

**Задачи заочного тура олимпиадной группы
«Конкурс команд российских и иностранных абитуриентов
(математика, физика, химия, информатика)»**

Приведите решение с полным обоснованием.

Математика

Задача №1

Решить систему неравенств
$$\begin{cases} 5^x - 3^{x+1} > 2(5^{x-1} - 3^{x-2}), \\ \frac{2}{\frac{2}{\log_2 x} - 1} > -3. \end{cases}$$

Задача №2

Решить уравнение $x^2 + \frac{x^2}{(1+x)^2} = 1$. Предложите разные способы.

Физика

Задача №1

Тележка массы M движется по инерции по горизонтальной поверхности со скоростью v_0 . На передний край тележки кладут тело массой m с нулевой начальной скоростью относительно горизонтальной поверхности. Размерами тела можно пренебречь по сравнению с длиной тележки l . Коэффициент трения между телом и тележкой μ . Оказавшись на тележке, тело начинает по ней скользить. При какой длине тележки тело не соскользнет с неё?

Задача №2

На сколько изменилась бы продолжительность земного года, если бы масса Земли сравнялась с массой Солнца, а расстояние между ними осталось прежним? Найдите скорость движения Земли в этом случае.

Химия

Задача №1

При сжигании 7 г пропан-бутановой смеси получили 11,54 л CO_2 , измеренного при 20 °С и 760 мм рт. ст. Какова мольная доля пропана в смеси?

Задача №2

Белый порошок **X** массой 6,4 г растворили в воде. К полученному раствору добавили избыток раствора NaOH . Образовался осадок **Y**, который представляет собой гидроксид двухвалентного металла. Осадок **Y** отфильтровали, и к полученному фильтрату (щелочному раствору соли **Z**) прибавили избыток баритовой воды. В результате образовался нерастворимый в кислотах осадок **E** массой 9,32 г. Если первоначальный раствор **X** сразу добавить к избытку баритовой воды, то выпадет частично растворимый в кислотах осадок **M** массой 11,97 г.

Назовите вещества **X**, **Y**, **Z**, **E**, **M**, если известно, что все осадки белого цвета. Напишите уравнения всех описанных реакций.

Информатика

Задача №1

На столе стоит две банки. В одну из них помещается ровно два литра воды, а в другую – три. Как налить в двухлитровую банку точно один литр? Укажите не менее двух способов.

Задача №2

Лазерный принтер печатает со скоростью в среднем 7 Кбит в секунду. Документ был распечатан за 65 секунд. Известно, что на одной странице в среднем по 45 строк, в строке 60 символов (1 символ – 1 байт).

1. Сколько страниц содержал документ (целое число)?
2. Сколько полных страниц было напечатано?
3. Сколько полных строк на последней странице?
4. Сколько символов в последней строке?