

**Задачи заочного тура Олимпиады ТГТУ 2022-2023
по математике для 11 класса**

1. Решите уравнение (найдите все значения x и y)

$$5 + 4 \cos \frac{x-y}{2} + \cos(x-y) = 4\sqrt{4x-x^2} \cos^2 \frac{x-y}{4}.$$

2. Сумма всех членов геометрической прогрессии относится к сумме членов этой прогрессии, стоящих на чётных местах, как $7:2$. Найдите знаменатель прогрессии, если количество членов прогрессии является чётным числом.

3. Решите неравенство

$$\log_6(9x^2 + 1) - \log_6 x \leq 3x(2 - 3x).$$

4. При каких значениях a система уравнений

$$\begin{cases} 2^{|x|} + |x| = y + x^2 + a \\ x^2 + y^2 = 2y \end{cases}$$

имеет единственное решение?

5. Найдите наименьшую площадь боковой грани правильной четырёхугольной пирамиды, если объём пирамиды равен $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.