi} - \frac{\rho_i V_i U_i^\varepsilon}{\varepsilon \xi} + f_{i,i}^y + \delta I_{i,j}; \\ \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \rho_i E}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i u_i E_i}{\partial x} + \frac{\partial \rho_i U_i E_i}{\varepsilon \partial \xi} \right) + \frac{\partial \rho u_1}{\partial x} + \frac{\partial \rho U_1}{\varepsilon \partial \xi} &= \frac{p U_1^\varepsilon}{\varepsilon \xi} - \sum \frac{\rho_i U_1^\varepsilon E_{i1}}{\varepsilon \xi}; \\ \frac{\partial \rho_j e_j}{\partial t} + \frac{\partial \rho_j e_j u_j}{\partial x} + \frac{\partial \rho_j e_j U_j}{\varepsilon \partial \xi} &= -\frac{\rho_j e_j U_j^\varepsilon}{\varepsilon \xi} + q_{1j} + \frac{1}{2} \bar{f}_{ij} (\bar{V}_i - \bar{V}_j) + \\ &+ \frac{1}{2} I_{ij} \left[(\bar{V}_i - \bar{V}_j)^2 + 2e_j \right]; \\ U_i &= V_i - U_i \xi \varepsilon; \\ U_i^\varepsilon &= V_i + U_i \xi \varepsilon. \end{aligned}$$

Затем вводятся безразмерные параметры:

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_i &= \frac{\rho_i}{\rho_{10}^0}; \quad \bar{U}_i = \frac{U_i}{U_0^0}; \quad \bar{V}_i = \frac{V_i}{U_0^0}; \\ \bar{E}_i &= \frac{E_i}{U_0^0}; \quad \bar{t} = \frac{t}{t_0}; \quad \bar{x} = \frac{x}{R}; \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{R}, \end{aligned}$$

здесь величины в знаменателе – параметры в начальный момент времени, R – характерный размер задачи. Граничные условия газа и капль ставились следующим образом: поток однородный ($(\partial u / \partial x = 0)$), течение смеси на данном участке изоэнтальпическое и изобарическое, приведенная плотность второй фазы на цилиндрическом участке сопла является величиной заданной. При проведении расчетов граничные условия сносились в некоторое достаточно удаленное сечение $x = x_0$ в цилиндрической части канала.

На боковых стенках области для газа выполняется условие непротекания. Для капль ставится условие прилипания, т.е. капли попавшие на боковые стенки исчезают из потока.

Данная задача решалась методом крупных частиц. При малых дозвуковых скоростях условия устойчивости разностной схемы накладывают жесткие ограничения на величину шага времени, что приводит к резкому возрастанию времени счета для получения стационарного решения.

Предложена модификация метода, при которой уравнения, описывающие движение на эйлеровом этапе, выглядят:

$$\begin{cases} \frac{\partial(u + \xi v \varepsilon)}{\partial t} = \frac{1}{\alpha \rho} \frac{\partial p}{\partial x}; \\ \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\alpha \varepsilon \rho} \frac{\partial p}{\partial \varepsilon}; \\ \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{(\gamma - 1)}{\varepsilon} p \left[\frac{\partial \varepsilon u}{\partial x} - \frac{\partial(v - \varepsilon \xi u)}{\partial \xi} \right], \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\alpha \rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\xi \varepsilon'}{\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial \xi} \right); \\ \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\alpha \varepsilon \rho} \frac{\partial p}{\partial \xi}; \\ \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{(\gamma - 1)}{\varepsilon} p \left[\frac{\partial \varepsilon u}{\partial x} - \frac{\partial(v - \varepsilon' \xi u)}{\partial \xi} \right]. \end{cases}$$

При получении этих уравнений не учитывались конвективный перенос, наличие осевой симметрии, межфазное взаимодействие газа и частиц. В силу того, что уравнения, описывающие движение каплей не содержат члена типа ∇p , то для этих уравнений эйлера этапа не будет.

Рассматриваемая область интегрирования покрывается фиксированной сеткой с прямоугольными ячейками со сторонами Δx и $\Delta \xi$.

Уравнение для давления имеет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\chi^2 (\gamma - 1) P_{i,j}^{n+1}}{\alpha \varepsilon_i} \left[\frac{1 + \varepsilon_i'^2 \xi_{j-1/2}^2}{\varepsilon_i \rho_{i,j}^n} + \frac{\xi_j \varepsilon_i}{4} \left(\frac{\varepsilon_{i+1/2}'}{\varepsilon_{i+1/2} \rho_{i+1/2,j}^n} - \frac{\varepsilon_{i-1/2}'}{\varepsilon_{i-1/2} \rho_{i-1/2,j}^n} \right) \right] P_{i,j-1}^{n+1} - \\ & - \left\{ 1 + \frac{\chi^2 (\gamma - 1) P_{i,j}^{n+1}}{\alpha \varepsilon_i} \left[\frac{\varepsilon_i}{\rho_{i+1/2,j}^n} + \frac{\varepsilon_i}{\rho_{i-1/2,j}^n} + \frac{1 + \varepsilon_i'^2 \xi_{j+1/2}^2}{\varepsilon_i \rho_{i,j+1/2}^n} + \frac{1 + \varepsilon_i'^2 \xi_{j-1/2}^2}{\varepsilon_i \rho_{i,j-1/2}^n} \right] \right\} P_{i,j}^{n+1} + \\ & + \frac{\chi^2 (\gamma - 1) P_{i,j}^{n+1}}{\alpha \varepsilon_i} \left[\frac{1 + \varepsilon_i'^2 \xi_{j+1/2}^2}{\varepsilon_i \rho_{i,j+1/2}^n} - \frac{\varepsilon_i \xi_j}{4} \left(\frac{\varepsilon_{i+1/2}'}{\varepsilon_{i+1/2} \rho_{i+1/2,j}^n} - \frac{\varepsilon_{i-1/2}'}{\varepsilon_{i-1/2} \rho_{i-1/2,j}^n} \right) \right] P_{i,j+1}^{n+1} = \\ & = -P_{i,j}^n - \frac{\chi^2 (\gamma - 1) P_{i,j}^{n+1}}{\alpha \varepsilon_i} \left[\frac{\varepsilon_i}{\rho_{i-1/2,j}^n} + \frac{\varepsilon_i'}{4} \left(\frac{\xi_{j+1/2}}{\rho_{i,j+1/2}^n} - \frac{\xi_{j-1/2}}{\rho_{i,j-1/2}^n} \right) \right] P_{i-1,j}^{n+1} - \\ & - \frac{\chi^2 (\gamma - 1) P_{i,j}^{n+1}}{\alpha \varepsilon_i} \left[\frac{\varepsilon_i}{\rho_{i+1/2,j}^n} - \frac{\varepsilon_i'}{4} \left(\frac{\xi_{j+1/2}}{\rho_{i,j+1/2}^n} - \frac{\xi_{j-1/2}}{\rho_{i,j-1/2}^n} \right) \right] P_{i+1,j}^{n+1} + \\ & + \frac{\chi^2 (\gamma - 1) P_{i,j}^{n+1}}{4 \alpha \varepsilon_i} \left\{ \left[\frac{\varepsilon_i \varepsilon_{i+1/2}' \xi_j}{\varepsilon_{i+1/2} \rho_{i+1/2,j}^n} + \frac{\varepsilon_i' \xi_{j+1/2}}{\rho_{i,j+1/2}^n} \right] P_{i+1,j+1}^{n+1} - \left[\frac{\varepsilon_i \varepsilon_{i+1/2}' \xi_j}{\varepsilon_{i+1/2} \rho_{i+1/2,j}^n} + \frac{\varepsilon_i' \xi_{j-1/2}}{\rho_{i,j-1/2}^n} \right] \right. \\ & \quad P_{i+1,j-1}^{n+1} - \left[\frac{\varepsilon_i \varepsilon_{i-1/2}' \xi_j}{\varepsilon_{i-1/2} \rho_{i-1/2,j}^n} + \frac{\varepsilon_i' \xi_{j+1/2}}{\rho_{i,j+1/2}^n} \right] P_{i-1,j+1}^{n+1} + \\ & \quad \left. + \left[\frac{\varepsilon_i \varepsilon_{i-1/2}' \xi_j}{\varepsilon_{i-1/2} \rho_{i-1/2,j}^n} + \frac{\varepsilon_i' \xi_{j-1/2}}{\rho_{i,j-1/2}^n} \right] P_{i-1,j-1}^{n+1} \right\} + \frac{\chi (\gamma - 1) P_{i,j}^{n+1}}{\varepsilon_i} \times \\ & \times \left[\varepsilon_i (U_{i+1/2,j}^n - U_{i-1/2,j}^n) + V_{i,j+1/2}^n - V_{i,j-1/2}^n - \varepsilon_i' (\xi_{j+1/2} U_{i,j+1/2}^n - \xi_{j-1/2} U_{i,j-1/2}^n) \right] \end{aligned}$$

Уравнение решается при помощи продольно-поперечной прогонки с итерациями по давлению. На каждой итерации значения величин $P_{i,j}^{n+1}$, $P_{i-1,j}^{b+1}$, $P_{i+1,j}^{n+1}$, $P_{i+1,j+1}^{n+1}$, $P_{i+4,j-1}$, $P_{i-1,j+1}^{n+1}$, в соответствующих точках заменялись на соответствующие значения, взятые с предыдущей итерации.

Лагранжев и заключительный этап проводятся в соответствии с общей схемой метода крупных частиц. На Лагранжевом этапе используется схема I-го порядка точности. Так поток через правую и верхнюю границы ячейки определяется по формулам:

$$\Delta(M_{aK})_{i+1/2,j} = \begin{cases} \rho_{Ki,j}^n a_{Ki} W_{Ki,j} \Delta x, & W_{Ki,j} > 0 \\ \rho_{K_{i+1},j}^n a_{K_{i+1}} W_{K_{i+1},j} \Delta x, & W_{K_{i+1},j} \leq 0 \end{cases};$$

$$\Delta(M_{aK})_{i,j+1/2} = \begin{cases} \rho_{Ki,j}^n a_{Ki,j} V_{Ki,j} \Delta \xi, & V_{Ki,j} > 0 \\ \rho_{K_{i,j+1}}^n a_{K_{i,j+1}} V_{K_{i,j+1}} \Delta \xi, & V_{K_{i,j+1}} \leq 0 \end{cases};$$

$$W_{li,j} = 0,5(\tilde{U}_{i,j} + \tilde{U}_{i+1,j});$$

$$W_{Ki,j} = 0,5(U_{Ki,j}^n + U_{K_{i+1},j}^n) \quad (k = 2,3);$$

$$V_{li,j} = 0,5\{\tilde{V}_{li,j} + \tilde{V}_{li,j+1} - 0,5(\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i)[(j-1,5)\tilde{U}_{li,j} + (j-0,5)\tilde{U}_{li,j+1}]\};$$

$$V_{Ki,j} = 0,5\{V_{Ki,j}^n + V_{K_{i,j+1}}^n - 0,5(\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i)[(j-1,5)U_{Ki,j}^n + (j-0,5)U_{K_{i,j+1}}^n]\}.$$

Формулы заключительного этапа имеют вид:

$$\rho_{Ki,j}^{b+1} b_{ki,j} = \rho_{Ki,j}^{n+1} b_{ki,j} + \frac{\Delta t}{\Delta x \Delta \xi} \delta_{Ki,j} - \frac{\rho_{Ki,j}^n U_{Ki,j}^e a_{Ki,j}}{\varepsilon_1(j-1,5)} + F_{i,j} + Q_{i,j};$$

$$b_{Ki,j} = 1;$$

$$\delta a_{Ki,j} = \Delta(Ma_K)_{i-1/2,j} - \Delta(Ma_K)_{i+1/2,j} + \Delta(Ma_K)_{i,j-1/2} - \Delta(Ma_K)_{i,j+1/2};$$

$$U_{li,j} = \tilde{V}_{li,j} - 0,5(\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_{i-1})(j-1,5)\tilde{U}_{li,j};$$

$$U_{Ki,j} = V_{Ki,j}^n - 0,5(\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_{i-1})(j-1,5)U_{Ki,j}^n;$$

$$U_{li,j}^e = \tilde{V}_{li,j} + 1,5(\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_{i-1})(j-1,5)\tilde{U}_{li,j};$$

$$U_{Ki,j}^e = V_{Ki,j}^n + 0,5(\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_{i-1})(j-1,5)U_{Ki,j}^n.$$

Данная математическая модель позволяет определить целый ряд довольно важных характеристик инерционных сепараторов: критическое число, при достижении которого частицы не выпадают на стенки аппарата; распределение массовой концентрации частиц вблизи боковой стенки и в рабочей части сепаратора; гидродинамическую структуру потока в проточной части пылеуловителя.

Одной из наиболее часто используемых конфигураций проточной части инерционного сепаратора является конфузор. Практически во всех сепараторах с сухой очисткой газов проточная часть бункера для сбора уловленной пыли выполнена в виде конфузора.

Проведенный анализ результатов многочисленных расчетов, а также сопоставление с данными других авторов позволили сделать вывод о том, что для наиболее эффективной сепарации частиц в воздухоочистителях конфузорного типа, профиль боковой поверхности сужающейся части сопла как 1-ой, так и 2-ой ступени должен описываться уравнением

$$F = \begin{cases} 2; & \bar{x} \leq -1,79 \\ 1 + \sqrt{1 - (1 - \bar{x} - 0,2)^2}; & -1,79 < \bar{x} \leq -1,125 \\ -\bar{x} + 2,6; & -1,125 < \bar{x} \leq -0,7 \\ 2 - \sqrt{1 - (\bar{x} - 2)^2}; & -0,7 < \bar{x} \leq 0,375 \\ 0,38\bar{x} + 0,217; & \bar{x} > 0,375 \end{cases}$$

Методом крупных частиц также была изучена структура газожидкостных потоков в плоских и осесимметричных гофрированных каналах, в частности в жалюзях сепараторов. Было установлено, что наиболее эффективно использовать жалюзи с боковыми поверхностями, уравнениями которых задаются следующими соотношениями:

$$y_H = \begin{cases} 1/6; & 0 \leq x \leq 1/3; \\ 1/6(\sin \frac{\pi}{2}(3x-1) + 1); & 1/3 \leq x \leq 9/2; \\ 1/6; & x > 9/2; \\ y_B = y_H + 1/3, \end{cases}$$

где y_H, y_B – ординаты верхней и нижней границы жалюзей. Был решен вопрос о количестве гофр для оптимального каплеулавливания в насадках жалюзийного типа. Номограмма (рис. 3) показывает связь периодов T (число гофр) с числом Стокса S_{nK} в зависимости от m_0 . Вдоль каждой кривой эффективность пылеулавливания $\eta = 100\%$.

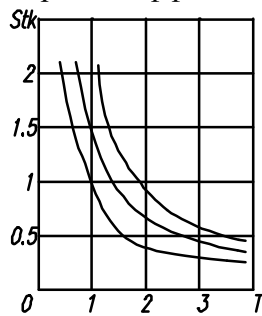


Рис. 3

Номограмма показывает, что для капель с $S_{nK} < 0,1$ ($d \leq 20$ мкм) использование насадок жалюзийного типа становится малоэффективным, т.к. получение высокой эффективности пылеулавливания требует большого количества гофр, что приводит к необходимости существенного увеличения габаритных размеров сепаратора.

движения

III Математическая модель и результаты расчета полидисперсных трехфазных потоков в скрубберах Вентури

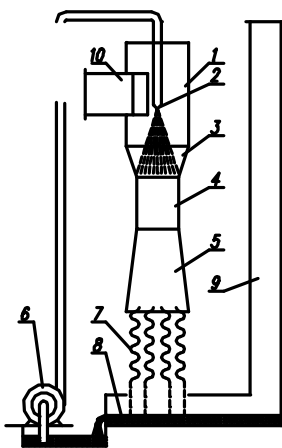


Рис. 4

Одной из часто используемых конструкций для очистки газов является скоростной газопромыватель и скруббер Вентури, где сочетается мокрая очистка с вихревым центробежными или инерционным каплеулавливанием. Конструкция скруббера Вентури с предварительным дроблением орошающей жидкости (рис. 4) состоит из приемной камеры (1), распылительной форсунки (2), конфузур (3), камеры смешения (4), диффузора (5), насоса (6), сепаратора (7), резервуара-отстойника (8), выхлопного патрубка (9), подводящего патрубка (10).

СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ОПИСЫВАЮЩАЯ НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПОЛИДИСПЕРСНОЙ ГАЗОВЗВЕСИ С УЧЕТОМ ПРОЦЕССА СТОЛКНОВЕНИЙ И ПРИЛИПАНИЯ ЧАСТИЦ РАЗНЫХ ФРАКЦИЙ, ИМЕЕТ СЛЕДУЮЩИЙ ВИД:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla^K \rho_i V_i^K = \delta(5-2i)J_{32}, i \neq j;$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} j + \nabla^K n_j V_j^K = (2-j)\psi_{32} i, j = 1,2,3;$$

$$j = 2,3;$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} \bar{V}_i + \nabla^K \rho_i \bar{V}_i V_i^K = (\delta-1)\nabla \rho - \beta(\bar{f}_{12} - \bar{f}_{13}) + \delta[(3-i)\bar{f}_{12} + (i-2)\bar{f}_{13} + (5-2i)(\bar{f}_{32} + J_{32}\bar{V}_3)]$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} e_j + \nabla^K \rho_j e_j V_j^K = (3-j)J_{32} \frac{(\bar{V}_3 - \bar{V}_2)^2}{2} + (5-2j)J_{32} e_3 + (3-j)(q_{12} + f_{32}(\bar{V}_3 - \bar{V}_2)) + (j-2)q_{13};$$

$$\sum_{i=1}^3 [\partial \rho_i E_i / \partial t + \nabla^K (\rho_i E_i + \delta p) V_i^K] = 0;$$

$$E_i = e_i + \frac{V}{2} i;$$

$$E_i = e_i + \frac{V}{2} i;$$

$$\delta = \begin{cases} 1, i = 1 \\ 0, i = 2,3 \end{cases}; \quad \beta = \delta.$$

Индекс $i = 1, 2, 3$ – относится к параметрам газа, капель и твердых частиц, J – интенсивность переноса массы мелких частиц (3-я фаза) в результате их прилипания к каплям (2-я фаза) в единице объема за единицу времени, ψ_{32} – функция, учитывающая интенсивность исчезновения мелких частиц в результате их прилипания к каплям в единице объема за единицу времени.

Для уравнений боковых поверхностей сопловой части скруббера использованы зависимости:

$$F(\bar{x}) = \begin{cases} 0,83, \bar{x} \leq 0,28; \\ -0,27(\bar{x} - 0,28) + 0,83; 0,28 < \bar{x} \leq 2 < 13; \\ 0,33; 2,13 < \bar{x} \leq 2,14; \\ 0,05(\bar{x} - 2,14) + 0,33; \bar{x} > 2,14, \end{cases}$$

$$G(x) = \frac{x}{3R_r};$$

где R_r – радиус горловины сопла.

По результатам расчетов с использованием метода крупных частиц было установлено, что при расходе $U_{20} = 1,5U_0$ расход жидкости практически не влияет на количество твердых частиц, попадающих в диффузорную часть скруббера. При $U_{20} \leq U_{10}$ купол орошающей жидкости полностью не перекрывает проходное сочетание сужающей части трубы Вентури, что приводит к резкому снижению эффективности пылеулавливания. Проведенные расчеты позволили для широкого диапазона изменения определяющих параметров найти оптимальные значения массового расхода и дисперсного состава орошающей жидкости, позволяющие с максимальной эффективностью очищать запыленные потоки в скрубберах Вентури.

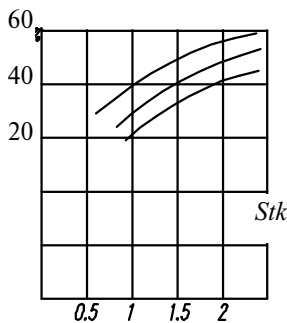


Рис. 5

На рис. 5 представлена зависимость эффективности пылеулавливания от числа Стокса

$$Stk_{32} = \rho_2^0 d_3^2 |\bar{V}_{20} - \bar{V}_{30}| / 18\mu, d_{20}.$$

IV Моделирование вибрационных технологических процессов переработки сыпучих материалов

Среди многообразия вибрационных технологических процессов выделим те, которые направлены на изменение плотности сыпучих материалов (уплотнение, прессование, разуплотнение) и перенос массы (дозирование, транспортирование). Возможно изучать такие процессы, используя гипотезу сплошности, с позиций однофазной механики сплошных сред.

Основной характеристикой сыпучего материала будет реологическое уравнение

$$P = P(v, D),$$

где P – тензор напряжений, v – объемная концентрация, D – тензор скоростей деформации. После преобразований получаем

$$P = -\alpha \frac{v - v_0}{v - v_0} I + (\alpha'_0 D'_1 + \alpha''_0 D'_{11} D_{22} - \alpha''_0 D_{12}^2) I + \alpha_1 D + \alpha'_1 D_1 D + \alpha''_1 D_{11} D,$$

где $\alpha_0, \alpha''_0, \alpha'_0, \alpha_1, \alpha'_1, \alpha''_1$ – кусочно-постоянные функции объемной концентрации; D_{11}, D_{12}, D – компоненты тензора D ; α, v_0, v_0 – постоянные.

Параметры реологической модели определяются по данным экспериментальных исследований. Система дифференциальных уравнений, описывающих движение материала, имеет вид:

$$\frac{\partial V_1}{\partial t} + V_1 \frac{\partial V_1}{\partial x_1} + V_1 \frac{\partial V_1}{\partial x_2} = \frac{1}{\rho_0 v} \left(\frac{\partial P_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{12}}{\partial x_2} \right) + q_1 - \ddot{\xi}_1,$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial t} + V_1 \frac{\partial V_2}{\partial x_1} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial x_2} = \frac{1}{\rho_0 v} \left(\frac{\partial P_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{22}}{\partial x_2} \right) + q_2 - \ddot{\xi}_2,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(vv_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial(vv_2)}{\partial x_2} = 0,$$

$$P_{22} = P_0 + \alpha'_0 \left(\frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \frac{\partial V_2}{\partial x_2} \right) + (\alpha''_0 + \alpha'_1) \frac{\partial V_1}{\partial x_1} \frac{\partial V_2}{\partial x_2} - \alpha''_0 D_{12}^2 + \alpha_1 \frac{\partial V_2}{\partial x_2} +$$

$$\alpha_1'' \left(\frac{\partial V_1}{\partial x_1} \frac{\partial V_2}{\partial x_2} - D_{12}^2 \right) \frac{\partial V_2}{\partial x_2},$$

$$P_{11} = -P_0 + \alpha'_0 \left(\frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \frac{\partial V_2}{\partial x_2} \right) + (\alpha''_0 + \alpha'_1) \frac{\partial V_1}{\partial x_1} \frac{\partial V_2}{\partial x_2} - \alpha_0 D_{12}^2 + \alpha_1 \frac{\partial V_1}{\partial x_1} +$$

$$+ \alpha_1' \left(\left(\frac{\partial V_1}{\partial x_1} \right)^2 \frac{\partial V_2}{\partial x_1} - \frac{\partial V_1}{\partial x_1} D_{12}^2 \right),$$

$$P_{12} = \alpha_1 D_{12} + \alpha_1' \left(\frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \frac{\partial V_2}{\partial x_2} \right) + \alpha_1'' \left(\frac{\partial V_1}{\partial x_1} \frac{\partial V_2}{\partial x_2} - D_{12}^2 \right) D_{12},$$

$$P_0 = \begin{cases} v \geq v_0 & \\ \alpha \frac{v - v_0}{v_0 - v} & D_1 \leq 0 \\ 0 & v < v_0 \\ & D_1 > 0 \end{cases}$$

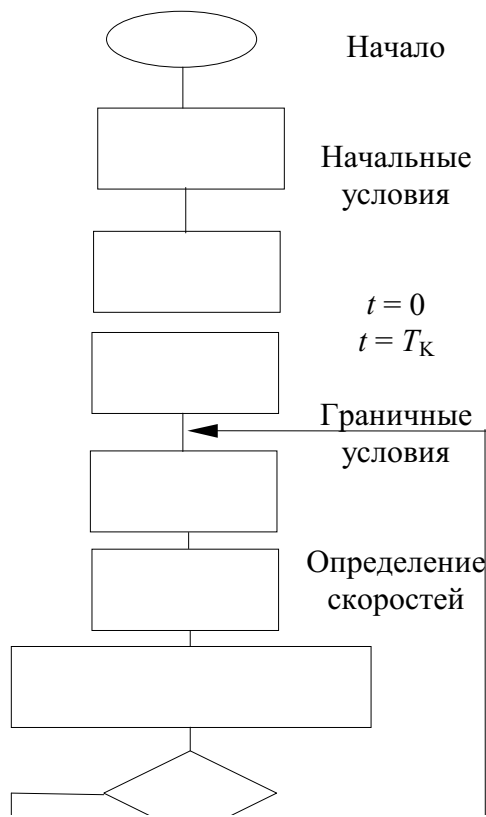
если $v = v_y, D_{12} = 0$.

$$\frac{\partial P_{12}}{\partial x_i} < \frac{\partial P_{i,i}}{\partial x_i} f_{\text{пр}} (i = 1, 2), \text{ то } D_{12} = 0.$$

Полученную систему нелинейных уравнений удастся решать аналитически лишь для простейших видов нагружения без учета перехода среды из бесструктурного состояния в структурное.

Наиболее подходящим методом, обеспечивающим устойчивый счет и предъявляющий невысокие требования к мощности ЭВМ, является метод крупных частиц. При этом вводятся безразмерные параметры и комплексные критерии подобия.

Блок-схема метода крупных частиц



Определение напряжений

Определение окончательных значений скоростей

$$t < T_K$$

$$t = t + \Delta t$$

Конец

Расчеты технологических процессов переработки сыпучих сред показали универсальный характер методики, возможность ее использования для самых разнообразных достаточно сложных видов граничных условий при произвольных силах, действующих на материалах

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные примеры показали возможность использования метода крупных частиц при математическом моделировании различных процессов химических производств. Применение метода при проведении численных экспериментов дает хорошие устойчивые результаты, которые можно использовать при конструировании машин и аппаратов и выборе оптимальных технологических режимов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. Вычислительный эксперимент. М.: Наука, 1982.
- 2 Давыдов Ю. М. Дифференциальные приближения и представления разностных схем. М.: МФТИ, 1981.
- 3 Давыдов Ю. М. Крупных частиц метод // Математическая энциклопедия. Т. 3. М., 1982.
- 4 Численное исследование актуальных проблем машиностроения и механики сплошных и сыпучих сред методом крупных частиц: В 5 т. М.: НАПН, 1995.

Учебное издание

РАСЧЕТ МАШИН И АППАРАТОВ ХИМИЧЕСКИХ ПРОИЗВОДСТВ МЕТОДОМ КРУПНЫХ ЧАСТИЦ

Методические указания

С о с т а в и т е л ь **Попов** Андрей Иванович

Редактор В. Н. Митрофанова

Компьютерное макетирование М. А. Ф и л а т о в о й

ЛР № 020851 от 13.01.99 П_лр № 020079 от 28.04.97

Подписано в печать 21.09.2001

Формат 60×84/16. Гарнитура Times ET. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Объем: 1,16 усл. печ. л.; 1,10 уч.-изд. л.

Тираж 100 экз. С. 509.

Издательско-полиграфический центр

Тамбовского государственного технического университета

392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14